

산조 가야금의 물리적 모델링

Physical Modeling of a Sanjo Gayageum

조 상 진*, 정 의 필*
(Sang-Jin Cho*, Ui-Pil Chong*)

*울산대학교 컴퓨터 정보통신 공학부

(접수일자: 2004년 5월 31일; 수정일자: 2004년 7월 28일; 채택일자: 2004년 10월 20일)

본 논문에서는 개선된 디지털 도파관 이론을 이용하여 산조 가야금을 물리적으로 모델링하였다. 산조 가야금의 몸통 특성은 역 필터링 방법과 몸통의 임펄스 응답을 이용하여 구현하였다. 또한 안죽의 위치에 따른 기본 주파수의 변화를 조사, 선분 적합성을 이용한 근사화 과정을 거쳐 단위음을 합성하는 모의 실험을 하였다. 실제 가야금을 조율하듯 안죽에 의한 조율로 실제 음과 유사한 단위음 합성을 할 수 있었다.

핵심용어: 디지털 도파관 이론, 물리적 모델링, 역 필터링, 산조 가야금, 안죽, 선분 적합성

투고분야: 음악음향 및 음향심리 (8.6)

In this paper, we developed the physical modeling of the Sanjo Gayageum using the improved digital waveguide theory. The frequency characteristics of the Gayageum body is implemented by an inverse filtering and the impulse response of the body. We obtained the synthesis sounds of the unit sound for the Gayageum using the simulation of the straight-line fits by the changes of the fundamental frequencies depending on the Anjok location. Finally, we could obtain the virtual Sanjo Gayageum sounds similar to the actual Gayageum by tuning the Anjok positions.

Keywords: Digital waveguide theory, Physical modeling, Inverse Filtering, Sanjo Gayageum, Anjok, Straight-line fits

ASK subject classification: Musical acoustics and psychoacoustics (8.6)

I. 서론

현재 상용화된 신디사이저에서 가장 일반적으로 사용되는 음의 합성 방법은 주파수 변조 (frequency modulation)와 웨이브테이블 (wavetable) 합성법이다. 이 합성법은 악기의 음색을 정확하게 표현할 수 있는 장점을 가지고 있지만, 여러 가지 방법으로 연주할 수 있는 악기를 표현하기 위해서는 각 연주법에 따른 소리를 다시 샘플링 하여야 하는 제한 사항이 있다. 물리적 모델링 (physical modeling)은 악기의 물리적 현상을 관찰하고 이를 디지털 시스템을 구현해 악기 음을 합성하므로 합성에 관련된 파라미터를 변경해주는 것만으로 제한 사항을 많이 극복할 수 있다.

물리적 모델링의 시초라고 할 수 있는 KS알고리즘은

Kevin Karplus와 Alex Strong에 의해 고안된 것으로 지연 라인 (delay line)과 간단한 디지털 필터를 이용하여 뜬 현악기의 음색을 구현한다[1]. 이 후 Julius O. Smith와 David A. Jaffe는 이 알고리즘에서 뜬 현악기가 물리적으로 해석이 가능함을 발견하고[2], 1987년 Julius O. Smith가 이를 일반화하여 디지털 도파관 (Digital Waveguide) 이론을 발표하였다[3]. 1992년에는 현악기뿐만 아니라 관악기, 타악기 등 다양한 악기에도 물리적 모델링을 적용하였다[4].

국악기의 대표적인 현악기라 할 수 있는 가야금은 정악을 위한 풍류 가야금과 산조용으로 쓰이는 산조 가야금이 있는데, 본 논문에서는 개선된 디지털 도파관 이론을 이용하여 산조 가야금을 물리적으로 모델링 할 것이다. 산조 가야금의 물리적 모델링은 현의 모델 구현, 안죽 시스템 결정, 여기 신호 선택의 3단계로 나누어 구현할 것이다.

II. 디지털 도파관 이론

2.1. 양방향 디지털 도파관 (Bidirectional Digital Waveguides)

'물리적 모델링'과 '모델 기반 음 합성 (model-based sound synthesis)'이라는 말이 생기게 된 것은 뜰는 현악기의 컴퓨터 시뮬레이션의 발전과 깊은 관련이 있다. 역사적으로 살펴볼 때 최초의 물리학적 접근은 KS알고리즘이고, 이후 이를 개선하고 일반화 한 것이 디지털 도파관 이론이다.

Julius O. Smith가 제안한 디지털 도파관 이론의 모델은 파동 방정식으로부터 유도된다[4]. 진동하는 현에 대한 파동방정식의 일반적인 해는 식 (1)과 같이 두 개의 독립적인 횡파, y_r 과 y_l 을 포함하는데, 이들은 서로 반대 방향으로 움직이고, 현의 종단부에서 극성만 반전되어 반사된다.

$$y(x, t) = y_r(x - ct) + y_l(x + ct) \quad (1-1)$$

$$y(t, x) = y_r(t - x/c) + y_l(t + x/c) \quad (1-2)$$

x 는 공간변수, t 는 시간변수, c 는 파동의 속도, 그리고 y 는 변위를 나타낸다. 식(1)은 양끝이 고정된 현에 대한 파동방정식의 해를 각각 공간과 시간변수의 기준으로 나누어 나타내는 것이며 y_r 은 오른쪽으로, y_l 은 왼쪽으로 이동하는 파동을 나타낸다. 식 (1-2)의 주파수가 샘플링 율의 반으로 대역 제한되었다고 가정한다면, 파동의 손실 없이 신호를 샘플링 할 수 있다. 즉, 시간에 대한 샘플링 인덱스를 n 으로, 공간에 대한 샘플링 인덱스를 m 으로 하면 $X = cT$ 인 경우 식 (1-2)를 식 (2)와 같이 수정할 수 있다.

$$y(t_n, x_m) = y_r[(n - m)T] + y_l[(n + m)T] \quad (2)$$

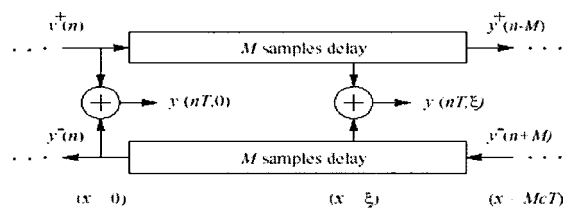


그림 1. 현의 무손실 양방향 디지털 도파관 모델
Fig. 1. Lossless bidirectional digital waveguide model of string.

