

# 비례항법을 이용한 무인 항공기의 최적 충돌 회피 기동

## Proportional Navigation-Based Optimal Collision Avoidance for UAVs

한수철, 방효충\*

(Su-Cheol Han and Hyochoong Bang)

**Abstract :** Optimal collision avoidance algorithm for unmanned aerial vehicles based on proportional navigation guidance law is investigated in this paper. Although proportional navigation guidance law is widely used in missile guidance problems, it can be used in collision avoidance problem by guiding the relative velocity vector to collision avoidance vector. The optimal navigation coefficient can be obtained if an obstacle moves at constant velocity vector. The stability of the proposed algorithm is also investigated. The stability can be obtained by choosing a proper navigation coefficient.

**Keywords :** collision avoidance, proportional navigation, optimal control, UAV

### I. 서론

항공기간의 충돌사고는 값비싼 항공기의 손실뿐만 아니라 수 많은 인명의 손실을 가져오는 최악의 사고라 할 수 있다. 항공기술의 발달과 더불어 항공기의 성능 및 운항횟수 역시 급증하고 있는 추세이다. 이런 상황에 항공기간의 충돌회피에 관한 문제는 대단히 중요한 문제라고 할 수 있다. 또한 최근 들어 무인정찰기를 시작으로 무인전투기까지 무인 항공기에 대한 많은 연구가 진행되고 있고 그 한 분야로서 충돌회피 역시 중요한 이슈로 떠오르고 있는 실정이다.

지금까지의 충돌회피에 관한 연구는 대단히 많이 진행되어 왔고 충돌회피를 위한 방법 역시 수많은 방법이 제시되고 있다. 포텐셜 필드(Potential field)를 이용하는 방법은 Katib에 의해 제시되었다[1]. 이후로 포텐셜 필드를 이용하는 방법은 많은 연구에서 보정되어 왔다. P.Tang *et al.*는 퍼지 로직(Fuzzy logic)을 이용하여 축구로봇의 충돌회피 알고리즘을 제시하였다[2]. D. Rathbun *et al.*은 유전자(Genetic) 알고리즘을 충돌회피에 적용하였고[3], C. Tomlin *et al.*은 충돌회피에 혼합시스템(Hybrid system) 기법을 적용하였다[4]. K. sigurd 와 J. How는 총합 필드(Total Field)를 이용한 충돌회피 알고리즘을 제안하였다[5].

비례항법(Proportional navigation)은 미사일 유도 분야에서 광범위하게 연구되어 왔고 그 유용성 또한 많은 연구에서 입증되어 왔다[6]. 이 비례항법을 충돌회피에 이용하기 위해서 본 논문에서는 충돌 회피 벡터를 정의하고 항공기의 기수를 충돌 회피 벡터로 유도하도록 하는데 비례항법을 이용하였다. 또한 이 로직의 안정성을 확인하기 위해 리아프노프(Lyapunov)이론을 적용하여 안정성을 확보하기 위한 항법계수를 설정하는 방법을 제시하였고, 나아가 최적화(Optimization)기법을 이용하여 최적 비례항법 계수를 적절히 선정하는 방법을 제시하였다. 비례 항법에서의 최적 항법계수를 정하는 방법은 많은 방법이 제시되어 있으나 본 논문에서는 이동식 극좌표계(Movable polar coordinate)를 이용하여 제어입력에 대한 최적 항

법계수를 정하는 방법을 채택하였다 [7].

이 논문은 총 6장으로 구성되어 있다. 먼저 2장에서는 비례항법을 이용한 충돌회피 알고리즘(PNCAG : Proportional Navigation-Based Collision Avoid Guidance)을 소개하고, 3장에서는 이 방법의 안정성을 확보하기 위한 항법계수를 정하는 알고리즘을 소개하였다. 4장에서는 극좌표계를 이용한 최적 비례항법 계수를 정하는 방법을 제시하였다. 그리고 5, 6장에서는 시뮬레이션을 통하여 제시한 알고리즘의 효용성을 입증하였다. 마지막으로 6장에서는 결론을 맺고 앞으로 더 연구해야 할 방향을 제시한다.

### II. 비례항법을 이용한 충돌회피 유도법칙

#### 1. PNCAG 알고리즘

비례항법을 이용한 충돌회피 알고리즘은 다음과 같이 유사 코드(Pseudo code) 형태로 요약할 수 있다.

