

고주기 피로 모델을 이용한 타원 접촉시 피로 수명에 관한 연구

김태완[†] · 구영필* · 조용주**[‡]

부산대학교 기계기술연구소, *부경대학교 기계공학부, **부산대학교 기계공학부

A Study on Fatigue Life under Elliptical Contact using High Cycle Fatigue Models

Tae-Wan Kim[†], Young-Pil Koo* and Yong-Joo Cho**[‡]

Research Institute of Mechanical Technology, Pusan National University

*School of Mechanical Engineering, Pukyong National University

**School of Mechanical Engineering, Pusan National University

Abstract – In this study, using high cycle fatigue (HCF) criteria, the simulation of rolling contact fatigue is conducted under elliptical contact. The HCF criteria fall into three categories: the critical plane approach, the stress invariant approach and the approach based on the mesoscopic scale. The accurate calculation of contact stresses and subsurface stresses is essential to the prediction of crack initiation life. Contact stresses are obtained by contact analysis of a semi-infinite solid based on the use of influence functions and the subsurface stress field is obtained using rectangular patch solutions. The simulation results show that the critical load is decreasing rapidly and the site of crack initiation also moves rapidly to the surface from the subsurface when the friction coefficient exceeds a specific value for all of three fatigue criteria.

Key words – contact fatigue, high cycle fatigue criteria, contact analysis, crack initiation life.

1. 서 론

일반적으로 접촉 피로 마멸은 구름 또는 미끄럼 접촉시 작용하는 반복 응력에 의해 표면과 표면 아래에 균열이 형성되고 성장 및 합체의 과정을 거쳐 표면의 일부가 떨어져 나가는 손상으로 기어나 캠-롤러, 구름 베어링과 같이 구름-미끄럼 접촉상태로 운전하는 기계 요소에서 가장 중요하게 고려되어야 할 파손 메커니즘이다. 접촉피로모델은 크게 공학적 모델(Engineering model)과 해석적 모델(Research model)로 분류할 수 있다[1]. 공학적 모델은 실용적인 측면에서 장점이 있지만 실험적이고 통계적인 방법이므로 상황에 따라서 수정계수를 고려해야 하는 한계가 있다. 대표적

인 연구는 Lundberg & Palmgren(L-P)[2], Ioannides & Harris(I-H)[3] 등이 있다. 공학적 모델에 반해 해석적 모델들은 접촉상황에 대한 재료내부의 응력과 변위에 관한 완벽한 정보들을 요구하지만 재료 파손 모델과 연계하여 구름접촉 손상을 설명할 수 있는 장점이 있다. 일반적으로 해석적 모델은 균열 시작 모델(Crack initiation model)과 균열 전파 모델(Crack propagation model)로 나누어 발전되어 왔다. 균열 시작 모델은 다시 응력 기반의 고주기 피로(High Cycle Fatigue, HCF) 모델과 변형률 기반의 저주기 피로(Low Cycle Fatigue, LCF) 모델로 구분되는데, 저주기 피로 모델은 접촉 피로에 많이 활용되어 왔다. 그러나 이러한 소성변형이 지배적인 저주기 피로 모델들은 구름 베어링이나 기어와 같은 고강도 재료의 고주기 피로특성을 지니는 기계요소에 적용하기에는 개념적으로 무리가 있다.

[†]주저자 : tw0826@hanmail.net

[‡]책임저자 : yjcho@pusan.ac.kr

지금까지 기어나 구름 베어링 같이 고주기 접촉 피로 특성을 지니는 기계요소의 수명은 피로수명 실험과 통계적 기법을 이용한 Weibull이론을 기초로 한 수명식을 대부분 사용하고 있다. 그러나 최근의 기계요소는 갈수록 고부하 용량, 고신뢰성을 요구하고 있기 때문에 이러한 경험식들로는 한계가 있으며 이상의 목적에 좀더 부합할 수 있는 새로운 피로 수명 예측 모델이 필요하게 되었다.

