

## 근사분포를 이용한 CV 관리도의 통계적 설계

이만식<sup>\*</sup> · 강창욱<sup>\*\*</sup> · 심성보<sup>\*</sup>

\*한양대학교 산업공학과

\*\*한양대학교 정보경영공학과

## Statistical Design of CV Control Charts with Approximate Distribution

Man-Sik Lee<sup>\*</sup> · Chang-Wook Kang<sup>\*\*</sup> · Seong-Bo Sim<sup>\*</sup>

\*Dept. of Industrial Engineering, Hanyang University

\*\*Dept. of Information & Industrial Engineering, Hanyang University

The coefficient of variation(CV) which is a relatively dimensionless measure of variability is widely used to describe the variation of sample data. However, the properties of CV distribution are little available and few research has been done on estimation and interpretation of CV. In this paper, we give an outline of statistical properties of coefficient of variation and design of control chart based on this statistic. Construction procedures of control chart are presented. The proposed control chart is an efficient method to monitor a process variation for short production run situation. Furthermore, we evaluated the performance of CV control chart by average run length(ARL).

**Keywords :** Control chart, Coefficient of variation, Average run length, Short production runs

### 1. 서 론

관리도(Control Chart)는 공정에서 생산되는 제품의 품질특성변화를 모니터링하기 위해 공정 모수(parameter)에 대해 확률 모델을 세우고, 이 모델을 통해 공정의 이상 원인(assignable cause)을 찾아내기 위해 널리 사용되는 도구이다. 대표적으로  $\bar{X}-R$ ,  $\bar{X}-S$  관리도 등이 있다.

전통적인 관리도로 단품종을 생산하는 공정을 모니터링 하기에는 그 효율성이 떨어진다. 단품종 소량생산 공정에서는 생산하는 제품의 종류와 제품의 규격이 빈번하게 달라지고, 그 때마다 공정 조건을 조정해야 한다. 조정된 공정은 더 이상 통계적으로 관리상태라고 할 수 없으며, 그 때마다 새로운 관리도를 설계해야만 한다.

최근의 제조 산업은 동일한 공정에서 다양한 품종을 소량으로 생산하고, 생산하는 제품 또한 초정밀, 초소형화 되고 있다. 예를 들어, 고압의 연료를 연소실 내부에

공급하는 역할을 하는 연료분사밸브(fuel injector)를 생산하는 공정에서는 연료분사율의 제어가 중요한 품질 특성치 중에 하나다. 연료분사율의 제어를 위해서는 연료 분사밸브 내부의 지름이 목표치인 100 마이크로미터를 일정하게 유지해야 한다. 만약 동일한 공정에서 연료분사밸브 내부의 지름이 서로 다른 두 가지 형태의 연료 분사밸브를 생산한다면, 공정의 변동을 모니터링하기 위해서 두 개의 관리도를 따로 작성해야 하는 어려움이 있다. 그러므로 이러한 특징이 있는 제조공정의 변동을 효율적으로 모니터링 하기 위한 관리도에 대한 연구가 필수적이다.

변동계수(coefficient of variation : CV)는 표준편차를 그 평균으로 나눈 값으로 단위를 갖지 않는 특성이 있다. 그러므로 단위가 서로 다르거나 데이터 스케일의 차이가 큰 경우, 변동을 비교하기 위해서 변동계수가 널리 사용된다[5]. 위의 예에서 생산하는 모든 제품의 변동의

목표치(target value)를 변동계수 0.1로 설정한다면, 제품 종류와 상관없이 동일한 기준으로 공정의 변동을 모니터링 할 수 있게 되고, 데이터가 상대적으로 큰 값으로 스케일이 조정되기 때문에 데이터를 처리하기도 쉬워진다.

본 논문에서는 생산주기가 짧은 다품종 생산 공정에서, 공정의 변동(variation)을 효율적으로 관리할 수 있는 관리도를 설계하고자 한다. 이 관리도는 데이터의 변동을 나타내기 위해 널리 사용되는 변동계수를 이용하였다. 이를 위해 먼저  $CV$ 의 분포이론에 대해 알아보고, 이 분포를 이용하여 관리도를 설계한다. 본 논문에서는 이 관리도를  $CV$ -관리도라고 할 것이다. 수치예제를 통해 제안하는 관리도의 적용 방법에 대해 알아본다. 또한, 관리도의 수행도 분석을 통해 제안하는 관리도가 다품종을 생산하는 공정의 변동을 모니터링 하기에 적합한지를 평가한다.

