

# 시공간블록부호화를 적용한 공간다중화 시스템 수신기 : 복잡도 감소 방안

정회원 황 현 철\*, 신 승 훈\*\*, 준회원 이 철 진\*\*\*, 정회원 박 경 섭\*\*\*\*

## Receivers for Spatially Multiplexed Space-Time Block Coded Systems : Reduced Complexity

Hyeon Chyeol Hwang\*, Seung Hoon Shin\*\*, *Regular Members*

Cheol Jin Lee\*\*\*, *Associate Member* Kyung Sup Kwak\*\*\*\* *Regular Members*

### 요 약

본 논문에서는 Alamouti의 시공간블록부호화를 적용한 다중화 시스템에서 선형 검출기 (zero forcing 또는 minimum mean square error)의 특성을 유도하고 이를 이용하여 수신기의 복잡도를 줄일 수 있는 방안을 제시한다. MMSE 검출기를 적응형으로 설계할 경우 계산해야 하는 가중치 벡터들의 수는 공간 다중화하여 전송한 심볼들의 수만큼 필요하지만 유도한 특성을 이용하면 STBC블록들의 수로 줄어든다. 적응형 알고리즘으로 RLS 알고리즘을 적용해 보았고 복잡도를 50%이상 줄일 수 있었다. 또한 V-Blast 검출방법의 복잡도를 줄이기 위해 제안된 정렬QR분해 검출기를 본 시스템에 적용할 때 동일한 특성이 유니타리 행렬 Q와 상위삼각행렬 R에 나타나는 것을 확인하였고, 이 경우에도 성능의 저하 없이 복잡도를 50%까지 줄일 수 있었다.

Key Words : spatial multiplexing, space-time block coding, adaptive receiver, QR decomposition.

### ABSTRACT

In this paper, we derive some properties of linear detectors (zero forcing or minimum mean square error) at spatial multiplexing systems with alamouti's space-time block code. Based on the derived properties, this paper proposes low-complexity receivers. Implementing MMSE detector adaptively, the number of weight vectors to be calculated and updated is greatly reduced with the derived properties compared to the conventional methods. In the case of recursive least square algorithm, with the proposed approach computational complexity is reduced to less than the half. We also identify that sorted QR decomposition detector, which reduces the complexity of V-Blast detector, has the same properties for unitary matrix Q and upper triangular matrix R. A complexity reduction of about 50%, for sorted QR decomposition detector, can be achieved by using those properties without the loss of performance.

### I. 서 론

다중안테나 (MIMO : Multiple Input Multiple

Output) 시스템은 무선품질, 용량, 신뢰성을 모두 향상시킬 수 있는 기술로서 차세대 무선 시스템으로 현재 많은 연구가 진행 중이다. MIMO 채널을

\* 인하대학교 전자공학과 통신공학연구소 (solbaram@paran.com), \*\* 인하대학교 UWB-ITRC (achic@korea.com), \*\*\* 인하대학교 정보통신공학과 통신공학연구소 (ttlcj@nate.com), \*\*\*\* 인하대학교 정보통신대학원 (kswak@inha.ac.kr) 논문번호 : KICS2004-09-191, 접수일자 : 2004년 9월 9일 ※본 연구는 한국과학재단 목적기초연구(R01-2003-000-10685-0(2004))지원으로 수행되었음.

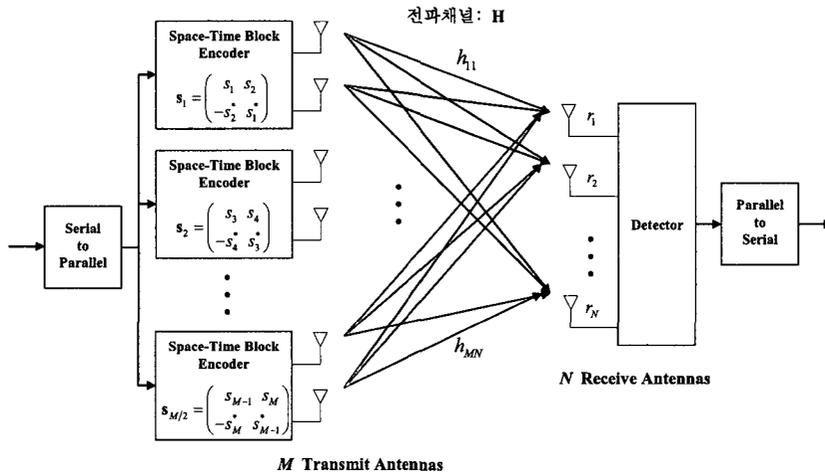


그림 1. 시스템 구성도

활용하는 방법은 크게 다이버서티와 다중화 기법으로 구분할 수 있다. MIMO 다이버서티는 다중안테나 페이딩 채널에서 다이버서티 이득 즉 무선 신뢰성을 최대화하도록 정보를 전송안테나에 적절하게 분산시켜 전송하는 방식이다<sup>1,2)</sup>. 반면에 공간 다중화 방식은 입력 정보들을 다중 스트림으로 분할하고 각 스트림들을 다른 전송안테나로 전송하여 전송효율을 최대화하는 방식이다<sup>3)</sup>. 실제 무선 시스템은 무선전송율과 신뢰성에서 상호결충이 존재하고 무선전송율과 신뢰성을 주어진 수준으로 동시에 제공하기 위하여 다중화 방식과 다이버서티 방식을 결합한 방식이 [4, 5, 6]에서 제안되었다. 이 방식들은 Alamouti가 제안한 STBC (Space-Time Block Coding) 방식을 공간 다중화에 적용하여 전송효율을 줄이는 대신 다이버서티 차수를 높인다. 이후 이러한 시스템을 MSTBC (Multiplexed STBC) 시스템이라고 명명한다. 기지국 또는 AP (Access Point) 들은 수신 다이버서티를 위해 다중의 수신안테나를 사용한 것과 마찬가지로 송신 다이버서티를 위해 다중의 송신안테나를 사용할 수 있지만 단말은 크기 제약으로 많은 수의 안테나를 장착할 수 없다. 이런 환경에서 MSTBC 시스템은 전송안테나가 \$M\$ 개일 때 단말에서 \$M/2\$개 안테나만으로 다중화된 심볼을 검출할 수 있는 장점이 있다.

