한국소음진동공학회논문집 제 14 권 제 11 호, pp. 1101~1106, 2004.

산란 음향 홀로그래피의 구현 방법론

Realization of Acoustic Scattering Holography

이 상 협† · 김 양 한*

Sang-Hyub Lee and Yang-Hann Kim

(2004년 6월 2일 접수 ; 2004년 8월 25일 심사완료)

Key Words : Scattering(산란), Holography(홀로그래피), Wave-number(파수), Decomposition(분리)

ABSTRACT

There are many difficulties to get the scattered field generated by obstacle which has arbitrary shape or irregular surface impedance by using analytic solution or numerical methods. In this study, we propose a method of which makes acoustic scattering holography that can predict the far-field scattered field based on nearfield measurements. This method provides the scattered fields of each wave-number components of incident fields. We express the relationship of wave-number components between incident fields and scattered fields using scattering matrix which is transfer matrix of wave-number components. Lastly, we prove the relation between wave-number components of incident and scattered field by experiments. The errors which are caused by measurements and decomposition methods are also analyzed.

1. 서 론

음향 산란 문제를 연구하는 방법으로는 산란체에 대한 수학적인 모델링을 통한 이론해를 구하는 방법과 경계 요소법과 같이 수치적으로 음장을 추산하는 방법[1] 그리고 실험적으로 음장을 직접 측정하는 방법 등이 있을 수 있다. 이론해나 수치적으로 음장을 구하는 방법은 산란체 표면에서의 경계조건을 알아야 하므로 그 적용 가능한 예가 한정되어있다. 반면 실험적인 방법은 경계조건을 모르는 경우에도 적용할 수 있다는 장점이 있지만, 실험을 위해 사용한 음원에 대해서만 산란 음장을 알 수 있다는 단점이 있다. 예를 들어 실험에서 A라는 음원을 사용하였을 경우 A라는 음원에 대해서만 산란 음장을 알 수 있고, 다른 B라는 음원에 대한 산란 음장은 알 수 없다. 이는 산란 음장 자체가 입사파의 함수이기 때문이다.

이러한 문제를 해결하기 위해 이 논문에서는 음장을 표현할 수 있는 기본적인 함수들(예를 들어 각 방향으로의 평면파) 각각에 대한 산란 음장을 음향 홀로그래피[2]를 이용하여 실험적으로 구하는 방법을 제안한다. 이로써 임의의 형상을 갖는 음원이라도 그 음장에 대한 기본 함수들의 기여 정도를 알면, 굳이 또 다른 실험을 하지 않더라도 그 음원에 대한 산란 음장을 알 수 있게 된다. 이 논문에서는 제안하는 방법의 이론적인 설명뿐만 아니라 실험을 통해 검증하고, 그 문제점들에 대해서도 고찰한다.

2. 산란 음향 홀로그래피의 구현 방법

공간상의 임의의 위치 r에서 산란체가 있는 경우의 전체 음장을 $P_T(r)$, 산란체가 없는 경우의 음장을 $P_I(r)$라 표현할 경우 산란 음장 $P_{SC}(r)$는 다음과 같이 정의된다.

† 책임저자 : 정회원, 한국과학기술원 기계공학과
E-mail : smoothguy@kaist.ac.kr
Tel : (042) 869-3065, Fax : (042) 869-8220

* 한국과학기술원 기계공학과

$$P_{SC}(r) = P_T(r) - P_I(r) \quad (1)$$

따라서 산란체 주위의 경계 면에서 산란체가 있을 경우와 없을 경우 각각에 대한 음압을 측정함으로써 산란 음장 $P_{SC}(r)$를 구할 수 있다. 여기서 산란 음장 $P_{SC}(r)$는 산란체를 하나의 음원으로 가정할 때 방사되는 음장으로 생각할 수 있다. 예를 들어 평면파에 의해 구 주위에서 형성되는 산란 음장에 대한 이론해를 살펴보면 산란 음장이 마치 하나의 음원에 의해 방사되는 음장의 형태로 표현되기 때문이다.[3] 따라서 산란체 주위의 경계 면에서 산란 음장 $P_{sc}(r)$을 알면 음향 홀로그래피를 이용하여 임의의 지점에서의 산란음장을 예측할 수 있다.

하지만 특정 형상을 가진 산란체에 의한 산란음장은 실험에 사용되는 음원의 종류나 입사방향에 따라 달라진다. 따라서 산란체에 대한 산란특성을 명확히 이해하기 위해서는 임의의 입사파에 대한 산란음장을 추정할 수 있어야 한다.