## 2. 변동계수의 활용부포

## 2.1 변동계수

변동계수는 샘플의 표준편차를 그 평균으로 나눈 값으로 단위(unit)를 갖지 않는 특성이 있기 때문에 다양한 연구 분야에서 데이터의 변동을 나타내기 위해 널리 사용되는 통계량(statistic)이다. 그러므로 단위가 다르거나 데이터의 스케일 차이가 큰 경우, 변동의 동일성 여부는 변동계수의 비교를 통해서 가능하다[5]. 변동계수는 확률 변수(random variable)이므로 특정한 확률분포를 갖는다. 그러므로 이 확률분포를 이용하여 신뢰구간(confidence interval), 가설검정(hypothesis test) 등과 같은 통계적인 검정절차를 통해 확률적 의사결정을 해야 한다. 그러나 대부분의 연구에서는 단순히 점추정치(point estimate)만을 비교하여 판단할 뿐, 그 분포에 대한 연구는 거의 이루어지지 않고 있다[7].

본 절에서는 변동계수를 이용하여 관리도를 설계하기 위해 먼저, 변동계수의 확률분포 이론에 대해 살펴보기로 한다.

확률변수  $X$  가 평균이  $\mu$  이고 분산이  $\sigma^2$  인 정규분포를 따를 때, 모집단(population)의 변동계수는 다음과 같다.

$$k = \frac{\sigma}{\mu}$$

이 모집단으로부터 뽑은 샘플  $X_i \sim iid N(\mu, \sigma^2)$ ,  
 $i = 1, \dots, n$  라고 할 때, 샘플의 변동계수는 다음과 같다.

$$K = \frac{S}{X}$$

여기서,

$$\overline{X} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i ,$$

이고, 서로 독립인 확률변수이다.

변동계수의 정확한 분포는 Iglewicz(1967)에 의해 연구되었다. 그러나 이 분포는 계산의 복잡성 때문에 대부분 noncentral t 분포와 급수 전개를 통한 근사분포에 대한 연구가 이루어지고 있다. 대표적인 근사분포에 대한 연구는 McKay[8]과 Vangel[7]에 의해 변동계수를  $\chi^2$  분포에 근사하였다. 이러한 근사 분포들은 대부분 변동계수가 양수에서만 정의된다는 가정을 하고 있으며, 이러한 가정은 현실 문제에서 충분한 설득력을 갖는다[1].

## 2.2 근사화를 분포

위에서 살펴본 것과 같이 변동계수의 근사 분포를 유도하기 위해서  $Y_\nu$ 를 자유도  $\nu = n-1$ 인  $\chi^2$  확률변수라고 하고,  $W_\nu \equiv Y_\nu/\nu$ 라고 정의하자.  $\alpha \in (0, 1)$ 에 대하여  $\chi^2_{\nu, \alpha}$ 를  $Y_\nu$ 의 분포의 100 $\alpha$  분위수를 나타내고,  $t \equiv \chi^2_{\nu, \alpha}$ 는  $W_\nu$ 에 대응하는 100 $\alpha$ 이라 하자. 새로운 확률변수  $Q$ 를 다음과 같이 정의하자.

$$Q = \frac{K^2(1+k^2)}{(1+\theta K^2)k^2}$$

여기서  $\theta = \theta(\nu, \alpha)$  이다. 이때  $Q$  는 변동계수 분포를 구하기 위한 근사주축량(approximate pivot quantity)로 이용된다. 근사주축량  $Q$  를 이용하여  $K$  의 분포를 구하기 위해  $\theta$  에 대한 적절한 함수를 결정하면, 다음과 같은 근사화가 성립한다[6].

$$\Pr(Q \leq t) \approx \Pr(W_i \leq t)$$

A. T. McKay(1932)는  $\theta$ 에 대한 학수를

$$\theta_1 = \frac{\nu}{\nu + 1} \quad \dots \dots \dots \quad (1)$$

와 같이 정의하였다. 이 분포는 최소항  $n \geq 5$  이고

$0 < k < 0.33$  경우에 좋은 근사 분포이다[4][6].