따라서 본 연구에서는 구름베어링이나 기어와 같이 고주기 피로특성을 지니는 기계요소의 수명예측에 적용할 수 있는 응력 기반의 접촉수명 예측기법을 개발하고자 한다. 피로수명을 예측하기 위해서는 접촉압력 및 표면아래의 정확한 응력계산이 요구되며 본 연구에서는 영향계수법과 사각조각면의 해를 이용한 수치적 접촉해석방법을 적용하였다. 또한 접촉 문제의 경우 표면 아래의 응력 상태는 다축 비비례 하중(Multi-axial non-proportional loading)이 작용하는 경우이므로 여기에 적용할 수 있는 피로 판정식이 필요하며, 본 연구에서는 응력 불변량을 이용한 방법, 임계평면을 정의하여 판정하는 방법, mesoscopic 접근에 의한 방법의 3가지 종류의 고주기 피로 모델을 적용하여 균열시작 수명 및 균열 발생위치를 계산하였다.

2. 이 론

2-1. 고주기 피로 모델

고주기 피로의 경우 저주기 피로와는 달리 전체 피로 수명 중에서 균열 생성에 걸리는 시간이 균열 진전에 걸리는 시간에 비하여 아주 많은 비율을 가지게 된다. 그러므로 HCF의 경우 균열의 진전보다는 미소균열이 발생하지 않거나 미소균열이 발생하더라도 결합하여 진전하지 않는 조건을 찾는 것이 더 중요하게 된다. 접촉 문제와 같이 다축 비비례하중에 적용할 수 있는 피로 판정식은 지금까지 많은 이론들이 나와 있으나 본 논문에서는 세 가지 부류의 피로 이론을 사용하고자 한다.

2-1-1. 임계 평면법

임계평면법은 균열이 시작되는 임계면을 정의하여 그 면에 대한 응력과 변형을 정보를 이용하여 피로를 판정하는 방법으로 Mataka 조건이 대표적이다. Mataka[4] 조건은 임계평면에 작용하는 전단 응력의 진폭 C_a 와 최대 수직응력 N_{max} 의 선형 조합으로 구성되어 있는데 이 조건에서는 전단 응력의 진폭이 최대가 되는 면을 임계평면으로 정의한다.

$$(\phi^*, \theta^*) : \text{Max}[C_a(\phi, \theta)] \tag{1}$$

여기서, (ϕ^*, θ^*) 는 임계 평면에 해당하는 (ϕ, θ) 값을 나타낸다. 피로 조건은 다음과 같다.

$$C_a(\phi^*, \theta^*) + \kappa N_{max}(\phi^*, \theta^*) \leq \lambda \tag{2}$$

여기서, κ 와 λ 의 값들은 식 (2)를 순수 완전 반복 비틀림의 경우와 완전 반복 굽힘의 경우에 적용함으로써 구할 수 있다.

$$\kappa = \left(\frac{2t_{-1}}{f_{-1}}\right) - 1, \quad \lambda = t_{-1} \tag{3}$$

식 (2)를 만족하게 되면 균열이 발생하지 않게 되고 만족하지 않게 되면 균열이 발생하여 무한수명이 되지 않게 된다.

2-1-2. 응력 불변량법

응력 불변량을 이용한 피로 조건은 정수압 응력과 편차응력의 이차 불변량을 사용하여 표현된다. 이 조건은 임계평면 이론과는 달리 균열이 시작되는 방향은 알 수 없다. 다만 주어진 사이클 동안 균열의 발생 여부만 결정할 수 있다. 지금까지 제안된 응력 불변량법 중 Crossland[5]의 피로 조건이 가장 널리 알려져 있다. Crossland가 제안한 피로조건 식은 $\sqrt{J_2}$ 의 진폭과 정수압 응력 의 최대값로 구성되어 다음과 같다.

$$\sqrt{J_{2,\alpha}} + \kappa \sigma_{H,max} \leq \lambda \tag{4}$$

여기서, κ 와 λ 는 순수 전단 실험과 반복 굽힘 실험으로 다음과 같이 구할 수 있다.