장애물 콘(Obstacle cone)은 그림 1에서 A, B, X에 의해 생기는 콘 모양의 영역을 말한다. 항법모드(Navigation mode)는 항공기 진행방향에 장애물이 존재하지 않아 항공기가 자신의 목적지를 향해 비행해 가는 상태를 말하고, 충돌회피모드(Collision avoidance mode)는 장애물의 존재로 인해 항공기가 장애물 회피 기동을 수행해야 하는 상태를 말한다.

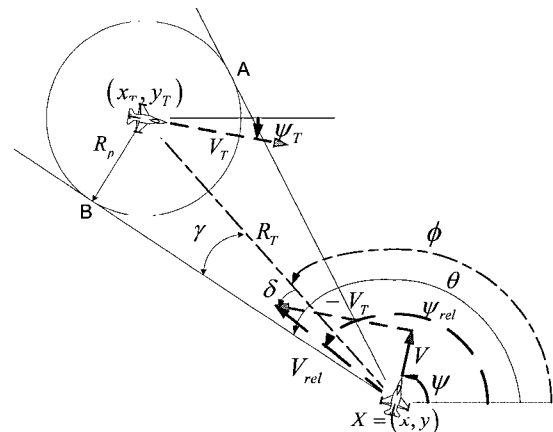


그림 1. 충돌회피유도 문제의 기하.

Fig. 1. Geometric configuration for the collision avoidance between two aircraft.

\* 책임저자(Corresponding Author)

접수일자 : 2004. 9. 25., 채택확정 : 2004. 10. 13.

한수철, 방효충 : 한국과학기술원 기계공학과

(schan@fdcl.kaist.ac.kr/hcbang@fdcl.ac.kr)

※ 이 연구는 과학기술부에서 지원하는 21세기 프론티어 사업중 하나인 스마트 무인기 개발 사업의 지원으로 수행되었습니다.

표 1. 알고리즘 요약.

Table 1. Summary of PNCAG algorithm.

---

Do while (Aircraft is not reach the goal)

Calculate the relative velocity vector

$$\vec{v}_{rel} = \vec{v} - \vec{v}_T$$

If (Relative velocity vector is out of the obstacle cone)

Navigation mode is initiated

Else

Collision avoid mode is initiated

End

End

---

2. 충돌회피모드 문제 해석

충돌회피문제는 장애물에 대해 안전거리( $R_p$ )를 설정하고 항공기와 장애물 사이의 거리를 안전거리 이상으로 유지하는 문제로 공식화 할수 있다. 그림 1은 충돌회피 유도 알고리즘의 기하를 보여주고 있다. 그림 1에서 충돌 회피 벡터를  $\overline{XA}$  로 정의하고 항공기의 상대속도 벡터를 충돌회피 벡터로 유도하도록 하는 유도법칙을 사용한다.

충돌회피를 위한 비례항법 로직은 다음과 같다.

$$\dot{\psi} = N\dot{\theta} \tag{1}$$

여기서  $\psi$  는 항공기의 기수방향을  $\theta$  는 충돌회피벡터의 방향을  $N$  은 항법계수를 나타낸다.

또한

$$\begin{aligned} \dot{\theta} &= \dot{\phi} + \dot{\gamma} \\ &= -\left( \frac{v_{rel} \sin \psi_{rel}}{R_T \cos \phi} + \frac{\dot{R}_T}{R_T} (\tan \phi + \tan \gamma) \right) \end{aligned} \tag{2}$$

와 같은 관계식이 성립하는데 위의 식에 대한 증명은 Appendix A에서 다루었다.