또한, Mark G. Vangel(1996)는 McKay가 제안한  $\theta$ 에 대한 함수를 수정한 새로운 근사분포를 다음과 같이 제안하였다.

$$\theta_2 = \frac{\nu}{\nu+1} \left( \frac{2}{\chi^2_{\nu,\alpha}} + 1 \right) \quad (2)$$

Vangel에 의해 수정된 근사분포는 McKay에 의한 근사분포보다 오차를 고려할 때, 상대적으로 더 정확한 값을 준다[1][6].

이 외에도 대표적인 변동계수 근사 분포에 대한 연구는 Halperin(1963), Owen(1968), Iglewicz 와 Myers(1970), Reh 와 Scheffler(1996) 등이 있다. 그러나 McKay(1932)와 Vangel(1996)에 의한 근사 분포가 상대적으로 좋은 근사 분포이고, 특히 Vangel(1996)에 의한 근사 분포는 샘플 사이즈가 5 이하인 small sample에 대해서도 McKay(1932)에 의한 것보다 더 정확하다고 알려져 있다[1]. 또한, Nelson(1999)에 의하면, 일반적인 제조공정에서 변동계수가 갖는 범위는 대부분 0.3 이하의 값을 갖는다[5].

지금까지 살펴본 변동계수 분포의 특성들을 이용하여 공정의 변동을 관리할 수 있는  $CV$ -관리도를 설계하고, 간단한 수치예제를 통해 관리도의 작성방법을 알아본다.

### 3. 관리도의 설계

이 장에서는 변동계수의 근사 분포를 이용한 관리도의 작성방법에 대해 알아보기로 한다. 관리도를 설계하기 위해서는 샘플의 크기(sample size), 샘플링 간격(sampling interval), 관리한계선(control limits)을 결정해야 한다. 이를 관리도의 설계모수라고 한다.

관리한계선은 관리도를 설계하는데 중요한 설계모수이다. 관리한계선을 결정하는 방법에는 크게 두 가지로 나눌 수 있다. 첫째는  $\delta$ -sigma 관리한계선으로 관리도에 타점되는 통계량의 표준편차에 상수  $\delta$ 를 곱한 값을 공정 목표 값에 더하여 설정한다. 가장 일반적으로 사용되는  $\delta$ 는 3이고, 이를 3-sigma 관리한계선이라 한다. 두 번째는 통계량이 따르는 분포에서 제 1 종 오류를 범할 확률  $\alpha$ 를 결정함으로써 관리한계선을 설정하는 방법이다. 이런 관리한계선을 확률한계선(probability limits)라고 한다. 확률한계선은 통계량이 따르는 확률분포가 치우침이 있는 경우, 관리도의 오경보율을 줄이기 위해 사용된다[8]. 일반적으로 3-sigma 관리한계선과 동일한  $\alpha = 0.0027$ 로 설정한다.

본 연구에서는 샘플의 크기가 5인 고정 샘플사이즈와 일정한 샘플링 간격을 갖는 관리도 모수를 설정하고, 관리한계선은 확률한계선을 적용하여 관리도를 설계한다.  $CV$ -관리도 설계를 위한 데이터 구조는 아래 <표 1>과 같다.

<표 1> 관리도 설계를 위한 데이터 구조

제품	샘플 번호	관 측 치				통 계 량		
		$x_{11}$	$x_{12}$	...	$x_{1n}$	$\bar{x}_1$	$S_1^x$	$K_1^x$
A	1	.	.	.	.	.	.	.
	.	.	.	.	.	.	.	.
	$m$	$x_{m1}$	$x_{m2}$	...	$x_{mn}$	$\bar{x}_m$	$S_m^x$	$K_m^x$
B	1	$y_{11}$	$y_{12}$	...	$y_{1n}$	$\bar{y}_1$	$S_1^y$	$K_1^y$
	.	.	.	.	.	.	.	.
	$m'$	$y_{m'1}$	$y_{m'2}$	...	$y_{m'n}$	$\bar{y}_{m'}$	$S_{m'}^y$	$K_{m'}^y$

변동계수의 분포를 이용한 확률한계선의 설정 방법은 다음과 같다.

$$\Pr(K \leq UCL) = 1 - \frac{\alpha}{2}$$

$$\Pr(K \leq CL) = 0.5$$

$$\Pr(K \leq LCL) = \frac{\alpha}{2}$$

여기서  $CL$ ,  $UCL$ ,  $LCL$ 은 중심선과 관리상·하한선,  $\alpha$ 는 제1종 과오를 범할 확률이다. 일반적으로  $3\sigma$  관리한계선에서와 같은 값인  $\alpha = 0.0027$ 로 한다[8].