이를 위해서 입사파와 산란음장이 가지는 파수 성분들의 관계를 이용하여 임의의 파수 성분들의 조합으로 표현되는 입사파에 대한 산란음장을 추정하는 방법에 대해서 생각해 보자.

가장 간단한 형태로 평면형 홀로그램면에서 측정된 음장을 생각해보면 산란 음장이 가지는 하나의 파수 성분은 입사파가 가지는 다수의 평면파 성분들의 영향을 받으므로 그 파수 성분들의 선형 조합의 형태로 나타낼 수 있다. 입사파의 파수 성분이 가지는 음압을 $P_{in}(k_1)$, $P_{in}(k_2)$, $P_{in}(k_3)$, ..., 라 하고 산란음장의 파수 성분이 가지는 음압을 $P_{sc}(k_1)$, $P_{sc}(k_2)$, $P_{sc}(k_3)$, ... 라 하면 Fig. 1과 같이 표현할 수 있다.

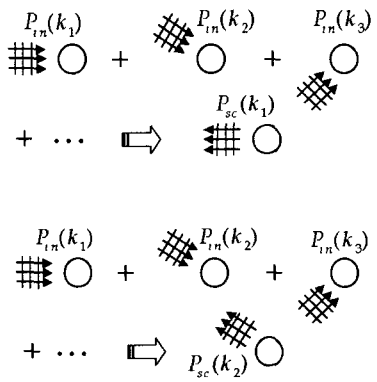

Fig. 1 Relation between wave-number component of incident and scattered wave in hologram plane

한편 Fig. 1을 표현하는 수식은 식 (2)와 (3)와 같이 표현할 수 있다.

$$P_{sc}(k_1) = h_{11}P_{in}(k_1) + h_{12}P_{in}(k_2) + h_{13}P_{in}(k_3) + \cdots \quad (2)$$

$$P_{sc}(k_2) = h_{21}P_{in}(k_1) + h_{22}P_{in}(k_2) + h_{23}P_{in}(k_3) + \cdots \quad (3)$$

식 (2)와 (3)의 형태로 표현되는 입사파와 산란음장의 파수 성분의 관계를 행렬형태로 표현하면 다음과 같다.

$$\begin{bmatrix} P_{sc}(k_1) \\ P_{sc}(k_2) \\ \vdots \\ P_{sc}(k_m) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} h_{11} & h_{12} & \cdots & h_{1n} \\ h_{21} & h_{22} & & \\ \vdots & & \ddots & \\ h_{m1} & & & h_{mn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} P_{in}(k_1) \\ P_{in}(k_2) \\ \vdots \\ P_{in}(k_n) \end{bmatrix} \quad (4)$$

여기서 미지수 h_{mn}은 m번째 입사파의 파수 성분이 n번째 산란 음장의 파수 성분에 미치는 영향을 의미한다. 따라서 물체의 산란행렬 H를 구하면 입사파와 산란음장이 가지는 파수 성분들 사이의 관계를 모두 알 수 있다. 따라서 임의의 음원이 가지는 파수 성분들을 산란행렬에 곱해줌으로써 산란 음장을 구할 수 있다.

산란행렬 H를 구하기 위해 식 (4)로부터 n개의 서로 다른 음원의 위치에 대해서 실험을 수행하여 얻어진 선형 독립인 관계식을 이용하면 확장된 행렬식으로 표현할 수 있고 다음과 같이 표현된다.

$$\begin{bmatrix} P_{sc}(k_1)_{(1)} & \cdots & P_{sc}(k_1)_{(n)} \\ \vdots & & \\ P_{sc}(k_m)_{(1)} & & P_{sc}(k_m)_{(n)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} h_{11} & \cdots & h_{1n} \\ \vdots & \ddots & \\ h_{m1} & & h_{mn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} P_{in}(k_1)_{(1)} & \cdots & P_{in}(k_1)_{(n)} \\ \vdots & & \\ P_{in}(k_n)_{(1)} & & P_{in}(k_n)_{(n)} \end{bmatrix} \quad (5)$$