이 때 T 는 시간 샘플링 간격이고, X 는 공간 샘플링 간격이다. 식 (2)의 y_r 과 y_l 은 시간의 함수로 표현되고 T 가 n 과 m 에 모두 곱해진다는 사실을 이용하여 식을 좀 더 간단히 하기 위해 식 (3)을 정의한다.

$$y^+(n) \triangleq y_r(nT) \quad (3)$$

$$y^-(n) \triangleq y_l(nT)$$

식 (3)을 식 (2)에 적용하면 식 (4)가 유도된다.

$$y(t_n, x_m) = y^+(n - m) + y^-(n + m) \quad (4)$$

식 (4)에서 $y^+(n - m)$ 는 입력 $y^+(n)$ 에 대해 m 만큼 지연된 신호라고 생각할 수 있다. m 이 M 만큼 증가한다면 MT 의 시간 지연을 의미한다. 이 때 X 의 위치는 McT 만큼 변한다. 따라서 식 (4)는 그림 1과 같이 상, 하 두 개의 지연 라인을 이용해 나타낼 수 있다. 초기 입력이 주어진다면, 임의의 위치에서 신호를 샘플링 하기 위해서는 단순히 위쪽 지연 라인과 아래쪽 지연 라인의 신호를 더하면 된다[4]. 그림 1은 $x = 0$ 와 $x = \xi$ 에서 샘플링 됨을 보여준다.

그림 1의 모델을 이용하여 현의 양끝이 완전히 고정된 이상적인 현의 모델을 만들 수 있다. 경계조건은 현의 양끝이 완전히 고정되었다는 가정에 따라 식 (5)와 같이 나타낼 수 있다.

$$y(t, 0) = 0 \quad y(t, L) = 0 \quad (5)$$

식 (5)를 이용하여 식 (1 ~ 식 (4)에 대입하여 풀면 식 (6)을 얻는다.

$$y^+(n) = -y^-(n) \quad (6)$$

$$y^-(n + N/2) = -y^+(n - N/2) \quad \text{단, } N = 2L/X$$

이 식을 적용시켜 그림 2를 얻을 수 있다.

지금까지의 모델은 손실이 없는 파동의 이동을 적용한 것이다. 하지만 실제 현에서는 파동의 손실과 경계 조건을 고려해야한다. 자연계에서의 파동은 주파수가 증가할수록 손실이 커져, 손실은 주파수 특성에 의존함을 알 수 있는데 이를 표현하기 위해 주로 저역 통과 필터(LPF)를 사용한다. 그리고 현악기에서는 대부분의 손실

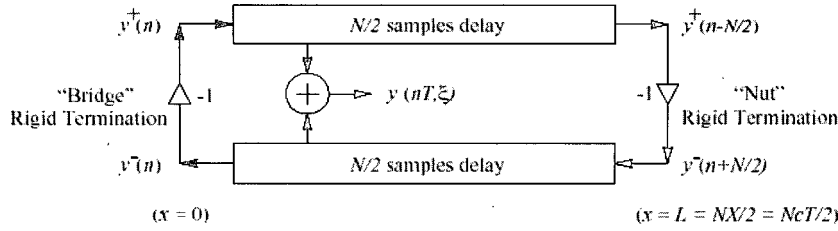


그림 2. 양끝이 고정된 이상적인 현의 양방향 디지털 도파관 모델
Fig. 2. A bidirectional digital waveguide model for a terminated ideal string.

이 너트(nut)와 브릿지(bridge) 부분에서 발생하므로 그림 2의 양끝을 반사와 손실이 포함된 필터로 수정하면 실제 현악기의 모델이 완성된다.

2.2. SDL (Single Delay-Loop) Models

위에서 서로 다른 두 방향으로 움직이는 횡파의 이동을 묘사하는 두 개의 자연 라인을 가진 디지털 도파관 이론을 살펴보았다. 이제는 한 개의 자연 라인을 갖는 SDL 모델을 살펴보자. 두 개의 자연 라인을 갖는 디지털 도파관 모델을 SDL 모델로 바꾸려면 먼저 선행되어야 할 가정이 있는데, 시스템에 사용되는 모든 신호는 샘플링율의 반으로 대역 제한되어야 하며 시스템은 선형적(linearity)이고 시불변(time invariance)이어야 한다[5].

그림 3은 두 개의 자연 라인을 갖는 뜯는 현악기의 디지털 도파관 모델을 나타낸 것으로, 브릿지로부터 출력을 얻는다. 입력 $X(z)$ 는 두 개의 자연 라인 E_1 과 E_2 에 지점에 각각 $\frac{1}{2}X(z)$ 의 크기로 전달된다. 이 신호는 자연 라인과 반사필터를 거쳐 브릿지에서 모여 출력으로 나타나게 된다. 이 과정을 수식으로 표현하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned}
 X_{E1,eq}(z) &= X_1(z) + X_2(z)H_{E2E1}(z)R(z)H_{L1E1}(z) \\
 &= \frac{1}{2}(1 + H_{E2E1}(z))X(z) = H_E(z)X(z)
 \end{aligned}
 \tag{7}$$

식 (7)은 E_1 에서 등가 여기 신호 (equivalent excitation signal)를 표현한 것으로, 여기서 'eq'는 '등가'를 의미한다. 그리고 $H_{E2E1}(z)$ 는 E_2 에서 L_2 , L_1 에서 E_1 까지의 전달 함수와 반사 필터 $R(z)$ 를 포함하는 전달 함수이다. 따라서 $H_E(z)$ 를 등가 여기 전달 함수로 정의할 수 있다.