본 논문에서는 MSTBC 시스템에서 선형 검출기 (ZF 또는 MMSE)의 특성을 유도하고 이를 바탕으로 복잡도(complexity)을 감소할 수 있는 방안을 제시한다. STBC 블록내의 두 심볼은 선형 검출기 출력에서 동일한 SNR을 나타내고 한 심볼을 복호하

는 가중치 벡터로부터 다른 가중치 벡터를 쉽게 유도할 수 있다는 것을 증명한다. 이러한 특성을 이용하면 MMSE 검출기를 적응형으로 설계할 경우 공간 다중화한 심볼들마다 가중치벡터를 갱신할 필요가 없고 STBC 블록마다 가중치 벡터를 계산하면 된다. 적응형 알고리즘으로 RLS를 적용하였고 이 경우 복잡도를 50%이상 줄일 수 있었다. 또한 V-Blast의 복잡도를 줄이기 위해 [7]에서 제안한 정렬QR분해 (Sorted QR Decomposition) 검출기를 MSTBC 시스템에 적용하고 QR분해과정에서 비슷한 특성들이 유니타리 행렬 \$Q\$와 상위삼각행렬 \$R\$에 나타나는 것을 확인하였다. 이 특성을 이용해 정렬 QR분해 검출기를 그대로 적용할 때와 동일한 성능으로 복잡도를 50%까지 줄일 수 있었다.

본 논문의 구성은 II장에서 시스템 모델을 정의하고 III장에서 선형검출기를 간략히 설명하며 MSTBC 시스템에 적용할 경우 나타나는 특성을 열거하고 증명한다. 또한 RLS (Recursive Least Square)알고리즘에 그 특성을 적용할 때 복잡도를 줄일 수 있음을 보인다. IV장에서 정렬QR분해 검출기를 MSTBC 시스템에 적용할 경우에 나타나는 특성을 보인다. V장에서 모의 실험을 통해 제시한 특성을 검증하고 마지막으로 VI장에서 결론을 맺는다.

## II. 시스템 모델

송수신단에 각각 \$M\$개의 전송안테나와 \$N\$개의 수신안테나가 설치되어 있고 Alamouti의 STBC를 적용한 공간 다중화 시스템 (Spatially Multiplexed

System)을 고려한다. 무선 채널은 준정상 평탄 페이딩 (quasi-static flat fading)이며 수신단에서는 이것을 채널추정을 통해 완벽히 알 수 있다고 가정한다. 그림 1에 나타낸 MSTBC 시스템에 대해 간략히 설명하면 다음과 같다. 단위 에너지를 갖는 성상 (constellation)에서  $M$ 개의 입력 심볼들 ( $s_1, \dots, s_M$ )이  $M/2$ 개의 STBC블록 ( $S_1, \dots, S_{M/2}$ )을 형성하고 각 블록들은 두 심볼 시간 동안 2개의 안테나를 통해 전송된다.

채널은  $N \times M$  채널행렬  $\mathbf{H}$ 로 나타낼 수 있으며 이 때  $m$ 번째 전송안테나와  $n$ 번째 수신안테나사이의 채널 계수  $h_{nm}$ 은 복소 가우시안 랜덤 변수,  $h_{nm} \sim CN(0,1)$ 로 가정한다. 간략하게  $\mathbf{H}$ 를  $M$ 개의 전송 벡터  $\mathbf{H}=[\mathbf{h}_1 \ \mathbf{h}_2 \ \dots \ \mathbf{h}_M]$ 로 표기할 수 있다. 두 심볼시간동안 수신한 신호 행렬은

$$\mathbf{r} = \sqrt{E_s/M} \mathbf{H} \mathbf{s} + \mathbf{n} = [\mathbf{r}_1 \ \mathbf{r}_2] \quad (1)$$

이 되며 여기서  $\mathbf{r}$ 과  $\mathbf{n}$ 은  $N \times 2$  크기의 행렬이며, STBC 블록의 집합  $\mathbf{S}$ 는

$$\mathbf{S} = \begin{bmatrix} s_1 & s_2 & \dots & s_{M-1} & s_M \\ -s_2^* & s_1^* & \dots & -s_M^* & s_{M-1}^* \end{bmatrix}^T = [s_1 \ s_2 \ \dots \ s_{M/2}]^T \quad (2)$$

이 된다. 여기서  $(\cdot)^T$ 는 전치행렬 (Transpose)을,  $(\cdot)^*$ 은 복소 공액 (Complex Conjugate)를 각각 나타낸다.

식 (1)에서 한 심볼시간 동안  $M$ 개의 전송안테나에서 사용하는 최대 총전력을  $E_s$ 로 규정하기 위해 계수  $\sqrt{E_s/M}$ 로 정규화한다. 잡음 벡터  $\mathbf{n}$ 의 성분들은 서로 독립이고 동일한 가우스분포를 갖는 랜덤변수이다;  $\mathbf{n} \sim CN(0, \sigma_n^2)$ . 식 (1)의  $\mathbf{r}$ 은 다음과 같이 벡터화하여

$$\bar{\mathbf{r}} = [\mathbf{r}_1^T \ \mathbf{r}_2^T]^T = \sqrt{E_s/M} \bar{\mathbf{H}} \mathbf{s} + \bar{\mathbf{n}} \quad (3)$$

로 표현할 수 있으며  $\bar{\mathbf{r}}$ 의 크기는  $2N \times 1$ , 잡음 벡터  $\bar{\mathbf{n}}$ 의 크기도  $2N \times 1$ 이고  $\mathbf{s} = [s_1 \ s_2 \ \dots \ s_{M-1} \ s_M]^T$ 은 전송 심볼벡터이다. 여기서  $(\cdot)^H$ 은 Hermitian 행렬을 나타낸다.  $\bar{\mathbf{n}}$ 의 성분도  $\mathbf{n}$ 과 마찬가지로 서로 독립이고 동일한 가우스분포를 갖는 랜덤변수,  $\bar{\mathbf{n}} \sim CN(0, \sigma_n^2)$ ,이며 변형된 등가 채널 행렬  $\bar{\mathbf{H}}$ 는

$$\bar{\mathbf{H}} = \begin{bmatrix} h_1 & h_2 & \dots & h_{M-1} & h_M \\ h_2^* - h_1^* & \dots & h_M^* - h_{M-1}^* \end{bmatrix} = [\bar{h}_1 \ \bar{h}_2 \ \dots \ \bar{h}_M] \quad (4)$$

가 된다.