$$\kappa = \frac{3t_{-1}}{f_{-1}} - \sqrt{3}, \quad \lambda = t_{-1} \tag{5}$$

2-1-3. Mesoscopic법

금속의 피로 거동은 여러 가지 영역(scale)으로 분석될 수 있다. 공학에서 사용되는 영역은 재료를 연속체로 볼 수 있는 범위 즉 거시적(macroscopic) 영역을 주로 사용한다. 지금까지 제시된 피로 조건 식은 이 영역에 해당한다. 또한 금속의 피로 거동은 미시적(microscopic) 영역 즉 전위(dislocation) 영역에서 분석될 수 있다. Meso 영역은 미시적 영역과 거시적 영역의 중간 범위의 것으로 금속의 결정 크기의 영역에 해당된다. Mesoscopic 접근법은 Dang Van[6]에 의해 소개되었으며 다음과 같다.

$$f(\sigma) \equiv \tau \pm \kappa \sigma_H \mp \lambda = 0 \tag{6}$$

$$\max\{\tau(t) + \kappa\sigma_H(t)\} < \lambda \tag{7}$$

여기서, $\tau(t)$ 와 $\sigma_H(t)$ 는 각각 meso 영역의 Tresca 전단응력과 정수압 응력을 나타내며, κ 와 λ 는 다음과 같이 표현된다.

$$\kappa = \frac{t_1 - f_{-1}/2}{f_{-1}/3}, \quad \lambda = t_1 \tag{8}$$

2.2. 접촉 해석

Fig. 1과 같은 등방성이고 균질인 두 비접합 탄성체에 수직하중과 접선하중이 작용할 때 접촉면의 압력분포를 알기 위해 사각조각표면에 작용하는 균일한 분포하중에 의한 변위의 해를 이용하여 두 탄성체 사이의 접촉문제를 수식적으로 해석한다. Fig. 1과 같이 비접합 탄성체의 접촉영역은 탄성체의 다른 크기에 비해 매우 작으므로 두 탄성체는 반무한체로 생각할 수 있다. 이때 탄성체 1과 2의 표면을 매끄럽다고 가정한다. 두 물체의 최초의 접촉점 O 에 수직하중 F 와 접선하중 Q 가 동시에 작용할 때 표면 위의 점 M_1 과 N_1 은 접촉영역에서 접하게 된다. $f(x,y)$ 는 두 탄성체의 표면 위의 두 점 M_1, N_1 사이의 접촉 전의 형태함수(shape function)이고 $e(x,y)$ 는 접촉 후의 형태 함수이다. 하중이 가해지면서 두 탄성체 위의 점들은 다음 식과 같은 관계를 가지며 $f(x,y)$ 에서 $e(x,y)$ 로 변한다.

$$e(x,y) = f(x,y) + u_{z1}^f + u_{z2}^f + u_{z1}^0 + u_{z2}^0 - \delta \tag{9}$$

여기서 u_{z1}^f, u_{z2}^f 과 u_{z1}^0, u_{z2}^0 은 각각 수직하중 P 와 접선하중 Q 에 의한 두 탄성체의 표면 위의 두 점 M_1, N_1 에서의 변위로서 각 탄성체의 안쪽을 양의 방향으로 한다. 는 표면에서 멀리 떨어진 점 T_1, T_2 의 유효 강체 변위(Effectively rigid displacement)이다.

접촉문제를 풀기 위해서는 다음의 구속조건에 의한 반복 연산이 필요하다.

즉 접촉영역에서는

$$p(x,y) > 0, \quad e(x,y) = 0 \tag{10}$$

접촉영역 밖에서는

$$p(x,y) = 0, \quad e(x,y) > 0 \tag{11}$$

여기서, $p(x,y)$ 는 접촉압력이며 $e(x,y)$ 는 변형후의 강체면과 거친 표면간의 거리를 나타낸다. 접촉영역내에서는 $e(x,y) = 0$ 이므로 식 (9)는 다음과 같은 관계를 가진다.

$$\iint_{\Omega} u_{z1}^p + u_{z2}^p + u_{z1}^q + u_{z2}^q + dx'dy' = \delta - f(x,y) \tag{12}$$