III. PNCAG 알고리즘 안정성 해석

그림 2에서 평형점(Equilibrium point)은 다음과 같다.

$$\xi = \gamma - \delta = 0 \tag{3}$$

여기서 각  $\gamma$  와  $\delta$  는 (4)와 (5)처럼 쓸수 있다.

$$\sin \gamma = \frac{R_p}{R_T} \tag{4}$$

$$\sin \delta \approx \frac{R}{R_T} \tag{5}$$

(4)와 (5)를 시간에 대해 미분하면,

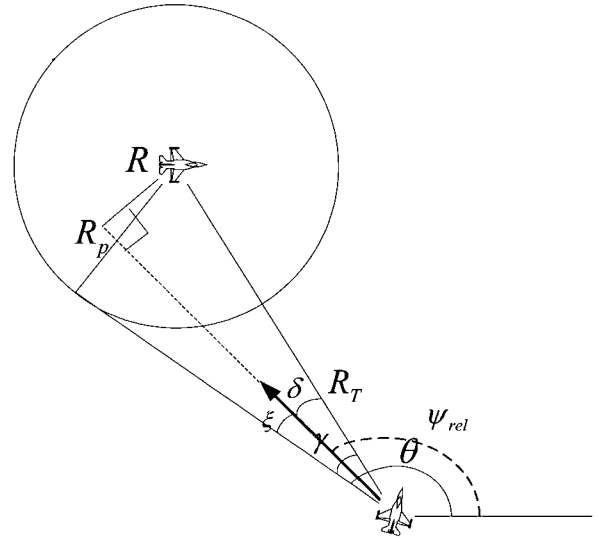


그림 2. 안정성 해석을 위한 설명도.

Fig. 2. Geometry and associated variables for convergence analysis.

$$\dot{\gamma} = -\frac{\dot{R}_T}{R_T} \tan \gamma \tag{6}$$

$$\dot{\delta} = -\frac{\dot{R}_T}{R_T} \tan \delta \tag{7}$$

와 같고 (3)으로부터

$$\dot{\xi} = \dot{\gamma} - \dot{\delta} \tag{8}$$

(6) 과 (7) 을 (8)에 대입하면,

$$\dot{\xi} = \frac{\dot{R}_T}{R_T} (\tan \delta - \tan \gamma) \tag{9}$$

와 같다. 여기서 충돌상황에서는  $\dot{R}_T < 0$  이 만족되고,

$0 \leq \delta < \gamma \leq \frac{\pi}{2}$  이므로  $\tan \delta - \tan \gamma < 0$  이 항상 성립한다.

따라서 충돌 상황에서 충돌 회피를 위한 어떠한 입력값이 없다면  $\xi$  과  $\dot{\xi}$  는 항상 0보다 크다.

$\xi = \theta - \psi_{rel}$  를 리아프노프 방정식으로 정의하자.

그림 2와 충돌회피 로직에 따라 다음식이 성립한다.

$$\dot{\xi} = \dot{\theta} - \dot{\psi}_{rel} \tag{10}$$

이때  $\psi$  와  $\psi_{rel}$  의 관계는 다음과 같다.

$$\dot{\psi}_{rel} = \frac{v}{v_{rel}} \cos(\psi_{rel} - \psi) \dot{\psi} \tag{11}$$

(11)은 Appendix B 에서 증명되었다.

만약 충돌회피를 위한 어떠한 제어입력도 가해지지 않는다면,

$$\dot{\psi} = 0 \tag{12}$$

따라서

$$\dot{\theta} = \dot{\xi} > 0 \tag{13}$$

충돌회피를 위한 피드백 제어입력을 (10)에 추가하면,

$$\begin{aligned} \dot{\xi} &= \dot{\theta} - \frac{v}{v_{rel}} \cos(\psi_{rel} - \psi) \dot{\psi} \\ &= \left(1 - \frac{v}{v_{rel}} \cos(\psi_{rel} - \psi) N\right) \dot{\theta} \end{aligned} \tag{14}$$

(13)에서  $\dot{\theta} > 0$  이므로 리아프노프 이론에 의해 시스템이 안정하게 될 항법계수  $N$  을 다음과 같이 구할 수 있다.

$$\begin{aligned} 1 - \frac{v}{v_{rel}} \cos(\psi_{rel} - \psi) N &< 0 \\ N &> \frac{v_{rel}}{v \cos(\psi_{rel} - \psi)} \end{aligned} \tag{15}$$

#### IV. 최적 PNCAG 설계 기법

PNCAG 문제를 관성 좌표계에 대하여 푸는 대신에 충돌회피 벡터를 기준으로 하고 항공기에 중심을 가진 극좌표계로 변환하여 문제를 생각하였다.

$$\begin{aligned} v_r &= -v \cos(\theta - \psi) + v_T \cos(\theta - \psi_T) \\ v_\theta &= v \sin(\theta - \psi) - v_T \sin(\theta - \psi_T) \end{aligned} \tag{16}$$