McKay의 근사분포를 적용한  $CV$ -관리도의 관리계선을 설정하면 다음과 같다.

$$UCL_1 = \left[ \frac{\chi^2_{\nu,1-\alpha/2}}{\nu(1+k^{-2}) - \theta_1 \chi^2_{\nu,1-\alpha/2}} \right]^{0.5}$$

$$CL_1 = \left[ \frac{\chi^2_{\nu,0.5}}{\nu(1+k^{-2}) - \theta_1 \chi^2_{\nu,0.5}} \right]^{0.5}$$

$$LCL_1 = \left[ \frac{\chi^2_{\nu,\alpha/2}}{\nu(1+k^{-2}) - \theta_1 \chi^2_{\nu,\alpha/2}} \right]^{0.5}$$

여기서,  $\theta_1$ 에 식(1)을 대입한다. McKay에 의한 근사 분포를 적용한 관리한계선을 본 논문에서는  $CV_1$ -관리도라고 할 것이다.

Vangel의 근사분포를 적용한  $CV$ -관리도의 관리한계선을 설정하면 다음과 같다.

$$UCL_2 = \left[ \frac{\chi_{\nu,1-\alpha/2}^2}{\nu(1+k^{-2}) - \theta_2 \chi_{\nu,1-\alpha/2}^2} \right]^{0.5}$$

$$CL_2 = \left[ \frac{\chi_{\nu,0.5}^2}{\nu(1+k^{-2}) - \theta_2 \chi_{\nu,0.5}^2} \right]^{0.5}$$

$$LCL_2 = \left[ \frac{\chi_{\nu,\alpha/2}^2}{\nu(1+k^{-2}) - \theta_2 \chi_{\nu,\alpha/2}^2} \right]^{0.5}$$

여기서,  $\theta_2$ 에 식(2)을 대입한다. Vangel에 의한 근사분포를 적용한 관리한계선을 본 논문에서는  $CV_2$ -관리도라고 할 것이다.

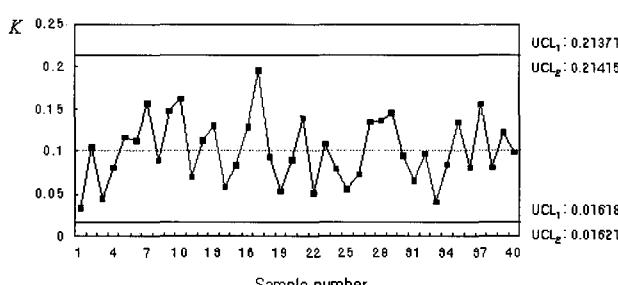
일반적으로 공정의 모수가 알려져 있지 않을 경우, 공정 데이터를 이용해 모수를 추정해야 한다. 그러기 위해 공정이 관리상태(in control)일 때의 데이터를 수집하고, 이 데이터를 이용하여 모수  $k$ 를 추정하게 된다.  $k$ 의 추정치 다음과 같다.

$$k = \bar{K} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n K_i$$

#### 4. 수치 예제

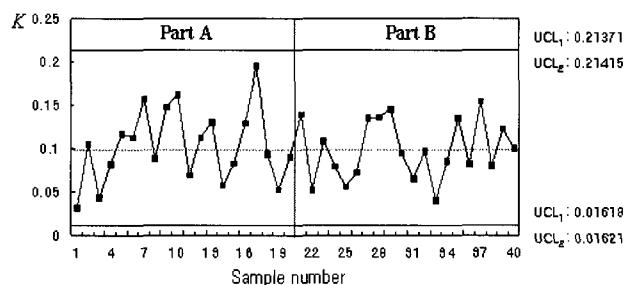
본 절에서는 앞에서 설계한  $CV$ -관리도를 간단한 예제 데이터를 이용하여 작성해 보고, 그 특성에 대해 알아본다. 관리도 작성을 위해 난수 발생을 통해 샘플사이즈가 5, 서브그룹이 40인 데이터를 이용한다.