### III. 선형 검출기

#### 1. ZF 검출기

수신 신호로부터 전송 심볼을 검출하기 위한 ZF 필터는

$$\mathbf{G}_{ZF} = \sqrt{M/E_s} \bar{\mathbf{H}}^\dagger \quad (5)$$

로 구해지며<sup>[12]</sup>, 여기서  $(\cdot)^\dagger$ 은 pseudoinverse를 나타내고  $\mathbf{G}_{ZF}$ 는  $M \times 2N$  행렬로써 단순히 채널을 역 변환하여 심볼간 간섭을 제거한다. ZF 검출기의 출력 결정변수 (Decision Variable)은

$$\mathbf{z} = \mathbf{G}_{ZF} \bar{\mathbf{r}} = \mathbf{s} + \sqrt{M/E_s} \bar{\mathbf{H}}^\dagger \bar{\mathbf{n}} \quad (6)$$

이 되는데, 여기서  $N \geq M/2$ 이면  $\bar{\mathbf{H}}$ 는  $M$ 개의 랭크를 갖는다. 검출기 출력에서  $k$ 번째 심볼에 대한 SNR (신호대잡음비)는

$$SNR_k^{ZF} = \frac{\rho}{M[(\bar{\mathbf{H}}^H \bar{\mathbf{H}})^{-1}]_{k,k}} \quad (7)$$

로 유도할 수 있다<sup>[12]</sup>. 여기서  $(\cdot)_{i,j}$ 는 행렬의  $i$ 번째 행,  $j$ 번째 열의 성분을 나타내며,  $\rho = E_s/\sigma_n^2$ 는 수신안테나마다의 신호대잡음비를 나타낸다.

#### 2. MMSE 검출기

ZF 검출기는 심볼간 간섭을 제거하기 위해 잡음을 증폭하는 단점이 있다<sup>[12]</sup>. MMSE 검출기는 잡음 증폭을 줄이고 심볼간 간섭을 적절히 제거하여 전체 오류를 최소화한다. 평균제곱오류를 최소화하는 MMSE 필터는

$$\mathbf{G}_{MMSE} = \arg \min_{\mathbf{G}} E\{\|\mathbf{G}\bar{\mathbf{r}} - \mathbf{s}\|_F^2} \quad (8)$$

로부터 구할 수 있다. 직교원칙 (Orthogonality Principle)을 이용하여

$$\mathbf{G}_{MMSE} = \sqrt{M/E_s} (\bar{\mathbf{H}}^H \bar{\mathbf{H}} + M/\rho \mathbf{I}_M)^{-1} \bar{\mathbf{H}}^H \quad (9)$$

로 구해지고<sup>[12]</sup>, 이 경우  $k$ 번째 심볼에 대한 SNR은

$$SNR_k^{MMSE} = \frac{1}{\left[ (\rho/M\bar{\mathbf{H}}\bar{\mathbf{H}}^H + \mathbf{I}_M)^{-1} \right]_{k,k} - 1} \quad (10)$$

가 된다<sup>[12]</sup>.

### 3. 선형 검출기의 특성

식 (5)와 (7) 그리고 식 (9)와 (10)을 이용하여 다음과 같은 결과를 얻을 수 있다.

결과1 : STBC 블록내의 두 심볼에 대한 선형 검출기의 출력 SNR은 동일하다.

$$SNR_{2k-1} = SNR_{2k}, \text{ for } 0 \leq k \leq M/2. \quad (11)$$

증명) 먼저 MMSE 검출기의 수신 SNR에 해당하는 식 (10)은 식 (7)의 일반화된 식이므로 MMSE 검출기만을 고려한다. 수신신호모델 식 (3)은

$$\bar{\mathbf{r}} = \sqrt{E_s/M}\tilde{\mathbf{H}}\tilde{\mathbf{s}} + \bar{\mathbf{n}} \quad (12)$$

로 변형할 수 있으며, 등가 채널은

$$\begin{aligned} \tilde{\mathbf{H}} &= \begin{bmatrix} \mathbf{h}_1 \mathbf{h}_3 \cdots \mathbf{h}_{M-1} & \mathbf{h}_2 & \mathbf{h}_4 & \cdots & \mathbf{h}_M \\ \mathbf{h}_2^* \mathbf{h}_4^* \cdots \mathbf{h}_M^* & -\mathbf{h}_1^* & -\mathbf{h}_3^* & \cdots & -\mathbf{h}_{M-1}^* \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{H}}_1 & \tilde{\mathbf{H}}_2 \\ \tilde{\mathbf{H}}_2^* - \tilde{\mathbf{H}}_1^* & \end{bmatrix}, \end{aligned} \quad (13)$$

그리고 변형된 전송 심볼 벡터는

$$\tilde{\mathbf{s}} = [s_1 \ s_3 \ \cdots \ s_{M-1} \ s_2 \ s_4 \ \cdots \ s_M]^T \quad (14)$$

으로 표현할 수 있다. 전송 심볼 벡터의  $(2k-1)$ 번째 심볼은 식 (14)의  $k$ 번째 성분으로  $2k$ 번째 심볼은  $(k+M/2)$ 번째 성분으로 전환된다. SNR을 유도하기 위해  $\mathbf{P}$ 를 다음과 같이 정의하면,

$$\begin{aligned} \mathbf{P} &= \frac{\rho}{M} \tilde{\mathbf{H}}^H \tilde{\mathbf{H}} + \mathbf{I}_M \\ &= \frac{\rho}{M} \begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{H}}_1^H \tilde{\mathbf{H}}_1 + \tilde{\mathbf{H}}_2^H \tilde{\mathbf{H}}_2 & \tilde{\mathbf{H}}_1^H \tilde{\mathbf{H}}_2 - \tilde{\mathbf{H}}_2^H \tilde{\mathbf{H}}_1^* \\ \tilde{\mathbf{H}}_2^H \tilde{\mathbf{H}}_1 - \tilde{\mathbf{H}}_1^H \tilde{\mathbf{H}}_2^* & \tilde{\mathbf{H}}_1^H \tilde{\mathbf{H}}_1 + \tilde{\mathbf{H}}_2^H \tilde{\mathbf{H}}_2 \end{bmatrix} + \mathbf{I}_M \\ &= \begin{bmatrix} \hat{\mathbf{H}}_1 & \hat{\mathbf{H}}_2 \\ -\hat{\mathbf{H}}_2^* & \hat{\mathbf{H}}_1^* \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (15)$$

