

하이퍼-스타 연결망의 위상적 성질과 방송 알고리즘

김 종 석* · 오 은 숙** · 이 형 옥***

요 약

최근에 병렬처리를 위한 새로운 위상으로 하이퍼-스타 그래프 $HS(m, k)$ 가 제안되었다. 하이퍼-스타 그래프는 하이퍼큐브와 스타 그래프의 성질을 가지고 있으면서, 같은 노드수를 갖는 하이퍼큐브보다 망비용이 우수한 그래프이다. 본 논문에서는 하이퍼-스타 그래프 $HS(m, k)$ 가 하이퍼큐브의 서브그래프임을 증명한다. 그리고 정규형 그래프인 하이퍼-스타 $HS(2n, n)$ 가 제안된 매핑 기법에 의해 노드 대칭임을 보이며, 최소 높이를 갖는 스패닝 트리를 이용한 일-대-다 방송 기법을 제안하고, 방송 수행 시간이 $2n-1$ 임을 보인다.

Topological Properties and Broadcasting Algorithm of Hyper-Star Interconnection Network

Jong-Seok Kim* · Eunseuk Oh** · Hyeong-Ok Lee***

ABSTRACT

Recently A Hyper-Star Graph $HS(m, k)$ has been introduced as a new interconnection network of new topology for parallel processing. Hyper-Star Graph has properties of hypercube and star graph, further improve the network cost of a hypercube with the same number of nodes. In this paper, we show that Hyper-Star Graph $HS(m, k)$ is subgraph of hypercube. And we also show that regular graph, Hyper-Star Graph $HS(2n, n)$ is node-symmetric by introduced mapping algorithm. In addition, we introduce an efficient one-to-all broadcasting scheme - takes $2n-1$ times - in Hyper-Star Graph $HS(2n, n)$ based on a spanning tree with minimum height.

키워드 : 상호연결망(Interconnection Network), 하이퍼큐브(Hypercube), 하이퍼-스타(Hyper-Star), 서브그래프(Subgraph), 대칭성(Symmetry), 방송(Broadcasting)

1. 서 론

하이퍼큐브 연결망은 각종 응용 분야에서 요구하는 통신망 구조를 쉽게 제공할 수 있는 장점이 있어 기존의 연구용 및 상용 시스템에 널리 사용되고 있는 대표적인 상호 연결망이다. 노드 및 에지 대칭이고 간단한 라우팅 알고리즘과 최대 고장 허용도와 단순한 재귀적 구조를 가지고 있으며, 기존에 제안된 다양한 상호 연결망과 쉽게 임베딩 가능하다는 장점을 가지고 있다[4, 7, 9]. 이러한 하이퍼큐브 연결망을 기반으로 한 다양한 상호 연결망이 많이 발표되었다[2, 3, 5, 10].

최근에 병렬처리를 위한 새로운 위상으로 하이퍼-스타 그래프 $HS(m, k)$ 가 제안되었다[6]. 하이퍼-스타 그래프는 하이퍼큐브와 스타 그래프의 성질을 가지고 있으면서, 같은 노드수를 갖는 하이퍼큐브보다 망비용이 더욱 우수하고, 차원

이 증가함에 따라 노드수가 급격하게 증가하는 스타 그래프의 단점을 개선한 그래프이다. 간단한 라우팅 알고리즘과 최대 고장 허용도와 유용한 확장성을 가지고 있으며, 이분할 그래프이다. 본 논문에서는 하이퍼-스타 그래프가 가지고 있는 몇 가지 유용한 성질을 분석하도록 하겠다.

먼저 하이퍼-스타 그래프가 하이퍼큐브의 서브그래프임을 보이고, 정규연결망 하이퍼-스타 $HS(2n, n)$ 가 노드 대칭성을 가짐을 증명하겠다. 대칭성은 상호연결망을 평가하는 아주 중요한 요소 중의 하나이다[1, 9]. 대칭성이 있는 연결망은 노드의 부하를 다른 노드들에게 동일하게 분산할 수 있으므로 부하가 한 노드에 집중되지 않으며, 모든 노드가 같은 역할을 수행하므로 모든 노드에 동일한 알고리즘을 적용할 수 있게 한다. 정규연결망 하이퍼-스타 $HS(2n, n)$ 에서 매핑 알고리즘을 제시함으로써 $HS(2n, n)$ 이 노드 대칭임을 보이겠다. 또한 L_{n-1} 의 노드들과 L_n 의 노드들을 연결하는 에지들을 모두 제거한 후 발생하는 두 개의 부연결망($L_i(0 \leq i \leq n-1)$)의 노드들로 구성된 부연결망과 $L_j(n \leq j \leq 2n-1)$ 의 노드들