공정에서 제품 A를 생산한다고 하자. 제품 A는 지름이 10 마이크로미터인 연료분사밸브이고, 이 제품의 품질 특성치는 연료분사밸브 내부의 지름이라고 하자. 먼저, 제품 A의 지름은 평균이 10마이크로미터이고 표준편차가 1 마이크로미터인 정규분포를 따르고, 이때 변동계수  $K=0.1$ 인 관리도를 작성하면 <그림 1>과 같다.



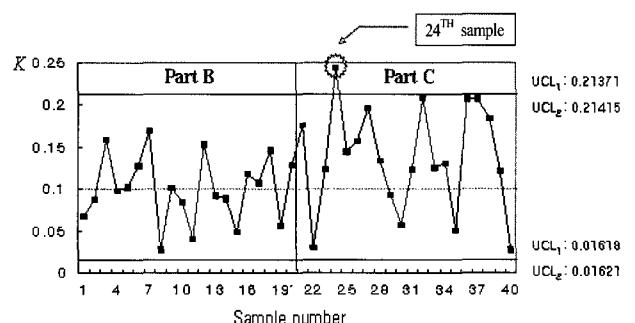
<그림 1> 단일 제품에 대한  $CV$ -관리도의 예

<그림 1>의 관리도를 통해 공정의 변동이 모두 관리한계선 내에 타점 되고, 타점 된 점들이 어떤 추세나 경향을 보이지 않으므로 공정이 관리상태임을 알 수 있다. 이 공정에서 제품 A의 생산을 마치고, 제품 B를 연속해서 생산한다고 하자. 제품 B는 지름이 100 마이크로미터인 연료분사밸브이고, 평균이 100마이크로미터이고 표준편차가 10 마이크로미터인 정규분포를 따른다고 하자. 이 때의 공정의 변동을 모니터링 하기 위해서 이미 설계된 관리도에 연속해서 타점을 하는 것으로 공정의 변동을 관리할 수 있게 된다. 이 때의 관리도 예는 아래 <그림 2>와 같다.



<그림 2> 관리상태일 때의  $CV$ -관리도의 예

<그림 2>를 통해 동일한 공정에서 생산되는 제품 A, B의 변동이 동일하게 관리되는 것을 알 수 있다. 만약, 변동계수  $K=0.1$ 로 관리돼는 제품 C의 변동이 공정의 이상원인에 의해  $K=0.14$ 로 바뀐 경우, <그림 2>에 연속적으로 타점을 하면 아래의 <그림 3>과 같다.



<그림 3> 관리이탈상태일 때의  $CV$ -관리도의 예

<그림 3>을 통해 공정이 제품 C를 생산하면서 변동계수가 관리상한선 밖에 타점되어 공정변동이 상향증가했음을 알 수 있다.  $CV$ -관리도는 짧은 생산 주기를 가지고 생산되는 단품종 생산 공정에 하나의 관리도를 이용하여 공정의 변동을 모니터링 할 수 있다는 장점이 있다. 또한, 변동계수는 단위를 갖지 않는 특징이 있기

때문에 하나에 제품에 대하여 품질특성치가 길이와 무게 등 서로 다른 두 가지 경우에도 하나의  $CV$ - 관리도를 통해 모니터링 할 수 있다.

이 결과를 통해서 본 연구에서 제안하는  $CV$ - 관리도가 다품종을 생산하는 공정에 대해 변동을 모니터링하기 위한 관리도로서 충분한 기능을 하는 것을 알 수 있다.

## 5. 수행도 분석

이 장에서는 앞장에서 설계한 각각의  $CV$ - 관리도에 대하여 시뮬레이션을 통해 수행도를 평가한다.

