대한기계학회논문집 B권, 제28권 제12호, pp. 1521~1527, 2004

열모세관 현상에 의한 액체 슬러그 이동에 관한 연구

김호영* · 김이구** · 강병하†
(2004년 5월 7일 접수, 2004년 10월 7일 심사완료)

A Study of Thermocapillary Migration of a Liquid Slug

Ho-Young Kim, Yi Gu Kim and Byung Ha Kang

Key Words: Thermocapillary Migration(열모세관현상 이동), Liquid Slug(액체슬러그), Contact Line(접촉선)

Abstract

Thermocapillary migration of a liquid slug is caused by temperature difference between the ends of a slug. The temperature difference induces the difference of the surface tension coefficient and consequently of capillary pressure between the ends of the slug. Presently available model to predict a velocity of thermocapillary migration adopts the Poiseuille equation which is valid only for a very long slug and neglects the shear stress near the contact line. In the present study, a new model has been developed to consider the shear stress near the contact line so that it can be applied to slugs or drops of general configuration. The experiments using mineral oil with the length to diameter ratio being 10 and a glass capillary were performed. It was found that the liquid slug began to move upon overcoming contact angle hysteresis when the temperature difference reached 35℃. The results indicate that the new model well predicts the velocity of the liquid slug.

기호설명

F : 힘 [N]
h : 쐐기높이 [m]
L : 슬러그 길이 [m]
P : 압력 [N/m^2]
R : 모세관 반지름 [m]
T : 온도 [K]
u : 속도장 [m/s]
U : 슬러그 속도 [m/s]
λ : 컷오프 길이 [m]
Λ : 쐐기 길이 [m]
μ : 점성 계수 [Ns/m^2]
σ : 표면장력 [N/m]
τ : 응력 [Pa]
Θ : 접촉각 [°]

하첨자
A : 전진
B : 벌크
R : 후진
w : 벽
W : 쐐기

1. 서 론

전자 및 정보통신기기의 제조기술이 급속도로 발달함에 따라 각종 부품과 장비들이 소형화되고 집적화되었다. 이에 함께 1980년대부터 MEMS (micro-electro-mechanical systems)가 연구되기 시작했으며 지금까지 많은 마이크로장치들이 개발되

† 책임저자, 회원, 국민대학교 기계 · 자동차공학부
E-mail : bhkang@kookmin.ac:kr
TEL : (02)910-4681 FAX : (02)910-4839
* 회원, 한국과학기술연구원 열유동제어연구센터
** 국민대학교 대학원 기계공학과

고 연구되어지고 있다. 그 대표적인 결과로 잉크젯프린터헤드, 에어백센서 등에 응용되고 있다.

그와 동시에 반도체 칩과 개념이 비슷한 랩온어칩(Labs-on-a-chip)이라는 목표가 설정되었고, 이 개념은 여러 실험실에서 해야 하는 다양한 실험이나 검사를 칩 하나에서 모두 해결하려는 경제적이고 효과적인 미래기술로 주목받게 되었다. 그 목표를 향한 핵심 기술 중의 하나인 각종 액체의 이송과 제어를 위한 장치들이 고안되고 실험되었다. 하지만 매크로 스케일로 최적 설계되어진 모델들의 스케일 축소로 고안된 것들은 대부분 작동되지 않았고 그 대표적인 예가 마이크로기어펌프와 같은 일반적 매크로 개념을 스케일 축소한 액체이송장치들이다.

따라서 마이크로 스케일에서는 마이크로 버블 펌프(micro-bubble pump), 일렉트로웨팅 펌프(elctro-wetting pump), 그리고 마이크로노즐-디퓨져펌프(micronozzle-diffuser pump) 등과 같은 새로운 개념의 액체이송수단이 연구되어오고 있다.[1~2] 즉, 매크로 스케일에서 무시할 만 하였던 인자들이 마이크로 스케일에 이르러 무시할 수 없는 중요한 변수가 되었으며 그 중 하나가 액체의 표면장력(surface tension)이다. 결과적으로 액체표면 위에서, 임의의 단위길이의 선을 따라 작용하는 분자 간의 인력의 강도인 표면장력의 변화를 이용한 극소량의 액체이동수단이 최근 연구되기 시작하였다. 현재 이용되고 있는 액체 슬러그 또는 액적의 이송방법으로는 중력장에서 관을 기울이는 방법, electrowetting, 화학적인 고체 표면 개질, 그리고 열모세관 현상 등을 들 수 있다.