(16)을 시간에 대해 미분하면,

$$\begin{aligned} \dot{v}_r &= -\dot{\psi} v \sin(\theta - \psi) + \dot{\theta} v_\theta \\ \dot{v}_\theta &= -\dot{\psi} v \cos(\theta - \psi) - \dot{\theta} v_r \end{aligned} \tag{17}$$

또한 충돌회피를 위한 제어입력은 다음과 같다.

$$\dot{\psi} = N \dot{\theta} \tag{18}$$

(17), (18), (19)은 다음과 같이 다시 쓸 수 있다.

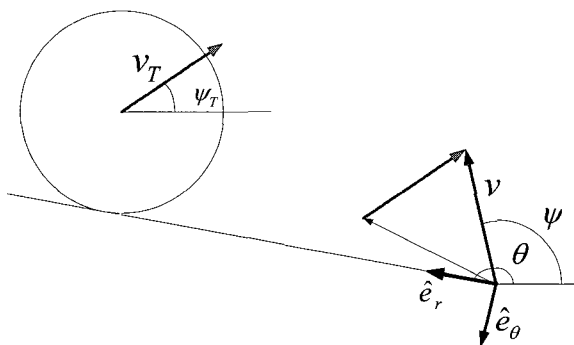


그림 3. 극 좌표계 설명도.

Fig. 3. Polar coordinate system for the analysis of optimal PNCAG.

$$\begin{aligned} \dot{v}_r &= -N(\theta) v \sin(\theta - \psi) + v_\theta \\ \dot{v}_\theta &= -N(\theta) v \cos(\theta - \psi) - v_r \\ \psi' &= N(\theta) \end{aligned} \tag{19}$$

여기서  $\psi' = \frac{d\psi}{d\theta}$  와 같이 정의된다.

이때 가격함수(Performance index)를 다음과 같이 정의하자.

$$J = \int_{\theta_0}^{\theta_f} [K + (1-K)N^2(\theta)] d\theta \tag{20}$$

여기서 최적 제어 이론을 적용하면 다음과 같은 상태 방정식을 얻게 된다.

$$\begin{aligned} \dot{v}_r &= -N(\theta) v \sin(\theta - \psi) + v_\theta & v_r(\theta_0) &= v_{r0} \\ \dot{v}_\theta &= -N(\theta) v \cos(\theta - \psi) - v_r & v_\theta(\theta_0) &= v_{\theta 0} \\ \psi' &= N(\theta) & \psi(\theta_0) &= \psi_0 \\ v_\theta(\theta_f) &= 0 \end{aligned} \tag{21}$$

Hamiltonian은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} H &= K + (1-K)N^2(\theta) + \lambda_\psi N(\theta) \\ &+ \lambda_{v_r} (v_\theta - vN(\theta)\sin(\theta - \psi)) \\ &+ \lambda_{v_\theta} (-v_r - vN(\theta)\cos(\theta - \psi)) \end{aligned} \tag{22}$$

여기에 최적화 기법을 적용하면

$$2(1-K)N(\theta) + \lambda_\psi = 0 \tag{23}$$

$$-\lambda_{v_r} v \sin(\theta - \psi) - \lambda_{v_\theta} v \cos(\theta - \psi) = 0$$

$$\begin{aligned} \dot{\lambda}_\psi &= -\lambda_{v_r} v N(\theta) \cos(\theta - \psi) \\ &+ \lambda_{v_\theta} v N(\theta) \sin(\theta - \psi), \lambda_{\psi_f} = 0 \end{aligned} \tag{24}$$

$$\dot{\lambda}_{v_r} = \lambda_{v_\theta}, \quad \lambda_{v_r f} = 0 \tag{25}$$

$$\dot{\lambda}_{v_\theta} = \lambda_{v_r}, \quad \lambda_{v_\theta f} = \text{free} \tag{26}$$

$\theta_f = \text{free}$  이므로  $H_f = 0$  (22)로부터 다음의 조건이 성립한다.

$$K + (1-K)N_f^2 + \lambda_{v_\theta f} (-v_{r f} - vN_f \cos(\theta_f - \psi_f)) = 0 \tag{27}$$

