大韓數學教育學會誌 數學教育學研究 第 14 卷 第 4 號
The Journal of Educational Research in Mathematics
Vol. XIV, No.4, 347-366. Nov 2004

RME의 수학 학습 평가틀에 대한 고찰 -Jan de Lange의 수학 학습 평가틀을 중심으로-

정 영 옥*

본 연구는 최근 국제적인 수학 학습 평가의 틀을 제공하고 있는 Jan de Lange를 중심으로 RME의 수학 학습 평가틀을 살펴봄으로써, 제 7차 교육과정의 내실화를 위한 수학 학습 평가의 방향을 제안하는 데 그 목적이 있다. 이러한 목적을 달성하기 위하여 RME의 철학과 Jan de Lange의 수학 학습 평가틀의 구성요소인 평가 목표, 피라미드, 맥락, 평가 유형과 채점 및 피드백에 대해 살펴보고, 이러한 수학 학습 평가틀을 학급수준의 단원평가에 적용하고 있는 미국 교과서의 한 단원에 대한 평가 체계와 문항들을 구체적으로 살펴보았다. 마지막으로 우리나라의 수학 학습 평가를 위한 방향으로 국가수준의 수학 학습 평가틀의 구체화, 국가수준이나 학급수준의 수학 학습 평가틀의 일관성 추구, 교사와 예비교사의 수학 학습 평가 능력 신장의 필요성을 제안하였다.

Ⅰ. 서 론

최근 우리나라에서는 학생들의 국가수준의 교육성취도 평가에 대한 연구들과 더불어 TIMSS나 OECD/PISA와 같은 국제 비교연구가 지속되어 왔다. 이와 관련하여 학생들의 수학 성취도를 평가하기 위한 기초로 국내・외의 평가틀에 대한 연구도 지속되고 있다. 국내 연구와 관련해서는 교육과정에 제시된 상, 중, 하 평가기준에 대한 상세화를 위해 성취수준과 평가기준에 대한 연구 등이 이루어졌고, 국외 연구와 관련해서는 PISA 평가틀에 대한 연구 등이 지속되고 있다(국립교육평가원, 1997; 노국향 외, 2000; 채선희 외, 2003; 이봉주 외, 2003).

이는 궁극적으로는 학생들의 수학적 소양에 대한 종합적인 자료를 근거로 수학교육을 개선하기 위한 노력이라 할 수 있다.

1990년대 이후에 수학교육에서 핵심적인 논제 중 하나가 수학적 소양에 관한 것이다. NCTM (1989, 2000)에서는 수학적 소양을 기르기 위해서는 여러 가지 개념, 관계, 규칙, 절차 및 그 응용을 바탕으로 문제해결, 추론과 증명, 의사소통, 표현, 연결을 강조함으로써 수학에 대한 긍정적 태도와 수학적 자신감을 가지며 수학의 가치를 이해하도록 할 것을 강조해 왔고, 국제적인 비교연구, 특히 PISA의 경우는 학생들의 수학적 소양을 구성하는 수학적 능력을 구체화하여 측정하고 비교하는 대표적인 평가연구라 할 수 있다.

수학적 소양을 구성하는 수학적 능력은 강조하는 부분과 정도에 따라 나라마다 다르게 나타날 수 있다. 그러나 우리나라 교육과정에 제

* 전주교육대학교, yochong@cue.ac.kr

시된 평가기준과 그 후속연구로 이루어진 성취 기준과 평가기준에 대한 연구에서 제시하고 있는 내용은 최근 세계적으로 수학교육의 목표일 뿐만 아니라 평가의 목표로 간주되고 있고, 우리나라 제 7차 교육과정을 개정할 당시부터 수학교육의 방향으로 제시되어 온 공통적인 수학적 소양을 측정하는 기준으로 보기에는 충분하다고 보기 어렵다. 수학 학습 평가를 하는 이유 중 하나가 수학교육의 목표에 비추어서 현 교육과정과 교과서 체제하에서 이루어지는 학생들의 수학 학습이 적절한지를 판단하기 위한 것이며, 수학교육의 목표의 중요한 부분이 수학적 소양임을 고려한다면, 우리나라의 독특한 실정을 고려하여 학생들의 수학적 소양을 측정할 수 있는 평가틀을 구성하는 일이 필요하며, 이를 바탕으로 수학교육의 개선을 위한 판단을 하여야 할 것이다.

본 연구는 이러한 생각을 바탕으로 수학적 소양을 측정하는 OECD/PISA 평가틀의 기초를 제공하고 있을 뿐만 아니라 이미 오래 전부터 RME(Realistic Mathematics Education) 철학을 바탕으로 하는 평가 연구의 대표적인 모델이라고 할 수 있는 Jan de Lange의 수학 학습 평가틀에 대해 고찰함으로써 수학적 소양을 측정하기 위해서는 어떤 요소들을 고려하여야 하는지를 살펴보고, 이를 바탕으로 우리나라 수학 학습 평가를 위한 방향을 제시하고자 한다. 이를 위해서 우선 RME의 철학을 간단하게 언급하고, 이를 기초로 하는 Jan de Lange의 수학 학습 평가틀을 개관하고, 이러한 평가틀을 미국의 전미수학교사협의회(NCTM, 1989)가 제시하는 수학교육에 맞게 학급 수준에 일관적으로 적용하고 있는 MiC(Mathematics in Context) 교과서 시리즈의 평가체제를 살펴본 후에, 마지막으로 장기적인 안목에서 우리나라의 수학 학습 평가를 위한 방향을 제안하고자 한다.

II. Jan de Lange의 수학 학습 평가틀

Jan de Lange의 수학 학습 평가틀은 앞에서도 언급하였듯이 지속적인 이론 형성과 연구 실행의 결과로 만들어졌고 계속 수정되고 보완되고 있는 틀이라 할 수 있다. 네덜란드에서 이러한 평가 연구에 대한 본격적인 노력은 1981년 인문계 고등학교의 교육과정을 새롭게 개발하기 위한 Hewet 프로젝트와 더불어 시작되었다고 볼 수 있다. 이 프로젝트는 응용, 수학화, 모델링을 핵심 개념으로 6년간에 걸쳐 이루어졌는데, 초기부터 가능한 한 RME의 수업 원리에 맞도록 새로운 교육과정 개발 과정에 맞추어 선다형 외의 새로운 유형의 평가 문항을 개발하고 실행하고 분석하면서 실험 교육과정의 효과를 계속 점검하였다(de Lange & Kindt, 1984; de Lange & Verhage, 1987). 이러한 평가에 관련된 내용이 de Lange(1987)의 논문 '수학, 통찰과 의미'로 집필되었다. 이러한 영향뿐만 아니라 국가수준의 PRON 평가 그리고 OW&OC의 평가에 대한 논의의 결과로 1987년 RME의 수업 원리에 맞는 초등학교 학생들의 평가를 위한 MORE 프로젝트가 시작되었다(van den Heuvel-Panhuizen, 1990). 이러한 모든 노력은 RME 철학을 바탕으로 수학교육을 개선하면서 이러한 수학교육에 맞는 적절한 평가가 무엇인가에 대한 반성으로 시작되었으며, 이러한 연구는 네덜란드에서 de Lange(1991, 1995, 1999, 2003), van den Heuvel-Panhuizen and Gravemeijer (1990), van den Heuvel-Panhuizen(1994, 1996) 등의 연구로 계속 이어져 왔으며 이러한 과정에서 OECD의 PISA 평가틀을 위한 기초를 제공하면서 계속 수정·보완되고 있다. 이 장에서는 Jan de Lange의 수학 학습 평가틀의 기초

가 되는 RME의 철학을 간략하게 살펴보고, 평가틀의 구성 요소로 평가 목표, 피라미드 모델, 평가에서 맥락의 역할과 유형, 평가 유형에 따른 채점과 피드백에 대해 살펴보고자 한다.

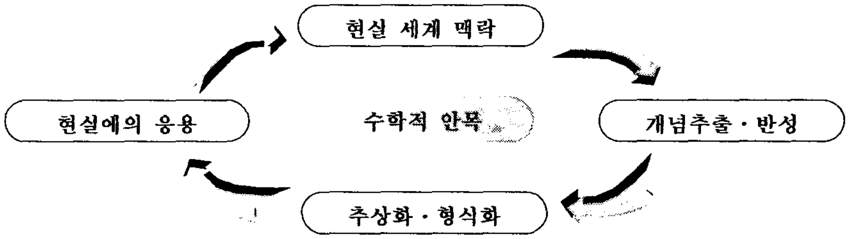
1. RME의 철학

RME의 철학은 Freudenthal(1973)의 인간 활동으로서의 수학에 기초를 둔 것으로 학생들에게 현실을 바탕으로 수학을 이끌어내어 조직화하는 수학화의 전 과정을 경험시킬 것을 강조한다. 이는 지금까지의 수학이 이미 조직화된 상태로 전달된 관계로 학생들에게 그다지 의미있는 수학이 되지 못함을 반성한 결과 네덜란드에서 시작된 수학교육의 사조라 할 수 있다. Freudenthal이 이러한 철학을 실천하기 위한 교수·학습 방법으로 제안한 것은 이미 선조가 발명한 수학을 학생들 자신의 경험을 기초로 자신의 방법으로 재발명하도록 하는 안내된 재발명 방법, 이를 위해서는 자연스럽게 수학을 이끌어내고 추상화하며 알게 된 수학을 다시 적용할 수 있는 맥락의 제공을 의미하는 교수학적 현상학, 이 과정에서 학생들의 수준을 점진적으로 끌어올리는 수준 이론이 그 핵을 이룬다고 할 수 있다. 이러한 철학과 교수·학습 방법을 바탕으로 수업에서 이루어지는 수학화 과정을 도식화하면 [그림 II-1]과 같다(de Lange & Verhage, 1987, p. 244).

