

에코 PIV 를 이용한 맥동 유동에서의 *in vitro* 전단률 측정 연구

김 형 범[†], 정 인 영^{*}

(2004 년 6 월 21 일 접수, 2004 년 10 월 14 일 심사완료)

Non-Invasive Measurement of Shear Rates of Pulsating Pipe Flow Using Echo PIV

Hyoung-Bum Kim and In-Young Chung

Key Words : Echo PIV(에코 PIV), Ultrasound Contrast Agent(초음파 조영제), Pulsating Flow(맥동 유동), Shear Rate(전단률)

Abstract

Although accurate measurement of velocity profiles, multiple velocity vectors, and shear stress in arteries is important, there is still no easy method to obtain such information *in vivo*. This study shows the utility of combining ultrasound contrast imaging with particle image velocimetry (PIV) for non-invasive measurement of velocity vectors. The steady flow analytical solution and optical PIV measurements (for pulsatile flow) were used for comparison. When compared to the analytical solution, both echo PIV and optical PIV resolved the steady velocity profile well. Error in shear rate as measured by echo PIV (8%) was comparable to the error of optical PIV (6.5%). In pulsatile flow, echo PIV velocity profiles agreed well with optical PIV profiles. Echo PIV followed the general profile of pulsatile shear stress across the artery but underestimated wall shear at certain time points. These studies indicate that echo PIV is a promising technique for the non-invasive measurement of velocity profiles and shear stress.

1. 서 론

혈류유동에서의 전단응력(shear stress)은 여러 심혈관계 질환과 밀접한 관계를 가지고 있다. 기존의 연구로부터 혈류유동의 박리, 낮은 평균 벽면(wall) 전단응력, 그리고 변동 전단응력등이 죽종(atheroma), 플라크(plaques), 신생 내막증식(intimal hyperplasia)등의 국부발생과 관련이 있음을 알 수 있다.⁽¹⁻³⁾ 또한, 전단응력은 혈소판의 활성화나 hemolysis 에도 영향을 준다. 이러한 현상을 이해하기 위해서는 혈관 내 혈류유동의 전단응력에 대한 정확한 정보가 필요하다. 전단응력을 측정하기 위해서 여러 가지 방법이 제안되었고 현재도 많은 연구가 진행 중이다. 직접적인 벽면 전단응력 측

정법으로는 전기화학반응을 이용하는 방법이 발표되었다. 이 방법은 평균 전단응력을 직접 측정할 수 있다는 장점이 있으나 벽면에 화학물질을 코팅해야 하고 전단응력의 방향성을 알 수 없으며 변동 전단응력을 측정하지 못하는 단점이 있다.⁽⁴⁾ 이러한 이유로 간접적인 전단응력 측정법이 가장 많이 개발되어 현재 사용되고 있다. 간접측정법의 기본원리는 혈관 내부의 속도를 측정 혹은 계산하여 그 속도장을 미분하는 방법으로 전단응력을 계산한다. 간접 측정법의 다른 장점은 벽면 전단응력뿐만 아니라 속도결과가 있는 모든 구간에서 전단응력을 측정할 수 있고, 이는 용혈(hemolysis)등의 연구에도 적용이 가능함을 의미한다. 계속된 유동속도 측정 기법의 발달은 광학적 접근이 가능한 *in vitro* 모델에서 LDV(laser Doppler velocimetry)를 이용하여 정확한 평균 및 변동 전단응력을 얻을 수 있었다.⁽⁵⁾