* 준 회원 : 순천대학교 컴퓨터과학과 Postdoctoral

** 준 회원 : Virginia Commonwealth University Postdoctoral

*** 종신회원 : 교신저자, 순천대학교 컴퓨터교육과 교수

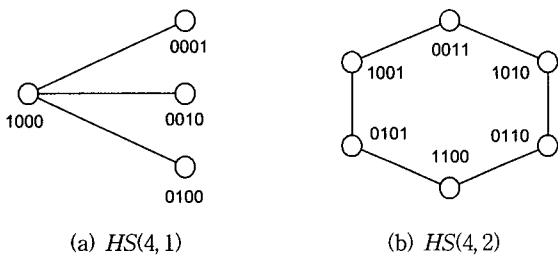
논문접수 : 2004년 4월 28일, 심사완료 : 2004년 9월 6일

로 구성된 부연결망이 대칭임을 보이겠다.

방송은 상호연결망을 위한 가장 기본적인 데이터 통신기법이며 병렬 알고리즘을 설계하는데 있어서 가장 기본이 되는 작업으로 노드와 노드 사이의 메시지 전송을 의미한다. 방송은 상호연결망에서 다양한 선형대수 알고리즘(matrix-vector multiplication, LU-factorization, Householder-transformations)을 포함하고 있는 많은 응용 분야들을 위한 매우 중요한 요소이다[4, 8]. 정규연결망 하이퍼-스타 $HS(2n, n)$ 의 스페닝 트리를 이용한 일-대-다 방송 기법을 제안하고, 방송 수행 시간이 $2n-1$ 임을 보이겠다. 다음 장에서는 하이퍼-스타 $HS(m, k)$ 에 대하여 간략히 알아보고, 3장에서는 하이퍼-스타 $HS(m, k)$ 가 하이퍼큐브의 서브그래프임을 보이고, 하이퍼-스타 $HS(2n, n)$ 가 노드 대칭임을 보이며, 4장에서는 $HS(2n, n)$ 의 스페닝 트리를 이용한 일-대-다 방송 기법을 제안하고, 마지막으로 결론을 맺도록 하겠다.

2. 관련 연구

하이퍼-스타 $HS(m, k)$ 는 $\binom{m}{k}$ 개의 노드로 구성된 연결망으로 각 노드는 m 개의 비트스트링 $b_1b_2 \dots b_i \dots b_m$ 으로 표현되며, $|b_i = "1"| = k$ 이다. b_i 와 b_j 가 보수일 때 b_i 와 b_j 를 교환하는 치환을 σ_i 라 하면, $v = \sigma_i(u)$ 인 두 노드 $u = b_1b_2 \dots b_i \dots b_m$ 와 $v = b_1b_2 \dots b_1 \dots b_m$ 사이에 에지가 발생하며, u 와 v 를 연결하는 에지를 i -에지라고 한다. 하이퍼-스타는 매우 간단한 라우팅 알고리즘과 유용한 확장성을 가지고 있고, 이분할 연결망이며, 최대 고장 허용도를 가지고 있다[6]. 하이퍼-스타 $HS(m, k)$ 는 $m=2k$ 일 때 정규연결망이고, 그렇지 않을 경우에는 비정규연결망이다. (그림 1)은 $HS(4, 1)$ 과 $HS(4, 2)$ 를 나타낸다.



(그림 1) $HS(4, 1)$ 와 $HS(4, 2)$

임의의 노드 u 에서 치환 $\sigma_{k1}, \sigma_{k2}, \dots, \sigma_{kt}$ 을 순차적으로 적용하여 정해지는 경로를 $[k_1, k_2, \dots, k_t]$ 로 표시하겠다. 예를 들면 노드 0011에서 노드 1100으로 가는 경로는 $[3, 2, 4]$ 혹은 $[4, 2, 3]$ 이다. 정규연결망 하이퍼-스타 $HS(2n, n)$ 의 임의의 두 노드를 $u = a_1a_2 \dots a_i \dots a_{2n}$ 와 $v = b_1b_2 \dots b_i \dots b_{2n}$ 라고 하고, 두 노드 u 와 v 사이의 거리를 $dist(u, v)$ 라고 하면, $dist(u, v)$ 는 다음과 같다.

- $d(u_i, v_i) = \begin{cases} 1 & \text{if } a_i \neq b_i, \\ 0 & \text{if } a_i = b_i. \end{cases}$
- $dist(u, v) = \sum_{i=1}^{2n} d(u_i, v_i)$

[성질 1] 하이퍼-스타 $HS(2n, n)$ 의 임의의 두 노드를 $u = 0^n1^n$ 와 v 라고 하자. 만약 $dist(u, v)$ 가 m 이면, 노드 u 로부터 노드 v 를 연결하는 경로 상에 존재하는 임의의 노드 v 는 레벨 L_m 에 위치한다.