Fairbrother & Stubbs[3]는 어떠한 물리적인 외력도 없이 기포가 관내에서 액체의 평균속도보다 빨리 이동하는 것을 발견하였고 이 영향은 중력과 표면장력의 영향임이 Bretherton에 의해 체계적으로 연구되어졌다.[4] 또한 인위적인 관내의 온도구배를 형성시켜 표면장력의 변화를 통해 기포를 이동시키는 연구도 계속되어져 왔다.[5~6] 또한, 관내에서 기포의 이동 대신 액체 슬러그를 이동시키는 열모세현상이동(thermocapillary migration)은 특히 MEMS분야에서 유체를 이동시키는 펌프로 사용될 수 있기 때문에 많은 관심의 대상이 되고 있다. Bico & Quéré[7]는 수직관에서의 Poiseuille의 법칙을 적용하여 점성슬러그의 이동속도를 연구하였고 Sammarco & Burns[8]은 마이크로 TCP (thermocapillary pump)를 제작하고 Poiseuille의 법칙을 적용하여 얻은 이론 속도와 실험결과를 비교하였다.

슬러그가 모세관 내에 위치해 있을 때, 외부힘이 가해지기 전까지는 슬러그가 정지 상태에 있다. 열모세관 현상이란, 슬러그의 양단에 온도차가 가해질 경우 슬러그가 움직이는 것을 뜻한다. 이러한 현상은 표면장력은 온도가 올라감에 따라 감소하기 때문에, 슬러그는 양단의 계면에서 비대칭적인 힘을 받기 때문에 일어난다. 친수성 관에서는 슬러그가 더 차가운 쪽으로 이동하고, 소수성 관에서는 더 뜨거운 쪽으로 이동한다.[8] 이러한 열모세관의 기본적인 원리에 대해서는 잘 알려져 있으나, 이 현상에 의하여 이동하는 액적의 속도를 예측하는 이론 모델이 정립되어 있지 않은 실정이다. 왜냐하면, 슬러그의 이동시 접촉선의 이동이 수반되는데, 이 접촉선 운동에 관하여 이론적으로 명쾌한 설명이 아직 나오지 않았고 이에 대한 일반적인 이해가 부족하기 때문이다. 그러므로, 본 연구의 주요 목적은 열모세관 현상에 의하여 움직이는 점성 슬러그의 이동 속도를 예측하는 것이 된다. 본 연구는 슬러그의 이동 속도에 대한 이론적인 모델을 정립하고 실험결과와 비교하였다.

2. 이론 해석

친수성 원형 모세관 내에서의 점성 슬러그의 열모세관 이동 속도를 예측할 수 있는 이론 모델을 개발하였다. Fig. 1에서와 같이 슬러그가 일정속도로 이동할 때, 슬러그를 이동시키려는 힘과 이에 저항하는 힘은 평형을 이룬다. 슬러그를 이동시키려는 힘은 양단의 압력차에 기인하며 이를 $(P_R - P_A)\pi R^2$과 같이 쓸 수 있다. 이 때, P_R과 P_A는 각각 전방(A) 및 후방(R) 계면에서의 압력