이다.  $\mathbf{P}$ 의 역행렬은

$$\begin{aligned} \mathbf{P}^{-1} &= \begin{bmatrix} \hat{\mathbf{H}}_1^{-1} - \hat{\mathbf{H}}_1^{-1} \hat{\mathbf{H}}_2 \mathbf{S}^{-1} \hat{\mathbf{H}}_2^* \hat{\mathbf{H}}_1^{-1} & -\hat{\mathbf{H}}_1^{-1} \hat{\mathbf{H}}_2 \mathbf{S}^{-1} \\ \mathbf{S}^{-1} \hat{\mathbf{H}}_2^* \hat{\mathbf{H}}_1^{-1} & \mathbf{S}^{-1} \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} (\mathbf{S}^{-1})^* & -(\mathbf{S}^{-1})^* \hat{\mathbf{H}}_2 (\hat{\mathbf{H}}_1^{-1})^* \\ \mathbf{S}^{-1} \hat{\mathbf{H}}_2^* \hat{\mathbf{H}}_1^{-1} & \mathbf{S}^{-1} \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (16)$$

로 구할 수 있다. 여기서  $\mathbf{S} = \hat{\mathbf{H}}_1 + \hat{\mathbf{H}}_2^* \hat{\mathbf{H}}_1^{-1} \hat{\mathbf{H}}_2$ 이고,  $\mathbf{S}^{-1} = \hat{\mathbf{H}}_2^{-1} \hat{\mathbf{H}}_1 (\mathbf{S}^{-1})^* \hat{\mathbf{H}}_2 (\hat{\mathbf{H}}_1^{-1})^*$ 이다.  $\mathbf{P}^{-1}$ 는 hermitian 행렬로서 대각성분은 모두 실수이므로 식 (16)으로부터

$$(\mathbf{P}^{-1})_{i,i} = (\mathbf{P}^{-1})_{i+M/2, i+M/2}, \text{ for } 1 \leq i \leq M/2 \quad (17)$$

이 된다.  $2k-1$ 번째 심볼과  $2k$ 번째 심볼의 SNR은

$$\begin{aligned} SNR_{2k-1}^{MMSE} &= 1/(\mathbf{P}^{-1})_{k,k} - 1, \\ SNR_{2k}^{MMSE} &= 1/(\mathbf{P}^{-1})_{k+M/2, k+M/2} - 1, \end{aligned} \text{ for } 1 \leq i \leq M/2 \quad (18)$$

이기 때문에 식 (17)로부터  $SNR_{2k-1}^{MMSE} = SNR_{2k}^{MMSE}$  이 증명된다.

결과2 :  $k$ 번째 STBC블록의  $2k-1$ 번째 심볼을 검출하는 선형 검출기 필터는

$$(\mathbf{G})_{2k-1} = [\mathbf{g}_{1,2k-1} \ \mathbf{g}_{2,2k-1}]$$

라 하면  $2k$ 번째 심볼을 검출하는 필터는

$$(\mathbf{G})_{2k} = [\mathbf{g}_{2,2k-1}^* \ -\mathbf{g}_{1,2k-1}^*]$$

로 구해진다. 여기서  $(\mathbf{A})_i$ 는  $\mathbf{A}$ 행렬의  $i$ 번째 행을 나타내고  $\mathbf{g}_{i,j}$ 는  $N \times 1$  크기의 행벡터이다.

증명) 먼저 MMSE 검출기의 식 (9)는 ZF 검출기의 식 (5)의 일반화된 식이므로 MMSE 검출기만을 고려한다. 식 (12)의 수신신호모델과식 (16)로부터 MMSE 검출기 행렬은 식 (19)와 같이 쉽게 구해진다. 식 (19)에서  $(\tilde{\mathbf{G}}_{MMSE})_i = [(\tilde{\mathbf{G}}_1)_i \ (\tilde{\mathbf{G}}_2)_i]$ 이고  $(\tilde{\mathbf{G}}_{MMSE})_{i+M/2} = [(\tilde{\mathbf{G}}_2)_i^* \ -(\tilde{\mathbf{G}}_1)_i^*]$ 이므로  $2k-1$ 번째와  $2k$ 번째 필터는 각각

$$\begin{aligned} (\mathbf{G}_{MMSE})_{2k-1} &= (\tilde{\mathbf{G}}_{MMSE})_k, \\ (\mathbf{G}_{MMSE})_{2k} &= (\tilde{\mathbf{G}}_{MMSE})_{k+M/2} \end{aligned} \quad (20)$$

가 되며 이것은 결과2의 관계를 만족한다.

결과1은 [4]과 [8]에서 4개의 전송안테나와 2개의 수신안테나 시스템에 대해 언급하였지만 일반화하여 증명하지 않았고 결과2도 동일 안테나 조건에서 직교성에 관해 언급하였지만 한 가중치 벡터로부터 다른 가중치 벡터를 유도할 수 있음을 보이지 않았다.

#### 4. 적응형 선형 검출기

[11]에서 언급했듯이 MMSE 검출기는 RLS 알고리즘 또는 제곱근 RLS 알고리즘 등을 이용하여 적응형으로 구현할 수 있다. 결과2를 활용하면 M개의 모든 심볼에 대해 적응형 필터 (가중치 벡터)를 구할 필요가 없고 STBC 블록당 한 심볼에 대한 적응형 필터로 다른 심볼에 대한 필터를 식 (20)으로부터 쉽게 유추할 수 있어 M/2개의 적응형 필터들만 계산하면 되기 때문에 복잡도를 줄일 수 있다. 예를 들어 RLS알고리즘을 본 시스템에 적용하면 표 1과 같이 알고리즘화 할 수 있고,  $w_{2k-1}$ 를 k번째 STBC 블록의 첫 번째 심볼을 복호하는 가중치 벡터라 하면 두 번째 심볼에 대한 가중치 벡터  $w_{2k}$ 는 결과2에 따라 표 1의 (9)로 쉽게 구해진다.

[9]로부터 RLS 알고리즘을 그대로 MSTBC 시스템에 적용할 경우 복잡도는 수렴을 위한 반복회수가 L이고 송신안테나 개수를 M, 수신안테나 개수를 M/2라 할 때  $(24M^2+12M+1) \times L$ 이고 결과2를 활용할 경우  $(8M^2+28M+1) \times L$ 이 되어 50%이상 복잡도를 줄일 수 있다.