현재 *in vitro* 상황에서의 전단응력은 상대적으로 정확히 측정할 수 있지만, *in vivo* 와의 차이점으로

[†] 책임저자, 회원, 경상대학교 기계항공공학부

E-mail : kimhb@gsnu.ac.kr

TEL : (055)751-6076 FAX : (055)762-0227

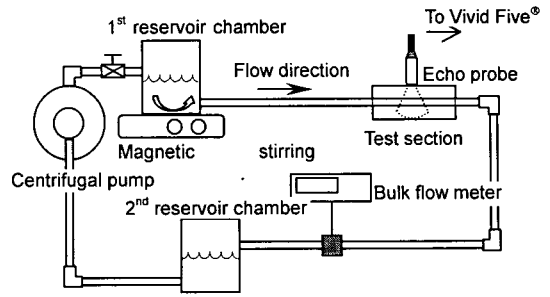
* 경상대학교 전기전자공학부

인하여 *in vitro* 결과의 유효성은 계속 제한되어 왔다. 이러한 단점을 극복하기 위해서는 *in vivo* 상황에서 정확한 전단응력 측정이 가능한 기법의 개발이 필요하다. *In vivo* 전단응력 측정을 위하여 MRI(magnetic resonance imaging)^(6, 7)와 초음파 기법(ultrasound techniques)^(8, 9) 등이 연구되었다. MRI 기법은 2D3C(2-dimensional 3-components)측정이 가능하여 측정단면내의 모든 방향으로의 전단응력 측정이 가능하다. 이는 단면적이 원형이 아닌 혈관 내부에서 전단응력 측정이 가능함을 의미한다.⁽¹⁰⁾ 그러나, 상대적으로 긴 데이터 획득시간(1~3 시간 이상)과 낮은 시간해상도(temporal resolution)는 MRI 기법의 성능향상에 필요한 여지를 남겨놓고 있다. 초음파 도플러(Doppler)기법의 경우에는 임상에서 오랫동안 사용되어 왔으나 도플러기법의 문제점인 각도의 영향과 앨리어싱(aliasing)등은 속도의 미분으로부터 계산되는 전단응력 결과에 많은 오차를 갖게 한다.

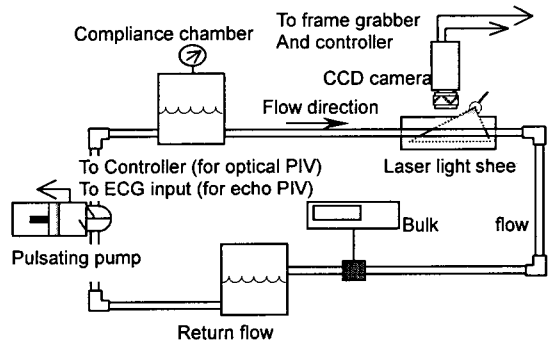
이러한 문제점을 해결하기 위하여 본 저자는 높은 시간분해능을 갖고 2 차원의 속도장을 측정할 수 있는 에코 PIV 기법을 개발하였다.⁽¹⁰⁾ 이 기법에서는 초음파 조영제가 사용된 연속적인 B-mode 영상의 RF(radio frequency) 포맷의 데이터에 PIV(particle image velocimetry)기법을 적용하여 속도를 구한다. 본 연구에서는 *in vitro* 실험을 통하여 에코 PIV 기법이 정상유동의 유량정보와 맥동유동(pulsating flow)의 위상 속도결과 및 전단률까지 측정할 수 있음을 보여준다.

2. 실험장치 및 방법

본 연구에서 사용한 에코 PIV 기법은 초음파 조영제(ultrasound contrast agent)를 사용한 연속적인 초음파 영상(B-mode)에 광학 PIV 기법을 결합한 새로운 속도장 측정기법이다. 이 기법은 기본적으로 임상에서 사용하는 혈류유동 속도측정을 위해 개발되었지만 초음파 영상획득이 가능한 모든 불투명유동에 사용이 가능하다. 초음파 영상의 RF-포맷의 영상에 상호상관관계(cross correlation) 알고리즘을 사용하는 DPIV 를 적용하였다. 측정속도벡터의 공간해상도를 증가시키기 위하여 재귀기법(iterative scheme)과 조사구간 이동기법(window offsetting)을 적용하였다. 에코 PIV 의 보다 자세한 내용은 참고문헌⁽¹⁰⁾에 소개하였다. 에코 PIV 기법으로부터 측정된 평균속도와 전단률의 정확도를 비교하기 위하여 완전 발달된 정상상태의 관류 유



(a) Steady flow apparatus with echo PIV configuration



(b) Pulsatile flow apparatus with optical PIV configuration

Fig. 1 Schematics of the steady and pulsatile flow systems

동의 이론결과와 같은 유동조건에서의 광학 PIV 결과와 비교연구를 수행하였다. 맥동유동의 경우에는 광학 PIV 결과와 에코 PIV 결과를 검증하였다.