여기서, u_{z1}^p, u_{z2}^p 와 u_{z1}^q, u_{z2}^q 는 각각 사각조각 표면에 작용하는 균일한 수직 분포하중 및 접선 분포하중에 의한 변위로서 Love[7]와 Cho 등[8]의 변위해를 이용하였다. 사각 조각면내에서는 균일한 압력을 가지므로 위 식은 다음과 같이 단순 이산화 될 수 있다.

$$\sum_{k,l}^n \sum_{i,j}^m F_{i,j,k,l} P_{k,l} + \sum_{k,l}^n \sum_{i,j}^m F'_{i,j,k,l} q_{k,l} = \delta - f_i \tag{13}$$

여기서, nm 는 접촉영역 Ω 내에서의 사각조각면의 수이고 F_{ijk} 와 F'_{ijk} 은 각각 요소(i, j)에서의 수직 및 접선분포하중에 의한 요소(k, l)에서의 영향을 나타내는 영향함수(influence function)이다.

표면 아래 응력분포를 구하는 절차는 다음과 같다. 우선, 임의의 형상의 접촉면에 의한 접촉문제는 Fig. 2와 같은 균일한 분포하중이 작용하는 사각조각 표면들로 이산화한다. 하중이 작용하는 반 무한체 표면을 크기가 $2a \times 2b$ 인 미소 사각요소로 나누어, 각 미소 요소의 균일한 수직하중 p_0 및 접선하중 q_0 를 그 요소의 중심 $C(x_c, y_c, 0)$ 에 작용하는 미소 집중하중으로 등가시킨다. 각 미소 사각표면에 작용하는 집중하중에 의한 반 무한 탄성체내의 임의의 점 $A(x,y,z)$ 에서의 응력성분을 Love[7]와 Cho 등[8]의 변위해를 통해 계산하여

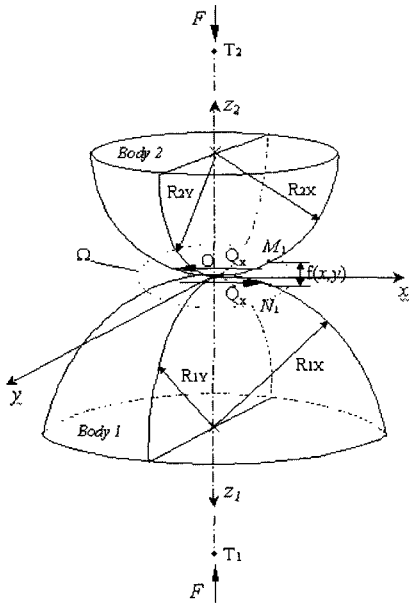


Fig. 1. Contact of two non-conformal bodies.

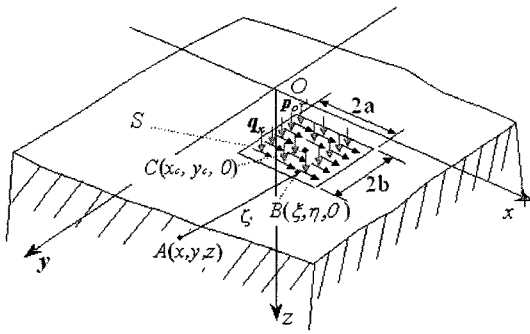


Fig. 2. A rectangular patch subject to the uniform normal and tangential loading.

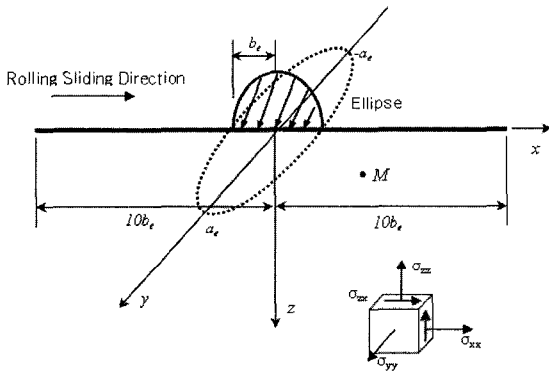


Fig. 3. Coordinate system for elliptical contact.