[그림 II-1]이 의미하는 바는 학생들에게 적절한 맥락을 제공해서 학생들의 경험을 기초로 직관적인 수학 개념을 추출하고 반성하며, 이를 좀더 추상적이고 형식적인 수학으로 세련시켜가며, 이를 다시 더 넓은 범위의 맥락에 적용함으로써 처음에는 수학적으로 보지 못했던 맥락들을 이제는 수학적으로 볼 수 있도록 하는 일련의 경험을 통해서 이 세상을 수학적 안목으로 바라볼 수 있는 능력, 다시 말하면 수학적 소양을 키우는 것이 RME가 추구하는 방향이라고 할 수 있다.

2. 평가 목표

학급 평가의 목표는 수학교육의 목표를 달성하기 위해 교수·학습 과정과 교육적 의사결정에 도움이 되는 정보를 다양한 방법으로 산출하는 것이다. 이 때 수학교육의 목표는 수학적 안목의 형성, 좀더 일반적인 용어로 표현한다면 학생들이 수학적 소양을 갖추도록 돕는 것이다. 이는 개개인이 현재와 미래의 개인 생활, 직업 생활에 필요한 자연, 사회, 문화, 수학을 포함한 현실 세계에 관련된 수학을 다룰 수 있을 뿐만 아니라 학문으로서의 수학을 이해하고 음미할 수 있다는 것을 의미한다(de Lange, 1999, p. 2). 따라서 수학적 소양은 지금까지 학교수학에서 중점적으로 다루어 왔던 수학적 지식과 기능을 포함하기는 하지만 이보다는 이러



[그림 II-1] RME 수업에서의 수학화 과정

한 지식과 기능을 수학 내적·수학 외적인 풍부한 맥락에서 다양하고, 반성적이고, 통찰력에 기초한 방법으로 적용하는 것을 의미한다. 또한 이러한 적용은 알고 있는 수학적 지식과 기능을 응용 상황에 적용하는 것일 수도 있지만 새로운 수학을 발명해 내는 근원이 될 수도 있는 것이다.

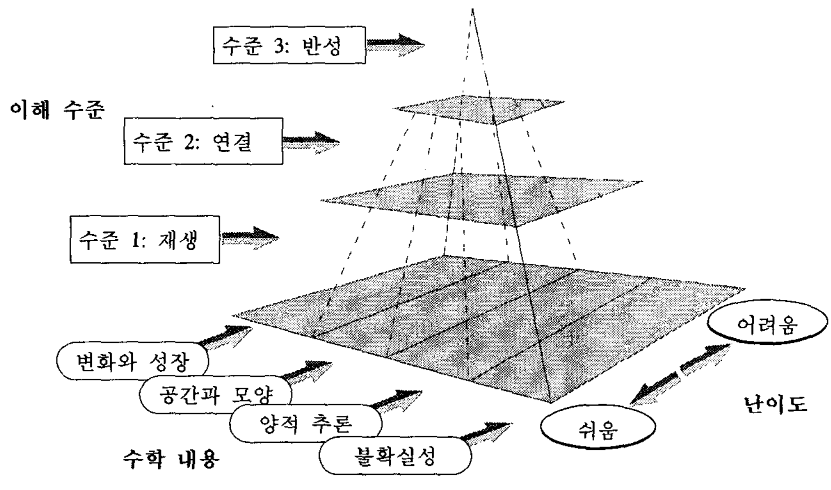
3. 피라미드 모델

학생들에 대한 평가를 위해서는 여러 가지 요인을 고려해야 하는데, Jan de Lange(2003)는 이러한 요인을 수학 내용, 이해 수준, 난이도의 세 차원으로 이루어진 피라미드 모델로 제시하고 있다([그림 Ⅱ-2]).

수학 내용은 변화와 성장, 공간과 모양, 양적 추론, 불확실성으로 구성되고, 능력 수준은 재생, 절차, 개념 및 정의에 해당하는 수준 1, 문제해결을 위한 연결과 통합에 해당하는 수준 2, 수학화, 수학적 사고와 추론 및 일반화와 통찰에 해당하는 수준 3으로 구성된다[1]. 원래 이 모델은 삼각형의 평면모델이었지만 난이도 차원을 고려하여 입체모델로 수정되었으며, 정육면체나 직육면체가 아니라 피라미드 모양으로 나타낸 것은 수준 1, 수준 2, 수준 3의 문제 비율을 다르게 적용해야 함을 나타내기 위해서이다.

가. 수학 내용

Jan de Lange의 피라미드 평가틀에서 수학 내용은 변화와 성장, 공간과 모양, 양적인 추론, 불확실성인데, de Lange(1999)에 따르면 이렇게 구분하는 이유는 기존의 수, 대수, 기하, 통계와 같은 영역 구분은 수학을 지나치게 엄격하기 구분하는 것일 뿐 아니라 수학을 계속 새로운 분야와 응용 분야로 확장되면서 성장하는 과학으로 인식하는 것을 어렵게 하기 때문이다.



[그림 Ⅱ-2] Jan de Lange의 피라미드

1) 수준 1, 수준 2, 수준 3이라는 용어는 이전에는 낮은 수준, 중간 수준, 높은 수준(de Lange, 1991)으로 불렸던 것인데 난이도와 혼동될 수 있는 용어이기 때문에 PISA 2003(채선희 외, 2003)에서는 능력 수준을 '능력군', 즉 '재생군', '연결군', '반성군'으로 제시한다.

1) 변화와 성장

모든 자연 현상은 변화를 나타내며, 이러한 변화 패턴에 민감해지기 위해서는 변화를 이해하기 쉬운 형태로 나타내고, 변화의 기본 유형을 이해하며, 변화가 발생할 때 변화의 특별한 유형을 이해하고, 이러한 테크닉을 수학 외적 세계에 적용하며, 변화하는 우주를 우리에게 최선의 이익이 되도록 통제할 수 있어야 한다. 이와 관련된 전통적인 내용은 관계, 함수, 그래프 표현, 급수, 도함수 등이다. 여러 가지 성장 현상은 직선, 지수, 로그, 주기, 로지스틱 성장 곡선 등으로 표현되며, 이에 대한 성질과 관계에 대한 탐구가 필수적이다.

2) 공간과 모양

우리들은 살아가면서 우리 주변의 공간 속에 있는 많은 모양과 패턴에 접하게 되며, 방향이나 시각화와 관련된 공간감각을 활용하여 공간 속에서 움직이고, 활동해야 한다. 이와 관련된 공간과 모양에 대한 핵심 요소는 모양과 패턴 인식하기, 시각적 정보를 인식하고 기호화하고 해석하기, 모양의 변환 이해하기, 유사성과 차이점 인식하기, 상대적 위치 이해하기, 2차원 표현과 3차원 표현 방식에 대한 이해 및 관계 알기, 공간에서 이동하기 등이다.

3) 양적 추론

인간은 태어나면서부터 수에 대한 관심을 가지며, 세상을 살아가면서 양에 대한 많은 현상들에 접하고 해결해 나가야 한다. 양적 추론은 양과 관련된 수학적 추론을 의미하는데, 이는 수 감각, 연산의 의미를 이해하기, 수의 크기에 대한 감각을 갖기, 현명한 계산, 암산, 어림하기 등을 포함하며 이를 기초로 새로운 상황에서 중요한 양적 관계를 알아내고, 효과적인 기호로 표현하며, 적절한 방법을 이용해서 계산하며, 계산 결과를 이해하는 것을 포함한다.

4) 불확실성

인간은 살아가면서 필연 현상뿐만 아니라 우연 현상에도 접하게 되는데, 예를 들면 일기 예보, 경제 성장, 선거 결과, 주식 변화, 인구 증가 등이다. 이러한 현상을 다루기 위해서는 불확실한 경험적 자료에 대한 추론 능력이 필요하다. 이와 관련된 핵심 요소는 여러 가지 과정에서 변량의 편재에 대한 이해, 여러 가지 과정에 대한 자료의 필요성, 변량에 대한 자료 수집 설계, 변량 자료의 양화, 변량에 대한 설명 등이다. 특히 단순한 통계적 기능이나 확률 법칙을 우선적으로 다룰 것이 아니라 자료 분석을 강조함으로써 변량, 불확실성, 무작위성 등의 개념에 대한 이해를 돕는 것이 중요하다.