브릿지에서 출력은 식 (8)과 같이 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned}
 Y(z) &= Y_1(z) - Y_2(z) \\
 &= Y_1(z) - R_b(z)Y_1(z) \\
 &= (1 - R_b(z))Y_1(z) \\
 &= H_b(z)Y_1(z)
 \end{aligned}
 \tag{8}$$

그리고,

$$Y_1(z) = X_{E1,eq}(z)H_{E1R1}(z) + H_{loop}(z)Y_1(z) \tag{9}$$

여기서,

$$H_{loop}(z) = R_b(z)H_{R2E2}(z)H_{E2E1}(z)H_{E1R1}(z) \tag{10}$$

식 (10)의 $H_{loop}(z)$ 는 신호가 자연 라인과 각 필터를 돌 때의 전달 함수이다. 식 (9)를 정리하면 식 (11)이 완성된다.

$$\begin{aligned}
 Y_1(z) &= H_{E1R1}(z) \frac{1}{1 - H_{loop}(z)} X_{E1,eq}(z) \\
 &= H_{E1R1}(z)S(z)X_{E1,eq}(z)
 \end{aligned}
 \tag{11}$$

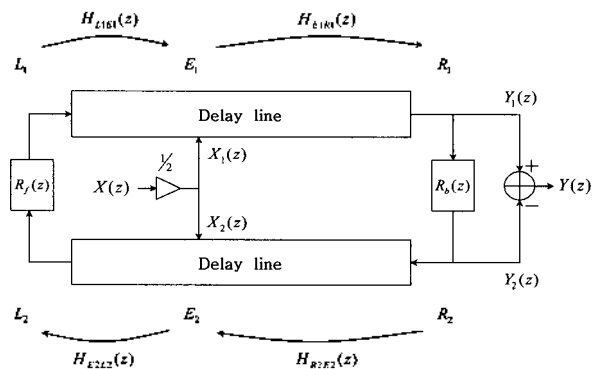


그림 3. 브릿지 출력을 가지는 뜯는 현악기 이중 자연 라인 디지털 도파관 모델

Fig. 3. Dual delay line digital waveguide model for a plucked string with output at the bridge.

여기서 $S(z)$ 는 현의 전달 함수로서 신호가 현 루프(string loop)를 돌아 다시 회귀하는 것을 나타낸다. 여기 신호에서부터 브릿지의 출력까지를 나타내는 전체적인 시스템의 전달함수는 다음과 같다.

$$\begin{aligned}
 H_{E,B}(z) &= \frac{Y(z)}{X(z)} \\
 &= \frac{(1 - R_b(z))H_{E1R1}(z) \frac{1}{1 - H_{loop}(z)} X_{E1,eq}(z)}{\frac{X_{E1,eq}(z)}{H_E(z)}} \\
 &= \frac{(1 - R_b(z))H_{E1R1}(z)H_E(z)}{1 - H_{loop}(z)} \quad (12) \\
 &= H_E(z)H_{E1R1}(z)S(z)H_B(z)
 \end{aligned}$$

식 (12)의 시스템 전달함수는 여기신호의 전달함수, 여기신호의 입력 단에서 브릿지까지의 전달함수, 현의 전달함수, 그리고 브릿지의 전달함수로 이루어져 있다. 따라서 그림 3은 그림 4와 같이 각각을 특성화 시켜 나타낼 수 있다. 그리고, 파동이 이동하는 현의 모델만을 비교한다면 그림 3의 이중 지연 라인 디지털 도파관은 그림 4의 $S(z)$ 에 해당하는 단일 지연 라인을 갖는 SDL 모델로 바꾸어 나타낼 수 있다.

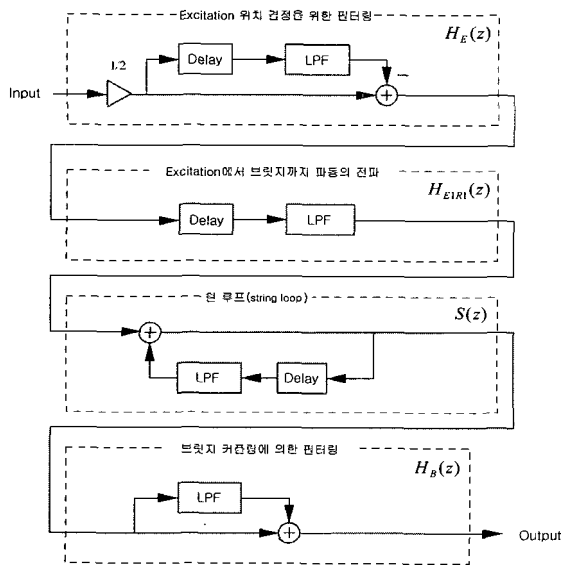


그림 4. 브릿지 출력을 가지는 뜯는 현의 특성화 블록의 다이어그램
Fig. 4. A diagram characterizing the building blocks of the plucked string with output at bridge.

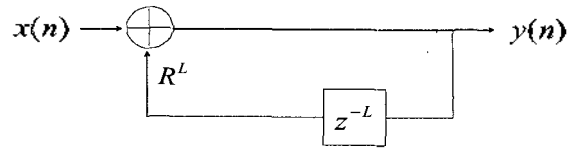


그림 5. 피드백 구조의 콤 필터
Fig. 5. Feedback structure of comb filter.