Fig. 1(a)에 정상상태의 관류유동장치를 나타냈다. 내부 직경(R)과 두께가 각각 0.95, 0.16cm 인 투명 아크릴 파이프를 이용하였다. 평균속도는 5.5 cm/s 이고, 이 속도와 내부직경을 기준으로 한 레이놀즈 수(Reynolds)는 501 이다. 이 결과로부터 계산된 입구영역의 길이는 0.29m 이고 측정구간에서의 완전 발달된 유동영역을 확보하기 위하여 총 길이가 1.8 m 인 파이프를 사용하여 측정구간 내에서의 유동조건을 완전 발달된 층류 관류유동이 되도록 만들었다. 에코 PIV 를 위한 유동내 산란입자로 초음파 조영제인 OPTISON[®]을 사용하였다. 이 조영제의 평균직경은 2~4.5 μ m 이고 조영제의 90%가량이 10 μ m 이하이다.

에코 PIV 를 위한 초음파 영상은 6.7 MHz 중앙 주파수를 갖는 위상배열 섹터스캔(phase-array sector-scan) 초음파 프로브와 Vingmed 사의 Vivid 5[®]초음파 기기에서 B (brightness)-scan 모드를 사용하여 획득하였다. 최종 조사구간의 크기는 8x8

pixel 에 75 % 겹침비(overlapping ratio)를 적용하였고 실제 공간해상도(spatial resolution)는 이미지 중간부분에서 $1.2(r) \times 1.7(\theta)$ mm 를 갖는다. 에코 PIV 의 시간해상도는 3.5 ms 이다. 평균속도는 200 장의 순간속도장 결과를 앙상블 평균하여 구하였다.

광학 PIV는 같은 유동조건에서 dual head Nd:YAG 레이저에 동기된 PIVCAM CCD 카메라를 사용하였다. 두 장의 입자영상 사이의 시간간격은 500 μ sec 이고 산란입자로는 평균직경이 10 μ m 인 SGHGS (silver coated hollow glass sphere)를 사용하였다. 조사구간의 크기는 32 \times 32(pixel)이고 이때의 공간해상도는 400 μ m² 이다.

에코 PIV 의 in vivo 조건에서의 성능평가를 위하여 심장(Heart)펌프를 이용한 맥동유동을 모사하였다. 관직경과 광학 PIV 결과로부터 측정한 평균속도(12.5cm/s), 그리고 최대 속도(50.6cm/s)는 인체의 복부 대동맥(abdominal aorta)의 임상결과와 일치한다. 광학 PIV 측정의 경우, 하나의 사이클을 17 개의 동일 시간간격을 갖는 위상으로 구분하여 레이저 발광과 CCD 카메라의 delay 를 제어하여 각각의 위상에서 순간속도장을 획득하였다. 광학 PIV 측정장치는 심장펌프의 트리거(trigger) 신호를 이용하여 전체 PIV 시스템을 동기시킬 수 있었으나 초음파 영상획득에 사용된 기기(VIVID 5[®])는 외부 트리거 신호에 동기되지 않기 때문에 영상획득과 동시에 펌프로부터의 트리거 신호를 기록하여 획득된 이미지의 위상을 구하였다. 이렇게 하여 에코 PIV 와 광학 PIV 사이의 각각의 위상에서의 결과는 최대 1 프레임 지터를 갖고 비교를 할 수 있