3. 서브그래프와 대칭성

3.1 하이퍼큐브의 서브그래프 : 하이퍼-스타 $HS(m, k)$

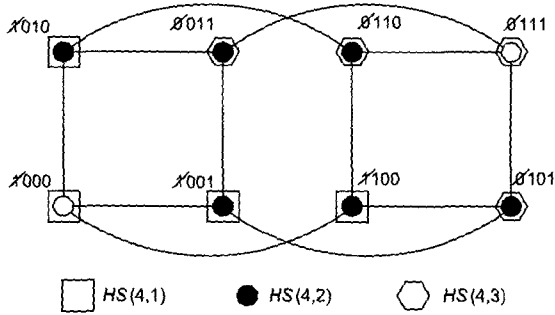
[정리 1] 하이퍼-스타 그래프 $HS(m, k)$ 는 $m-1$ 차원 하이퍼큐브의 서브그래프이다.

[증명] 하이퍼-스타 그래프와 하이퍼큐브의 각 노드는 2진수 "0"과 "1"을 순서 없이, 연속적으로 나열한 형태로 표현되어 있다. 하이퍼-스타 그래프 $HS(m, k)$ 의 각 노드는 m 개의 비트스트링 $b_1b_2 \dots b_i \dots b_m$ 으로 표현되며, $|"1"| = k$ 이다. b_i 와 b_j 가 보수일 때 b_i 와 b_j 를 교환하는 치환을 σ_i 라 하면, $v = \sigma_i(u)$ 인 두 노드 $u = b_1b_2 \dots b_i \dots b_m$ 와 $v = b_1b_2 \dots b_1 \dots b_m$ 사이에 에지가 발생한다. 하이퍼큐브의 각 노드는 n 개의 비트스트링 $a_1a_2 \dots a_i \dots a_n$ 으로 표현되고, 두 노드 $s = a_1a_2 \dots a_i \dots a_n$ 와 $w = a_1a_2 \dots \bar{a}_i \dots a_n$ 사이에 에지가 발생한다. 하이퍼-스타 그래프에서 인접해 있는 두 노드의 첫 번째 비트를 제거하면 다음과 같이 표현할 수 있다. $u' = b_2 \dots b_i \dots b_m$ 이고, $v' = b_2 \dots b_1 \dots b_m$ 이다. b_i 와 b_j 가 보수 관계라고 했으므로, $v' = b_2 \dots \bar{b}_i \dots b_m$ 임을 알 수 있다. 첫 번째 비트를 제거한 두 노드 u' 와 v' 를 보면 노드 표현 형태와 노드와 노드를 연결하는 에지 발생 규칙이 하이퍼큐브와 동일함을 알 수 있다. 그리고 하이퍼-스타 그래프 $HS(m, k)$ 에서 $k = |"1"|$ 이라고 했으므로 첫 번째 비트를 제거한 하이퍼-스타 그래프 $HS(m, k)$ 의 $|"1"|$ 은 k 이거나 $k-1$ 이다. $n=(m-1)$ 차원 하이퍼큐브에서 $|"1"|$ 이 k 와 $k-1$ 인 노드들로 연결된 서브그래프를 구성하면 구성된 서브그래프는 하이퍼-스타 그래프 $HS(m, k)$ 와 동일함을 쉽게 알 수 있다. 그러므로 하이퍼-스타 그래프 $HS(m, k)$ 는 $m-1$ 차원 하이퍼큐브의 서브그래프이다. □

m 값이 동일한 하이퍼-스타 그래프들을 $HS(m, 1), HS(m, 2), \dots, HS(m, i), \dots, HS(m, k)$ 이라고 하자($1 \leq i \leq k$). 각 $HS(m, i)$ 그래프들의 노드들 중에는 서로 다른 $HS(m, i)$ 에 속해 있지만 동일한 비트스트링을 갖는 노드들이 존재한다. 이와 같은 동일한 비트스트링을 갖는 노드들을 모두 겹쳐서 연결하면 $m-1$ 차원 하이퍼큐브를 생성한다. 예를 들면 $HS(4, 1)$ 과 $HS(4, 2)$ 에는 1010, 1001, 1100이 동시에 존재하고, $HS(4, 2)$ 와 $HS(4, 3)$ 에는 0011, 0110, 0101이 동시에 존재한다. $HS(4, 1)$ 과

HS(4,2)와 HS(4,3)에서 동시에 존재하는 노드들을 겹쳐서 연결하면 3차원 하이퍼큐브를 생성한다. 그러므로 하이퍼-스타 그래프 HS(m,k)는 아래와 같은 성질을 가짐을 알 수 있다.