나. 이해 수준

이해 수준은 de Lange(1999, 2003)가 RME에서 추구하는 수학적 소양을 구성하는 수학적 능력을 수학적 사고, 수학적 논증, 모델링, 문제 제기와 해결, 표현, 기호와 형식적 언어, 의사소통, 수학적 도구 등으로 추출하고, 이를 개별 문항에서 각각 평가하는 것은 바람직하기 않기 때문에, RME에 적절하게 다양한 능력을 동시에 발휘할 수 있도록 세 수준으로 조직한 것이다. 세 가지 이해 수준에 해당하는 능력을 살펴보면 다음과 같다.

1) 수준 1-재생: 재생, 절차, 개념 및 정의

이 수준은 주로 표준화된 시험에서 많이 다루는 알고 있는 수학적 지식에 대한 재생과 정형적인 절차를 알고 사용하는 것과 관련된다. 이를 구체화하면 사실에 대한 지식, 수학의 대상과 특성을 표현하고 동치임을 인식하기, 정형적인 절차를 수행하기, 표준 알고리즘을 적

용하기, 표준 형태의 공식과 기호로 된 식을 세우고 조작하기 등의 능력을 다룬다.

2) 수준 2-연결: 문제해결을 위한 연결과 통합

이 수준은 수학의 여러 요소와 영역을 연결하고 정보를 통합하여 학생들이 여러 가지 전략과 수학적 도구를 선택하는 비교적 간단한 비정형적인 문제를 해결하는 것과 관련된다. 또한 상황과 목적에 따라 다양한 유형의 수학적 표현을 사용하여 문제에 있는 정보를 수학적 언어로 번역하고, 정의, 주장, 예시, 조건부 주장과 증명 같은 여러 가지 명제들을 구분할 뿐만 아니라 수학적 논증, 즉 추론하고 자신의 추론 근거에 대해 설명하고 주장할 수 있어야 하며, 상황 자체에 대한 모델을 만들거나 알고 있는 모델을 비판적으로 다루고 그 답을 상황에 맞게 수정할 수 있어야 한다.

3) 수준 3-반성: 수학화, 수학적 사고와 추론 및 일반화와 통찰력

이 수준은 여러 가지 맥락에 포함된 수학을 인식하고 추출하며, 추출된 수학을 사용하여 문제를 해결하도록 하는 수학화 능력과 관련된다. 이 과정에서 학생들은 자신의 모델과 전략을 개발, 분석, 해석하며, 일반화와 증명을 포함한 수학적 논증을 할 수 있어야 하며, 이는 여러 가지 방법으로 의사소통할 수 있어야 한다. 또한 문화와 역사를 포함하여 학문으로서의 수학의 특성에 대한 통찰력과 더불어 수학적 모델링을 통해 다른 교과를 포함한 여러 가지 현상에 수학이 적용된다는 것을 이해하는 통찰력이 필요하다. 따라서 이 수준은 RME가 추구하는 수학적 안목에서 가장 중요한 부분으로 인지적 측면뿐만 아니라 정의적 측면까지 모두 고려한 것이라 볼 수 있다.

지금까지 살펴본 이해 수준과 각 수준에 적합한 평가 유형을 요약하면 <표 Ⅱ-1>과 같다.[2)]

4. 평가에서 맥락의 역할과 유형

맥락이란 학생들에게 제시되는 과제의 한 특성을 말하는 것으로 정보를 포함하고 있는 상황, 특히 수학교육에서는 수학적 정보를 포함하고 있는 상황을 의미한다(van den Heuvel-Panhuizen, 2004). 일반적으로 수학교육에서 맥락의 역할은 수학적 모델이나 개념의 직관적 도입, 수학의 연습이나 응용, 수학의 힘과 이해의 원천, 자신의

<표 Ⅱ-1> Jan de Lange의 이해 수준

	수준 1: 재생 재생, 절차, 개념 및 정의	수준 2: 연결 문제해결을 위한 연결과 통합	수준 3: 반성 수학화, 수학적 사고와 추론 및 일반화와 통찰력
수학적 능력	사실에 대한 지식 수학의 대상과 특성의 표현 정형적인 절차의 수행 표준 알고리즘의 적용 공식과 식에 대한 조작	비정형적인 문제해결 정보를 다양한 수학적 언어로 표현 정의, 주장, 예시, 증명 등 명제 이해 수학적 논증 상황에 적합한 모델 개발 및 비판적인 모델의 사용	여러 가지 맥락에서의 수학화 자신의 모델과 전략 개발, 분석, 해석 일반화와 증명을 포함한 수학적 논증 의사소통 학문으로서의 수학과 수학적 모델링을 통해 수학의 응용에 대한 통찰력
평가 유형	선택형, 완성형, 연결형, 진위형, 폐쇄형 단답형	개방형 단답형, 개방형 서술형	개방형 서술형, (복수)슈퍼 문항형 두 단계 과제, 수필 과제, 저널쓰기

2) 평가 유형에 대해서는 뒤의 5절에서 다루고 있다.

전략 개발, 동기 부여 등이다(van den Heuvel-Panhuizen, 1994; de Lange, 1999, 2003; Meyer, Dekker, & Querelle, 2001). Jan de Lange의 평가틀에서 평가 목표는 앞에서 언급한 바와 같이 학생들이 수학적 소양을 갖추도록 돕는 일이다. 이는 기본적인 수학적 지식과 기능에 숙달하는 것 뿐 아니라 여러 가지 수학 내적·외적 맥락에서 수학을 발명하고 적용하는 것을 의미한다. 따라서 수업에서뿐만 아니라 평가에서도 맥락은 필수적이다.

그러나 이러한 맥락은 여러 가지 차원으로 그 유형을 분류해 볼 수 있는데, 그 기준이 되는 것은 '학생들과의 거리', '중요도', '현실과의 거리'이다(de Lange, 1999, 2003). 학생들과의 거리 차원은 개인상황, 학교상황, 직업상황, 사회상황, 학문상황으로 구분할 수 있다.[3] 중요도 차원은 맥락이 문제를 해결하는 데 어느 정도의 역할을 하는가를 나타내는 것으로 0차, 1차, 2차, 3차 맥락으로 구분된다. 0차 맥락은 장식성 맥락으로 겉으로는 맥락이 있는 것 같지만, 문제를 해결하는 데는 아무런 필요도 없을 때를 말한다. 1차 맥락은 문제를 해결하고 답을 판단하는 데 맥락이 중요하고 필수적일 때를 말한다. 2차 맥락은 문제를 해결하고 답을 판단하는 데 맥락이 중요하고 필수적일 뿐만 아니라 맥락을 수학화할 필요가 있을 때를 말한다. 3차 맥락은 새로운 수학 개념을 구성하거나 발명하는 역할을 한다. 다음은 '현실과의 거리'로 이는 현실적 맥락, 가상적 맥락, 인위적 맥락, 수학적 맥락으로 구분할 수 있다. 현실적 맥락은 실제로 존재하는 물리적, 사회적, 학문적 현실 자체에서 이끌어낸 요소로 이루어진 것이다. 가상적 맥락은 현실 자체는 아니지만 현실에서 유도된 것으로 단순화, 이상화, 일반화된 것을 말하는데, 예를 들면 등고선 그림에서 한 지점의 위치를 대략적으로 구하는 문제가 이에 해당된다. 인위적 맥락은 실존하지 않는 대상이나 구성물을 말하는 것으로, 대부분 환상의 세계에 속하는 것이며, 반드시 그런 것은 아니지만 어린 아이들의 경우에는 동화와 같은 이러한 상상의 세계에 공감할 수 있으므로 효과적일 수도 있다. 수학적 맥락은 수학 자체에서 택한 것이지만, 순수 문제가 아니라 이전의 수업에서 배운 교과 내용이 이제 새로운 상황에 적용되는 친숙하지 않은 수학적 상황이다. 예를 들면 일차함수 $y = ax$의 형태에서 a값이 주로 범자연수인 경우를 다룬 학생들에게 어느 점에서도 범자연수만으로 이루어진 순서쌍을 지나지 않는 직선의 그래프를 그릴 수 있는 이와 같은 형태의 일차함수가 있을 수 있는지를 알아보게 하는 문항이 이에 해당할 것이다.

이렇게 맥락을 여러 차원으로 구분한 것은 다양한 맥락을 학생들에게 제공함으로써 맥락이 기여할 수 있는 역할을 극대화하기 위한 것이지만 이러한 차원을 동시에 모두 고려할 수도 없을 뿐만 아니라 어느 한 차원에서 어떤 요소가 학생들에게 더 도움이 되는지 단정하기는 어렵다. 예를 들면 더 가까운 맥락이 그렇지 않은 맥락보다 학생들에게 더 매력적이거나 과제에 더 적합하다고 단정할 수는 없다는 것이다. 따라서 이러한 맥락에 대해서는 더욱 더 많은 연구가 필요하다고 생각한다.

5. 평가 유형에 따른 채점과 피드백

De Lange(1991, 1995, 1999, 2003)가 제안하고 있는 평가 유형은 앞에서 언급하였듯이 토론,

3) PISA 평가틀에서는 이를 개인적 상황, 교육적 상황, 직업적 상황, 공적 상황, 학문적 상황으로 구분하고 있다.