III. 현의 모델 (String Model)

현의 진동에 의해 발생된 소리를 주파수 영역에서 분석해 보면 기본 주파수와 그 배음 (overtone)으로 이루어져 있음을 알 수 있다. 악기 모델링에서는 이러한 현상을 만들기 위해 콤 필터 (comb filter)를 사용한다. 콤 필터는 구조에 따라 특정 주파수와 그 배음을 소거하거나 생성하는데, 악기 모델링에서는 그림 5와 같은 피드백 (feedback) 구조를 사용하여 배음을 만들어 낸다. 이 콤 필터의 전달 함수는 식 (13)과 같으며 2.2절에서 소개한 $S(z)$ 와 유사함을 알 수 있다.

$$H_c(z) = \frac{1}{1 - R^L z^{-L}} \quad (13)$$

여기서 R 은 시스템의 안정성을 위해 $|R| \leq 1$ 이어야 하며, L 은 지연 라인의 길이로서 정수 값을 가지며, 기본 주파수를 결정하는 인자이다. L 과 기본 주파수 f_o , 샘플링 주파수 f_s 의 관계는 식 (14)와 같다.

$$L = \frac{f_s}{f_o} \quad (14)$$

식 (14)로부터 기본 주파수는 지연 라인의 길이에 따라 바뀔 수 있다. 예를 들어 $f_s = 44100\text{Hz}$ 일 때, $L = 20$ 이라면 $f_o = 2205\text{Hz}$ 가 되고, $L = 21$ 이라면 $f_o = 2100\text{Hz}$ 이 된다. 그런데 L 은 정수이므로 2100Hz와 2205Hz사이의 기본 주파수는 얻을 수 없다. 따라서 정교한 조율을 위해서는 1보다 작은 양의 실수 형태를 갖는 지연을 만들어 줄 시스템이 필요한데 그것이 미소지연 필터 (fractional delay filter), $F(z)$ 이다.

미소지연 필터는 FIR 또는 전대역 통과 필터 (all-pass filter)를 사용하는데, 본 논문에서는 FIR인 라그랑즈 보간법(Lagrange interpolation)을 이용하였

다. 라그랑주 보간법을 이용한 필터의 계수 $h(n)$ 은 다음 식 (15)와 같다[6].

$$h(n) = \prod_{\substack{k=0 \\ k \neq n}}^N \frac{D-k}{n-k}, \quad n = 0, 1, 2, \dots, N \quad (15)$$

여기서 N 은 FIR 필터의 차수이고, D 는 원하는 지연이다.

배음을 발생시킬 시스템과 정확한 조율을 위한 시스템이 갖추어지면 현의 모델을 구성할 수 있다. 그런데 식 (13)의 콤팩트 필터는 자연 현상에서 나타나는 주파수 의존 감쇠현상을 표현하지 못하므로 고주파의 감쇠현상을 묘사할 새로운 필터가 필요하다. 본 논문에서는 식 (16)과 같은 1차 all-pole 저역 통과 필터를 사용하였다[7].

$$H_l(z) = g \frac{1+a_1}{1+a_1z^{-1}} \quad (16)$$

여기서 g 는 0Hz에서의 필터 이득으로 $|g| \leq 1$ 의 값을, a_1 은 차단 주파수를 결정하는 필터 계수로서 시스템의 안정성을 위해 $-1 < a_1 < 0$ 의 조건을 갖는다.

완성된 현의 모델은 그림 6과 같으며 식 (17)과 같이 나타낼 수 있다.

$$S(z) = \frac{1}{1 - z^{-L_l} F(z) H_l(z)} \quad (17)$$

식 (17)은 식 (11)의 $S(z)$ 를 구체화 한 것으로 $H_{loop}(z) = z^{-L_l} F(z) H_l(z)$ 임을 알 수 있다.

IV. 가야금의 종류와 구조

가야금은 흔히 가얏고라고도 하는데, 오동나무 공명통

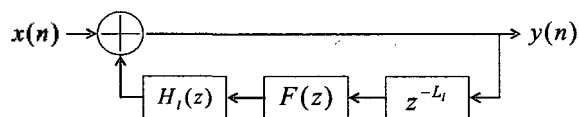


그림 6. 현 모델. $F(z)$ - 미소지연 필터, $H_l(z)$ - 루프필터
Fig. 6. String model. $F(z)$ - fractional delay filter, $H_l(z)$ - loop filter.

표 1. 풍류가야금과 산조가야금의 비교

Table 1. Comparison of pungyu gayageum and sanjo gayageum (단위:cm)

종류	풍류가야금	산조가야금	비고
총길이	166.7	145.4	
폭(넓이)	28.5	20.6	
측면높이	2.0	2.5	제작과정에 따라 다소 차이가 있음
줄사이 간격	1.8	1.6	
좌단 길이	15.0	10.0	
봉머 길이	13.0	7.0	
현의 수	12줄	12줄	
공명줄 길이	120 - 125	110 - 115	확률의 위치에 따라 변동될 수 있음
현의 가닥수	270 - 570	180 - 450	
현의 굵기	2.0 - 1.0	1.75 - 0.9	
재료	앞면	오동나무	오동나무
	뒷면	오동나무	밤나무

에 명주실을 꼬아서 만든 12 줄을 세로로 매어 각 줄마다 안족(雁足:기러기 발, Anjok)을 받쳐놓고 손가락으로 뜯어서 소리를 낸다. 음색이 청아하고 부드러워 줄 풍류를 비롯하여 가곡반주, 가야금산조, 가야금병창 등 한국음악 전반에 걸쳐 사용되고 있는 국악기 중 가장 대중적인 악기이다.