[성질 2] m값이 동일한 하이퍼-스타 그래프 HS(m,k)들에 존재하는 동일한 비트스트링을 갖는 노드들을 모두 겹쳐서 연결하면 m-1차원 하이퍼큐브를 생성한다.



(그림 2) 3차원 하이퍼큐브 내부의 하이퍼-스타 그래프 HS(4,1), HS(4,2), HS(4,3)

3.2 노드 대칭성

연결망 G에 속한 어떤 노드에서도 G가 똑같이 보일 때 G는 노드 대칭적이라 한다. 즉, 연결망의 임의의 두 노드 u와 w에 대응시키는 자기동형(automorphism)이 존재하면 그 연결망은 노드 대칭적이다[1, 9]. 대칭성은 주어진 연결망으로 병렬 컴퓨터를 설계할 때 각종 자원의 관리를 쉽게 하고, 효율적이 라우팅을 설계할 수 있도록 한다. 하이퍼-스타 HS(m,k)는 비정규형 연결망이기 때문에 대칭성이 존재할 수 없으므로 m=2k인 정규연결망 하이퍼-스타 HS(2n,n)에서 노드 대칭성이 존재함을 증명하겠다.

[정의 1] 하이퍼-스타 HS(2n,n)의 노드 u를 정점으로 하는 트리를 매핑 트리 T_u라고 하면, T_u는 노드 u의 n개의 하위 노드 c₁, ..., c_n으로 구성되고, c₁은 n-1개의 하위 노드 g₁, ..., g_{n-1}으로 구성된다.

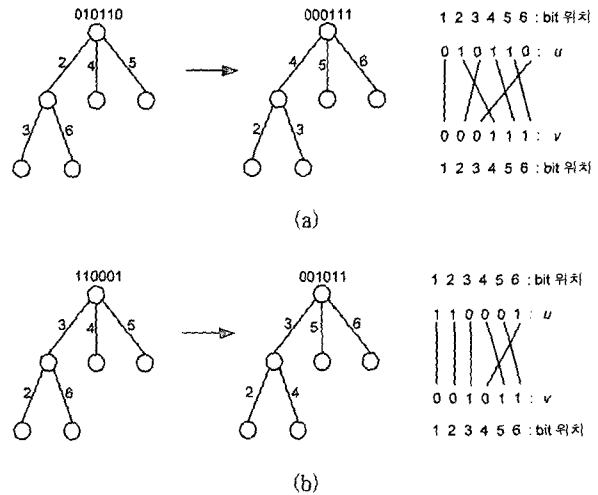
i_j-에지에 의해 u와 c_j가 연결되고 i_{n+k}-에지에 의해 c_j와 g_k가 연결되는 매핑 트리 T_u상에 존재하는 i-에지의 순서를 I_u=(i₁, ..., i_{2n-1})라고 하고, 마찬가지로 노드 v에 대한 i-에지의 순서를 I_v=(i'₁, ..., i'_{2n-1})라고 하자. 그러면 노드 u를 노드 v에 다음과 같은 알고리즘에 의해 매핑할 수 있다.

• 매핑 알고리즘

경우 1: u₁=v₁이면 u₁은 v₁에 매핑하고, u_i는 v_i에 매핑한다(i_j ∈ I_u, i'_j ∈ I_v).

경우 2: u₁=v₁이면 u_i는 v₁에 매핑하고, u_i는 v_i에 매핑한다(i_j ∈ I_u, i'_j ∈ I_v).

주어진 매핑 알고리즘에 의해 노드 u가 v에 매핑함으로써 그래프의 자기동형이 존재한다는 것을 보이는 것은 매우 쉽다. HS(6,3)의 두 노드를 u=010110, v=000111이라고 하자. (그림 3)(a)는 매핑 트리 T_u와 T_v를 이용하여 노드 u가 노드 v에 매핑하는 것을 보여주고 있다. 그림을 보면 T_u로부터 i-에지의 순서 I_u=(2,4,5,3,6)를 얻을 수 있고, T_v로부터 i-에지의 순서 I_v=(4,5,6,2,3)을 얻을 수 있다. 그러면 노드 u는 매핑 알고리즘의 경우 1에 의해 노드 v에 매핑할 수 있다. 또 HS(6,3)의 두 노드를 u=110001, v=001011라고 할 때, (그림 3)(b)는 매핑 트리 T_u와 T_v를 이용하여 노드 u가 노드 v에 매핑하는 것을 보여준다. 그림을 보면 T_u로부터 i-에지의 순서 I_u=(3,4,5,2,6)을 얻을 수 있고, T_v로부터 i-에지의 순서 I_v=(3,5,6,2,4)를 얻을 수 있으므로 노드 u는 매핑 알고리즘의 경우 2에 의해 노드 v에 매핑할 수 있다. 주어진 매핑 알고리즘에 의해 노드 u가 v에 매핑함으로써 그래프의 자기동형이 존재한다는 것을 보였으므로 다음과 같은 정리를 얻을 수 있다.