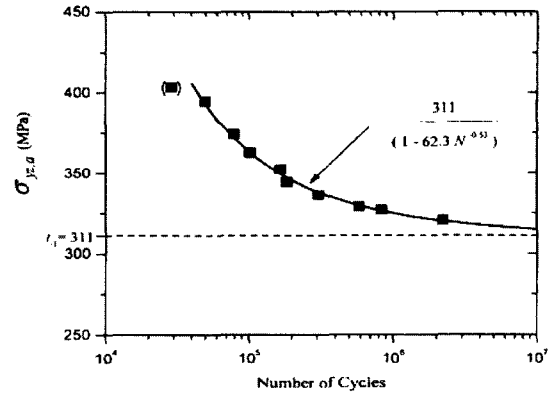
각 미소 사각요소들이 반 무한체내의 임의의 점에 미치는 영향을 중첩함으로써 반 무한체내의 임의의 점에서의 응력을 근사적으로 구할 수 있다. 미소요소의 크기가 작을수록 정확하게 수렴한다.

3. 해석 조건

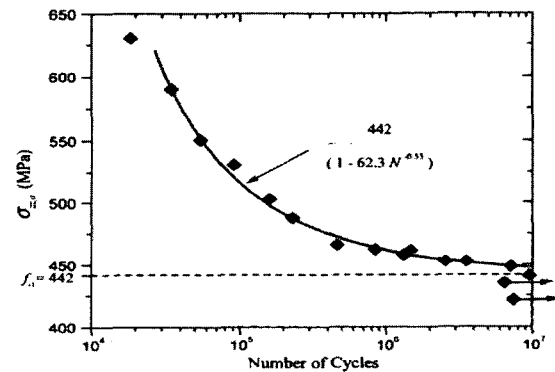
Fig. 3은 타원 형상의 Hertz접촉 압력이 반무한체 표면 위를 지나가는 상태를 도식적으로 나타낸 것이다. 본 연구에서 적용한 접촉 타원비($k = a/b_e$)는 9로서 이는 볼 베어링의 일반적인 타원비에 해당된다. 한편, 본 연구에서는 접촉 타원이 $-10b_e$ 에서 $+10b_e$ 까지 이동하는 것을 한 사이클로 정의하였다. 여기서 b_e 는 접촉 타원의 단반경이다. 반 무한체 표면 아래의 임의의 한 점 M은 시간에 따라서 다른 응력 상태에 놓이게 된다. 이 점 M이 $-10b_e$ 에서 $+10b_e$ 까지 이동하는 동안에 받게 되는 응력 상태를 접촉 해석 기법을 통해 구할 수 있고 이 응력 정보들을 각각의 피로수명 판정식에 적용함으로써 피로수명을 구할 수 있다. 피로해석을 수

Table 1. Mechanical properties and fatigue limits of AISI 1040 steel

Material	f_{-1} [MPa]	L_{-1} [MPa]	E [GPa]	ν
AISI1040	442	311	213	0.29



(a) Fully reversed torsion



(b) Fully reversed bending

Fig. 4. Data of AISI 1040 steel.

행하기 위해서는 재료 파라미터 값이 요구된다. 본 절의 해석에 사용된 재료는 AISI 1040 강으로 재료의 물성치는 Table 1에 주어져 있다. AISI 1040 강의 피로한도에 해당하는 수명은 10^7 사이클로서 이는 Fig. 4에서 제시한 Lee[9]의 실험결과로부터 도출하였다. 따라서 굽힘 피로한도 f_{-1} 및 비틀림 피로한도 L_{-1} 값을 각각의 피로 판정식에 대입하면 무한수명 10^7 사이클에 해당하는 작동조건을 구할 수 있는 것이다.