식 (5)에서 입사파의 파수 성분이 가지는 행렬의 역행렬을 이용하여 표현해보면 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$\begin{bmatrix} h_{11} & \cdots & h_{1n} \\ \vdots & \ddots & \\ h_{m1} & & h_{mn} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} P_{sc}(k_1)_{(1)} & \cdots & P_{sc}(k_1)_{(n)} \\ \vdots & & \\ P_{sc}(k_m)_{(1)} & & P_{sc}(k_m)_{(n)} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} P_{in}(k_1)_{(1)} & \cdots & P_{in}(k_1)_{(n)} \\ \vdots & & \\ P_{in}(k_n)_{(1)} & & P_{in}(k_n)_{(n)} \end{bmatrix}^{-1} \quad (6)$$

식 (6)에서 보는 바와 같이 궁극적으로 서로 다른 음원 위치에 대해 n번의 실험을 수행할 경우 산란행렬 H를 구할 수 있다는 의미가 된다. 즉, 입사파가 가지는 파수 성분의 개수에 따라서 측정횟수가 결정되게 된다. 따라서 입사파가 가지는 파수 성분들 중에서 음장에 대한 기여도가 큰 우세한 성분들을 선택하여 고려하게 되면 실험회수를 줄일 수 있다. 한편 위와 같이 입사파의 파수 성분들이 가지는 행렬의 역행렬을 구하기 위해서는 위의 행렬이 full rank를 가져야 하므로 n번의 실험으로부터 서로 독립적인 실험 결과를 구성하는 것이 중요하다.

3. 실험 결과 및 고찰

앞서 제시된 산란음장의 구현방법을 검증하기 위해서 이론적인 해가 존재하는 예로써 가장 간단한 경우인 평면파에 의해 무한 실린더 주위에서 형성되는 산란 음장에 대해서 고찰해 보았다. 이론적인 해와 비교하기 위한 실험 장치의 구성에 있어서 무한 실린더 조건을 구현하는데 있어서의 한계점을 고려하여 유한 실린더 형상의 물체를 산란체로 사용하되 측정하고자 하는 구경 크기에 비해서 충분한 길이를 가지는 물체를 사용하였다. 물체의 형상을 고려하여 원통형 홀로그래피 방법을 이용하여 실험을 수행하였다. 한편 평면파에 의한 산란 음장을 구하기 위해서 입사파가 가지는 파수 성분들에 의한 산란 음장을 각각 구하고 이로부터 평면파에 의한 산란 음장을 구하는 방법을 시도해 보았다. 이를 위해서는 식 (6)에서와 언급했던 바와 같이 입사파가 가지는 우세한 파수 성분들의 개수만큼 독립적인 data set을 얻을 수 있어야 한다. 서로 다른 음원 위치에 대한 산란 음장을 측정하면 서로 독립적인 data set을 구성할 수 있으므로 본 실험에서는 산란체 형상이 축 대칭이라는 조건을 이용하여 θ방향으로 이동된 음원위치에 대한 산란음장을 추정하여 사용하였다.[4]

관심 주파수 영역은 무향실의 차단 주파수(cut-off frequency)인 120 Hz와 어레이 마이크로폰의 간격을 고려하여 약 200 Hz에서 1 kHz까지로 선정하였다. 마이크로폰 간격을 5 cm로 두어 1 kHz내에 약 6개의 마이크로폰이 위치하도록 하였다.

실험장치의 경우 음원은 백색잡음 (white noise)을 발생시키기 위해 B&K type 1027의 신호발생기와 아남 오디오 앰프 AA-77을 이용하여 혼 드라이브(horn-drive)를 가진시켰다. 홀로그램 면에서의 음압 측정을 위한 25개의 어레이 마이크로폰은 1/4인치 AVM typeML17을 사용하여 구경 크기가 1.2 m가 되도록 하였으며 기준 마이크로폰은 1/2인치 B&K type 4134의 마이크로폰과 type2619의 전치증폭기, type2807의 마이크로폰 파워 공급기를 사용하였다. 주파수 분석기는 HP 3566A를 사용하여 기준 마이크로폰에 대한 음압과 측정점의 음압 사이의 전달 함수를 구하였다. 사용된 산란체는 가능한 영역 내에서 구경 크기(aperture size)보다 크도록 하여 길이 1.7 m이고 지름 40 cm인 원통형 형상의 물체를 좌표계의 중심에 위치시켰다. 홀로그램면은 물체로부터 10 cm 떨어진 지점을 선택하였으며 마이크로폰 사이의 간격과 동일한 해상도를 위해 원주방향으로는 15도씩 이동하며 단계적으로 측정하였다.