가야금에는 정악을 연주하기 위한 풍류가야금(법금(法琴)이라고도 함)과 민속악 및 산조를 연주하기 위한 산조가야금이 있다. 풍류가야금은 신라 때부터 있어 온 원형의 것이며, 산조가야금은 산조와 민속악의 연주를 위하여 조선 후기에 개량한 가야금이다. 이 두 종류의 가야금은 구조는 거의 같으나 크기, 음역, 음색 및 연주하는 법이 서로 다르다. 풍류가야금은 통 오동나무의 속을 파서 앞면은 볼록하게 배가 나오고 뒷면은 편평하게 만든 것이고, 산조가야금은 앞판은 오동나무, 뒷판은 밤나무로 만들어 풍류가야금보다 조금 작다. 따라서 줄 사이의 간격도 풍류가야금이 산조가야금보다 넓은 편이고, 줄의 굵기 및 안족의 크기도 약간 크다. 풍류가야금과 산조가야금을 표 1에서 비교하였다[8].

V. 가야금의 물리적 모델링

가야금의 물리적 모델링을 위하여 다음의 단계를 수행하였다. 첫째, 안족의 위치에 따른 기본주파수의 변화를 선분 적합성을 이용한 근사화로 안족 시스템을 구현하고 둘째, 안족의 위치를 이용하여 지연 라인의 길이를 결정하고 현의 모델에 적용한다. 마지막으로, 가야금의 음색을

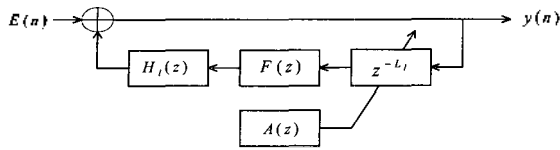


그림 7. 가야금 모델 $E(n)$ - 여기신호; $F(z)$ - 미소지연 필터; $H_l(z)$ - 루프필터; $A(z)$ - 안죽 시스템
 Fig. 7. Gayageum model $E(n)$ - Excitation signal; $F(z)$ - fractional delay filter; $H_l(z)$ - loop filter; $A(z)$ - Anjok system

위해 여기 신호를 결정한다. 여기 신호는 역 필터링에 의한 신호와 가야금 몸통의 임펄스 응답을 이용하여 연주상의 섬여림을 표현한다. 가야금의 모델은 그림 7과 같다.

5.1. 안죽 시스템

가야금의 안죽은 각 현이 일정한 음정을 유지할 수 있도록 밑에 버티어 놓은 것으로 이것을 움직여 음의 높이를 조절한다. 음의 높이 즉, 기본 주파수는 식 (18)과 같이 현의 길이 L 과 장력 T , 선밀도 ρ 에 의해서 결정되는데, 안죽은 현의 길이와 장력을 조절한다.

$$f_0 = \frac{1}{2L} \sqrt{\frac{T}{\rho}} \quad (18)$$

따라서 안죽 시스템은 안죽의 위치에 따른 주파수 변화를 묘사하여야 하는데, 본 논문에서는 주파수와 장력의 변화를 각각 선분 적합성을 이용한 근사화로 안죽 시스템을 구현하였다.

본 논문에서는 2, 5, 8, 11번 현에 대해 안죽을 30cm 부터 90cm까지 10cm씩 이동해 가며 기본 주파수를 각각 3회씩 측정하여 평균을 구하였다. 각 현의 안죽의 위치에 따른 기본 주파수의 변화는 그림 8과 같다[9].

방법 1. 주파수 근사화

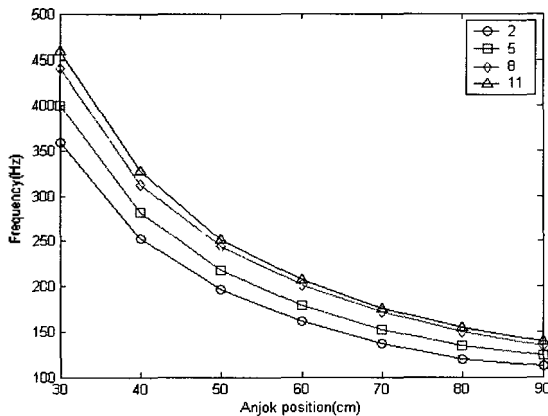


그림 8. 각 현의 안죽의 위치에 따른 기본 주파수의 변화
 Fig. 8. Frequency changes by position of Anjok of each string.

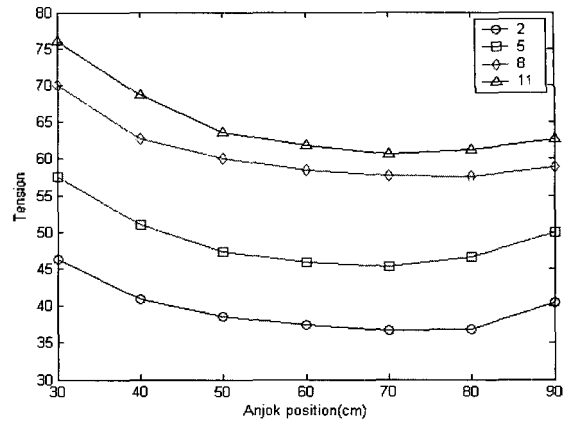


그림 9. 각 현의 안죽의 위치에 따른 장력의 변화
 Fig. 9. Tension changes by position of Anjok of each string.

안죽의 위치에 따른 주파수의 변화를 지수함수 형태로 가정하고 로그 스케일로 변환시켜 선분 적합성을 이용하면 일반화시킬 수 있다. 안죽의 위치를 p , 그때의 주파수를 f 라고 하고, 각각의 로그값을 P , F 한다면 식 (19)와 같은 관계식을 가진다.

$$F = aP + b$$

$$\ln f = a \ln p + b = \ln p^a e^b \quad (19)$$

$$f = p^a e^b$$

식 (19)를 이용해 얻은 주파수를 식 (14)에 대입하면 현 모델의 자연 라인 길이를 구할 수 있다.