었다. 광학 PIV 의 모든 변수들은 두 이미지 사이의 시간간격을 제외하고 정상상태 관류유동의 경우와 동일하게 설정하였다. 시간간격의 경우, 각각의 위상에서의 속도가 변하기 때문에 각 경우에 최적화된 시간간격으로 다르게 설정하였다. 에코 PIV 기법은 광학 PIV와 달리 영상이 연속적으로 획득된다. 맥동유동조건에서 에코 PIV 의 시간간격은 2ms 이고 하나의 사이클(1.04 sec)은 총 520 장의 입자영상으로 이루어진다. 이 시간해상도는 광학 PIV 와 비교하여 낮은 값이나 현재 사용되는 다른 in vivo 속도측정기법인 MRI(약 60ms)와 비교하여 매우 높은 시간해상도이다. 결과에서 볼 수 있듯이 이 시간해상도는 본 실험조건에서 속도측정에 문제가 없었다. 또한 이러한 연속적인 속도장 측정은 cinematic 속도측정을 가능하게 한다. 본 연구에서는 18 사이클에서 총 9,360 장의 입자영상을 획득하여 평균속도를 구하였다. 이 숫자는 에코 PIV 결과에서 발생하는 랜덤에러를 줄이기 위해서는 충분하지 않기 때문에 흐름방향으로의 속도구배가 충분히 작다라는 가정하에 공간평균기법(spatial averaging method)을 사용하였다.

3. 결과 및 토의

3.1 정상상태 관류 유동

Fig. 2는 완전 발달된 층류 유동에서의 에코, 광학 PIV, 그리고 해석치로부터의 평균속도 결과를 보여준다. 각각의 속도결과는 중심속도 (U_c)와 반지름으로 무차원화 시켰다. 벽의 기부(proximal)를 제외하고 에코 PIV 는 광학 PIV 및 해석치와 잘 일

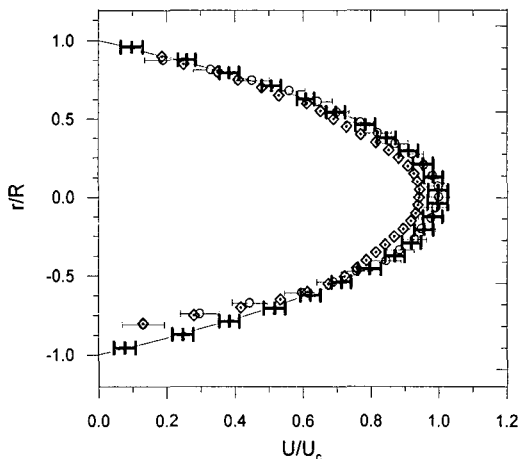


Fig. 2 Comparison of echo-, optical- and analytic velocity profile of laminar steady tube flow (+: optical PIV; O ($\alpha=90^\circ$), \diamond ($\alpha=75^\circ$): echo PIV; - : from analytic solution)

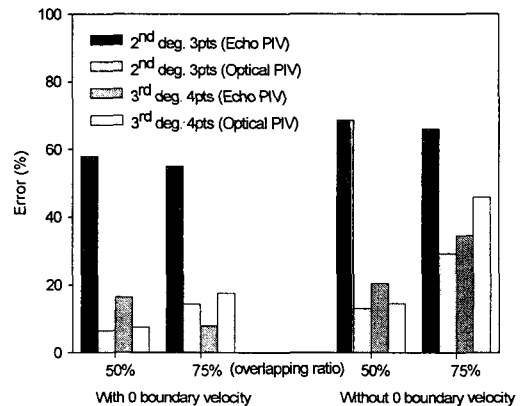


Fig. 3 Error in calculated shear stress(compared to theoretical value) for echo PIV and optical PIV

치하는 결과를 보여주었다. 에코 PIV 결과의 기부에서의 저속으로의 편향은 아크릴 관 벽에서의 반영(reverberation)으로 인하여 생기는 산란결과에 의해 조사구간내 정적인 회색 영상에 의해 이러한 결과가 나타난다. 이러한 이유로 전단률을 계산할 때 말단(distal)부 $r/R = +1.0$ 의 속도결과를 사용하였다.

Fig. 2에서 α 는 초음파의 진행방향과 유동방향 사이의 각도이다.

Fig. 3은 전단률 계산시 사용되는 커브 피팅 함수와 조사구간의 겹침비, 그리고 0 벽속도 조건(no slip)등이 전단률계산에 미치는 영향을 보여준다. 에러비는 이론 전단률과 각각의 PIV 측정속도로부터 계산된 결과와의 절대차의 비이다.