앞서 설명한 실험 장치와 방법을 이용할 경우 측정점의 개수는 25(마이크로폰의 개수)*24(원주방향 측

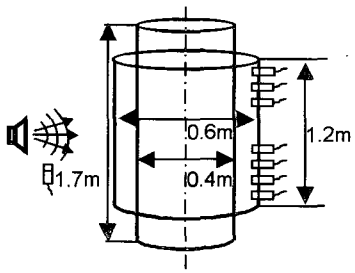

Fig. 2 Experimental set-up for scattering holography

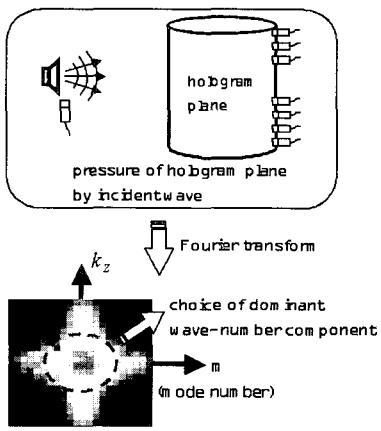

Fig. 3. Determine dominant wave-number component of incident wave

정회수)이므로 총 파수 성분의 개수는 600개였다. 하지만 이렇게 많은 파수 성분의 개수에 대해서 산란음장의 분리방법을 적용한다는 것은 비현실적이며 신호대 잡음비를 고려한다면 실제 음장에 기여하는 성분들은 일부분에 국한된다고 할 수 있다.

따라서 입사파의 파수 성분들 중 우세한 성분들을 선택하여 고려하면 실험회수를 줄일 수 있으므로 우세한 파수 성분들을 선택하여 재구성된 음장을 원래 음장과 비교해봄으로써 우세한 파수 성분의 선택방법에 대한 기준을 생각해 보았다.

Fig. 2에서와 같이 혼 드라이버(horn driver)를 음원으로 사용하였을 경우 원통형 홀로그램면에서 측정된 음장에 대해서 생각해 보자. 홀로그램면에서 측정된 입사파에 의한 음장을 공간상 푸리에 변환하여 얻어지는 파수 영역에서 우세한 파수 성분들을 선택하였다. 다음의 결과는 입사파의 파수 성분들 중 최대값을 기준으로 각각 20, 25, 30 dB이하의 성분들로 재구성된 음장을 나타낸다.

Fig. 4는 홀로그램면에서의 음장을 나타내며 x축은 θ방향으로의 마이크로폰 이동에 따른 거리를 의미하고 y축은 마이크로폰 간격에 따른 거리를 의미한다. 결과에서 볼 수 있듯이 입사파가 가지는 파수 성분들 중 최대값을 기준으로 대략 25 dB이하인 성분까지 관찰하면 측정된 음장에 매우 근사됨을 관찰할 수 있다. 이에 해당되는 우세한 파수 성분의 개수는 주파수 성분에 따라 달라지지만 대략 30개 정도가 된다. 따라서 실험에 사용된 음원에 의해 홀로그램면에서 측정된 음장정보를 이용하여 위와 같이 우세한 파수 성분을 선택할 수 있다.

한편 우세한 파수 성분의 개수에 따라 실험을 수행하되 서로 다른 음원 위치를 결정하는 문제가 남아있다. 따라서 음원의 위치에 따른 파수 성분의 관계에 대한 고찰해 보았다.

실험에서 사용된 원통형 홀로그래피의 경우 음장이 만큼 $\Delta\phi$ 이동하면 위상은 $e^{im\Delta\phi}$ 만큼 바뀌게 된다. 이에 대해 파수 성분들이 가지는 위상은 모드 수에 따라서 선형적으로 바뀌게 됨으로 $m\Delta\phi$ 만큼 바뀌게 된다. 따라서 원통형 좌표계에서 음원을 ϕ 방향으로 $\Delta\phi$ 만큼씩 이동시켜 위치하게 되면 서로 독립적인 파수 성분을 가지는 음장을 구현할 수 있게 됨을 의미한다.