(그림 3) 매핑 알고리즘에 의한 매핑 트리: (a) u=010110, v=000111, (b) u=110001, v=001011

[정리 2] 정규연결망 하이퍼-스타 HS(2n,n)은 노드 대칭적이다.

매핑 알고리즘을 이용하여 임의의 두 노드 u'와 v' 사이의 라우팅을 임의의 노드 u로부터 특정 노드 v(=0ⁿ1ⁿ)로의 라우팅으로 변환할 수 있다. 가령 u'로부터 v'에 이르는 경로를 P=[p₁, p₂, ..., p_l]라 하고, 노드 u로부터 v에 이르는 경로를 Q=[q₁, q₂, ..., q_l]라고 하자. 노드 v'와 v에 적용된 매핑 알고리즘에 의해 p_i가 q_i로 매핑 된다면 경로 Q를 경로 P로 변환할 수 있다. HS(6,3)의 두 노드를 001011과 010110이라고 하고, 두 노드 사이의 경로를 P=[6,4,3,2]라고 하자. 두 노드 010110과 000111 사이의 매핑은 (그림 3)(a)에서 보였따. 그러므로 경로 P는 두 노드 011001과 000111 사이의 경

로인 $Q = [3, 5, 2, 4]$ 로 변환할 수 있다.

[성질 3] 하이퍼-스타 $HS(2n, n)$ 의 임의의 노드를 $u = 0^n 1^n$ 라고 하면, u 를 출발 노드로 하는 두 개의 경로 $P = [k_1, k_2, \dots, k_d]$ 와 $Q = [h_1, h_2, \dots, h_d]$ 가 있다고 하자. 경로 P 와 경로 Q 의 짝수 위치의 지수들이 순서에 상관없이 서로 같고, 홀수 위치의 지수들이 순서에 상관없이 서로 같으면 경로 P 와 경로 Q 에 의해 도착하는 노드는 동일하다.

[정리 3] 하이퍼-스타 $HS(2n, n)$ 의 임의의 노드를 $u = 0^n 1^n$ 라고 하면, L_{n-1} 의 노드들과 L_n 의 노드들을 연결하는 에지들을 모두 제거한 후 발생하는 두 개의 부연결망($L_i(0 \leq i \leq n-1)$ 의 노드들로 구성된 부연결망과 $L_j(n \leq j \leq 2n-1)$ 의 노드들로 구성된 부연결망)은 대칭이다.

[증명] 하이퍼-스타 $HS(2n, n)$ 의 전체 노드수는 $\binom{2n}{n}$ 이다. 최단 경로를 구하기 위해 치환 $\sigma_i(n+1 \leq i \leq 2n)$ 와 치환 $\sigma_{ij}(2 \leq j \leq n)$ 를 번갈아 적용하도록 한다. 이 때 동일 레벨에 위치한 노드들 사이에는 에지가 존재하지 않고, $|L_i - L_j| \geq 2$ 인 레벨 L_i 와 L_j 에 위치한 노드들 사이에도 에지가 존재하지 않는다.