4. 해석 결과 및 분석

Figs. 5와 6은 각각의 피로 판정식에 대해서 마찰계수의 변화에 따른 AISI 1040 강의 피로한도에 상당하

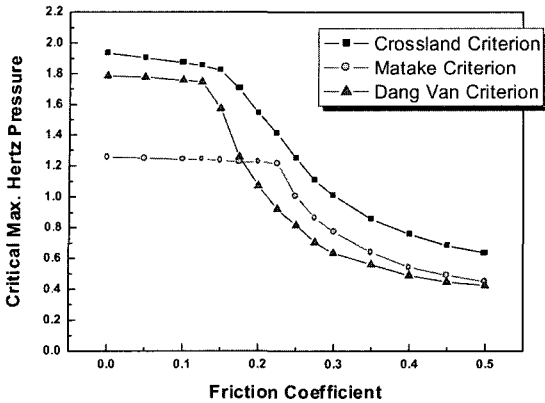


Fig. 5. Critical Max. Hertz pressure vs friction coefficient.

는 최대 Hertz압력의 변화를 도시한 것이다. 여기서 피로한도라 함은 AISI 1040 강 of 단축 피로 실험결과로부터 무한 수명이라 간주한 10^7 사이클 수명에 대한 피로 파라미터를 의미한다. 따라서 Fig. 3의 각각의 점들은 10^7 사이클 수명에 대한 임계 최대 Hertz 압력을 나타낸다.

응력불변량을 이용한 Crossland 조건에서는 피로한도에 상응하는 최대 Hertz 압력이 전 마찰계수에 걸쳐 다른 두 피로 판정식의 경우보다 높게 나타남을 확인할 수 있다. $\mu = 0$ 에서의 최대 Hertz압력이 1.938 GPa로 나타났고 마찰계수가 0.175를 넘어서면서 최대 Hertz압력이 급격히 감소함과 아울러 Fig. 6에서 볼 수 있듯이 균열이 발생하는 위치가 표면아래에서 표면 위로 급격하게 옮겨감을 확인할 수 있다.

Matake 조건에서는 $\mu = 0$ 에서 임계 최대 Hertz압력이 1.265 GPa로 다른 두 피로 판정식에 비해 임계 최대 Hertz압력을 상당히 낮게 예측하고 있으며 마찰계

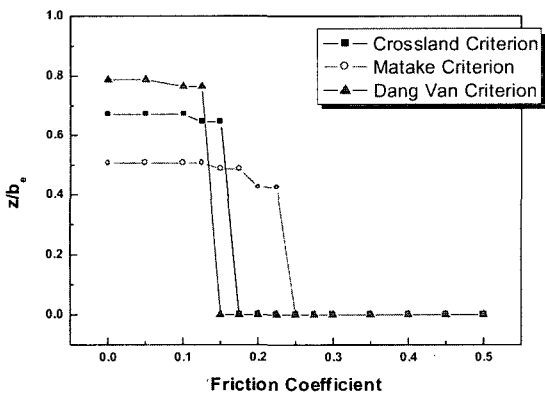


Fig. 6. Depth of crack initiation vs friction coefficient.

Table 2. The angle of critical plane for friction coefficients

μ	0-0.1	0.15	0.2	0.225	0.25-0.5
Angle	0°	6°	8°	8°	44°

수의 증가에 따른 임계 최대 Hertz압력의 감소폭도 적음을 알 수 있다. 마찰 계수가 0.225 이하에서는 거의 변화가 없으나 $\mu = 0.25$ 이상에서는 임계 최대 Hertz 압력이 감소하며 아울러 균열이 발생하는 위치도 표면 아래에서 표면위로 급격하게 옮겨감을 확인할 수 있다.

Matake 이론에서는 균열의 발생 위치뿐 아니라 균열의 전파방향도 예측할 수 있으며 Table 2에 그 결과를 나타내었다. 마찰계수에 따른 피로한도에서의 균열이 전파해 나가는 임계평면의 각도는 표면의 수직 방향과 임계평면의 수직 방향간의 각도를 의미하는데, 마찰계수가 0.225 이하에서는 표면과 거의 평행한 방향으로 균열이 전파되나 마찰계수가 0.25이상에서는 표면으로부터 표면 안쪽으로 균열이 전파되어감을 예측할 수 있다.