한편 ϕ 방향뿐만 아니라 z 방향의 경우도 마찬가지의 논리가 성립된다. 따라서 선택된 우세한 파수 성

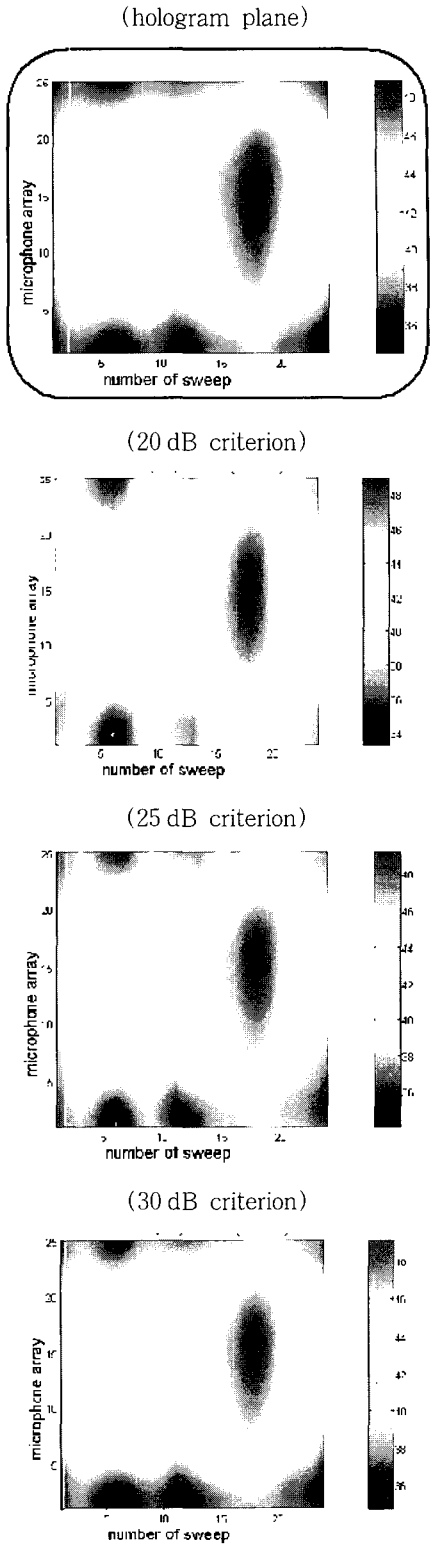

Fig. 4. Reconstructed field according to dominant wave-number component of incident wave

분들의 개수에 따라 ϕ 또는 z방향으로 음원의 위치를 이동시켜 실험을 수행하였다.(Fig. 5 참고)

이 연구에서는 실험장치가 축 대칭 조건을 만족하는 경우이므로 한번의 실험을 통해 얻어진 하나의 음원위치에 대한 산란정보를 이용하여 다른 음원 위치에서의 산란정보를 추정하였다.

한편 실험 결과의 검증 방법은 실험을 통해 얻어진 음장으로부터 단면을 잘라 2차원 평면상에서 형성되는 음장을 이론해와 비교해 보았다.

Fig. 6은 각각 ka=1과 2인 경우에 대한 결과를 보여주고 있다. Fig. 6의 결과를 살펴보면 먼저 ka값에 따라서 물체의 뒤쪽에서 발생되는 산란음장이 크게 나타나며 해석적인 해와 매우 비슷한 경향을 보이고 있지만 실험 결과에서는 물체의 앞쪽에서 이론해보다 더 큰 음압을 가지는 것을 관찰할 수 있다. 또한 ka 값이 증가함에 따라서 실험 결과가 더 많은 오차를 포함하여 저 주파수 영역에서만 만족할 만한 결과를 얻을 수 있었다.

한편 실험을 통해 얻은 음장정보를 이용하여 구한 결과에서는 Fig. 6에서 보는바와 같이 반경 방향으로 주름형상의 무늬 형태를 띠는 오차가 발생되는 것을 발견할 수 있다. 이론적인 음장정보를 이용해서 홀로그래피로 예측한 산란음장에도 동일한 오차가 발생되