### IV. 정렬방식 검출기

OSUC-ZF (Ordered Successive Interference Cancellation-ZF) 또는 OSUC-MMSE는 V-Blast 시스템에서 제안된 방식으로 심볼을 순차적으로 검출하는데 이전에 검출한 심볼은 다음 심볼을 검출하기 전에 제거된다. 각 단계에서 ZF나 MMSE 검출기를 사용하며 검출순서는 검출기 출력 SNR을 예측하여 가장 높은 SNR을 갖는 심볼 하나를 검출한다. 출력 SNR 예측에는 많은 연산량이 필요해서

표 1. MSTBC 시스템에 RLS알고리즘의 적용

(1)	$w_{2k-1} = 0, k(0) = 0, R^{-1} = \delta I_{N \times N}$
(2)	for $i=1, \dots, \text{loop}$
(3)	$\hat{d}_{2k-1}(i) = w_{2k-1}^* (n-1) \bar{r}(n)$
(4)	$e(i) = d_{2k-1}(i) - \hat{d}_{2k-1}(i)$
(5)	$k(i) = \frac{R^{-1}(i-1) \bar{r}(i)}{\lambda + \bar{r}(i)^H R^{-1}(i-1) \bar{r}(i)}$
(6)	$R^{-1}(i) = [R^{-1}(i-1) - k(i) \bar{r}(i)^H R^{-1}(i-1)] / \lambda$
(7)	$w_{2k-1}(i) = w_{2k-1}(i) + k(i) e^*(i)$
(8)	end
(9)	$w_{2k} = [w_{2,2k-1}^H - w_{1,2k-1}^H]^T$ for $w_{2k-1} = [w_{1,2k-1}^T \ w_{2,2k-1}^T]^T$

OSUC-ZF/MMSE의 복잡도는 대략  $O(M^4)$  정도로 상당히 높다 [10]. OSUC-MMSE에 대하여 식 (5)와 식 (9)의 역행렬을 계산하는 복잡도가 높기 때문에 이전 반복루프에서 계산한 식을 활용하여 갱신하는 방법이 [10]에서 제안되었다. OSUC-ZF에 대하여는 [7]에서 채널의 QR분해와 검출순서를 동시에 계산하여 한 번의 QR분해와 역방향 대체 (Backward Substitution)을 통해 심볼들을 순차적으로 검출하는 방법을 제안하였고 복잡도를  $O(M^3)$ 로 줄였다. 여기서는 [7]에서 제안한 정렬QR분해 알고리즘을 MSTBC시스템에 적용할 때 그대로 적용할 때보다 복잡도를 줄일 수 있는 방법을 제시한다.

#### 1. 정렬 QR 분해 알고리즘

채널 행렬  $\bar{H}$ 를 QR 분해할 경우 나타나는 결과를 살펴보면 다음과 같다.

결과 3 :  $\bar{H} = QR$ 를 행렬  $\bar{H}$ 의 QR 분해이고  $Q = [q_1, \dots, q_M]$ ,  $R = \{r_{i,j}\}$ 라고 할 때

$$q_{2i-1} = [q_{1,2i-1}^T \ q_{2,2i-1}^T]^T \text{ 이면}$$

$$q_{2i} = [q_{2,2i-1}^H - q_{1,2i-1}^T]^T, \text{ for } 1 \leq i \leq M/2 \tag{21}$$

가 된다. 또한 상위삼각행렬의 성분들은

$$\tilde{G}_{MMSE} = \frac{\rho}{\sqrt{E_s M}} P^{-1} \tilde{H}^H$$

$$= \frac{\rho}{\sqrt{E_s M}} \begin{bmatrix} (S^{-1})^* \tilde{H}_1 - (S^{-1})^* \tilde{H}_2 (\tilde{H}_1^{-1})^* \tilde{H}_2^* & (S^{-1})^* \tilde{H}_2 + (S^{-1})^* \tilde{H}_2 (\tilde{H}_1^{-1})^* \tilde{H}_1^* \\ S^{-1} \tilde{H}_2^* + S^{-1} \tilde{H}_2^* \tilde{H}_1^{-1} \tilde{H}_1 & -S^{-1} \tilde{H}_1^* + S^{-1} \tilde{H}_2^* \tilde{H}_1^{-1} \tilde{H}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \tilde{G}_1 & \tilde{G}_2 \\ \tilde{G}_2^* & -\tilde{G}_1^* \end{bmatrix} \tag{19}$$

$$r_{2i-1,2k-1} = r_{2i,2k}^*, \quad r_{2i-1,2k} = -r_{2i,2k-1}^*, \quad r_{2i-1,2i} = 0, \\ \text{for } 1 \leq i \leq k \leq M/2 \quad (22)$$

을 만족한다.

증명)  $\bar{\mathbf{H}}$ 에 대해 두 번째 열까지 Gram-Schmidt 직교화를 수행하면 식 (21)과 (22)가 성립함을 쉽게 알 수 있다. 이후  $1 \leq i \leq l$ 에 대해

$$\mathbf{q}_{2i-1} = [\mathbf{q}_{1,2i-1}^T \quad \mathbf{q}_{2,2i-1}^T]^T \text{이고}$$

$\mathbf{q}_{2i} = [\mathbf{q}_{2,2i-1}^H - \mathbf{q}_{1,2i-1}^H]^T$  라고 가정할 때, 식 (22)가 성립하고,  $\mathbf{q}_{2l+1}$  과  $\mathbf{q}_{2l+2}$ 의 관계가 식 (21)을 만족함을 보인다. 식 (4)를 QR 분해하면

$$r_{2i-1,2k-1} = \mathbf{q}_{2i-1}^H \bar{\mathbf{h}}_{2k-1} \\ = \mathbf{q}_{1,2i-1}^H \mathbf{h}_{2k-1} + \mathbf{q}_{2,2i-1}^H \mathbf{h}_{2k}^* \quad (23)$$

$$r_{2i,2k} = \mathbf{q}_{2i}^H \bar{\mathbf{h}}_{2k} \\ = \mathbf{q}_{2,2i-1}^T \mathbf{h}_{2k} + \mathbf{q}_{1,2i-1}^T \mathbf{h}_{2k-1}^* \quad (24)$$

$$r_{2i-1,2k} = \mathbf{q}_{2i-1}^H \bar{\mathbf{h}}_{2k} \\ = \mathbf{q}_{1,2i-1}^H \mathbf{h}_{2k} - \mathbf{q}_{2,2i-1}^H \mathbf{h}_{2k-1}^* \quad (25)$$

$$r_{2i,2k-1} = \mathbf{q}_{2i}^H \bar{\mathbf{h}}_{2k-1} \\ = \mathbf{q}_{2,2i-1}^T \mathbf{h}_{2k-1} - \mathbf{q}_{1,2i-1}^T \mathbf{h}_{2k}^* \quad (26)$$