방법 2. 장력 근사화

가야금의 현은 몸통 전체에 걸쳐 놓여있으며, 안죽이 현을 받치고 있다. 따라서 현의 장력은 안죽의 위치에 따라 변한다. 가야금의 단일 현에 대해 선밀도는 일정하

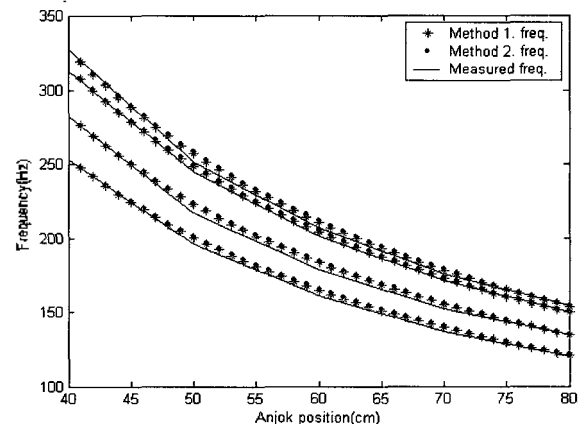


그림 10. 측정 주파수와 안죽 시스템의 근사화된 주파수
 Fig. 10. Measured frequency and approximated frequency.

므로 주파수에 따른 장력의 변화는 식 (18)을 변형한 식 (20)으로 구할 수 있다.

$$T = 4\rho(Lf_0)^2 \quad (20)$$

그림 9는 각 현의 장력의 변화를 나타낸 것이고, 이를 근사화 하여 식 (18)에 대입하여 얻은 주파수를 식 (14)에 대입하면 현 모델의 자연 라인 길이를 구할 수 있다.

그림 10은 방법 1과 방법 2의 결과를 실제 측정값과 비교하여 나타낸 것으로 방법 1의 결과가 방법 2의 결과보다 측정값에 더 가까운 주파수를 얻을 수 있음을 알 수 있다. 그리고, 실제 안쪽이 대부분 위치하는 50-70cm 지점에서는 방법 1의 결과가 방법 2의 결과보다 확연히 우수함을 알 수 있다. 따라서 본 논문에서는 방법 1의 안쪽 시스템을 사용할 것이다.

5.2. 여기 신호

현악기는 현의 진동이 악기의 공명체에 전달되어 소리가 발생되게 된다. 가야금은 현이 공명체 전체에 걸쳐있고, 그 진동은 현침, 안쪽, 학슬을 통해 가야금의 몸통에 전달된다. 이들 중 학슬은 현의 묶음으로 되어있고, 학슬 아래 진동을 완화시킬 수 있는 섬유재질이 깔려있어 거의 진동을 전달하지 못하고, 현침은 그 위치가 공명체의 끝부분에 위치하여 현의 진동을 효율적으로 전달하기 어렵다. 따라서 가야금은 고정된 브릿지로 현의 진동을 전달하는 것과는 달리 대부분의 현의 진동을 움직일 수 있는 안쪽을 통해 몸통으로 전달한다.

고정된 브릿지는 현을 세게 뿜거나 혹은 약하게 뿜겨도 브릿지는 고정되어있어 순수한 현의 진동만을 몸통에 전달한다. 이외는 달리 가야금의 안쪽은 현을 약하게 뿜기면 고정된 브릿지와 같은 역할을 하나, 현을 세게 뿜기면 안쪽이 가야금의 몸통으로부터 약간 들렸다가 놓여 몸통을 타격하여, 결과적으로는 몸통이 현의 진동과 안쪽의 타격에 의한 진동을 동시에 받게 된다. 이는 가야금의 음색에도 영향을 주게 된다. 따라서 가야금의 현을 강하게 뿜기는 현상을 묘사하기 위해서는 가야금 몸통의 임펄스 응답을 사용하는 것이 효과적이다. 가야금 몸통의 임펄스 응답은 가야금의 몸통을 직접 타격하여 얻을 수 있다.

역 필터링 방법은 원 가야금 소리에서 기본 주파수와 그 배음을 제거하여 간접적으로 가야금의 몸통의 특성을 얻는 방법이다. 역 필터는 식 (17)의 역으로 얻을 수 있다[7].

$$S^{-1}(z) = \frac{1 + a_1z^{-1} - g(1 + a_1)F(z)z^{-L_t}}{1 + a_1z^{-1}} \quad (21)$$

식 (21)에 의해 얻은 가야금 몸통의 특성은 사용된 단위음의 음색에 따라 각각 약간의 차이를 보이는데 이는 단위음 마다 가진 불협 배음 (inharmonic)이 남아 있기 때문이다.

VI. 실험 결과

본 논문에서는 샘플링 주파수 44100Hz, 양자화 비트 16비트 모노형태의 가야금 단위음과 몸통 임펄스 응답을 얻기 위해 다음과 같은 환경에서 녹음하였다. 가야금 단위음은 단일 현에 대해 안쪽의 위치를 바꾸어 가며 녹음하였다.

- 녹음장비 : MACKIE 1402-VLZ, UA-30 오디오인터페이스
- 마이크 : AKG C411
- 노이즈레벨 : -60dB
- 소프트웨어 : Sound Forge 5.0

6.1. 가야금 몸통의 임펄스 응답을 이용한 합성

가야금 몸통의 임펄스 응답을 얻기 위한 가야금의 타격 지점은 현의 진동이 전달될 수 있는 부분이어야 한다. 가야금은 현침과 안쪽을 통해 진동을 전달하므로 타격지점을 그림 11과 같이 가정하였고, 몸통의 임펄스 응답을 얻기 위해 그림 12와 같이 소리 구멍이 있는 지점에 마이크를 부착하였다. 그 결과 녹음된 소리의 파형은 시각적으로 거의 비슷하나 청각적으로 판단하였을 때 현침을 타격하는 것보다는 안쪽이 위치한 지점을 타격한 소리가 더 가야금의 몸통 특성을 잘 나타내었다. 그림 13과 14는 본 논문에서 사용한 가야금의 임펄스 응답을 나타낸 것이다. 그림 14를 보면 대략 3kHz이하의 대역에서 특정 주파수에 대해 공명 특성이 있음을 알 수 있다.