관찰, 면담, 숙제, 자기평가, 동료평가, 학생 자신의 산물, 퀴즈, 게임, 선다형, 폐쇄형 단답형, 개방형 단답형, 개방형 서술형, 슈퍼 문항형, 복수 문항형, 수필 과제, 두 단계 과제, 저널쓰기 등이다. 이 때 폐쇄형 단답형은 보통 우리가 사용하는 답만을 적는 문항, 개방형 단답형은 좀더 높은 수준의 사고 활동을 필요로 하고 학생들이 자신의 방식대로 풀 수 있는 가능성을 제공하는 문항, 개방형 서술형은 추론과 추론에 대한 설명을 요구하는 문항, 슈퍼 문항형은 하나의 맥락이나 문제상황에서 점점 더 복잡해지고 수준이 높아지는 일련의 개방형 단답형이나 개방형 서술형 문항으로 구성된 문항, 복수 문항형은 슈퍼 문항형과 거의 유사하나 복잡성이나 수준이 조금은 자유롭게 구성된 문항, 수필 과제는 프로젝트와 같은 것을 포함해서 여러 가지 아이디어를 생각해내고 이를 종합하여 서술하는 전 과정을 요구하는 문항, 두 단계 과제는 첫 번째 단계에서 해결한 문제에 대해 약간의 논평을 해 준 후에 두 번째 단계에서 다시 그 문항에 대해 이야기하는 방법을 의미한다. 이러한 여러 평가 유형에 대한 채점은 선다형과 폐쇄형 단답형을 제외하고는 대부분 학생들이 자유롭게 응답하는 것인데, 이에 대해서는 잘 알려진 바와 같이 총체적 채점법과 분석적 채점법을 사용한다. 이러한 채점 결과를 통해 학생들의 문제를 해결하는 방법과 전략뿐만 아니라 오개념과 오류 유형에 대한 정보를 얻을 수 있다. 이와 관련하여 TIMSS나 PISA(2003)에서 사용하는 코드체계는 많은 도움이 될 수 있으며, 학급수준의 평가에도 이를 활용하는 것이 바람직하다.

교사가 평가를 실시한 후에 해야 할 중요한 일은 학생들에게 적절한 피드백을 주는 것이다. 일반적으로 피드백과 시험 점수를 같은 것으로 보는 사람도 있지만, de Lange(1999)에 의하면, 시험 점수는 암호화된 정보인 반면, 피드백은 수행에 대해 직접 사용할 수 있는 통찰력을 제공하며 현재의 수행과 기대되는 수행 사이의 실제적인 차이에 기초한 정보를 제공하는 것이다. 따라서 학생들에게는 수준 높은 피드백을 제공해 주어야 할 뿐 아니라 좀더 양적인 방법으로 수학 학습에 대한 성장의 자취를 보여주는 점수도 제공되어야 한다.

선다형이나 폐쇄형 단답형에서는 어떤 답이 옳은지 그른지에 대한 피드백을 제공해 줄 수 있을 뿐이다. 그러나 그 외의 유형에서는 시간이 걸리는 단점이 있지만 수준 높은 피드백의 가능성이 있는데, 여기서 피드백은 단순히 학생들의 반응이 옳은지 그른지에 대해 말해주는 것을 의미하지는 않는다. 오히려 Jan de Lange의 평가틀이 기초로 하고 있는 RME에 의하면 학생들은 여러 수준에서 한 문제를 해결할 수 있기 때문에, 반응은 옳지만 서로 다른 수준의 방법과 전략들을 학생들과 같이 살펴보고 토론하면서 낮은 형식화의 수준의 학생들에게 높은 형식화의 수준에서는 학생들의 어떤 수학적 반응이 가능한지를 살펴볼 기회를 주고, 반대로 좀더 높은 형식화의 수준에 있는 학생들에게는 상식적인 풀이가 얼마나 세련될 수 있는지 아니면 더 우수할 수 있는지를 판단할 기회를 제공할 수도 있으며, 교사가 해당되는 학생들에게 적절한 의견을 제시함으로써 더 나은 해결방법과 전략을 찾도록 고무할 수 있다.

III. Jan de Lange의 수학 학습 평가틀 적용의 예

앞에서 살펴본 RME의 Jan de Lange의 수학 학습 평가틀은 국제수준, 국가수준에 적용될 수도 있지만 미국의 MiC 교과서 시리즈에서는

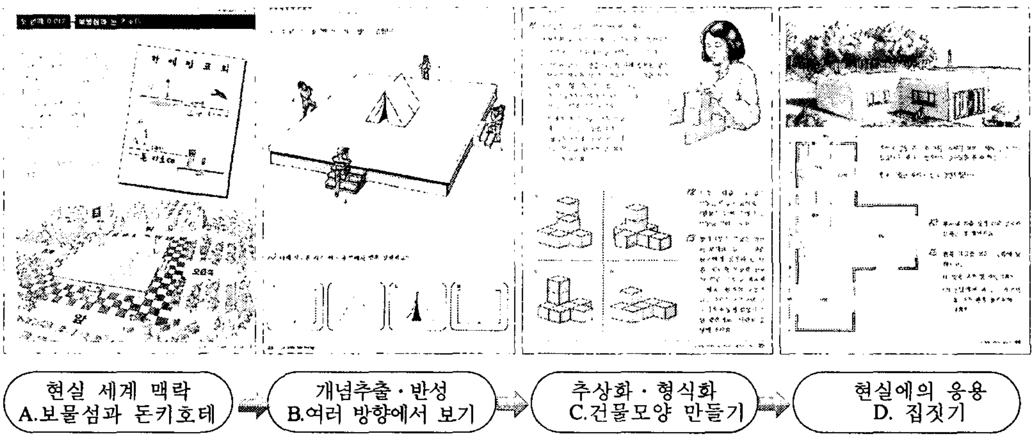
학급수준의 단원평가에 적용하고 있는데, 이 장에서는 그 한 예로 초등학교 5, 6학년을 위한 '다르게 보여요(Side Seeing)'[4] 단원(Britannica, 1997; 나온교육연구소, 2003)을 중심으로 우선 단원개관, 단원평가, 균형 있는 단원평가의 체계와 더불어 몇 가지 문항에 대한 채점 기준에 대해 살펴보고자 한다.

1. 단원개관

'다르게 보여요' 단원은 MiC의 수, 대수, 기하, 통계 영역 중 기하 영역에 속하는 공간 파악의 개념을 도입하면서 삼차원 물체의 이차원 표현을 중점적으로 다룬다. 이는 단순히 도형에 대한 탐구만이 아니라 학생들이 이 세상에서 더 풍요롭게 생활하고, 호흡하고, 활동하기 위해 알아야 하고, 탐구하고, 정복해야 할 공간에 대한 파악이라는 기하 영역의 목표를 잘 드러낸다. 이 단원은 크게 네 개의 소단원으로 이루어진다. 이를 개략적으로 살펴보면 [그림 Ⅲ-1]과 같이 A단원에서는 현실적 맥락에서 원형무대를 중심으로 많은 물체들을 여러 가지 방향에서 보는 활동을 통해 직관적으로 개념을 형성하고, B단원에서는 현실적 맥락에서 카메라가 주된 도구가 되어 여러 물체들의 위, 옆에서 본 모양의 개념을 추출하며, C단원에는 쌓기나무라는 수학적 도구를 이용한 수학적 맥락에서 위, 앞, 옆에서 본 모양과 층수 표현 등 좀더 추상적 · 형식적 수학으로 나아갈 수 있게 하며, D단원에서는 어느 마을의 주택계획이라는 현실적 맥락에서 좀더 통합적인 상황에서 지금까지 배운 내용을 연결할 뿐만 아니라 새로운 상황과 평면도라는 새로운 내용으로 연결한다. 이 모든 내용의 전개를 통해 수학의 눈으로 세상을 보는 안목의 형성을 그 목적으로 한다.

2. 단원평가

MiC 교과서 시리즈에서는 각 단원마다 다양한 평가 유형과 다양한 이해 수준의 평가 문항들을 교과서와 지도서에 제시하고 있다. '다르



[그림 Ⅲ-1] '다르게 보여요' 단원 수업에서의 수학화 과정

4) 본 논문에서 사용되는 '다르게 보여요' 단원과 관련된 교과서 자료와 평가 자료는 국내 저작권자인 (주) 나온의 허락을 받은 것임을 밝혀둔다.