노드 $u = 0^n 1^n$ 와 레벨 L_{2n-1} 에 위치한 노드 $v = 1^n 0^n$ 는 경로 $P = [n+1, 2, n+2, 3, \dots, n, 2n]$ 에 의해서 연결된다. 출발노드를 u 로 하는 최단 경로는 치환 $\sigma_i(n+1 \leq i \leq 2n)$ 와 치환 $\sigma_j(2 \leq j \leq n)$ 를 번갈아 적용하여 구할 수 있다. 성질 2에 의해 경로 P 와 짝수 위치의 지수들이 순서에 상관없이 서로 같고, 홀수 위치의 지수들이 순서에 상관없이 서로 같으면 출발노드 u 로부터 동일한 목적노드에 이르는 또 다른 최단 경로 $[k_1, k_2, \dots, k_d]$ 가 존재함을 알 수 있다. 레벨 L_1 에 위치한 노드들은 노드 u 와 치환 σ_i 에 의해 연결되어 있고, 레벨 L_{2n-2} 에 위치한 노드들도 노드 $v (= \bar{u})$ 와 치환 σ_i 에 의해 연결되어 있다. 레벨 L_1 에 위치한 임의의 노드 u' 는 레벨 L_2 에 위치한 특정한 노드들 $u'' \dots u^+$ 과 치환 σ_j 에 의해 연결되어 있고, 레벨 L_{2n-2} 에 위치한 임의의 노드 v' ($= \bar{u}'$)도 레벨 L_{2n-3} 에 위치한 특정한 노드들 $u'' (= \bar{u}'')$, \dots , $u^+ (= \bar{u}^+)$ 과 치환 σ_j 에 의해 연결되어 있다. 노드 u 와 노드 v 가 보수 관계에 있으므로 동일한 치환을 적용하여 발생하는 레벨 L_i 에 위치한 노드들과 레벨 $L_{2n-i+1}(0 \leq i \leq n)$ 에 위치한 노드들은 보수 관계에 있다. 각 노드의 분지수가 같으므로 레벨 L_i 에서 발생하는 에지들과 레벨 L_{2n-i+1} 에서 발생하는 에지들의 수와 연결 관계가 동일하다. 그러므로 레벨 $L_i(0 \leq i \leq n)$ 에 위치한 모든 노드들을 포함하고 레벨 L_0 에 위치한 노드 u 를 정점으로 하는 트리 T_i 와 레벨 $L_j(n+1 \leq j \leq 2n-1)$ 에 위치한 모든 노드들을 포함하고 레벨 L_{2n-1} 에 위치한 노드 v 를 정점으로 하는 트리 T_j 는 같은 형태를 갖는다. 즉 트리 T_i 와 T_j 는 자기

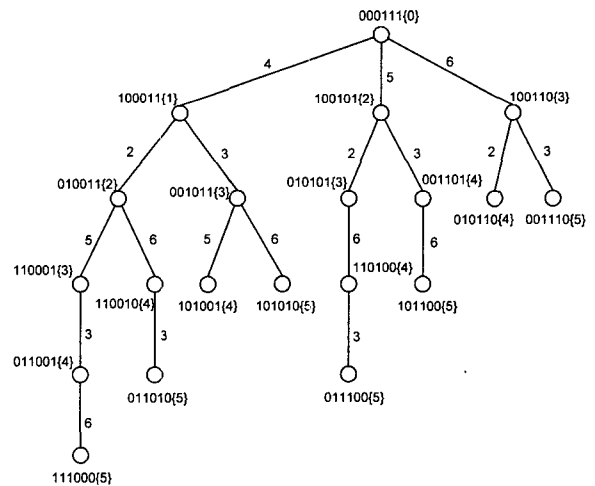
동형이다.

4. 방 송

$HS(2n, n)$ 의 방송을 위해 원시 노드 $u = 0^n 1^n$ 를 정점으로 하는 스페닝 트리를 만들겠다. $HS(2n, n)$ 구조는 스페닝 트리를 쉽게 만들 수 있다는 장점이 있다. $Pa(v)$ 는 노드 v 의 상위 노드를 나타내는 함수라고 하고, $Ch(v)$ 는 노드 v 의 하위 노드를 나타내는 함수라고 하자. 노드 v 의 2차원 상위 노드를 $g = Pa(Pa(v))$ 라고 하고, $E = \{i \mid r_i = g_i \oplus v_i = 1\}$ 라고 하자. v 가 짝수 레벨에 위치해 있는 경우에는 $i^0 \in E$ 와 $i^1 \in E$ 은 $1 \leq i^0 \leq n$ 과 $n+1 \leq i^1 \leq 2n$ 이고, v 가 홀수 레벨에 위치해 있는 경우에는 $i^0 \in E$ 와 $i^1 \in E$ 은 $1 \leq i^1 \leq n$ 과 $n+1 \leq i^0 \leq 2n$ 이다. 그리고 $\Psi = (i^1+1, i^1+2, \dots, 2n)$ 혹은 $\Psi = (i^1+1, i^1+2, \dots, n)$ 인 Ψ 에 속하는 모든 h 에 대해 $r_h = 0$ 이다. 즉, Ψ 는 R 의 i^1 의 위치로부터 연속적으로 0이 위치하는 집합을 나타낸다.

[정의 2] 원시 노드를 노드 $u = 0^n 1^n$ 라고 할 때, $Pa(v)$ 와 $Ch(v)$ 에 의해 노드 u 를 정점으로 하는 스페닝 트리 $ST(u)$ 를 다음과 같이 정의한다.