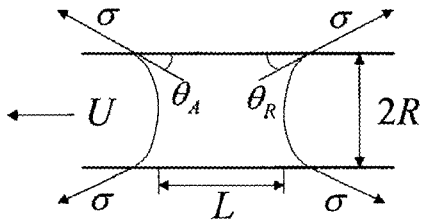


Fig. 1 Liquid slug in a hydrophilic capillary

을 의미하고 R은 관의 반경을 나타낸다. 슬러그의 이동에 저항하는 힘은 벌크 유체에 미치는 점성력 F_B와 접촉선 주위에서 미치는 전단력 $F_{W,A}$와 $F_{W,R}$에서 기인한다. 그러면 힘의 평형식을 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$(P_R - P_A)\pi R^2 = F_B + F_{W,A} + F_{W,B} \tag{1}$$

Young-Laplace 식을 이용하여 압력차를 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\Delta P = P_R - P_A = \frac{2}{R}(\sigma_A \cos\theta_A - \sigma_R \cos\theta_R) \tag{2}$$

여기서 σ_A와 σ_R은 표면장력을 나타내고, θ_A와 θ_R은 동적 접촉각을 표시한다. 이 때 전진 접촉각(θ_A)이 후진 접촉각(θ_R)보다 항상 크다는 것은 잘 알려져 있다.[4] 표면장력 계수는 온도 T에 따라 선형적으로 감소하는 함수로 근사할 수 있으며 a와 b가 양의 값을 가질 때 식 (3)과 같이 쓸 수 있다.

$$\Delta P = \frac{2}{R}[(a - bT_A)\cos\theta_A - (a - bT_R)\cos\theta_R] \tag{3}$$

한편 벌크 액체에 미치는 전단력은 $F_B = 2\pi RL\tau_w$로 쓸 수 있다. 이 때, L은 슬러그의 길이를, τ_w은 벽에서의 전단 응력을 나타낸다. 원통관내에서 관성이 없는 점성 유동의 경우 $\tau_w = 4\mu U/R$와 같이 쓸 수 있다. 그리하면, 벌크 전단력을 $F_B = 8\pi\mu LU$와 같이 구할 수 있다.

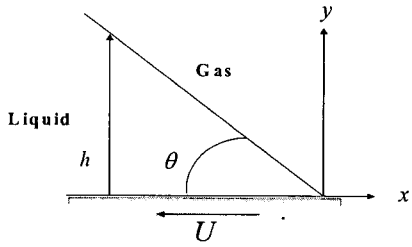


Fig. 2 The coordinate system and the flow field in the wedge near the contact line

접촉선 이동과 관련된 전단력을 구하기 위해서 Fig. 2와 같은 쐐기 유동을 고려해 본다. 이 좌표계에서는 고체 벽면이 U의 속도로 움직이기 때문에 자유 표면은 정지해 있다. 또한 이 유동을 윤활 근사(lubrication approximation)로 모델링 할 수 있다고 가정한다.[5] 그러면 다음의 식과 같은 지배 방정식을 얻을 수 있다. 이때 쐐기 영역이 원통 반경에 비하여 매우 작다고 가정하면 직각 좌표계를 사용할 수 있다.

$$0 = -\frac{dP}{dx} + \mu\frac{d^2u}{dy^2} \tag{4}$$

경계조건으로는 $y = 0$과 $y = h(x)$에서 $u = 0$이라는 것과 $y = h(x)$에서 $du/dy = 0$이라는 것을 이용한다. 식 (4)를 풀면 쐐기내에서의 속도 분포를 다음과 같이 구할 수 있다.

$$\frac{u}{U} = \frac{y^2}{h^2} - \frac{2y}{h} + 1 \tag{5}$$

벽에서의 전단응력은 $\tau_w = 2\mu U/h$과 같이 구해진다. 여기서 자유표면의 위치 h는 접촉선과 가까운 쐐기 영역에서는 $h = x\tan\theta$와 같이 근사될 수 있다고 가정한다. 그리하면 쐐기 영역에서 전단력은 다음과 같이 구해진다.