게 보여요' 단원의 지도서에는 평가와 관련하여 관찰, 상호작용 반응, 결과물 등을 활용할 것을 권장하고 있으며, 이해 수준을 수준 1은 개념적 지식과 절차적 지식, 수준 2는 추론, 의사소통, 사고, 연결성, 수준 3은 모델링, 비정형 문제해결, 비판적 분석과 일반화로 조직하고, 각각의 이해 수준에 따라 이 단원의 학습 목표를 제시하여, 이와 관련된 과정평가 문항과 단원평가 문항을 다음 <표 Ⅲ-1>과 같이 제시하고 있다(Britannica, 1997). 과정평가 문항은 비공식적인 평가로 교과서의 각 소단원의 중간중간에 제시되어 있는 문항과 각 소단원의 마지막 요점정리로 제시된 문항으로 구성되며, 평가유형은 주로 단답형, 진위형, 개방형 서술형 등이다. 단원평가 문항은 지도서에 제시되어 있는 공식적인 평가로 프로젝트뿐만 아니라 단원의 전체적인 내용의 대부분을 포함하는 세트 문항으로 구성되며, 평가유형은 폐쇄형 단답형, 개방형 서술형, 복수 문항형 등 다양한 유형을 포함하고 있다. 또한 지도서에는 교과서에서 필요한 경우에 포트폴리오의 내용으로 포함시킬 수 있는 활동과 숙제로 제시할 수 있는 활동을 제안하고 있으며, 자기평가와 관련하여 학생들에게 포토폴리오의 내용과 학생 자신의 진보에 대해 설명하는 글을 쓰게 하고, '내가 (수학 개념)에 대해 알고 있는 것과 그것에 대해 내가 생각하는 점'에 대해 쓰도록 하고 있고, 단원에 관련된 수업과 활동에 대해 학생들이 무엇을 배웠는지, 활동들의 공통점은 무엇인지 등에 관해 토론할 것을 권장하고 있다.

3. 균형 있는 단원평가

MiC 교과서 시리즈를 위한 균형 있는 단원

<표 Ⅲ-1> '다르게 보여요' 단원평가 내용

수준	목표	과정평가	단원평가
Ⅰ 개념적 · 절차적 지식	1. 한 물체를 여러 방향에서 인식하기	A. p. 16, 8번, 9번 p. 18, 10번, 11번 B. p. 32, 8번 C. p. 58, 18번-21번 D. p. 71, 9번	X표로 지점 나타내기 p. 86
	2. 계획에 맞는 모델 만들기	D. p. 72, 7번, 9번 p. 80, 18번	주택 계획하기 p. 84
Ⅱ 추론, 의사소통, 사고, 연결성	3. 삼차원 모양의 이차원 그림이나 사진에 대해 해석하고, 인식하고 의사소통하기	A. p. 16, 8번, 9번 B. p. 32, 8번 p. 38, 12번 C. p. 58, 18번-21번 p. 60, 22번	X표로 지점 나타내기 p. 86 겨냥도를 보고 여러 방향에서 본 모양 알기 p. 90
	4. 삼차원 모양을 이차원 그림으로 표현하기	B. p. 42, 17번 C. p. 54, 12번 D. p. 72, 8번, 9번 p. 80, 18번	겨냥도를 보고 여러 방향에서 본 모양 알기 p. 90 여러 방향에서보기 p. 94 주택 계획하기 p. 84
	5. 동일한 물체를 여러 방향에서 본 모양을 서로 연결하기	B. p. 38, 12번 C. p. 58, 18번-21번 p. 60, 23번	X표로 지점 나타내기 p. 86 겨냥도를 보고 여러 방향에서 본 모양 알기 p. 90
	6. 이차원 표현을 기초로 삼차원 물체 구성하기	C. p. 54, 12번	
Ⅲ 모델링, 비정형 문제해결, 비판적 분석과 일반화	7. 발달된 공간 기능을 사용하여 문제해결하기	A. p. 20, 12번, 13번 C. p. 60, 22번 D. p. 72, 7번, 8번 p. 80, 17번	주택 계획하기 p. 84 X표로 지점 나타내기 p. 86 겨냥도를 보고 여러 방향에서 본 모양 알기 p. 90 여러 방향에서보기 p. 94

평가는 교과서와 지도서 외에 별도로 제공하고 있는데, 이는 지도서에 제시된 단원평가 문항보다는 Jan de Lange의 평가틀을 조금 더 체계적으로 반영하여 다음과 같이 설계되었다. 앞에서 살펴본 피라미드 모형의 세 차원을 수학 내용, 난이도, 추론 수준으로 정하였고, 수학 내용은 수, 대수, 기하, 확률과 통계이며, 난이도는 쉬운 것에서 어려운 것, 추론의 수준은 수준 1, 수준 2, 수준 3으로 이를 요약하면 <표 Ⅲ-2>와 같다. 실제 단원평가의 구성은 한 문항이 항상 한 수준만을 다루는 것이 아니라 혼합되어 있는데, 이를 살펴보면 5개의 수준 1의 단답형이 포함되며, 이는 한 문항당 1점 또는 2점이 부여되며 시간은 10분 이내이고 5문항의 총점은 10점 정도이다. 그 다음은 맥락이 제시되는 1개 또는 2개의 단답형 또는 서술형의 문항이 주어지는데, 첫 번째 질문은 수준 1에 해당하는, 문제의 맥락에 대한 간단한 도입이고, 수준 1 또는 수준 2에 해당하는 1, 2개의 질문이 더 포함되고, 시간은 10분 이내이고 총점은 6점에서 8점 이내이다. 마지막으로 한 문항은 더 큰 문항으로 새로운 맥락이 제시되고 1개의 수준 1에 해당하는 질문, 2개 또는 3개의 수준 1과 수준 2에 해당하는 질문 그리고 적어도 1개의 수준 3에 해당하는 질문으로 이루어졌고, 시간은 10분 이내이고 총점은 10점 정도이다. 그러나 이러한 구성 요소는 하나의 안내지침이지 절대적인 기준은 아니다.

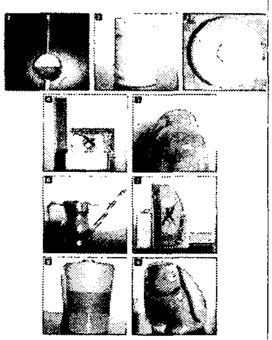
이에 따른 '다르게 보여요' 단원의 균형 있는 단원평가는 9개의 문항으로 이루어져 있으며, 수준 1문항은 5개, 수준 2문항은 3개, 수준 3문항은 2개로 구성된다. 2개의 문항은 선다형

<표 Ⅲ-2> MiC 교과서의 균형 있는 단원평가의 평가틀

	수준 1	수준 2	수준 3
추론 특징	사실과 정의에 대한 지식 테크닉 기능, 도구 사용 표준 알고리즘과 모델 사용	정보의 통합 상황에 맞는 도구와 모델의 선택 단원 내용을 기초로 다루어보지 않은 상황에서 문제해결	분석, 해석, 종합, 반성 자신의 전략과 모델의 개발 자신의 가정에 대한 서술과 수학적 추론
맥락 유형	수나 맥락을 가볍게 바꾼 단원에 있는 것과 유사한 맥락	단원 내용을 이용할 수 있지만 다루어보지 않은 맥락	새로운 수학적 모델을 개발·적용해야 하는 새로운 맥락
문항 유형	선다형, 완성형, 폐쇄형 단답형	개방형 단답형, 개방형 서술형	개방형 서술형
점수백분율	50%	35%	15%

1. 활동지 1에 그림들이 제시되어 있습니다. 일부 사진들은 같은 물건을 서로 다른 방향에서 찍은 것입니다. 다음 표에 같은 물건을 나타내는 사진들의 번호를 써 넣으세요.

사진 번호	같은 물건을 나타내는 사진 번호
3	8



이고 나머지는 개방형으로 이루어져 있으며, 다양한 맥락을 사용하고 있다. 이 중에서 각각 수준 1, 2, 3에 해당되는 1번과 5번, 6번, 9번 문항과 이에 대한 채점 기준 및 학생들의 반응과 피드백에 대해 살펴보고자 한다.

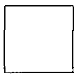
1번은 수준 1에 해당하는 단답형 문항으로 한 물체를 여러 방향에서 인식하고 삼차원 모양의 이차원 그림이나 사진에 대해 해석하며 교과서에서 다룬 내용을 맥락을 바꾸어 현실적 맥락에 간단하게 적용하는 능력을 측정하는 문항이다. 옳은 쌍이 3개, 2개, 1개, 0개 각각에 3점, 2점, 1점, 0점을 부여한다.

6번은 수준 2에 해당하는 2개의 개방형 서술형 문항으로 이루어진 복수 문항형으로 한 물체를 여러 방향에서 인식하고 발달된 공간기능을 사용하여 문제를 해결하는 능력을 측정하는 문항이다. (1)번은 현실적 맥락에서 전체 모양에 대해 알지 못하는 물체의 경우에는 뒤에서 본 모양만으로는 전체 모습을 알 수 없다는 것을 판단해야 하며, (2)번은 수학적 맥락에서 전체 모습을 알고 있는 경우에는 어느 한 방향에서 본 모양만으로 전체 모습을 알 수 있음을 판단하고 이에 대한 적절한 설명을 요구하는문항이다. 이 문항은 실제로 우리가 위, 앞, 옆에서 본 모양 등을 살펴보는 이유는 우리가 알고 있는 물체가 아니라 알지 못하는 물체를 파악하기 위한 한 가지 가능한 수학적 방법이라는 것을 인식하고 있는가를 질문하고 있다. (1)번에 대한 채점기준과 학생들의 반응을 코드화하면 <표 Ⅲ-3>과 같다[5].

6. 다음은 자동차를 뒤에서 본 모양입니다.

(1) 뒤에서 본 모양만 보고 자동차의 전체 모습을 말할 수 있을까요? 여러분의 생각을 설명해 보세요.