이므로,  $1 \leq i \leq l \leq k \leq M/2$ 에 대하여 식 (23)과 식 (24)로부터  $r_{2i-1,2k-1} = r_{2i,2k}^*$ 이고 식 (25)와 식 (26)로부터  $r_{2i-1,2k} = -r_{2i,2k-1}^*$ 임을 알 수 있다. 증명된 식 (22)의 첫 번째와 두 번째 관계식을 적용

하여  $r_{2i-1,2i}$ 는 식 (27)을 통해 영으로 구해지고 식 (22)이 증명된다. 식 (22)을 적용하여  $\mathbf{Q}$ 의  $(2l+1)$ 번째와  $(2l+2)$ 번째 열벡터를 식 (28)과 (29)와 같이 구할 수 있다. 이것으로  $\mathbf{q}_{2l+1}$ 과  $\mathbf{q}_{2l+2}$ 도 식 (21)의 관계를 만족시킴을 알 수 있다.

QR분해를 활용한 심볼검출 방법은 식 (3)에 유니타리 행렬  $\mathbf{Q}$ 의 hermitian 행렬을 좌변에 곱하여

$$\mathbf{y} = \mathbf{Q}^H \mathbf{r} \\ = \sqrt{E_s/M} \mathbf{Q}^H \bar{\mathbf{H}} \mathbf{s} + \mathbf{Q}^H \bar{\mathbf{n}} = \alpha \cdot \mathbf{R} \mathbf{s} + \boldsymbol{\eta} \quad (30)$$

와 같이 역방향 대체를 이용할 수 있는 식으로 변형하는 것이다.  $\mathbf{Q}$ 가 유니타리 행렬이기 때문에 잡음  $\mathbf{Q}^H \bar{\mathbf{n}}$ 의 통계적 특성은  $\bar{\mathbf{n}}$ 와 동일하다.  $\mathbf{y}$ 의  $k$ 번째 성분은

$$y_k = \alpha \cdot r_{k,k} s_k + \alpha \cdot \sum_{j=k+1}^M r_{k,j} \cdot s_j + \eta_k \\ = \alpha \cdot r_{k,k} s_k + \alpha \cdot d_k + \eta_k \quad (31)$$

이고 여기서  $\alpha = \sqrt{E_s/M}$ 이다.  $M$ 번째 심볼  $s_M$ 는  $\hat{s}_M = D\{y_M/(\alpha \cdot r_{M,M})\}$ 로부터 추정할 수 있고 여기서  $D$ 는 결정 함수 (Decision Function)를 나타낸다.  $1 \leq k < M$ 에 대하여  $\hat{s}_{k+1}, \dots, \hat{s}_M$ 을 정확히 추정했을 경우 간섭항  $d_k$ 를 완벽히 제거할 수 있어

$$\hat{s}_k = D\{y_k/(\alpha \cdot r_{k,k})\} = D\{s_k + \eta_k/(\alpha \cdot r_{k,k})\} \quad (32)$$

$$r_{2i-1,2i} = \mathbf{q}_{2i-1}^H \bar{\mathbf{h}}_{2i} \\ = \left( \frac{\bar{\mathbf{h}}_{2i-1}^H - \sum_{j=1}^{2i-2} r_{j,2i-1}^* \mathbf{q}_j^H}{r_{2i-1,2i-1}} \right) \cdot \bar{\mathbf{h}}_{2i} = \left( \frac{-\sum_{j=1}^{2i-2} r_{j,2i-1}^* \cdot r_{j,2i}}{r_{2i-1,2i-1}} \right) = \frac{-\sum_{n=1}^{i-1} (r_{2n-1,2i-1}^* \cdot r_{2n-1,2i} + r_{2n,2i-1}^* \cdot r_{2n,2i})}{r_{2i-1,2i-1}} = 0 \quad (27)$$

$$\mathbf{q}_{2l+1} = \bar{\mathbf{h}}_{2l+1} - \sum_{j=1}^{2l} r_{j,2l+1} \cdot \mathbf{q}_j = \bar{\mathbf{h}}_{2l+1} - \sum_{n=1}^l (r_{2n-1,2l+1} \cdot \mathbf{q}_{2n-1} + r_{2n,2l+1} \cdot \mathbf{q}_{2n}) \\ = \left[ \mathbf{h}_{2l+1}^T - \sum_{n=1}^l (r_{2n-1,2l+1} \cdot \mathbf{q}_{1,2n-1}^T + r_{2n,2l+1} \cdot \mathbf{q}_{2,2n-1}^H) \quad \mathbf{h}_{2l+2}^H + \sum_{n=1}^l (r_{2n,2l+1} \cdot \mathbf{q}_{1,2n-1}^H - r_{2n-1,2l+1} \cdot \mathbf{q}_{2,2n-1}^T) \right]^T \quad (28)$$

$$\mathbf{q}_{2l+2} = \bar{\mathbf{h}}_{2l+2} - \sum_{j=1}^{2l+1} r_{j,2l+2} \cdot \mathbf{q}_j = \bar{\mathbf{h}}_{2l+2} - \sum_{j=1}^{2l} r_{j,2l+2} \cdot \mathbf{q}_j = \bar{\mathbf{h}}_{2l+2} - \sum_{n=1}^l (r_{2n-1,2l+2} \cdot \mathbf{q}_{2n-1} + r_{2n,2l+2} \cdot \mathbf{q}_{2n}) \\ = \left[ \mathbf{h}_{2l+2}^T - \sum_{n=1}^l (r_{2n-1,2l+2} \cdot \mathbf{q}_{1,2n-1}^T + r_{2n,2l+2} \cdot \mathbf{q}_{2,2n-1}^H) \quad -\mathbf{h}_{2l+1}^H - \sum_{n=1}^l (r_{2n-1,2l+2} \cdot \mathbf{q}_{2,2n-1}^T - r_{2n,2l+2} \cdot \mathbf{q}_{1,2n-1}^H) \right]^T \\ = \left[ \mathbf{h}_{2l+2}^T + \sum_{n=1}^l (r_{2n,2l+1}^* \cdot \mathbf{q}_{1,2n-1}^T - r_{2n-1,2l+1}^* \cdot \mathbf{q}_{2,2n-1}^H) \quad -\mathbf{h}_{2l+1}^H + \sum_{n=1}^l (r_{2n-1,2l+1}^* \cdot \mathbf{q}_{1,2n-1}^H + r_{2n,2l+1}^* \cdot \mathbf{q}_{2,2n-1}^T) \right]^T \quad (29)$$