본 연구에서 비교한 2차와 3차 다항식 커브 피팅 함수에서는 에코 PIV 기법은 3차 커브 피팅함수를 사용하였을 경우, 2차 함수와 비교하여 작은 에러비를 가졌다. 이는 Fatemi와 Rittgers⁽¹¹⁾의 결과와도 일치한다. 그들은 LDV를 이용한 속도측정 결과를 이용하여 속도를 미분하여 전단률을 계산할 때, 그 결과는 커브 피팅함수에 큰 영향을 받는다는 것을 보여주었고 전단률은 0 벽속도와 3개의 측정점을 이용한 4pts-3차 커브 피팅함수를 사용하였을 경우 가장 좋은 결과를 갖는다고 발표하였다. 위의 Fig. 3에서 에코 PIV 기법도 같은 조건에서 가장 정확한 전단률을 계산하였다. 광학 PIV의 경우는 2차 커브 피팅함수가 더 좋은 결과를 가졌으나 그 차이는 3차 함수와 비교하여 1.5%밖에 되지 않았다. 즉, 광학 PIV의 경우는 전단률 계산시 에코 PIV와 달리 커브 피팅 함수의 종류에 민감하지 않음을 알 수 있다. 0 벽속도의 포함 유무는 광학, 에코 PIV 기법 모두에서 포함시켰을 경우가 더 좋은 결과를 가졌다.

위의 함수비교와 함께 측정값 사이의 간격이 전단률 계산에 미치는 영향에 대해서도 연구를 수행하였다. PIV 기법은 정해진 조사구간의 크기에서 겹침비를 변경함으로써 인접한 측정값 사이의 간격을 바꿀 수 있다. 즉, 겹침비를 증가시키면 인접 측정값 사이의 간격이 줄어든다. 그러나, 공간해상도는 변화가 없다. 광학 PIV 기법에서 겹침비의 증가는 속도의 미분으로부터 계산되어지는 상태량들, 예를 들어 와도, 변형률등,의 에러를 증가시킨다고 보고되었다.⁽¹²⁾ Fig. 3으로부터 에코 PIV 기법은 75%의 겹침비가 50%의 겹침비보다 작은 에러를 가졌다. 광학 PIV의 경우에는 50%의 겹침비가 더 좋은 전단률값을 가졌다. 에코 PIV에서 겹침비가 더 클 경우에 정확한 값을 갖는 이유는 에코 PIV의 낮은 공간해상도 때문으로 생각된다. 광학 PIV

의 경우에는 50% 겹침비를 사용하였을 경우, 두 측정점간의 간격은 $200\mu\text{m}$ 이고 이는 75% 겹침비의 에코 PIV - $300(r) \times 425(\theta)\mu\text{m}$ 와 비교하여 더 작다. 이로부터 에코 PIV의 경우, 겹침비증가에 의한 오차증가보다 측정점 사이의 거리가 정확한 전단률 계산에 더욱 중요함을 알 수 있다.

3.2 맥동 유동

각각의 위상에서 에코, 광학 PIV 기법으로부터 계산된 유량과 중심속도결과를 Fig.4에 나타냈다. 중심속도와 관직경을 기준으로 하여 광학 PIV로부터 계산된 최대 레이놀즈수 (Re_p)는 4368이고 평균유량으로부터 계산된 레이놀즈수 (Re_m)는 1175이다. 관류에서의 층류와 난류로의 천이가 $Re = 2100$ 에서 시작된다고 가정하면 위상이 30° 부터 130° 사이에서 천이과정이 나타난다. 이는 실제 *in vivo*에 일치하는 조건이다.