(2) 다음은 정육면체를 앞에서 본 모양입니다. 이 모양만으로 정육면체의 전체 모습을 말할 수 있을까요? 여러분의 생각을 설명해 보세요.



<표 Ⅲ-3> 6(1) 문항에 대한 코드

코드	반 응
	정 답
10	전체 모습을 말할 수 있다고 답하고, 앞모양이 어떻게 생겼는지에 대한 충분한 정보가 없다는 설명을 제시한 경우 예 1: 아니다. 자동차의 앞모습과 자동차의 형태를 자세하게 알 수 없기 때문 예 2: 다 알 수 없다. 앞부분이 오목하게 들어가거나 더 높을 수도 있기 때문 예 3: 말할 수 없다. 앞모습과 뒷모습이 똑같은 자동차는 없기 때문 예 4: 말할 수 없다. 그 이유는 앞의 모양, 오, 왼의 모습을 모르기 때문이다.
	오 답
00	설명을 하지 않고, 예, 아니오만 답한 경우
01	설명은 제시하였으나 옳지 않은 경우 예 1: 전체모습이라고 할 수 있다. 이유: 뒤에서도 형태를 정확히 알 수 있어서 예 2: 볼 수 있다고 생각한다. 이유: 뒤에서 보면 유리로 다 보인다고 생각한다.
	무 응 답
99	응답을 하지 않은 경우

5) MiC의 균형 있는 단원평가는 문항과 더불어 그 수준 및 채점기준과 한 두 가지의 예를 제시하고 있지만, 본 논문에서는 한편으로는 Ⅳ장의 논의를 위해서, 다른 한편으로는 채점기준을 명료하게 하고 학생들의 반응 유형을 좀더 알기 위해서 학생들의 반응을 코드화하여 제시하였다. 코드는 두 숫자 AB로 이루어졌는데, A는 점수를 B는 각 점수에 해당하는 학생 반응 유형을 나타낸다.

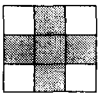
<표 Ⅲ-3>에서 보는 바와 같이 학생들의 반응은 다양할 수 있으며, 설명을 하지 못하거나 물체를 왜 여러 방향에서 보어야 하는지에 대한 본질적인 이유를 알지 못하는 학생들도 있을 수 있다. 이러한 경우에도 학생들의 반응에 대해 토론할 기회를 제공해서 서로 다양한 관점을 공유할 뿐만 아니라 오개념에 대한 수정의 기회를 제공하는 것이 필요하다.

8번은 수준 3에 해당하는 개방형 서술형으로 수학적 맥락에서 계획에 따라 모양 만들기, 동일한 물체를 여러 방향에서 본 모양을 서로 연결하기, 이차원 표현을 기초로 삼차원 물체 구성하기, 발달된 공간 기능을 사용하여 문제해결하기와 관련된 능력을 측정하는 문항이다.

학생들은 이와 같은 능력을 바탕으로 위에서 본 모양만으로는 전체 모습을 알 수 없다는 것을 인식하고 이에 대한 적절한 설명을 해야 한다.

<표 Ⅲ-4>에서 보는 바와 같이 학생들의 반응은 일반적으로 적용할 수 있는 설명에서부터 구체적인 예를 수나 그림을 사용한 설명까지 다양하며, 오개념을 가지고 있는 아이들도 약간 명 발견된다. 따라서 이 경우도 서로의 설명에 대해 같이 살펴볼 수 있는 기회를 가지고 오개념을 가진 아이들은 직접 만들어 보게 하는 등의 활동을 통해 수정해 나가도록 할 필요가 있다.

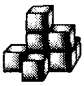
8. 다음은 건물 모양을 위에서 본 모양입니다.



향미: 나는 이 건물은 옆에서 본 모양 네 개가 모두 같다는 것을 확실히 알 수 있어.
진승: 꼭 그렇지는 않아.

위의 두 사람의 말 중 누가 옳은가요? 왜 그렇게 생각하는지 설명해 보세요.

<표 Ⅲ-4> 8번 문항에 대한 코드

코드	반 응
	정 답
20	진승이의 말이 옳다고 답하고, 옳은 설명을 제시한 경우 예 1: 위에서 본 모습으로 보면 다 같아 보이기는 하지만 층수가 다를 수 있기 때문이다. 만약 층수가 같다면 향미의 말이 옳지만 층수가 쓰여 있지도 않고, 층수가 각각 다르면 옆에서 본 모양 네 개가 각각 다를 수 있기 때문이다. 예 2: 진승이의 말이 옳다. 향미는 건물은 옆에서 본 모양이 네 개가 같다고 했지만 위에서 본 모양은 건물의 윗부분만 나오기 때문에 어느 쪽이 8층이라면 또 다른 곳은 다르게 12층이라도 윗부분은 같기 때문에 향미의 말이 틀리다. 예 3. 나는 진승이의 말이 옳은 것 같다. 예를 들어  이런 모양이거나  이런 모양일 수도 있기 때문이다. 그래서 향미의 말처럼 옆에서 본 모양이 네 개가 모두 같다는 것은 확신할 수 없다.
	부 분 정 답
10	진승이의 말이 옳다고 답하고 설명은 제시하였으나 설명이 다소 부족한 경우 예 1: 진승의 말이 옳은 것 같다. 이유는 옆 건물이 길 수도 작을 수도 있고 한 쪽으로만 길게 뻗었을 수도 있기 때문이다. 예 2: 진승. 왜냐하면 위로 봐도 옆으로 봐도 앞으로 봐도 다르기 때문이다.
11	진승이의 말이 옳다고 답하였으나 설명을 제시하지 않은 경우
	오 답
00	향미의 말이 옳다고 답한 경우 예 1: 향미의 말이 옳은 것 같다. 옆모양이 위에서 본 모양이랑 다르다면 위에 모양이 십자가처럼 나올 수 없을 것이다. 옆에서 본 모양이 4개가 같지 않으면 위에서 본 모양이 십자가가 되지 않을 것이기 때문이다. 예 2: 향미의 말이 맞다고 생각한다. 이유: 옆에서 저 건물을 보면 모두 직사각형(□□□)처럼 보이기 때문
	무 응 답
99	응답을 하지 않은 경우

Ⅳ. 우리나라 수학 학습 평가를 위한 방향 제안

지금까지 살펴본 바와 같이 Jan de Lange의 평가틀은 PISA등과 같은 국제수준이나 국가수준의 수학 학습 평가틀이 될 뿐만 아니라 학급 수준의 수학 학습 평가에도 일관적으로 적용될 수 있다.

우리나라의 경우는 1998년 국가수준 교육성취도 평가의 기본틀을 마련하면서 계속 평가틀을 개선해 오고 있는데, 이러한 노력이 좀더 효율적으로 우리나라 학생들의 수학적 소양을 측정할 수 있도록 우리나라 수학 학습 평가를 위한 방향을 제안하고자 한다.

1. 국가수준의 수학 학습 평가틀의 구체화

국가수준의 수학 학습 평가틀을 구체화하기 위해 우선적으로 해야 할 일은 우리나라 교육과정에서 제시하고 있는 수학교육의 목표와 더불어 학생들이 갖추어야 하는 수학적 소양이 구체적으로 어떤 수학적 능력을 필요로 하는지를 구체화하는 것이다. 제 7차 교육과정은 그 개정 방향에서 수학적 힘 또는 수학적 소양을 목표로 추구하였으며, 이는 교과서를 집필하는 과정에도 반영되었으리라는 것은 주지의 사실이다. 그러나 앞에서도 언급하였듯이 이러한 내용이 구체적으로 교육과정에 반영되어 있지 않다.

실제로 교육과정(교육부, 1997)을 살펴보면, 평가기준을 상, 중, 하의 세 수준으로 제시하고 있는데, 상 수준에는 최종적으로 도달해야 할 학습 목표와 관련된 내용, 통합적이거나 일반화시킬 수 있는 내용, 다른 영역과 복합된 내용, 수학적으로 큰 가치와 유용성을 지니는 내용, 중 수준에는 기본적으로 도달하여야 할 내용, 기본 개념, 원리, 법칙, 성질을 이해하는 정도의 내용과 이를 이용하여 해결할 수 있는 내용, 하 수준에는 최소한으로 도달하여야 할 학습목표에 해당되는 내용, 단순한 수학적 지식을 알 수 있는 정도의 내용과 이를 이용할 수 있는 정도의 내용으로 제시되어 있다.

한편, 2002년도에 교육성취도 평가(이봉주 외, 2003)를 살펴보면 수학 내용을 수와 연산, 도형, 측정, 확률과 통계, 문자와 식, 규칙성과 함수 영역으로 구분하고, 성취기준은 '교과교육의 목표에 비추어 학생들이 알아야 할 것과 할 수 있는 것의 범위와 깊이를 구체적으로 제시한 것', 평가기준은 '개별 학생들이 이를 어느 정도 성취하였는지를 판단하는 준거'로 정의하면서, 교육성취도 평가에서 사용한 수학과 초등학교, 중학교, 고등학교 각각에 대한 성취기준과 평가기준을 제시하였는데 한 가지 예로 초등학교 도형 영역의 한 가지의 성취기준과 평가기준을 살펴보면 <표 Ⅳ-1>과 같다(이봉주 외, 2003).