표 2. MSTBC 시스템을 위한 정렬 QR 알고리즘

(1)	$R=0, Q=\bar{H}, y=(1, \dots, M)$
(2)	for $i=1, \dots, M/2$
(3)	$\text{norm}_i = \ q_{2i-1}\ ^2$
(4)	end
(5)	for $i=1, \dots, M/2$
(6)	$k_i = \arg \min_{j=1, \dots, M/2} \text{norm}_j$
(7)	exchange columns $2i-1$ and $2k_i-1$ in $Q, R, y$
(8)	exchange columns $2i$ and $2k_i$ in $Q, R, y$
(9)	$r_{2i-1, 2i-1} = r_{2i, 2i} = \sqrt{\text{norm}_i}$
(10)	$q_{2i-1} = q_{2i-1} / r_{2i-1, 2i-1}$ $q_{2i} = [q_{2, 2i-1}^H - q_{1, 2i-1}^H]^T$
(11)	for $j=i+1, \dots, M/2$
(12)	$r_{2i-1, 2j-1} = q_{2i-1}^H \cdot q_{2j-1}^H$ $r_{2i, 2j-1} = q_{2i}^H \cdot q_{2j-1}^H$
(13)	$q_{2j-1} = q_{2j-1} - r_{2i-1, 2j-1} \cdot q_{2i-1} - r_{2i, 2j-1} \cdot q_{2i}$
(14)	$r_{2i-1, 2j} = -r_{2i, 2j-1}^*$ $r_{2i, 2j} = r_{2i-1, 2j-1}^*$
(15)	$q_{2j} = [q_{2, 2j-1}^H - q_{1, 2j-1}^H]^T$
(16)	$\text{norm}_j = \text{norm}_j - r_{2i-1, 2j-1}^2 - r_{2i, 2j-1}^2$
(17)	end
(18)	end

가 된다. 이 경우  $k$ 번째 심볼에 대한 수신 SNR은

$$SNR_k^{qr} = \frac{\rho \cdot r_{k,k}^2}{M} \tag{33}$$

로 쉽게 구해진다. 식 (22)에서  $r_{2i-1, 2i-1} = r_{2i, 2i}$  이므로  $i$ 번째 STBC 블록의 두 심볼에 대한 SNR은

$$SNR_{2i-1}^{qr} = SNR_{2i}^{qr} \tag{34}$$

로 동일하고, 이것은 선형검출기의 결과와 동일한 특성이다.

정렬QR분해 알고리즘은 MGS (Modified Gram-Schmidt)의 각 단계에서 식 (33)이 최대가 되도록  $s$ 의 행과  $\bar{H}$ 의 열을 심볼마다 재배열하는데 MSTBC 시스템에서는 STBC 블록의 두 심볼이 동일 SNR을 나타내므로 블록마다 재배열하는 것이 복잡도 측면에서 효율적이다. 결과와 식 (34)를 이용하여 [7]에서 제안한 정렬QR분해 알고리즘에 적용하면 표 2와 같이 알고리즘화할 수 있으며 그대로 적용할 때보다 반복루프가 절반으로 줄어 동일한 성능으로 복잡도를 대략 50%정도 줄일 수 있다.

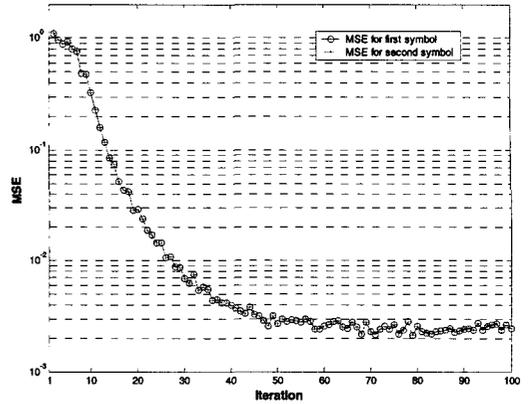


그림 2.  $w_1$ 과  $w_1$ 에서 유도된  $w_2$ 에 대한 MSE ( $M=8, N=4, \rho=30$  dB)

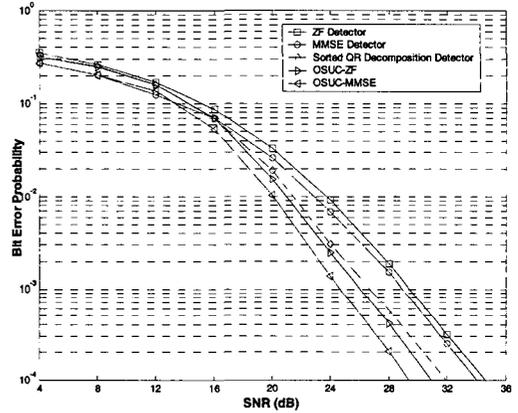


그림 3. 검출기들의 BER 성능 ( $M=8, N=4, 16$ -QAM)

### V. 모의 실험 결과 및 검토

송신 안테나 및 수신 안테나의 개수를 각각  $M=8$ 과  $N=4$ 으로 설정한다. 무선 채널은 STBC블록 시간동안 일정한 준정상 평탄 페이딩 (Quasi-Static Fading)으로 가정한다. 그림 2는 첫 번째 STBC 블록의 첫 번째 심볼에 대한 가중치 벡터  $w_1$ 를 표 1의 RLS알고리즘으로 구할 경우 평균제곱오류(MSE)를 나타내며, 여기서  $\delta = 0.5$ 이고  $\lambda = 0.95$ 로 가정하였다. 특성 2의 타당성 검토를 위해 두 번째 심볼에 대한 가중치 벡터  $w_2$ 를  $w_1$ 로부터 유도할 때, 이 경우에 대한 MSE도 포함하였다. 100번 실행하여 MSE의 평균을 취하였다. 첫 번째 심볼에 대한 오류와 두 번째 심볼에 대한 오류가 비슷하게 나타났고 유도된  $w_2$ 도 역시 반복회수가 증가할수록 수렴

하는 것을 볼 수 있다. 그림 3은 표 2의 알고리즘을 적용한 정렬QR분해 검출기와 OSUC-ZF 검출기의 BER (Bit Error Rate) 성능을 나타낸다. 변조는 16-QAM, 채널은 10,000번 독립적으로 발생하여 평균을 취하였다. 두 검출기는  $BER=10^{-3}$ 에서 0.6 dB 정도 차이를 보이며 이것은 정렬QR알고리즘 자체가 최적의 심볼 검출 순서를 구하지 못하고 준최적이기 때문이다. 하지만 연산량 측면에서 OSUC-ZF에 비해 훨씬 간단한 장점이 있다. 성능 비교를 위해 OSUC-MMSE와 MMSE 검출기의 성능을 동일 그림에 나타내었다. V-Blast와는 달리 MMSE와 ZF 검출기는 성능의 차이가 작았으며, 이것은 STBC에 의한 다이버서티 차수가 증가되었기 때문이다.