여기서 에코 PIV의 결과에서 반영 효과에 의한 에러가 큰 구간은 대칭조건을 이용하였다. 에코 PIV 기법을 이용해서 측정된 평균유량 및 중심속도의 결과는 최대역방향흐름의 경우에서 가장 큰 차이를 보이고 나머지 구간에서는 광학 PIV와 잘 일치하는 결과를 보여주고 있다. 최대 차이는 위

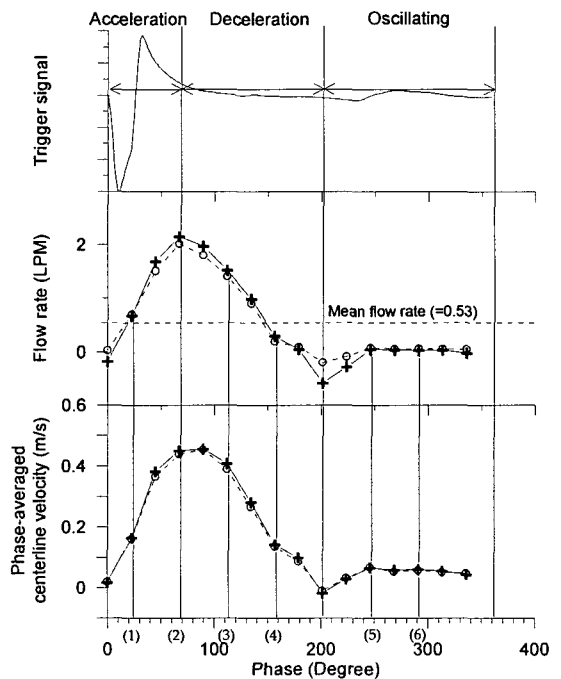


Fig. 4 Comparison of mean flow rate and phase-averaged centerline velocity between optical PIV and echo PIV (+ : optical PIV, O : echo PIV)

상이 200° 일 때 약 18%의 차이를 갖는다. 평균유량의 경우, 에코 PIV는 가속과 감속구간에서 광학 PIV보다 작게 나타나고 위의 구간을 제외한 구간에서는 크게 나타난다. 중심속도의 비교에서는 광학 PIV와 에코 PIV 측정결과가 더욱 잘 일치한다. 최대 속도차이는 약 4.1%이고 평균유량 비교와는 달리 특정한 경향은 나타나지 않았다. 이로부터 에코 PIV와 광학 PIV 기법 사이의 차이는 관의 중심부가 아니라 속도구배가 상대적으로 큰 벽 근처에서 나타남을 유추할 수 있다.

각각의 다른 위상에서 에코 PIV와 광학 PIV로부터 측정된 관내부의 속도분포를 Fig. 5에 나타냈다. 결과로부터 전체적인 속도분포는 잘 일치하였고 두 측정기법간의 차이는 벽 근처구간에서 가장 크게 나타났다.

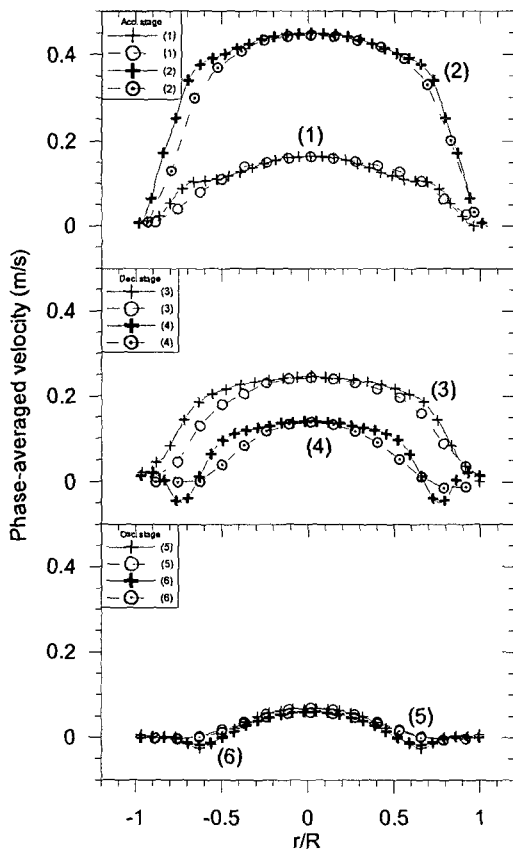


Fig. 5 Comparison of phase-averaged velocities across the cross-section of the tube obtained from optical PIV and echo PIV at various points in the cycle (+, + : optical PIV, O, O : echo PIV)

가장 큰 차이는 맥동유동의 가속구간의 시작과 감속구간의 끝에서 뚜렷하게 나타났다. 광학 PIV의 경우 가속구간 위상(22.4°)에서 벽 근처구간에서 국부최대값이 나타났으나 에코 PIV 기법은 이러한 현상을 측정하지 못하였다. 에코 PIV는 또한 감속구간 위상(156.8°)에서, 광학 PIV가 보여주는 변동(oscillating) 속도분포보다 평평한 속도분포를 보여준다.