$$F_W = 2\pi R\int_{\lambda}^{\Lambda}\tau_w dx \tag{6}$$

여기서 Λ는 쐐기 영역의 길이를 나타낸다. λ는 컷오프 길이를 나타내며 분자 수준의 길이에 해당된다고 알려져 있다.[6] 식 (6)의 적분에 컷오프 길이가 사용되지 않고 영까지 적분이 수행되면 F_W가 무한대로 발산하며, 이를 접촉선 특이현상이라고 부른다.[7] 식 (6)을 계산하면 다음을 얻을 수 있다.

$$F_W = 4\pi R\frac{\mu U}{\tan\theta}\ln\left(\frac{\Lambda}{\lambda}\right) \tag{7}$$

Table 1 Properties of mineral oil at 22℃

μ [Ns/m^2]	ρ [kg/m^3]	$T_{boiling}$	a [N/m]	b [N/m/℃]
0.026	838	> 350	0.04071	0.000221

* Reference.[8]

분자스케일의 컷오프 길이 λ의 값으로는 대략적인 오더(order)만 줄 수 있기 때문에, Λ의 값 또한 정확한 값을 주는 것이 무의미하다는 것을 알 수 있다. 슬러그는 전방과 후방의 두개의 계면에서 쐐기 영역을 가지고 있음을 염두에 두고, 식 (1)을 풀면 다음의 슬러그 이동속도 U를 얻는다.

$$U = \frac{1}{2\mu}\frac{(a-bT_A)\cos\theta_A - (a-bT_R)\cos\theta_R}{2\frac{L}{R} + \left[\frac{\ln(\Lambda_A/\lambda_A)}{\tan\theta_A} + \frac{\ln(\Lambda_R/\lambda_R)}{\tan\theta_R}\right]} \quad (8)$$

모세관 반경이 밀리미터 내지 마이크로미터 정도일 경우 $\Lambda \sim 0.1\,\mathrm{mm}$ 그리고 $\lambda \sim 1\,\mathrm{nm}$로 근사할 수 있다. 따라서 $\ln(\Lambda/\lambda) \approx 10$ 이 된다.[6] 그리고 접촉각이 $0 << \theta << 90°$ 인 경우, $\ln(\Lambda/\lambda)/\tan\theta \sim 10$ 라고 쓸 수 있다. 그러므로 $L/R >> 10$ 일 경우, 슬러그 이동을 방해하는 지배적인 힘은 벌크 소산이라고 할 수 있다. 따라서 이렇게 긴 슬러그의 경우, 이동 속도는 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$U = \frac{(a-bT_A)\cos\theta_A - (a-bT_R)\cos\theta_R}{4\mu L/R} \quad (9)$$

한편, $L/R << 10$ 일 경우, 쐐기에서의 점성 소산이 슬러그 이동에 지배적인 방해 요인이라고 할 수 있다. 이렇게 짧은 슬러그의 경우, 이동 속도는 다음과 같다.

$$U = \frac{(a-bT_A)\cos\theta_A - (a-bT_R)\cos\theta_R}{2\mu\left[\frac{\ln(\Lambda_A/\lambda_A)}{\tan\theta_A} + \frac{\ln(\Lambda_R/\lambda_R)}{\tan\theta_R}\right]} \quad (10)$$

아래에서는 위에서 유동한 예측식을 검증하기 위하여 $L/R \sim 8$인 슬러그에 대하여 실험을 수행하였다. 이러한 조건에서는 벌크와 쐐기 소산 둘 다 슬러그 이동의 방해에 중요한 역할을 하게된다.