## VI. 결론

본 논문에서는 MSTBC 시스템에서 검출기들의 특성을 알아보았으며 MSTBC 시스템의 구조적 특성으로 검출기들의 복잡도를 50%이상 줄일 수 있었다. 결과2는 Alamouti의 STBC를 사용하는 단말들이 동일 채널을 공유하는 시스템<sup>[4]</sup>에서 동일한 방법으로 성능의 저하 없이 다중사용자잡음제거기의 복잡도를 줄일 수 있을 것으로 예상된다. 또한 본 논문에서 유도한 결과들은 본 시스템에서 새로운 검출기들을 설계할 경우 복잡도를 줄이기 위해 활용할 수 있다. 향후 MSTBC 시스템을 OFDM 시스템에 적용할 때 복잡도를 줄이는 방안에 대하여 연구할 필요성이 있다.

## 참 고 문 헌

- [1] V. Tarokh, N. Seshadri, and A. R. Calderbank, "Space-time codes for high data rate wireless communications: Performance criterion and code construction," *IEEE Trans. Inform. Theory*, vol. 44, pp. 744765, Mar. 1998.
- [2] S. M. Alamouti, "A simple transmit diversity techniques for wireless communications," *IEEE J. Select. Areas Com.*, vol. 16, pp. 14511458, Oct. 1998.
- [3] G. J. Foschini, "Layered space-time architecture for wireless communication in a fading environment when using multiple antenna," *Bell Labs Technical Journal*, Vol. 1, No. 2, pp.41~59, 1996.
- [4] A. F. Naguib, N. Seshadri, and R. Calderbank, "Increasing data rate over wireless channels," *IEEE Signal Processing Mag.*, vol. 17, pp. 76-92, May 2000
- [5] H. Skjervling, D. Gesbert, N. Christophersen, "Combining Space Time Block Codes and Multiplexing in Correlated MIMO Channels: An antenna assignment strategy," *Proc. of Nordic Signal Processing Conference (NORSIG)*, 2003.
- [6] X. Zhuang, F. W. Vook, S. R.-Leveil, K. Gosse, "Transmit Diversity and Spatial Multiplexing in Four-Transmit-Antenna OFDM," *ICC'03*, Vol. 4, pp. 2316~2320, 11~15 May 2003.
- [7] D. Wubben, R. Bohnke, J. Rinas, V. Kuhn, and K. D. Kammeyer, "Efficient Algorithm for Detecting Layered Space-Time Codes," *IEE Electronics Letters*, Vol. 37, No. 22, pp. 1348~1350, Oct. 2001.
- [8] A. F. Naguib, N. Seshadri, "Combined Interference Cancellation and Maximum Likelihood Decoding of Space-Time Block codes," *United States Patent No. US 6,178,196B1*, Jan. 23, 2001.
- [9] A. H. Sayed, "Fundamentals of Adaptive Filtering," *IEEE Press Wiley-Interscience*, 2003.
- [10] B. Hassibi, "An Efficient Square-Root Algorithm for Blast," in *Proc. IEEE Intl. Conf. Acoustic, Speech, Signal Processing*, Istanbul, Turkey, June 2000, pp.5~9.
- [11] A.F. Naguib, N. Seshadri, A.R. Calderbank, "Applications of space-time block codes and interference suppression for high capacity and high data rate wireless systems", *Signals, Systems & Computers, Conference Record of the Thirty-Second Asilomar Conference*, Vol. 2, pp. 1803 ~1810, Nov. 1998
- [12] A. Paulraj, R. Nabar and D. Gore, *Introduction to Space-Time Wireless Communications*, Cambridge Univ. Press, 2003.

황 현 철(Hyeon Chyeol Hwang) 정회원



1997년 2월 : 인하대학교 전자  
공학과 학사 졸업  
1999년 2월 : 인하대학교 전  
자공학과 석사 졸업  
1999년 3월~현재 : 인하대학교  
전자공학과 박사 과정

<관심분야> MIMO-OFDM, 무선랜, UWB

신 승 훈(Seung Hoon Shin) 정회원



1995년 2월 : 인하대학교 전자  
공학과 학사 졸업  
1997년 2월 : 인하대학교 전자  
공학과 석사 졸업  
2003년 2월 : 인하대학교 전자  
공학과 박사  
2003년 3월~현재 : 인하대학교

UWB-ITRC 연구원

<관심분야> MIMO, UWB, 이동통신, 위성통신, 전  
력제어

이 철 진(Cheol Jin Lee) 준회원



2003년 2월: 인하대학교 컴퓨  
터공학과 학사 졸업  
2003년 3월~현재: 인하대학교  
정보통신공학과 석사 과정

<관심 분야> MIMO-OFDM, Antenna Selection

곽 경 섭(Kyung Sup Kwak) 정회원



1977년 2월 : 인하대학교 전기 공  
학과 학사 졸업  
1979년 2월 : 인하대학교 전기 공  
학과 석사 졸업  
1981년 12월 : 미국 USC 전자공  
학과 석사 졸업  
1988년 2월 : 미국 UCSD 통

신이론 및 시스템 박사

1988년 2월~1989년 2월 : 미국 Hughes  
Network Systems 연구원

1989년 2월~1990년 3월 : 미국 IBM Network  
Analysis Center 연구원

1995년 1월~1999년 12월 : IEEE Seoul Section  
총무 이사

2000년 3월~ 2002년 2월 : 인하대학교 정보통신  
전문대학원 원장

2002년 1월~ 현재 : 한국통신학회 부회장

<관심 분야> 위성 통신, 멀티미디어 통신, UWB,  
이동 통신