- $Ch(v) = \sigma_h(v)$, 모든 $h \in \Psi$,
- $Pa(v) = \sigma_{i^0}(v)$



(그림 4) 노드 $u=000111$ 를 정점으로 하는 $HS(6,3)$ 의 스페닝 트리

특히, 원시 노드 u 가 v 일 때는 $i^1 = n$ 이고, $Pa(v)$ 는 존재하지 않으며, $i^0 = 1$ 이고, $E = \{i \mid r_i = u_i \oplus v_i = 1\}$ 라고 가정한다. 그러면 v 의 하위 노드는 h -에지에 의해 연결되는 노드이고, v 의 상위 노드는 i^0 -에지에 의해 연결되는 노드임을 쉽게 알 수 있다. (그림 4)는 노드 u 를 정점으로 하는 $HS(6,3)$ 의 스페닝 트리 $ST(000111)$ 이다. (그림 4)에서 보면 L_2 에 위치

한 노드 010011을 v 라고 할 때, v 의 2차원 상위 노드는 000111이고, $E = (2, 4)$ 임을 알 수 있다. 또 v 가 짝수 레벨에 위치해 있으므로, $i^0 = 2$ 이고 $i^1 = 4$ 이며 $\Psi = \{5, 6\}$ 임을 알 수 있다. 그러므로 v 의 하위 노드는 $\sigma_5(v) = 110001$ 과 $\sigma_6(v) = 110010$ 이며, v 의 상위 노드는 $\sigma_2(v) = 100011$ 이다.

[정리 4] 원시 노드 $u = 0^n 1^n$ 이면, 스페닝 트리 $ST(u)$ 의 최적 높이는 $2n-1$ 이다.

[증명] 스페닝 트리 $ST(u)$ 안의 임의의 노드를 w 라고 하면, 노드 u 와 w 사이에 Exclusive-OR 함수를 적용하여 생성된 비트스트링을 $R = r_1 r_2 \dots r_m$ 이라고 하고, $r_i = u_i \oplus w_i$ 인 비트들의 집합을 R^* 라고 하자. 그러면 함수 $Pa(w)$ 는 $i^0 \in R^*$ 인 상위노드 $\sigma_{i^0}(w)$ 를 나타낸다. 성질 1에 의해 에지 $(w, Pa(w))$ 는 노드 u 로부터의 최단거리를 이끌어 낸다. $HS(2n, n)$ 은 노드 대칭이므로, $ST(u)$ 의 높이는 $HS(2n, n)$ 의 지름과 동일하다. 특히 $w = 1^n 0^n$ 일 때, $ST(u)$ 의 노드 u 와 w 를 연결하는 길이 $2n-1$ 인 최단 경로를 구성한다. 그러므로 스페닝 트리 $ST(u)$ 의 최적 높이는 $2n-1$ 이다.

본 논문에서는 일-대-다 방송 기법을 제안하겠다. 방송 기법은 다음과 같다.

먼저 원시 노드 u 가 가지고 있는 정보 M 을 하위 노드 중 가장 왼쪽에 위치한 하위 노드에 전달한다. 그러면 u 와 u_1 이 정보 M 을 가지고 있게 된다. 두 번째로 원시 노드 u 가 가지고 있는 정보 M 을 하위 노드 중 u_1 의 오른쪽에 위치한 하위 노드에 전달하고, 동시에 u_1 은 u_1 의 하위 노드 중 가장 왼쪽에 위치한 하위 노드에 정보 M 을 전달한다. $ST(u)$ 의 모든 노드에 정보 M 이 전달될 때까지 이와 같은 방송을 계속 수행한다. 제안한 방송 기법의 수행 시간은 $2n-1$ 이며, 이것은 $HS(2n, n)$ 의 지름과 같으므로 최적 방송임을 알 수 있다. (그림 4)에 표시한 $\{t\}$ 는 노드가 t 시간 만에 정보를 전달받는다는 것을 나타낸다.

5. 결 론

본 논문에서는 상호 연결망으로 널리 알려진 하이퍼큐브의 망비용을 개선한 하이퍼-스타 $HS(2n, n)$ 가 하이퍼큐브의 서브그래프라는 것과 노드 대칭성을 가짐을 보였고, L_{n-1} 의 노드들과 L_n 의 노드들을 연결하는 에지들을 모두 제거한 후 발생하는 두 개의 부연결망($L_i(0 \leq i \leq n-1)$ 의 노드들로 구성된 부연결망과 $L_j(0 \leq j \leq 2n-1)$ 의 노드들로 구성된 부연결망)이 대칭임을 보였다. 또한 $HS(2n, n)$ 의 스페닝 트리를 이용한 일-대-다 방송 기법을 제안하였고, 최적 방송 수행 시간이 $2n-1$ 임을 보였다.