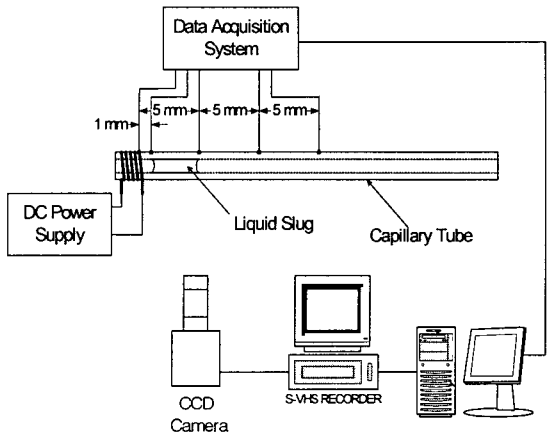


Fig. 3 Schematics of the experimental setup

3. 실험 장치 및 방법

Fig. 3은 열모세현상 이동실험을 위한 개략도를 보여주고 있다. 원형 관은 외경 1000 μm, 내경 500 μm의 붕규산 유리(Borosilicate glass)재질이고 관내에 온도차를 형성하기 위하여 한쪽에 니크롬선 히터을 설치하고 열손실을 막기 위하여 테프론 테이프로 감쌌다. 니크롬선은 직류 전원공급장치(Agilent techonology E3633A)로부터 정전류를 공급받아 열을 낸다. 그리고 히터 위와 히터에서 1mm, 5mm, 10mm 떨어진 지점에 각각 T형 열전대를 설치하고 이를 열전도에폭시로 접착하였다. 취득된 온도데이터는 데이터획득시스템(Yokogawa DA-100)을 거쳐 컴퓨터에 저장된다. 액체 슬러그로는 미네랄 오일(Aldrich Chemical, No. 16140-3)을 사용하였으며 본 실험에서 사용한 미네랄 오일의 물성치는 Table 1에 나타나 있다.

히터가 위치된 쪽 관의 입구를 통해 마이크로실린지로 오일을 주입하고 관을 기울여 오일 슬러그를 시작점에 위치시켰다. 이 슬러그의 최초 시작점은 히터로부터 1mm 떨어진 지점으로 하였

다. 실험동안의 모든 액체 슬러그의 거동은 CCD 카메라를 통해 S-VHS 비디오에 녹화하였다. 녹화된 이미지는 프레임 변환장치를 이용하여 컴퓨터에 디지털이미지로 저장하였다. 이 자료들을 바탕으로 슬러그의 속도와 접촉각(contact angle)을 측정하였다.

4. 실험결과 및 고찰

모세관의 한쪽 끝이 가열되기 때문에, 다른 쪽 끝으로 가면서 온도는 감소하게 된다. 관의 축 방향으로 온도를 측정한 결과 온도가 비선형적으로 감소함을 볼 수 있었으며, 따라서 슬러그가 관을 따라 움직이면서 주어지는 $(T_R - T_A)$ 값 또한 계속 달라지게 된다. 본 연구에서 사용한 길이 2.0 mm의 슬러그에 대해서 히터 근처에서는 17.0℃의 온도차가 슬러그 양단에서 발생하고, 측정 범위의 다른 한 쪽 끝에서는 14.2℃의 온도차가 발생하였다. 슬러그의 관성은 무시할 수 있을 정도로 작으므로, 실험 영역내에서 슬러그는 매 순간 주어지는 조건에서 가질 수 있는 정상상태로 움직인다고 가정하였다. 즉 앞서 구한 힘의 평형식이 유효하며, 식 (8)을 통하여 슬러그 이동

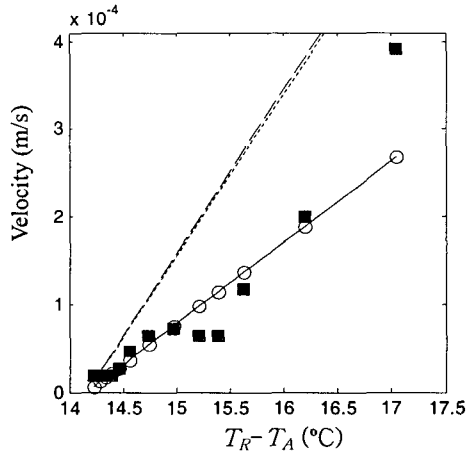
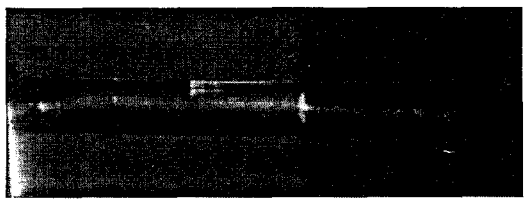