본 논문에서는 원음과 합성음의 비교를 위해 가야금의 5번 현과 8번 현을 이용하였다. 각각의 안쪽은 현침으로부터 60cm, 50cm 떨어진 곳에 위치시켰고, 원 단위음의 기본 주파수는 각각 178.5Hz와 245Hz로서 시간영역에서의 파형은 그림 15, 16과 같다. 원 단위음과 가장 유사하면서 가야금의 현을 세게 뿜긴 현상을 묘사한 합성



그림 11. 타격 지점
Fig. 11. Hitting position.



그림 12. 픽업지점
Fig. 12. Pick up position.

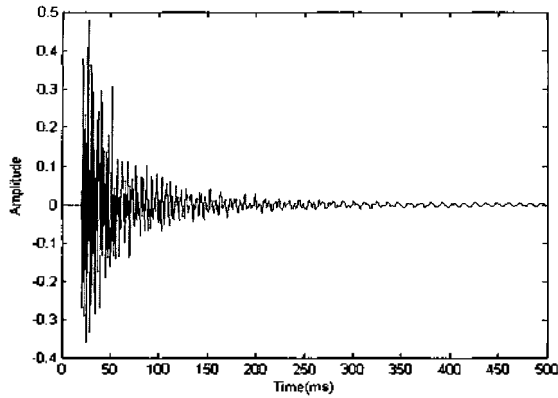


그림 13. 시간 영역에서의 가야금 몸통의 임펄스 응답
Fig. 13. Impulse response of body of Gayageum in time domain.

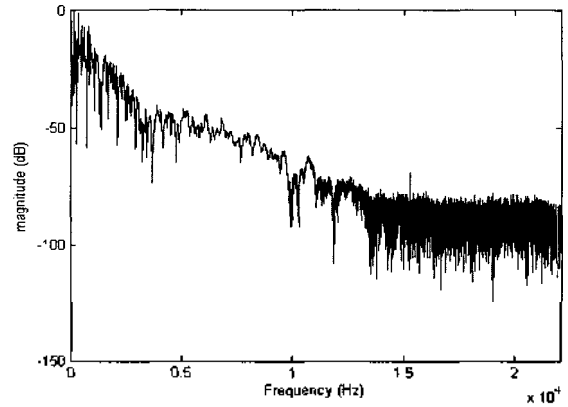


그림 14. 주파수 영역에서의 가야금 몸통의 임펄스 응답
Fig. 14. Impulse response of body of Gayageum in frequency domain.

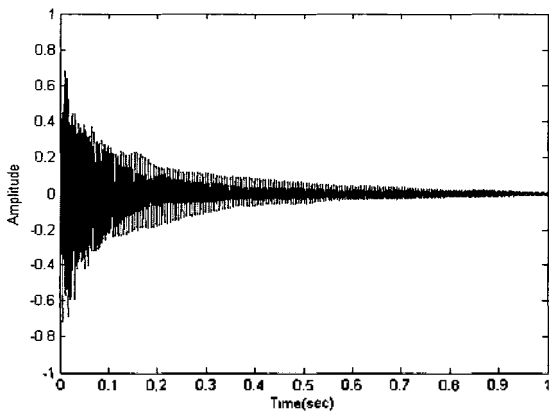


그림 15. 5번 현의 원 단위를 파형
Fig. 15. Original signal of the fifth string.

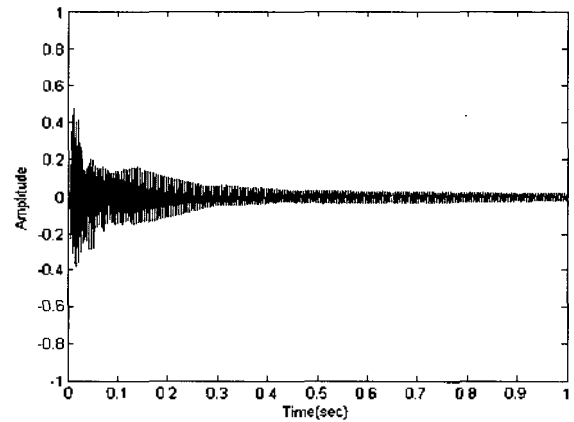


그림 16. 8번 현의 원 단위를 파형
Fig. 16. Original signal of the eighth string.

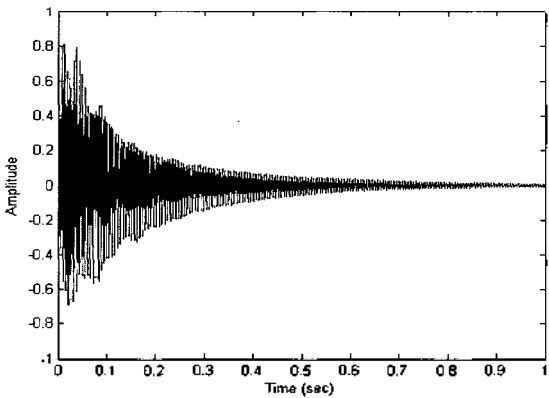


그림 17. 가야금 몸통의 임펄스 응답을 이용한 5번 현의 합성음 파형
Fig. 17. Synthesized signal of the fifth string using a body impulse response.