Jan de Lange의 피라미드 요소를 고려해 본다면 교육과정에 제시된 평가기준은 이해 수준

<표 Ⅳ-1> 도형 영역의 성취기준과 평가기준의 예

평가영역	성취기준		평가기준
도 형	주어진 모양을 보고 쌓기나무로 만들 수 있다.	상	위, 앞, 옆에서 본 그림을 보고 쌓기나무로 입체모양을 만들 수 있다.
		중	쌓기나무로 만든 모양을 보고 규칙성을 찾아 쌓기나무의 개수를 구할 수 있다.
		하	이미 만들어진 모양과 동일한 모양을 쌓기나무로 만들 수 있다.

에서 수준 1에 치우쳐 있으며, 수준 2와 수준 3에 관련된 내용은 그다지 많지 않다고 할 수 있으며, 수학성취도 평가에서 제시한 성취기준과 평가기준 또한 수학적 능력과 이해 수준을 구체적으로 드러내지 못한다. 그러나 실제로 수학 평가 문항 개발 방향을 보면 문항은 단순한 기억력이나 암기력보다는 이해 또는 사고력을 요구하고, 학생들이 여러 가지 수학 외적 현상을 수학적인 안목에서 얼마나 파악할 수 있는지 또는 이미 알고 있는 수학적 지식을 사용하여 수학 내적·외적 문제를 해결할 수 있는지를 평가하도록 비정형적인 참신한 소재를 도입하도록 하고 있다(이봉주 외, 2003). 이러한 문항 개발 방향을 고려한다면 앞에서 이야기한 수학적 소양이라는 공통된 목표를 고려하고 있음을 알 수 있다.

따라서 국가수준의 수학 학습 평가틀에는 수학적 소양과 관련된 학생들의 수학적 능력이 무엇인지를 좀더 구체적으로 제시해야 하며, 이를 몇 개의 수준으로 조직하고 이에 따라 학생들의 이해 수준을 평가하기 위한 평가기준이 마련되어야 하며, 우리나라의 특색을 살리되 가능한 한 국제평가의 틀과도 어느 정도는 일치하는 것이 바람직할 것이다. 이는 우리나라의 학생들이 국제평가에 참여하는 현실을 고려할 때 불가능한 일도 아니고 오히려 앞으로의 경쟁력을 위해서는 필요한 일일뿐만 아니라 이러한 평가틀이 일치할 때 학생들의 능력을 측정하는 일이 좀더 일관적이고 효율적으로 이루어질 수 있을 것이다. 앞에서 살펴보았듯이 RME의 평가틀을 NCTM 규준에 맞추어 적용하고 있다는 것을 고려할 때, 세계적으로 공통되는 부분을 포함하여 우리나라의 독특한 실정을 고려한 수학 학습 평가틀을 개발하는데 Jan de Lange의 수학 학습 평가틀이 좋은 모델이 될 수 있을 것이다.

2. 국가수준과 학급수준의 수학 학습 평가틀의 일관성 추구

우리나라에서는 제 7차 교육과정 시행과 더불어 이에 대한 개선을 위해 수학 학습 평가틀의 개발과 더불어 국가수준의 수학 학습 평가를 계속하고 있다. 그러나 이는 국가수준에서 머물 것이 아니라 학급수준에서도 계속 일관적으로 이루어져야 하며, 이러한 자료를 집적하여 학생들의 수학에 대한 전체적인 수준을 성글게라도 볼 수 있는 척도를 만들어가야 한다.

이를 위해서는 앞에서 제시한 우리의 현실에 맞는 수학적 소양과 이에 따른 수학적 능력을 추출하고 몇 개의 이해 수준을 정하고, 평가기준의 수준구분에 대한 상세화와 더불어 이러한 변화가 실제 학급에서의 평가에 변화를 가져올 수 있도록 국가수준의 수학 학습 평가틀과 일관적인 학급수준의 수학 학습 평가틀을 제공해야 한다. 이러한 평가틀에는 앞에서 Jan de Lange의 수학 학습 평가틀이나 이를 미국의 NCTM이 제시한 규준에 맞게 적용한 MiC의 평가틀에서 볼 수 있듯이 이해 수준, 맥락, 내용영역, 난이도, 평가 문항의 유형 등을 적절히 고려한 비율이 포함되는 것도 바람직하다. 예를 들면, 이해 수준을 상, 중, 하로 구분한다면, 상 수준에 해당하는 문제는 새로운 맥락 상황에서 수학적 사고와 추론 및 일반화에 관련되며 복수형 문항을 위주로 구성하고, 중 수준에 해당하는 문제는 비정형적인 문제에서 여러 가지 방법과 전략을 선택하며 자신의 추론 과정을 설명할 수 있는 서술형 문항을 위주로 구성하며, 하 수준은 교과서에서 다룬 유사한 맥락에서 기본 지식과 기능을 바탕으로 해결할 수 있는 선다형이나 단답형 문항으로 구성하며, 그 구성 비율은 상 15%, 중 30%, 하 55% 아니면 상 15%, 중 35%, 하 50%로 하고 70% 또는

60%이상은 기초학력 이상의 수준에 도달하는 것으로 하는 틀을 제공할 수 있다.

이러한 틀을 바탕으로 다양한 이해 수준과 문항 유형을 고려하여 수업 중에 평가할 수 있는 비공식적 평가를 위한 평가문항이 교과서나 지도서에 제시되어야 할 뿐만 아니라 국가에서는 공식적 평가를 위한 단원평가, 학기말평가 등 좀더 다양한 평가 문항을 제공해주어야 한다. 이와 더불어 문항에 대한 분석, 특히 앞에서 살펴보았듯이 코드화와 같은 것 등을 통해 학생들의 반응에 대한 자세한 정보를 줄 필요가 있다. 교사들은 이러한 자료를 채점 기준으로 반영할 수 있을 뿐만 아니라 학생들의 전체적인 수준과 유형을 미리 파악하고 수업에서 이러한 수준을 반영함으로써 수업을 개선할 수 있을 것이다. 더 나아가서는 교사들은 이러한 모델을 바탕으로 가르치는 학생들에게 적절한 맥락 등을 찾는 등 스스로 문제들을 틀에 맞게 개발할 수 있도록 해야 한다. 그 결과로 학생들의 반응에 대한 자료들이 쌓인다면 그것이 우리나라 학생들의 전체적인 수학적 성장에 대한 밑그림을 제시해줄 수 있을 것이며, 이는 또한 학생들의 학습 경로에 대한 기초적인 자료를 제공해 주며 학생들의 평가를 위한 적절한 척도가 마련될 수 있다고 생각한다.

그러나 근본적으로 추후에 제시된 평가틀에 따라 수학 학습 평가가 일관적으로 이루어지기 위해서는 교과서나 지도서 체제가 지금과는 다른 형태로 바뀌어야 하지만, 현행 교육과정과 교과서 체제 하에서 차선책을 택한다면 수업 중에는 현행 교과서에 제시된 대로 진행하더라도 단원평가나 학기말 평가 등에서는 어느 정도는 제시된 수학 학습 평가틀에 맞추어 진행할 수 있도록 후속적으로 계속 평가 문항을 제공해야 하며, 이는 교과서와 동떨어져 있다기보다는 교과서 개발 시에 충분히 고려하지 못한 부분을 보완하는 방향으로 이루어져야 할 것이다. 잘 알고 있는 바와 같이 NCTM에서 수학교육의 목표로 수학적 소양을 표방한 후에 평가규준이 제시되고 평가개선을 위한 노력을 기울였으며, 본 논문에서 살펴본 MiC 교과서의 경우도 평가에 대한 후속적인 개선 노력을 계속 기울이고 있음을 볼 때, 우리나라의 경우도 우리가 추구하는 수학교육의 목표에 맞추어 수학 학습 평가에 대한 노력은 계속되어야 한다고 생각한다.

실제로 이와 관련하여 우리나라에서도 초등학교의 경우에는 교육관련 사이트에 각 단원별로 상, 중, 하의 난이도 구분과 더불어 선다형, 서술형, 면담 등의 평가 문항들이 제시되어 있지만, 전체적인 틀에 의해 구성된 문항이 아닐 뿐 아니라 교과서에서 '생활에서 알아보기'를 통해 강조하고 있는 문제의 맥락이나 '왜 그렇게 생각했습니까?'를 통해 강조하고 있는 의사소통이 거의 반영되어 있지 않았기 때문에, 이보다는 좀더 체계적으로 수학적 소양을 측정할 수 있도록 노력을 기울여야 하며, 구체적으로 평가틀에 맞추어 단원평가 문항이나 학기말 평가문항을 몇 개의 세트로 제공하고, 이러한 예시를 따라 교사들이 적절하게 개발할 수 있도록 하여야 한다.

이러한 노력의 결과 학생들의 수학적 소양과 관련된 충분한 정보를 얻는다면, 필요하다고 판단되는 경우에 이를 바탕으로 앞으로의 교육과정에 대한 개정 방향을 생각해 볼 수 있으며, 교과서 체제도 본 논문에서 살펴본 것을 하나의 모델로 삼아 수학 수업과 수학 학습 평가가 국가수준이나 학급수준에서 더 일관적으로 이루어질 수 있도록 개정할 수 있을 것이다.