이러한 평탄효과는 모든 에코 PIV의 결과에서 나타난다. 반면에 속도구배가 작은 중앙지역에서는 광학 PIV 기법과 매우 잘 일치하고 있다. 이 결과는 에코 PIV의 제한된 공간해상도에서 기인한 것으로 생각된다. 주어진 속도구배에서 조사구간의 크기가 커지면 공간해상도가 줄어들게 되어 속도측정결과는 저대역필터링을 한 것과 같은 효과를

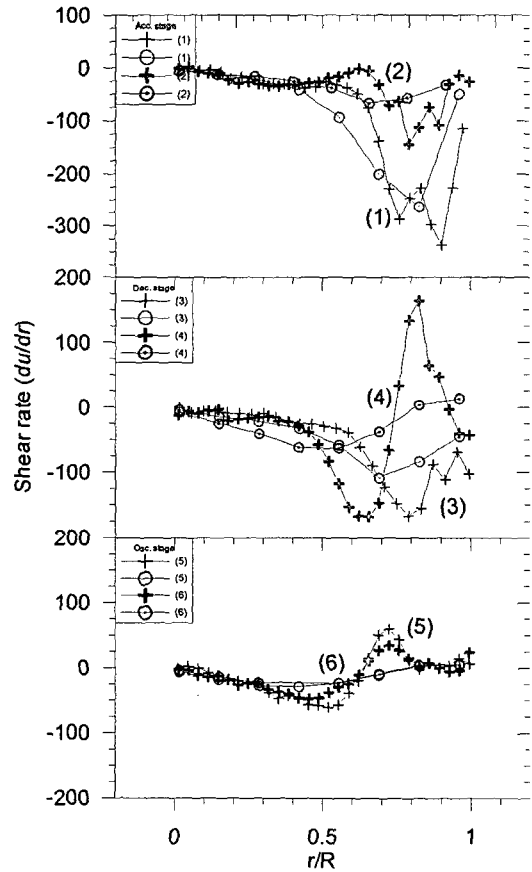


Fig. 6 Comparison of shear rates calculated at different time points during the cycle from the echo PIV data against that calculated from the optical PIV data as a function of radial coordinate within the tube (+, + : optical PIV, O, O : echo PIV)

가지게 된다. 에코 PIV의 경우 광학 PIV 기법과 비교하여 공간해상도가 약 3배정도[1.2(에코) - 0.4(광학):mm] 작다.

앞의 각 위상에서의 속도결과를 이용하여 전단률을 계산하여 Fig. 6에 나타냈다. 전단률 계산은 정상상태 관 유동 실험에서 밝혀진 최적화 조건을 사용하여 계산하였다. 본 실험에서 사용된 맥동유동의 경우에는 해석치가 없기 때문에 광학 PIV와 에코 PIV와의 비교결과만을 나타냈다.

에코 PIV로부터 계산된 전단률은 광학 PIV와 비교하여 전 위상에서 국부최대값과 최소값의 절대값이 작은 경향을 보였다. 최대차이는 위상이 246.4°에서 나타났고 에코 PIV는 광학 PIV와 비교하여 80%의 차이를 가졌다. 이 결과는 에코 PIV의 공간해상도에 의해 나타나는 평탄화에 의한 영향으로 생각된다.

4. 결론

본 연구에서는 *in vivo* 속도측정이 가능한 에코 PIV 기법을 이용하여 모사된 *in vitro* 맥동유동에서 평균 유속과 전단률 계산이 가능함을 보였다.