(25), (26)에서

$$\lambda_{v_r}(\theta) = A \sin(\theta - \theta_f) \tag{28}$$

$$\lambda_{v_\theta}(\theta) = A \cos(\theta - \theta_f)$$

여기서  $A$  는 나중에 정해질 상수이다. (28)을 (23)에 대입하고 풀면

$$N(\theta) = -\frac{1}{2(1-K)} (\lambda_\psi - A v \cos(\theta_f - \psi)) \tag{29}$$

위식을  $\theta$  에 대해 미분하고 (24)식을 정리하여 대입하면

$$N'(\theta) = -\frac{1}{2(1-K)}(\lambda'_w - AvN(\theta)\sin(\theta_f - \psi)) = 0 \quad (30)$$

즉

$$N(\theta) = const, \quad \psi(\theta) = N\theta + \psi_0 \quad (31)$$

(28)에서  $\lambda_{v_{\theta f}} = A$  이므로 이를 (27)에 대입하고  $A$  에 대해 풀면

$$A = \frac{K + (1-K)N^2}{v_T \cos(\theta_f - \psi_T) + v(N-1)\cos(\theta_f - \psi_f)} \quad (32)$$

의 결과를 얻는다. 또한 (23)에서

$$N = \frac{1}{2(1-K)} Av \cos(\theta_f - \psi_f) \quad (33)$$

그리고 최종조건(Final condition)은 다음과 같다.

$$v_{\theta f} = v \sin(\theta_f - \psi_f) - v_T \sin(\theta_f - \psi_T) = 0 \quad (34)$$

(32), (33), (34)를 풀면 다음과 같이 간단한 식으로 나타낼 수 있다.

$$N = 1 \pm \frac{1}{\sqrt{\mu}} + \sqrt{\frac{K}{1-K} + \left[1 \pm \frac{1}{\sqrt{\mu}}\right]^2} \quad (35)$$

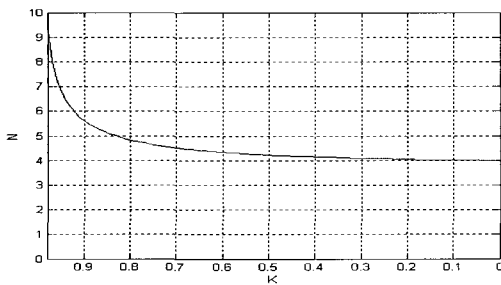


그림 4.  $N$  vs  $K$  ( $v = v_T$ ).

Fig. 4.  $N$  vs  $K$  ( $v = v_T$ ).

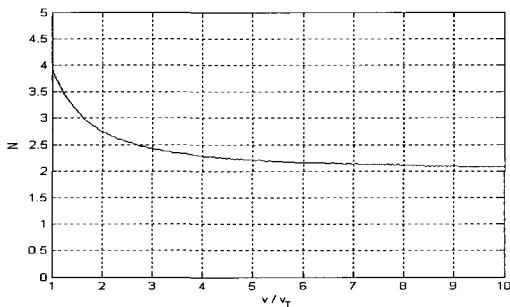


그림 5.  $N$  vs  $v/v_T$  ( $K=0$ ).

Fig. 5.  $N$  vs  $v/v_T$  ( $K=0$ ).

여기서  $\mu = 1 + \left(\left(\frac{v}{v_T}\right)^2 - 1\right) \tan^2(\theta_f - \psi_T)$  와 같이 정의된다.

즉 최적 항법 계수는 (35)를 만족하면서 동시에 (34)와 (15)를 만족하는  $N$  을 찾으면 된다.

표 2. 항공기와 장애물의 초기조건.

Table 2. Simulation condition.

		조건 1	조건 2	조건 3
항공기	초기 위치 (ft)	(0,0)	(0,0)	(0,0)
	목적지 (ft)	(0,20000)	(0,20000)	(0,20000)
	속력 (ft/sec)	100	150	200
	초기 기수각 (rad)	$\pi/2$	$\pi/2$	$\pi/2$
장애물	초기 위치 (ft)	(-10000, 10000)	(-4700, 14700)	(0,15000)
	목적지 (ft)	(10000, 10000)	(4700, 5300)	(0,5000)
	속력 (ft/sec)	100	100	100
	초기 기수각 (rad)	0	$-\pi/4$	$-\pi/2$
최적 $N$ ( $K=0$ )		4	3.31	2.97