Fig. 4 Comparison of experimental (filled squares) and theoretical results. The circles and solid line denote the results of Eq. (8). Dashed and dotted lines denote the results of Eqs. (9) and (10), respectively. We set $\Lambda = 0.1$ mm and $\lambda = 1$ nm. The error range for the experimental data is ±5%

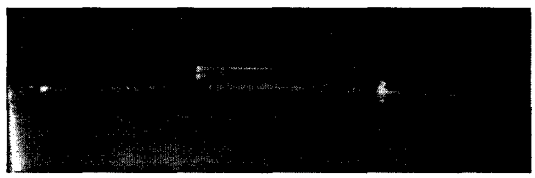
속도를 예측할 수 있다.

실험적으로 구한 슬러그 속도와 측정 온도 T_A와 T_R에 근거하여 예측한 이론적인 속도를 비교하여 Fig. 4에 도시하였다. 이 그림에서는 가로축으로 $T_R - T_A$를 이용하였는데, 이는 일반적인 온도차에 대하여 모두 성립하는 것이 아니고 특정한 값의 T_A와 T_R에 대해서만 유효하다. 즉 실험적으로 측정한 T_A와 T_R 각각의 온도 값에 해당하는 가로와 세로축 값을 도시한 것이다. 한편 식 (8)을 계산함에 있어서, 접촉각 θ_A와 θ_R의 값이 필요하다. 이때, 이미지 분석을 통하여 접촉각을 측정하면 상대적으로 큰 오차가 생길 수 있음을 유의할 필요가 있다. 이렇게 측정한 바에 의하면 θ_A는 57±4°로 구해지며, θ_R은 θ_A와 비슷한 값을 가지는 것을 Fig. 5의 슬러그 이미지에서 알 수 있다. 본 실험에서 사용된 조건에 대해서 구해지는 이론적인 속도 예측은 접촉각의 값에 매우 민감하게 의존한다. 그러므로, 본 연구에서는 이론식에 대입하는 θ_A를 57°에 고정시키고



(a) t= 12 seconds at starting point

(b) t= 12.2 seconds



(c) t= 13 seconds

Fig. 5 Typical video sequence of a slug of mineral oil

실험 결과와 예측 속도를 가장 밀접하게 일치시키는 θ_R 값을 구해보았다. 그 결과 θ_R=53.2°에서 실험과 이론치가 매우 잘 일치함을 볼 수 있었으며, 이 접촉각의 값은 실험적으로 구한 이미지에서 관찰되는 값과 비교적 잘 일치한다.

Fig. 4는 또한 쐐기 전단력을 무시한 식 (9)와 벌크 전단력을 무시한 식 (10)에 의한 결과를 도시하고 있다. 본 실험 조건에서는 $L/R \sim 8$로서, 쐐기와 벌크 전단력의 크기가 비슷하다. 그러므로 식 (9)와 식 (10)은 둘다 식 (8)에 의한 예측보다 두배정도 큰 속도치를 예측하고 있다. 여기서

다시 검토해 볼 것은 쐐기 영역에서의 점성 소산을 계산할 때 λ와 Λ의 대략적 크기만을 추정하여 대입하였다는 사실이다. 이론 예측치가 λ와 Λ의 크기에 얼마나 민감하게 변하는지를 알아보기 위하여 여러 크기의 λ를 현재 실험 조건에 대입하여 속도 예측치를 구하였으며 이를 Fig. 6에 나타내었다. Λ와 λ의 비인 Λ/λ가 실제 식에서 사용되므로, 하나의 변수(λ)만 바꾸어도 두 개 변수를 모두 변화시킨 효과를 추정해 볼 수 있다. Fig. 6에서 볼 수 있듯이 컷오프 길이를 백배 변화시켜도 최대 온도차에서 예측 속도는 겨우 30%만 변화하는 것을 볼 수 있다. 따라서, 쐐기 소산을 계산할 때 길이 변수에 대략적인 값을 대입하여도 해석 결과의 정확성에 큰 영향을 미치지 않음을 알 수 있다.