3. 교사와 예비교사의 수학 학습 평가 능력 신장

교사의 수학 학습 평가 능력은 교사의 전문성을 더욱 강조하고 있는 최근의 교육 상황에 비추어 볼 때 가장 중요한 요소 중 하나라 할 수 있다. 실제로 교사의 전문성은 의사들이 임상결과를 바탕으로 환자의 병을 진단하고 처방하듯이, 교사들도 학생들의 반응에 의해 알 수 있는 이해 수준을 기초로 적절한 처치를 해야 하지만, 학생들의 반응에 대한 자료는 수준별로 체계화되어 있지 않고 개인 교사의 경험에 묻혀있을 뿐이다. 이러한 자료를 체계화하기 위한 하나의 방안은 수학 학습 평가를 통해 학생들의 다양한 이해 수준과 오류에 대한 정보를 가지고 수업을 준비하고 학생들에게 적절한 처방을 하는 것이다. 이와 관련하여 교사들은 학생의 수준에 맞는 문항선정, 문항개발, 결과해석을 포함한 평가에 대한 전문적인 자질을 갖추어야 한다. 이는 기존의 평가 문항을 해석하는 초보적인 능력에서 평가 문항을 개발하고 학생들의 반응을 해석할 수 있는 전문적인 능력에 이르기까지 다양할 수 있다.

이러한 수학 학습 평가 능력을 기르기 위해서는 적절한 교육이 필요한데, 가장 먼저 쉽게 할 수 있는 것은 우선은 구체적인 문항에 대한 예와 더불어 전체적인 수학 학습 평가틀에 대해 개관하기, 기존의 수학 학습 평가문항과 평가기준을 분석하면서 이러한 문항들이 어떤 이해 수준을 측정하기 위한 문항으로 적절한지 판단하기, 적절하지 않다면 어떤 방식으로 수정하는 것이 가능한지 등을 생각하기, 학생들에게 이러한 문항들을 실행해서 그 결과를 해석하기, 이 과정에서 수학적 소양에 관련해서 문항 유형에 따라 학생들에 대해 얻을 수 있는 정보가 어떻게 다른지 이해하기, 우리나라 교과서에서 초등학교에서는 생활에서 알아보기나 중등학교의 탐구활동이나 응용문제 형태에서 제시되는 맥락은 앞에서 언급한 맥락 유형 중에 어디에 해당하는 것인지 파악하기, 맥락의 유형에 따라 학생들의 반응은 어떻게 달라지는지 파악하기, 학생들에게 적절한 맥락을 선택하기, 학생들에게 어떤 피드백을 줄 것인지 생각하기, 마지막으로는 실제로 어떤 주제에 대한 이해 수준을 파악하기 위한 문항을 개발하고 평가기준을 정하고 이를 실행하여 학생들의 반응을 분석하고 좀더 적절한 문항으로 수정하기 등을 고려해 볼 수 있다. 이와 같은 교사의 평가 능력 신장을 위해서는 이론적인 평가틀에 대한 개관뿐만 아니라 위에서 언급한 내용들을 구체적으로 다룰 수 있는 연수 체제와 예비교사 교육 체제가 필요하다.

지금까지 Jan de Lange의 수학 학습 평가틀에 대한 개관과 더불어 이를 적용한 MiC 교과서에 대한 수학 학습 평가틀에 대해 살펴보고, 이러한 모델이 될 수 있는 틀에 비추어 우리나라의 수학 학습 평가에 대한 평가틀의 개선과 더불어 국가수준의 수학 학습 평가와 학급수준의 수학 학습 평가가 일관적으로 이루어지기 위한 몇 가지 방향을 제시하였다. 그러나 우리가 하나의 모델로 삼을 수 있는 평가틀은 이외에도 여러 가지 있을 수 있으며, 본 논문에서 살펴본 내용은 주로 인지적 영역이 대부분을 차지하지만 정의적 영역에 대한 부분도 함께 고려하여, 앞으로 우리나라 학생들의 전반적인 수학적 소양을 평가하기 위한 노력을 계속해 나가야 할 것이다. 그 결과 학생들에 대한 수학적 소양에 대한 전체적인 그림이 점점 더 상세해져야 하고, 이를 바탕으로 하는 학생들의 학습 경로에 대한 밑그림도 가능할 것이며, 더 나아가서는 수학교육 개선을 위한 종합적인 판단이 가능할 것이다.

참고문헌

교육부(1997). **수학과 교육과정**. 서울: 대한 교과서 주식회사.

국립교육평가원(1997). **수학교육과정 국제비교 연구-TIMSS보고서-**. 서울: 국립교육평가원.

Britannica(2003). **다르게 보여요**.(나온교육연구소, 역) 서울: 도서출판 나온. (영어원작은 1997년 출판)

노국향 외(2000). **2000년 OECD 학업성취도 국제비교연구-읽기 수학 과학 영역을 중심으로-**. 서울: 한국교육과정평가원.

이봉주 외(2003). **2002년 국가수준 교육성취도 평가 연구-수학-**. 서울: 한국교육과정평가원.

채선희 외(2003). **2003년도 OECD 학업성취도 국제비교연구-PISA 2003 본 검사 시행-**. 서울: 한국교육과정평가원.

Britannica(1997). *Side seeing teacher guide.* Chicago: Encyclopedia Britannica Educational Corporation.

De Lange, J. (1987). *Mathematics, insight and meaning. Utrecht*: OW&OC.

________(1991). Higher order (Un)- teaching, *Proceedings of the third UCSMP international conference on mathematics education. : Developments in school mathematics education around the world, 3,* 49-71.

________(1995). Assessment: no change without problems. In T. A. Romberg, (Ed.), *Reform in school mathematics and Authentic Assessment* (pp. 87-172). Albany: State University of New York.

________(1999). *Framework for classroom assessment in mathematics.* Utrecht: Freudenthal Institute & National Center for Improving Student Learning and Achievement in Mathematics and Science.

________(2003). *The great assessment picture book.* http://www.fi.uu.nl/catch/products/GAP_book/intro.html.

De Lange, J. & Kindt, M. (1984). The hewet project. *Zeitschrift für Didaktik der Mathematik, 2,* 74-78.

De Lange, J., & Verhage, H. B. (1987). Math A and its achievement testing. *Proceedings of the 11th International Conference for the Psychology of Mathematics Education, 3,* 243-248.

Freudenthal, H. (1973). *Mathematics as an educational task.* Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.

Meyer, M., Dekker, T., & Querelle, N. (2001). Context in mathematics curricular. *Mathematics Teaching in the Middle School, 6*(9), 522-527.

National Council of Teachers of Mathematics(1989). *Curriculum and evaluation standards for school mathematics.* Reston: National Council of Teachers of Mathematics, Inc.

________(2000). *Principles and standards for school mathematics.* Reston: National Council of Teachers of Mathematics, Inc.

Van den Heuvel-Panhuizen, M. (1990). Realistic arithmetic/mathematics instruction and tests. In K., Gravemeijer, van den Heuvel-Panhuizen, & L. streefland, (Eds.), *Contexts free productions tests and geometry in realistic mathematics education* (pp. 53-

78). Culemborg: Techinipress.

________(1994). Improvement of didactical assessment by improvement of problems: An attempt with respect to percentage. *Educational Studies in Mathematics, 27,* 341-372.

________(1996). *Assessment and realistic mathematics and education.* Culemborg: Technipress.

________(2004). *The context matters: The role of contexts in assessment problems in mathematics.* Paper presented at NCTM Research Presession. Philadelphia. National Council of Teachers of Mathematics.

Van den Heuvel-Panhuizen, M., & Gravemeijer, K. P. E. (1991). Tests are not all bad-An attempt to change the appearance of written tests in mathematics instruction at primary school level. In L. Streefland, (Ed.), *Realistic mathematics education in primary school* (pp. 139-155). Culemborg: Techinipress.

Reflections on Framework for Mathematics Assessment in Realistic Mathematics Education -Focusing on Jan de Lange's Framework-

Chong, Yeong Ok (Chinju National University of Education)

Recently, there have been many assessment researches in Korea. The aim of this study is to reflect on framework for mathematics assessment in RME which is based on Jan de Lange's assessment theory and to induce desirable directions for our mathematics assessment in nation-level and class-level.

In order to attain these purposes, the present paper reflects the philosophy of RME, Jan de Lange's framework for mathematics assessment, assessment framework of the unit 'Side Seeing', one of Mathematics in Context textbook series, as an exemplar to which Jan de Lange's framework is applied.

Based on these reflections, it is discussed that it needs to specify achievement standards presented in mathematics curriculum more particularly in order to have framework including mathematical abilities of level 2 and level 3 in Jan de Lange's framework appropriate to our situations, to apply the framework to nation-level and class-level consistently, and to enhance abilities of teachers and student teachers for mathematics assessment.

* **Key words**: Jan de Lange's pyramid model(피라미드 모델), Jan de Lange's assessment framework(수학 학습 평가틀), context(맥락), feedback(피드백), assessment methods(평가 유형)

논문접수 : 2004. 10. 7
심사완료 : 2004. 10. 22