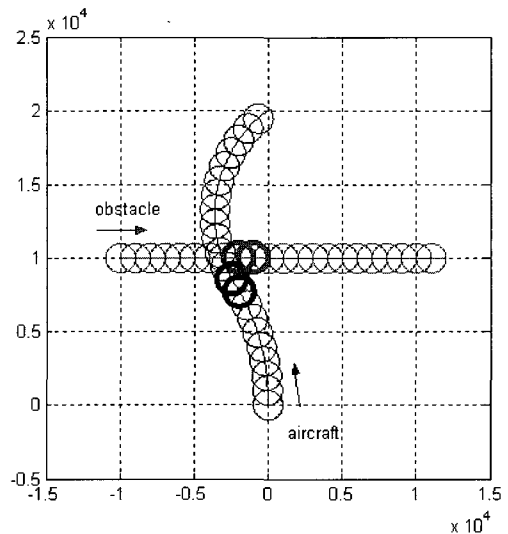


그림 6. 조건 1.

Fig. 6. Simulation result for the case I.

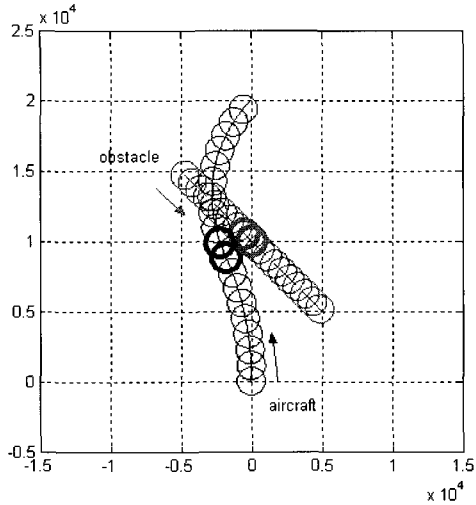


그림 7. 조건 2.

Fig. 7. Simulation result for the case II.

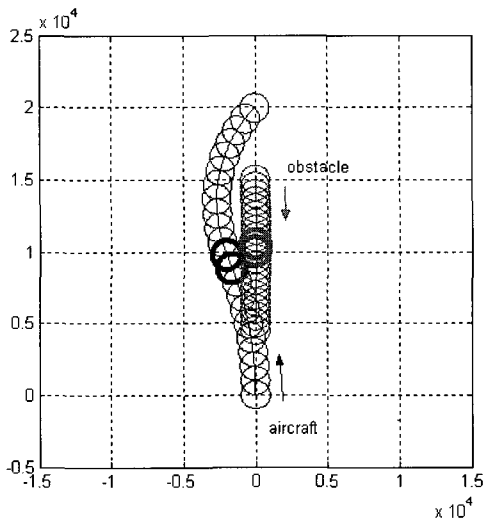


그림 8. 조건 3.

Fig. 8. Simulation result for the case III.

**VI. 결론**

지금까지 비례항법을 이용한 충돌회피 알고리즘을 제안하였고, 극좌표계를 이용하여 최적 항법 계수를 구하였다. 또한 제안한 방법의 안정성도 검증해 보았다. 5장의 시뮬레이션 결과에서 보듯이 전형적인 충돌상황의 경우에 여기서 제안한 알고리즘을 이용한 충돌회피는 성공적으로 수행되고 있음을 볼 수 있다. 이 방법의 장점은 이미 입증된 비례항법을 이용하여 장애물의 위치와 속도만 알면 적용하기가 매우 편리하다는 장점이 있다. 또한 움직이는 장애물에 대해서는 최적의 기동을 실시간으로 구현하기가 매우 어려우나 여기서 제안한 알고리즘을 이용하면 실시간 최적 기동이 가능하다는 장점이 있다.

이 결과를 확장하면 3차원 상에서의 충돌회피 알고리즘도 구현할 수 있을 것으로 판단 되고, 또한 다수의 장애물 상황에서 서로 협동적으로 충돌을 회피할 수 있는 문제도 해결될 수 있으리라 생각된다.