관리도에서 이상원인이 발생한 후부터 이상신호를 줄 때까지 샘플링 한 횟수를 런 길이(Run Length: RL)라 한다. 관리도의 수행도는 런 길이의 기댓값인 평균 런 길이(Average Run Length: ARL)를 이용하여 평가한다. 공정이 관리상태일 때의 ARL을  $ARL_0$ 라 하고, 이상상태일 때의 ARL을  $ARL_1$ 이라고 한다. 효율적인 관리도는 공정이 관리상태일 때의  $ARL_0$ 이 크고, 공정이 이상상태일 때의  $ARL_1$ 이 작은 값을 갖는 특성이 있다[2].

시뮬레이션을 위해 사용한 프로그래밍 언어는 Visual C++이고, 정규분포 난수를 발생시키기 위하여 IMSL에서 제공하는 난수발생함수를 사용한다. 시뮬레이션은 50,000번 반복하였고, 반복 시점별 RL의 평균값인 ARL로 관리도의 수행도를 평가하였다.

샘플사이즈  $n=5$ 이고, 변동계수  $K=0.1$ 일 때를 공정이 관리상태일 때의  $ARL_0$ 로 고정시킨 후, 공정이 관리이탈 상태일 때 각각의 관리도에 대하여  $ARL_1$ 을 비교한다. 수행도는  $CV_1$ -관리도와  $CV_2$ -관리도 그리고  $S^2$ -관리도와 비교한다. 변동을 관리하기 위해 일반적으로 사용되는 관리도 중  $S^2$ -관리도와 비교하여  $CV$ -관리도의 성능이 변동을 관리하기에 적절한지를 보이고,  $CV_1$ -관리도와  $CV_2$ -관리도의 수행도 비교를 통해 두 관리도의 특징을 살펴본다.

<표 2>와 <표 3>의 결과, 본 연구에서 제안하는  $CV_1$ -관리도와  $CV_2$ -관리도는 대부분의 경우에 대해  $ARL_1$ 이 유사한 결과를 보였으나, 공정이 관리상태일 경우의  $CV_2$ -관리도가  $ARL_0$  값이 더 우수한 것으로 나타났다. 이 결과를 통해 변동계수를 이용한 관리도는  $CV_2$ -관리도가 더 적절하다는 것을 알 수 있다. 이러한 결과는, 앞에서 언급한 것과 같이 Vangel에 의해 제안된 근사 분포가 small sample일 경우, 특히 샘플사이즈가 5 이하일 때 McKay에 의해 제안된 근사 분포보다 더 좋은 근사 분포라는 것과 동일한 결과이다.

$CV_2$ -관리도와 기존의  $S^2$ -관리도의 수행도를 비교한 결과, 전반적으로  $ARL_0$ 와  $ARL_1$  모두 유사한 성능을 보임을 <표 3>을 통해 알 수 있다.

<표 2>  $CV$ -관리도의 ARL 비교( $n=5$ )

$\sigma$	$K$	$CV_1$	$CV_2$
1	0.01	1.0346	1.0341
2	0.02	2.6563	2.6486
4	0.04	23.2853	22.9751
6	0.06	103.5260	102.7050
8	0.08	312.2900	308.7850
<b>10</b>	<b>0.10</b>	<b>369.0850</b>	<b>375.0090</b>
12	0.12	64.1257	65.3627
14	0.14	16.9641	17.2386
16	0.16	7.3424	7.3577
18	0.18	4.2060	4.2801
20	0.20	2.9332	2.9487
22	0.22	2.2622	2.2659
24	0.24	1.8886	1.8851
26	0.26	1.6486	1.6547
28	0.28	1.4920	1.4925
30	0.30	1.3856	1.3858

<표 3>  $CV_2$ -관리도와  $S^2$ -관리도의 ARL 비교( $n=5$ )