이와 같은 결과는 하이퍼-스타 $HS(2n, n)$ 에서 노드의 부

하를 다른 노드들에게 동일하게 분산할 수 있도록 해서 부하가 한 노드에 집중되지 않도록 할 수 있는 장점이 있다는 것과 각종 자원의 관리를 쉽게 할 수 있다는 것을 보여주는 것이다. 그리고 정규연결망 하이퍼-스타 $HS(2n, n)$ 의 일-대-다 방송 기법이 최적 방송 기법임을 증명하는 것이며, $HS(2n, n)$ 에서의 실제 통신 시간을 알 수 있음을 보여주는 것이다. 또한 향후 하이퍼-스타 $HS(2n, n)$ 의 다양한 위상적 망성질 분석과 combinatorial 성질 분석 및 다-대-다 방송 기법 등을 분석하는 데 유용한 연구 자료가 될 것이다.

참 고 문 헌

- [1] S. B. Akers, D. Harel and B. Krishnamurthy, "The star graph : An attractive alternative to the n -cube," Proc. of the Int. Conf. Parallel Processing, pp.216-223, 1986.
- [2] D-R. Duh, G-H. Chen and J-F. Fang, "Algorithms and Properties of a New Two-Level Network with Folded Hypercubes as Basic Modules," IEEE Trans. Parallel and Distributed Systems, Vol.6, No.7, pp.714-723, July, 1995.
- [3] A. H. Esfahanian, L. M. Ni and B. E. Sagan, "The Twisted N -Cube with Application to Multiprocessing," IEEE Trans. Comput., Vol.40, No.1, pp.88-93, Jan., 1991.
- [4] S. L. Johnsson, "Communication Efficient Basic Linear Algebra Computations on Hypercube Architectures," Journal of Parallel Distributed Comput., Vol.4, pp.133-172, 1987.
- [5] J. Kim and K-G. Shin, "Operationally Enhanced Folded Hypercubes," IEEE Trans. Parallel and Distributed Systems, Vol.5, No.12, pp.1310-1316, 1994.
- [6] H.-O. Lee, J.-S. Kim, E. Oh, H.-S. Lim, "Hyper-Star Graph : A New Interconnection Network Improving the Network Cost of the Hypercube," Lecture Notes in Computer Science : EurAsia-ICT 2002, LNCS 2510, pp. 858-865, 2002.
- [7] F. T. Leighton, "Introduction to Parallel Algorithms and Architectures : Arrays, Hypercubes," Morgan Kaufmann Publishers, 1992.
- [8] V. E. Mendia nad D. Sarkar, "Optimal Broadcasting on the Star Graph," IEEE Trans. Parallel Distributed syst., Vol.3, No.4, pp.389-396, 1992.
- [9] A. S. Vaidya, P. S. N. Rao and S. r. Shankar, "A Class of Hypercube_like Networks," Proc. of the 5th IEEE Symposium on Parallel and Distributed Processing, pp. 800-803, 1993.
- [10] S.-K. Yun and K.-H. Park, "Comments on Hierarchical Cubic Networks," IEEE Trans. Parallel Distributed syst., Vol.9, No.4, pp.410-414, 1998.



김 종 석

e-mail : rockhee@sunchon.ac.kr
1995년 순천대학교 전자계산학과(학사)
2001년 순천대학교 컴퓨터과학과(석사)
2004년 순천대학교 컴퓨터과학과(이학박사)
현재 순천대학교 컴퓨터과학과

Postdoctoral

관심분야 : 병렬 및 분산처리 알고리즘, 그래프이론, 상호연결망, 계산이론, 광 네트워크



오 은 숙

e-mail : eunseuko@hotmail.com
1994년 한림대학교 전자계산학과(학사)
1996년 이화여자대학교 전자계산학과(석사)
2004년 Texas A&M University 컴퓨터과학과(이학박사)

현재 Virginia Commonwealth University

Postdoctoral

관심분야 : 그래프이론, 상호연결망, 고장허용 라우팅 알고리즘, Ad-hoc & 광 네트워크



이 형 옥

e-mail : oklee@sunchon.ac.kr
1994년 순천대학교 전자계산학과(학사)
1996년 전남대학교 전산통계학과(석사)
1999년 전남대학교 전산통계학과(이학박사)
1999년~2002년 한국전산원 선임연구원
2002년~현재 순천대학교 컴퓨터교육과

조교수

관심분야 : 병렬 및 분산처리 알고리즘, 그래프이론, 상호연결망, 계산이론