에코 PIV 기법은 높은 겹침비(75%)와 4pts-3 차 다항식을 사용하였을 경우 최대(68%)에서 최소(8%)의 전단률 에러를 가졌다. 광학 PIV의 경우에는 50%의 겹침비와 2 차 다항식이 가장 작은 최소오차(6.5%)를 가졌고 또한 커브 피팅 함수의 영향이 에코 PIV와 비교하여 작음을 알 수 있었다.

In vivo 조건에 가까운 맥동유동의 경우, 평균유량 및 중심속도를 비교한 결과 서로 잘 일치함을 알 수 있었다. 두 기법간의 차이는 벽 근처 속도 측정에서 크게 나타났는데 이는 에코 PIV의 상대적으로 낮은 공간해상도에 의한 평탄화 경향 때문이다.

참고문헌

(1) Friedman, M. H., Deters, O. J., Barger, C. B.,

- Hutchins, G. M. and Mark, F. F., 1986, "Shear-Dependent Thickening of the Human Arterial Intima," *Atherosclerosis*, Vol. 60, pp. 161-171.
- (2) Friedman, M. H. and Deters, O. J., 1987, "Correlation among Shear Rate Measures in Vascular Flows," *J. Biomech. Eng.*, Vol. 109, pp. 25-26.
- (3) Gnass, A., Carallo, C., Irace, C., Spagnulo, V., DeNovara, G., Mattioli, P.L. and Pujia, A., 1996, "Association Between Intima-Media Thickness and Wall Shear Stress in Common Carotid Arteries in Health Male Subjects," *Circulation*, Vol. 94, No. 12, pp. 3257-3262.
- (4) Lutz, R. J., Cannon, J. N., Bischoff, K. B., Dedrick, R. L., Stiles, R. K. and Fry, D. L., 1977, "Wall Shear Stress Distribution on a Model Canine Artery During Steady Flow," *Circ. Res.*, Vol. 41, pp. 391-399.
- (5) Cheng, P. P., Parker, D. and Taylor, C. A., 2002, "Quantification of Wall Shear Stress in Large Blood Vessels Using Lagrange Interpolation Functions with Cine Phase-Contrast Magnetic Resonance Imaging," *Ann. Biomed. Eng.*, Vol. 30, pp. 1020-1032.
- (6) Oyre, S., Ringgaard, S., Kozerke, S., Paaske, W. P., Scheidegger, M. B., Boesiger, P. and Pedersen, E. M., 1998, "Quantitation of Circumferential Subpixel Vessel Wall Position and Wall Shear Stress by Multiple Sectorized Three-Dimensional Paraboloid Modeling of Velocity Encoded Cine MR," *Magn. Reson. Med.*, Vol. 40, pp. 645-655.
- (7) Keynton, R. S., Nemer, R. E., Neifert, Q. Y., Fatemi, R. S. and Rittgers, S. E., 1995, "Design, Fabrication, and In vitro Evaluation of an In vivo Ultrasonic Doppler Wall Shear Stress Rate Measuring Device," *IEEE Trans. Biomed. Eng.*, Vol. 42, pp. 433-441.
- (8) Nowak, M., 2002, "Wall Shear Stress Measurement in a Turbulent Pipe Flow using Ultrasound Doppler Velocimetry," *Exp. in Fluids*, Vol. 33, pp. 249-255.
- (9) Taylor C. A., Cheng, C. P., Espinosa, L. A., Tang, B. T., Parker, D. and Herfkens, R. J., 2002, "In vivo Quantification of Blood Flow and Wall Shear Stress in the Human Abdominal Aorta During Lower Limb Exercise," *Ann. Biomed. Eng.*, Vol. 30, pp. 402-408.
- (10) Kim, H. B., 2004, "Development of Echo PIV Using Ultrasound Contrast Agent," *KSME J.*, (in print).
- (11) Fatemi, R. S. and Rittgers, S. E., 1994, "Derivation of Shear Rates from Near-Wall LDA Measurements Under Steady and Pulsatile Flow Conditions," *J. Biomech. Eng.*, Vol. 116, pp. 361-368.
- (12) Raffel, M., Willert, C. and Kompenhans, J., 1998, "Particle Image Velocimetry," Berlin: Springer-Verlag.