Dang Van 조건에서는 $\mu = 0$ 일 때 임계 최대 Hertz 압력이 1.787 GPa로 나타났다. 다른 두 피로 판정식에 비해 가장 낮은 마찰계수인 0.15에서 임계 최대 Hertz 압력의 급격한 감소와 더불어 균열 시작 위치의 표면으로의 이동이 발생함을 알 수 있다. Dang Van 이론에서는 현재의 국부응력의 상태를 확인할 수 있는 장점이 있다. 따라서 Fig. 7에 접촉 표면 아래 0.645b의 깊이에서 다양한 최대 Hertz압력에 의해 발생하는 국부 응력 사이클 ($\tau(t), \sigma_H(t)$) 선도를 도시하였다. Fig. 7의 위쪽 직선($\kappa\sigma_H + \tau = \lambda$, $\kappa = 0.6109$ and $\lambda = 311$ MPa)

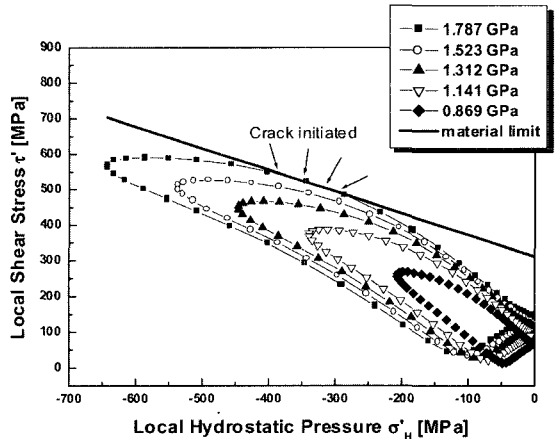


Fig. 7. Loading paths at different Max. Hertz pressure.

은 AISI 1040 강 of 피로한도에 해당하는 경계를 나타낸다. 최대 Hertz압력 1.787 GPa 이하의 조건에서는 응력 곡선이 재료의 피로한도 직선 아래에 존재하므로 균열이 발생하지 않다가 1.787 GPa에서 피로한도 직선과 만나게 되어 이 시점부터 균열이 발생할 것임을 예상할 수 있다.

이상의 결과로 볼 때 세 가지 종류의 피로 판정식 즉 Crossland, Matake, Dang Van 모델 각각은 서로 다른 물리적 접근 방법에 의해 유도된 것들이지만 마찰 계수에 따른 10^7 사이클 수명 후에 균열이 발생할 임계 최대 Hertz압력의 변화 및 균열 발생 위치의 변화 거동이 유사함을 확인할 수 있었다.

Figs. 8과 9는 Fig. 4의 AISI 1040 강 of 단축 피로 실험결과와 데이터를 이용해서 마찰계수가 0인 순수 구름조건에서 최대 Hertz압력에 따른 균열 시작 유한 수명과 그 때 발생하는 균열의 위치를 도시 한 것

이다. Fig. 8에서 보듯이 각각의 피로 판정식들은 유한 수명에 해당하는 최대

Hertz압력의 크기에는 차이가 나지만 세가지 피로 판정식 모두 하중이 증가함에 따라 균열 시작 수명이 지수적으로 감소하는 있음을 알 수 있다. 이는 주어진 단축 피로 실험의 결과에 따라 그 형태가 결정되는 것으로 사료된다.

Fig. 9의 접촉 타원의 단반경으로 무차원화시킨 균열의 발생 깊이는 거의 일정하게 나타남을 알 수 있는데, 이는 최대 Hertz압력이 증가함에 따라 균열의 발생위치가 선형적으로 깊어짐을 예측할 수 있다.

4. 결 론

본 연구에서는 AISI 1040 강 of 타원 접촉시 피로수명을 예측해 보았다.