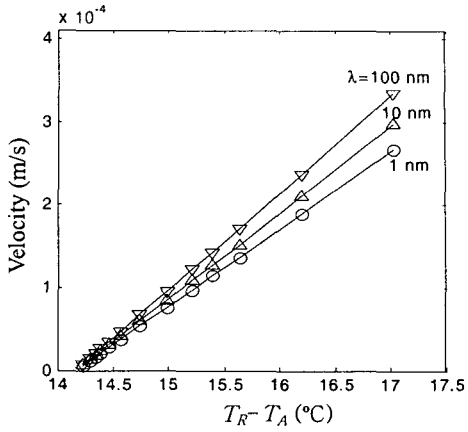


Fig. 6 Sensitivity of the results of Eq. (8) to the variation of the cutoff length

5. 결 론

본 연구에서는 열모세관 현상에 의하여 모세관 내를 이동하는 점성 슬러그의 속도에 관하여 고찰하였다. 슬러그의 이동을 유발시키는 힘인 압력차와 이동에 저항하는 점성력의 평형 관계를 이용하여 이동 속도를 이론적으로 모델링하였다.

점성 소산에는 슬러그의 중앙부에서 일어나는 벌크 소산과 접촉선 주위에서 일어나는 쐐기 소산이 있음을 고려하였다. 벌크 소산은 슬러그의 길이가 관의 반경보다 훨씬 길 때 지배적이며, 반대로 슬러그의 길이가 관의 반경보다 훨씬 짧을 때에는 쐐기 소산이 지배적이다. 본 연구에서는 벌크와 쐐기 소산 모두 중요한 역할을 하는, 길이 대 반경 비가 $L/R \sim 8$인 슬러그에 대하여 실험을 수행하였다. 실험으로 구한 슬러그 이동 속도와 이론 예측치가 잘 일치함을 볼 수 있었다. 그리고 쐐기 소산을 모델링할 때 사용되는 길이 변수에 대략적인 값을 넣어도 예측 속도에 큰 영향을 미치지 않음을 알 수 있었다.

후 기

본 연구는 과학재단 특정기초연구(과제번호 R01-2003-000-10158-0)지원으로 수행되었습니다.

참고문헌

(1) Lee, J. and Kim, C.-J., 2000, "Surface Tension Driven Microactuation Based on Continuous Electrowetting(CEW)," *J. MEMS*, Vol. 198, pp. 171~180.

(2) Chaudhury, M. K. and Whitesides, G. M., 1992, "How to Make Water Run Uphill," *Science*, Vol. 256, pp. 1539~1541.

(3) Sammarco, T. S. and Burns, M. A., 1999, "Thermocapillarypumping of Discrete Drops in Microfabricated Analysis Devices," *AIChE J.*, Vol. 45, pp. 350~366.

(4) Bretherton, F. P., 1961, "The Motion of Long Bubbles in Tubes," *J. Fluid Mech.*, Vol. 10, pp. 166~188.

(5) Mazouchi, A. and Homsy, G. M., 1999, "Thermocapillary Migration of Long Bubbles in Cylindrical Capillary Tube," *Phys. Fluids*, Vol. 12, pp. 542~549.

(6) Lajeunesse, E. and Homsy, G. M., 2003, "Thermocapillary Migration of Long Bubbles in Polygonal Tubes. II. Experiment," *Phys. Fluids*, Vol 15, pp. 308~314.

(7) Bico, J. and Quéré, D., 2001, "Falling Slugs," *J. Colloid Interface Sci.*, Vol. 243, pp. 262~264.

(8) Sammarco, T. S. and Burns, M. A., 1999, "Thermocapillary Pumping of Discrete Drops in Microfabricated Analysis Devices," *AIChE J.*,Vol. 45, No. 2, pp. 350~366.