**참고문헌**

- [1] O. Khatib and Burdick, "Motion and force control of robot manipulators," in *proc. IEEE Robotics and Automation*, April 1986, pp. 1381-1386.
- [2] P. Tang, Y. Yang, and X. Li, "Dynamic obstacle avoidance based on fuzzy inference and principle for soccer robots," in *IEEE, 10<sup>th</sup> International Conference on Fuzzy Systems*, vol. 3. IEEE, Dec 2001, pp. 1062-1064.
- [3] D. Rathbun, S. Kragelund, A. Pongpunwattana, and B. Capozzi, "An evolution based path planning algorithm for autonomous motion of a UAV through uncertain environments," in *proc. IEEE Digital Avionics Systems Conference*, vol. 2, 2002, pp. 8D2-1 - 8D2-12.
- [4] C. Tomlin, G. Pappas, and S. Sastry, "Conflict resolution for air traffic management : A study in multi-agent hybrid systems," *Trans. IEEE Automatic Control*, April 1998, pp. 509-521.
- [5] K. Sigurd and J. How, "UAV trajectory design using total field collision avoidance," in *Proc. AIAA Guidance, Navigation, and Control Conference*, August 2003.
- [6] A. S. Murtaugh, H. E. Criel, "Fundamentals of proportional navigation," *IEEE spectrum*, December 1966, pp. 75-85.
- [7] C. D. Yang, and C. C. Yang, "Optimal pure proportional navigation for maneuvering targets," *IEEE Transaction on Aerospace and Electronics Systems*, vol. 33, July 1997, no. 3, pp. 949-957.

**Appendix A**

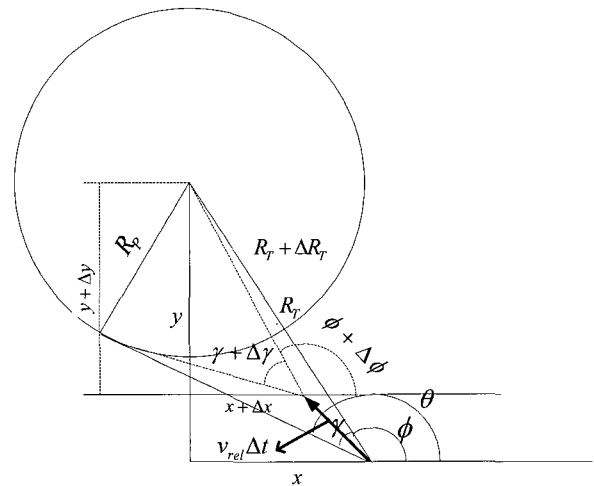


그림 9.  $\theta, \phi, \gamma$  사이 관계.

Fig. 9. Geometric relationship of the angles.

위 그림에서

$$\sin \phi = \frac{y}{R_r}, \quad \cos \phi = \frac{x}{R_r} \tag{36}$$

또한

$$\begin{aligned} \sin(\phi + \Delta\phi) &= \frac{y + \Delta y}{R_r + \Delta R_r} \\ \cos(\phi + \Delta\phi) &= \frac{x + \Delta x}{R_r + \Delta R_r} \end{aligned} \tag{37}$$

와 같다. 만약  $\Delta\phi$  가 매우 작다고 한다면

$$\sin \phi + \Delta\phi \cos \phi = \frac{y}{R_T} \left( 1 + \frac{\Delta y}{y} - \frac{\Delta R_T}{R_T} \right) \quad (38)$$

$$\Delta y = -v_{rel} \Delta t \sin \psi_{rel} \quad (39)$$

이므로 (39)를 (38)에 대입하고 정리하면,

$$\dot{\phi} = - \left( \frac{v_{rel} \sin \psi_{rel}}{R_T \cos \phi} + \frac{\dot{R}_T}{R_T} \tan \phi \right) \quad (40)$$

를 만족한다. 마찬가지로

$$\sin \gamma = \frac{R_p}{R_T}, \quad \cos \gamma = \frac{\sqrt{R_T^2 - R_p^2}}{R_T} \quad (41)$$

이며 또한

$$\begin{aligned} \sin(\gamma + \Delta\gamma) &= \frac{R_p}{R_T + \Delta R_T} \\ \cos(\gamma + \Delta\gamma) &= \frac{\sqrt{(R_T + \Delta R_T)^2 - R_p^2}}{R_T + \Delta R_T} \end{aligned} \quad (42)$$