1. 무윤활 상태의 구름-미끄럼접촉시 피로한도에 해당하는 임계 최대 Hertz압력을 예측한 결과, 세 모델 모두 마찰계수가 어느 특정한 값에 다다르게 되면 균열을 유발시키는 임계 하중이 감소하고 균열이 시작되는 위치 또한 표면아래에서 표면위로 급격히 이동함을 확인하였다.

2. AISI 1040강 of 접촉 하중-수명 곡선을 예측한 결과, 각 유한 수명에 해당하는 최대 Hertz압력의 크기는 차이가 나지만 세가지 피로 판정식 모두 하중이 증가함에 따라 균열 시작 수명이 지수적으로 감소하는 있음을 알 수 있었다.

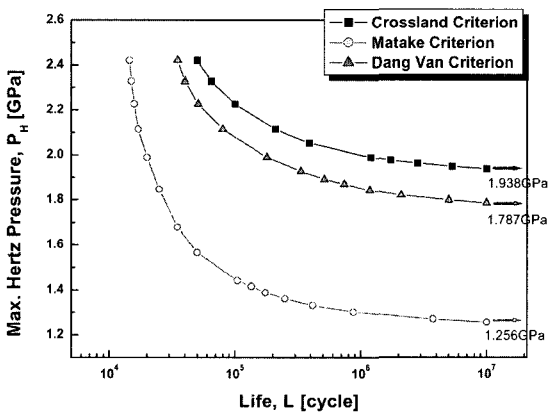


Fig. 8. Max. Hertz pressure vs crack initiation life.

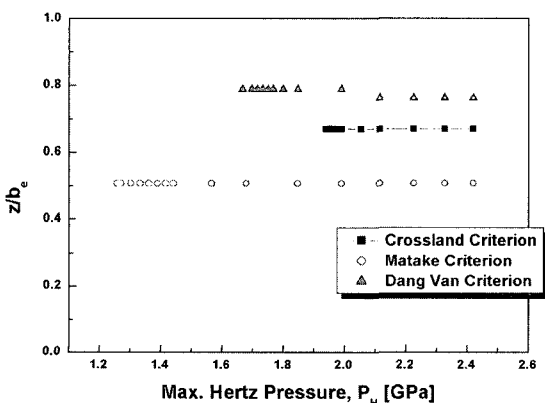


Fig. 9. Depth of crack initiation vs Max. Hertz pressure.

참고 문헌

1. Tallian, T.E., "Simplified Contact Fatigue Life Prediction Model: Part I. Review of Published Models," *Journal of Tribology*, 114, pp. 207-213, 1992.
2. Lundberg, G. and Palmgren, A., "Dynamic Capacity of Rolling Bearing," *ACTA Polytechnica Mechanical Engineering Series*, 1, 3, Stockholm, 1947.
3. Ioannides, E. and Harris, T.A., "A New Fatigue Life Model for Rolling Bearings," *Journal of Tribology*, 107, 3, pp. 367-378, 1985.
4. Matake, T., "An Explanation on Fatigue Limit under Combined Stress," *Bull of JSME*, 20, 257, 1977.
5. Crossland, B. In, "Effect of Large Hydrostatic Pressure on the Torsional Fatigue Strength of an Alloy Steel," *Pro. Int. Conf. on Fatigue of Metals*, London, pp. 138-149, 1956.
6. Dang Van K., Griveau B. and Message O., "On a

- New Multiaxial Fatigue Criterion; Theory and Application," *2nd Int. Conf. on Biaxial/Multiaxial Fatigue*, Sheffield, UK, 1985.
7. Love, A.E.H., "Stress Produced in a Semi-Infinite Solid by Pressure on Part of the Boundary," *Phil. Trans. Royal Society*, A228, pp. 377-420, 1929.
 8. Y.J. Cho, T.W. Kim and M.J. Lee, "The Stress Field in a Body Caused by the Tangential Force of a Rectangular Patch on a Semi-Infinite Solid," *KSTLE International Journal*, 2, 1, pp. 29-34, 2001.
 9. You, B.R. and Lee, S.B., "A Critical Review on Multiaxial Fatigue Assessments of Metals," *International Journal of Fatigue*, 19, 4, pp. 235-244, 1996.