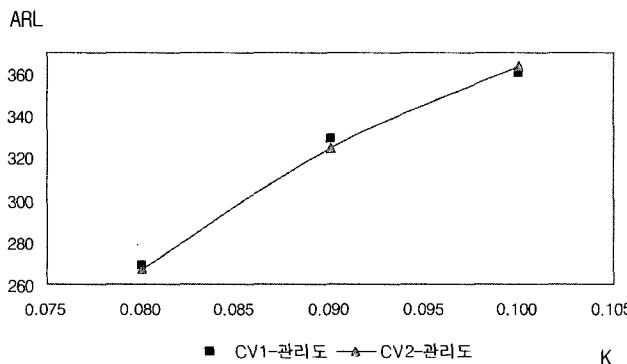
$\sigma$	$K$	$CV_2$	$S^2$
1	0.01	1.0341	1.0335
2	0.02	2.6486	2.6349
4	0.04	22.9751	22.7188
6	0.06	102.705	102.1840
8	0.08	308.785	308.3140
<b>10</b>	<b>0.10</b>	<b>375.009</b>	<b>373.7580</b>
12	0.12	65.3627	64.7877
14	0.14	17.2386	16.8175
16	0.16	7.3577	7.1834
18	0.18	4.2801	4.1435
20	0.20	2.9487	2.8643
22	0.22	2.2659	2.2255
24	0.24	1.8851	1.8463
26	0.26	1.6547	1.6097
28	0.28	1.4925	1.4582
30	0.30	1.3532	1.3532

<표 4>는 샘플사이즈  $n=10$ 일 때,  $CV_2$ -관리도와  $S^2$ -관리도와 수행도를 비교한 결과이다.  $n=5$ 일 때에

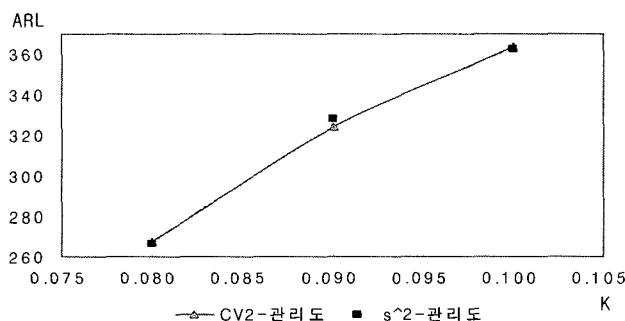
비하여 공정의 작은 변동에도 민감하게 반응하는 것을 알 수 있으며, 기존의  $S^2$ -관리도와 비교하여 공정이 관리상태일 때의  $ARL_0$  가 더 길면서도 관리이탈상태일 때의  $ARL_1$  이 거의 동일한 결과를 보임을 알 수 있다.

<표 4>  $CV_2$ -관리도와  $S^2$ -관리도의 ARL 비교( $n=10$ )

$\sigma$	$K$	$CV_2$	$S^2$
1	0.01	1.0000	1.0000
2	0.02	1.0004	1.0003
4	0.04	2.2973	2.2649
6	0.06	18.0648	17.7434
8	0.08	131.8190	130.5990
10	<b>0.10</b>	<b>385.4010</b>	<b>374.0350</b>
12	0.12	39.0980	36.9657
14	0.14	8.2052	7.7458
16	0.16	3.4149	3.2794
18	0.18	2.0967	2.0094
20	0.20	1.5657	1.5196
22	0.22	1.3149	1.2878
24	0.24	1.1868	1.1646
26	0.26	1.1188	1.0969
28	0.28	1.0731	1.0608
30	0.30	1.0472	1.0377



<그림 4>  $CV_1$ -관리도와  $CV_2$ -관리도의  $ARL_1$  비교



<그림 5>  $CV_2$ -관리도와  $S^2$ -관리도의  $ARL_1$  비교

<표 5>  $K$  값에 따른  $CV_2$ -관리도의 관리한계선

K	UCL	LCL
0.01	0.02110	0.00163
0.02	0.04222	0.00325
0.04	0.08458	0.00650
0.06	0.12725	0.00975
0.08	0.17038	0.01298
0.10	0.21415	0.01621
0.12	0.25872	0.01943
0.14	0.30429	0.02264
0.16	0.35109	0.02583
0.18	0.39935	0.02911
0.20	0.44935	0.03215
0.22	0.50140	0.03528
0.24	0.55589	0.03839
0.26	0.61326	0.04147
0.28	0.67404	0.04453
0.30	0.73889	0.04756

<그림 4>와 <그림 5>는 공정의 작은 변동에 대한수행도 분석 결과를 그래프로 나타낸 것이다. 각각의 관리도에 대한 ARL이 전반적으로 유사한 것을 알 수 있다. 또한,  $CV$ -관리도는 공정 변동의 상향변동뿐만 아니라, 하향변동에도 민감하게 감지하는 것을 알 수 있다. <표 5>는  $n=5$ 일 때,  $K$  값에 따른 각각의 관리한계선을 계산한 결과이다.