의 관계를 얻게 된다. 여기서 역시  $\Delta\gamma$  가 충분히 작다면

$$\sin \gamma + \Delta\gamma \cos \gamma = \sin \gamma \left( 1 - \frac{\Delta R_T}{R_T} \right) \quad (43)$$

을 얻을수 있다. 다시 정리하면

$$\dot{\gamma} = - \frac{\dot{R}_T}{R_T} \tan \gamma \quad (44)$$

(40)과 (44)를 합하여 정리하면

$$\begin{aligned} \dot{\theta} &= \dot{\phi} + \dot{\gamma} \\ &= - \left( \frac{v_{rel} \sin \psi_{rel}}{R_T \cos \phi} + \frac{\dot{R}_T}{R_T} (\tan \phi + \tan \gamma) \right) \end{aligned} \quad (45)$$

**한수철**  
1997년 공군사관학교 항공공학과 졸업.  
2003년~현재 한국과학기술원 기계공학과  
항공우주공학전공 석사과정 재학중.  
관심분야는 무인항공기, 충돌회피.

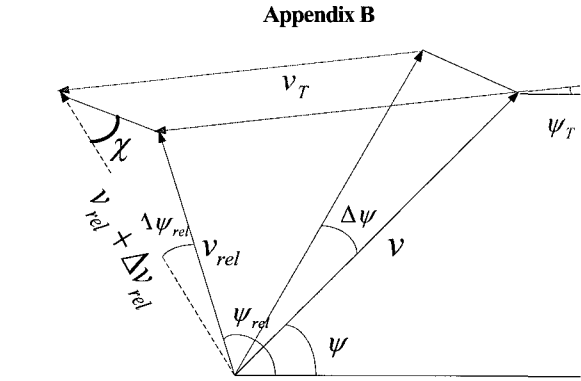
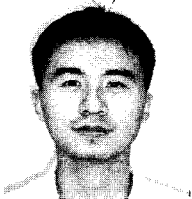


그림 10.  $\psi$  와  $\psi_{rel}$  사이의 관계 설명도.  
Fig. 10. Geometric relationship between  $\psi$  and  $\psi_{rel}$ .

그림 10에서

$$v_{rel} \sin \Delta\psi_{rel} = v \Delta\psi \sin \chi \quad (46)$$

$$\begin{aligned} \chi &= - \left\{ \psi_{rel} - \psi + \frac{\pi - \Delta\psi}{2} \right\} + \pi - \Delta\psi_{rel} \\ &= \frac{\pi}{2} + (\psi - \psi_{rel}) - \left( \Delta\psi_{rel} - \frac{\Delta\psi}{2} \right) \end{aligned} \quad (47)$$

$$\begin{aligned} \sin \chi &= \cos \left\{ \psi - \psi_{rel} - \left( \Delta\psi_{rel} - \frac{\Delta\psi}{2} \right) \right\} \\ &= \cos(\psi - \psi_{rel}) + \sin(\psi - \psi_{rel}) \left( \Delta\psi_{rel} - \frac{\Delta\psi}{2} \right) \end{aligned} \quad (48)$$

의 관계식이 성립한다. 만약  $\Delta\psi$  와  $\Delta\psi_{rel}$  가 작다고 가정하여 (48)를 (49)에 대입하여 풀면,

$$v_{rel} \Delta\psi_{rel} = v \Delta\psi \cos(\psi - \psi_{rel}) \quad (49)$$

의 관계식을 얻게 된다. 여기서 위식의 양변을  $\Delta t$  로 나누고  $\Delta t \rightarrow 0$  으로 보내면,

$$\dot{\psi}_{rel} = \frac{v}{v_{rel}} \cos(\psi_{rel} - \psi) \dot{\psi} \quad (50)$$

을 유도할수 있다.



**방효총**  
1964년 2월 20일생. 1985년 서울대학교 항공공학과(공학사). 1987년 서울대학교 항공공학과(공학석사). 1992년 Texas A&M University 항공우주공학과(공학박사). 1992년~1994년 Naval Postgraduate School Research Professor. 1994년~1999년 항공우주연구소 연구원. 1999년~2000년 충남대학교 교수. 2001년~현재 한국과학기술원 교수. 관심분야는 인공위성 제어, 무인항공기 비행제어 시스템 설계, 영상기반 항법.