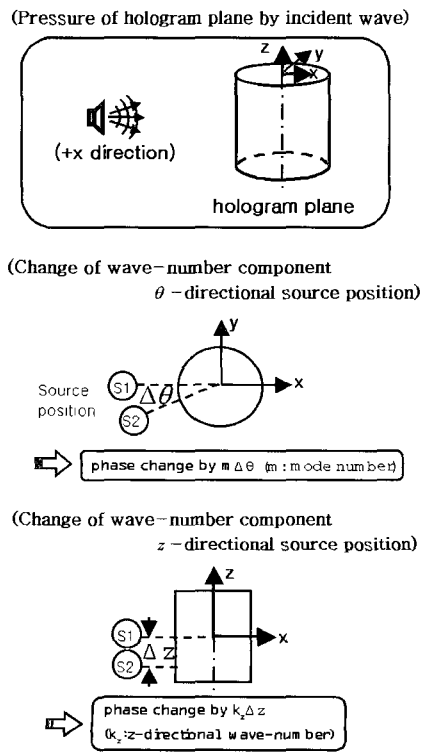

Fig. 5 Change of wave-number component due to source position

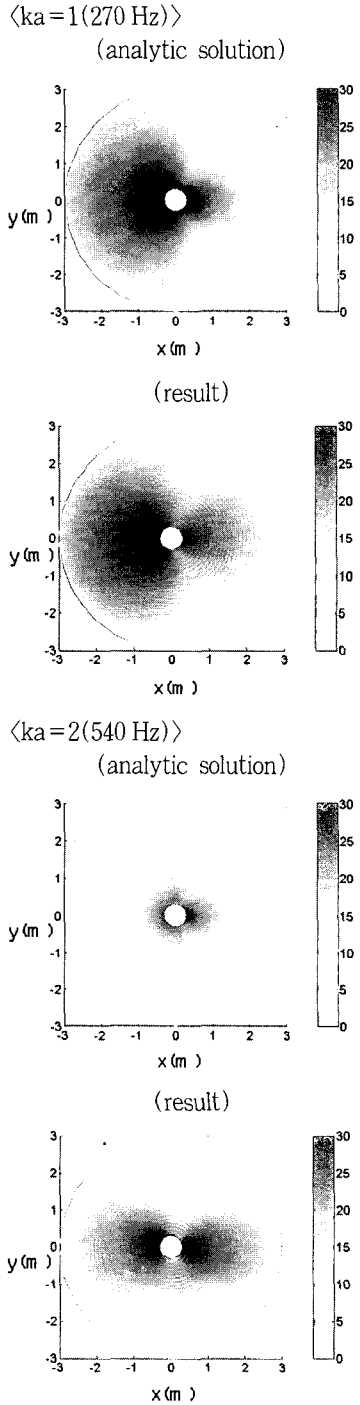

Fig. 6 Scattered field by plane wave according to ka value

는 것을 관찰할 수 있었다. 따라서 주름형상의 오차가 나타나는 원인은 홀로그래피 방법을 이용하였을 때 나타나는 구경크기와 마이크로폰의 간격에 따라 발생되는 오차임을 알 수 있었다.

4. 결 론

임의의 지점에서 산란음장을 구하기 위해서는 입사파 성분을 분리하여 산란음장을 구함으로써 산란 홀로그래피 방법을 적용할 수 있다. 한편 입사파가 가지는 파수 성분에 대한 산란음장을 분리하는 방법을 이용함으로써 임의의 음원에 대한 산란음장을 구할 수 있다. 이러한 방법을 이용하면 입사파가 가지는 우세한 파수 성분을 결정함으로써 실험회수를 줄일 수 있고, 선택된 파수 성분에 대한 산란음장을 이용하여 산란행렬을 구성함으로써 선택된 파수 성분의 조합으로 이루어진 음원에 대한 산란음장을 구할 수 있다는 장점이 있다. 하지만 고 주파수 영역에서 많은 오차가 발생하는 부분에 대해서는 추가적인 고찰이 필요하리라 생각된다.

후 기

이 연구는 과학기술부의 국가지정연구실(NRL) 사업과 교육인적자원부의 BK21사업에 의해 지원되었으며 지원에 깊이 감사드립니다.

참 고 문 헌

(1) 이덕주, 이재규, 1992, "유한요소법을 이용한 내부 및 외부 음향장 해석," 한국소음진동공학회 추계학술대회논문집: 반도아카데미, 20, pp. 113~116.

(2) Maynard, J. D., Williams, E. G. and Lee, Y., 1985, "Nearfield Acoustic Holography: I. Theory of generalized holography and the development of NAH," J. Acoust. Soc. Am. Vol. 78(4), pp. 1395~1412.

(3) Morse, P. M. and Ingard, K. U., 1968, Theoretical acoustics, McGraw-Hill, N.Y., pp. 400~441.

(4) Williams, E. G. and Dardy, H. D., 1987, "Generalized Nearfield Acoustical Holography for Cylindrical Geometry: Theory and xperiment," J. Acoust. Soc. Am., Vol. 81, pp. 389~407.

(5) 김태룡, 이준신, 2002, "음향공명 방음벽 연구," 한국소음진동공학회논문집, 제 12 권, 제 6 호, pp. 413~419, 1598~2785.