변동계수 통계량은 샘플의 평균과 표준편차가 서로 독립인 확률변수이다. 이 가정은 변동계수의 분포를 유도하는데 매우 중요한 가정으로 샘플 평균의 증가나 감소가 표준편차의 증가나 감소에 전혀 영향을 주지 않는다는 것이다[6]. 또한, 변동계수 통계량은 샘플의 표준편차를 그 평균으로 나누었기 때문에 평균의 변화에 매우 둔감하며, 만약 관리도에 타점되는 변동계수 통계량이 평균의 변화로 인하여 관리한계선 밖에 타점되었다면, 그 평균은 상대적으로 매우 큰 증가나 감소에 기인한 것이라 할 수 있다. 본 연구에서는 단품종 소량생산 공정의 경우와 같이 하나의 공정에서 다수의 품질특성을 모니터링하는 경우, 하나의 관리도로서 공정의 변동을 모니터링하기 위한 효과적인 관리도로서 사용될 수 있음을 수치예제와 수행도 분석을 통하여 확인하였다.

## 6. 결 론

관리도는 공정을 모니터링 하는데 있어 매우 유용한 도구로 실제 현장에서 많이 이용되고 있을 뿐만 아니라, 이에 대한 연구도 활발히 이루어지고 있다. 최근의 관리 도에 대한 연구는 다변량 관리도(multivariate control chart), 평균과 분산을 동시에 모니터링 할 수 있는 관리 도 등 대부분이 그 적용 효율성이 높은 측면으로의 연구가 활발히 진행되고 있다.

이러한 측면에서, 본 논문에서 제안한 변동계수 관리 도는 하나의 관리도를 이용해 단일 제품에 대한 변동을 모니터링 할 수 있을 뿐만 아니라, 동일 공정에서 생산 되는 여러 제품의 변동을 하나의 관리도를 이용하여 모니터링 할 수 있다는 점에서 생산 주기가 짧은 단품 종 소량 생산 공정에 매우 효율적인 관리도라고 할 수 있다. 또한  $\chi^2$  분포표 만으로 쉽게 관리한계선을 설정 할 수 있기 때문에 실제 공정에 적용하기에 매우 효과 적인 관리도라 할 수 있다.

ARL을 이용해  $CV$ -관리도의 수행도를 평가한 결과,  $CV$ -관리도는 공정의 변동을 모니터링하기 위한 관리 도로써 충분한 기능을 가지고 있음을 알 수 있다.

추후 연구과제로는 본 논문에서 제안한  $CV$ -관리도와 결합하여 사용할 수 있는 공정 평균을 모니터링 할 수 있는 관리도에 대한 연구가 수행되어야 할 것이다.

### 참고문헌

- [1] Wong, A. C. M. and J. Wu.; "Small sample Asymptotic Inference for the Coefficient of Variation: Normal and Nonnormal Models," Journal of Statistical Planning and Inference, 104: 73-82, 2002.
- [2] Montgomery, D. C.; Introduction to Statistical Quality Control, 4th Edition, John Wiley & Sons, New York, 2001.
- [3] Hines, W. W. and Montgomery, D. C.; Probability and Statistics in Engineering and Management Science, 3rd Edition., John Willey & Sons, New York, 1990.
- [4] Iglewicz, B. and Myers, R. H.; "Comparisons of Approximations to the Percentage Points of the Sample Coefficient of Variation," Technometrics, 12(1): 166-169, 1970.
- [5] Nelson, L. S.; "Some Notes on Variation," Journal of Quality Technology, 31(4): 459-462, 1999.
- [6] Mark G. V.; "Confidence Intervals for a Normal Coefficient of Variation," The American Statistician, 15(1): 21-26, 1996.
- [7] McKay, A. T. and M. Sc.; "Distribution of the Coefficient of Variation and the Extended t Distribution," Journal of the Royal Statistical Society, XCIV, Part IV, 1931.
- [8] Xie, M., Goh, T. N., and Ranjan, P.; "Some effective control chart procedures for reliability monitoring," Reliability Engineering and System Safety, 77: 143-150, 2002.