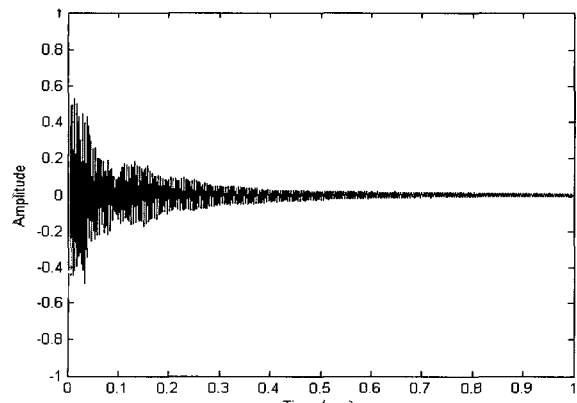


그림 18. 가야금 몸통의 임펄스 응답을 이용한 8번 현의 합성음 파형
Fig. 18. Synthesized signal of the eighth string using a body impulse response.

음을 만들기 위해 5번 현에 대해서는 $a_1 = -0.752$, $g = 0.990$ 를, 8번 현에 대해서는 $a_1 = -0.794$, $g = 0.999$ 의 루프필터에 대한 파라미터를 사용하였다. 이렇게 합성한 단위음은 그림 17, 18과 같으며, 원 단위음과 합성음의 대략적인 형태는 유사하나 약간의 차이를 보이는데, 이는 원음은 현을 약하게 튕긴 경우이고, 합성음은 현을 강하게 튕긴 경우이기 때문이다. 이들 합성 신호는 안쪽 시스템을 적용한 것으로서 기본 주파수는 각각 183.5Hz와 248.6Hz이며 원 신호와 비교할 때 5Hz와 3.6Hz의 오차를 가진다. 이러한 오차는 안쪽 시스템의 구현에 있어서 선분 적합성의 근사화 과정에서 발생한 것이지만 지각적으로는 크게 문제가 되지 않는다.

6.2. 역 필터링을 이용한 합성

가야금 몸통의 임펄스 응답을 이용한 합성 방법은 모든 합성음에 대해 동일한 입력을 사용함으로써 현에 대

한 음색을 묘사하는 경우에는 약간 제한적이다. 이에 반해 역 필터링 방법은 원 단위음에서 가야금의 임펄스 응답을 추출해 사용하므로 현의 음색 묘사에 있어서는 더욱 사실적이다.

역 필터링을 이용한 합성에 사용된 소리는 6.1.절에서

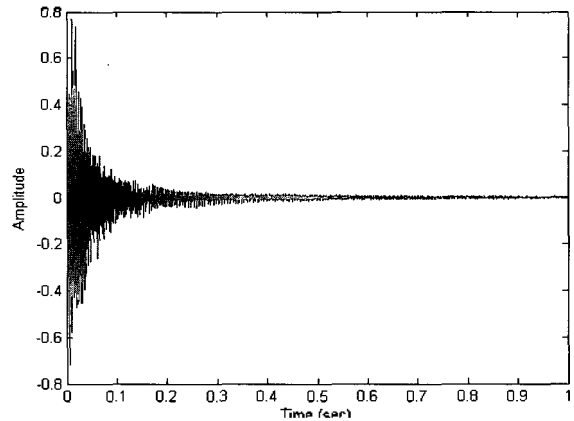


그림 21. 5번 현에 대한 여기신호
Fig. 21. Excitation signal of the fifth string.

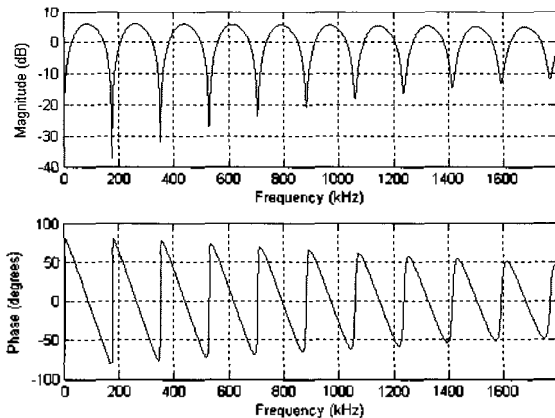


그림 19. 5번 현에 대한 역 필터의 주파수 특성
Fig. 19. Inverse filter characteristics of the fifth string.

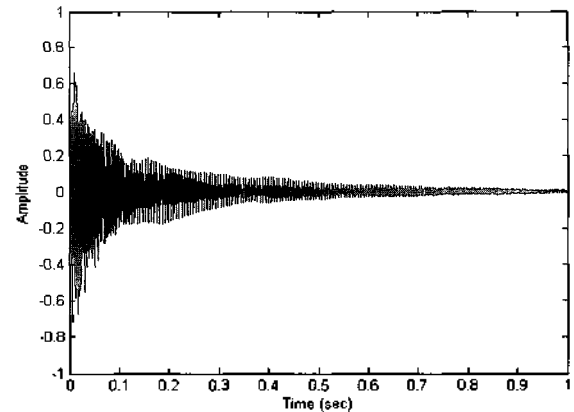


그림 22. 역 필터링을 이용한 5번 현의 합성음 파형
Fig. 22. Synthesized signal of the fifth string using a inverse filtering.

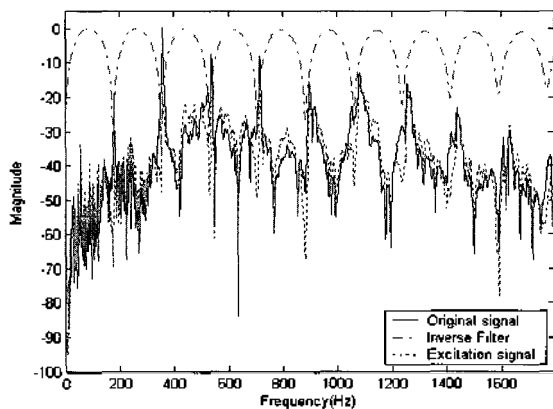


그림 20. 5번 현에 대한 역 필터링
Fig. 20. Inverse filtering of the fifth string.

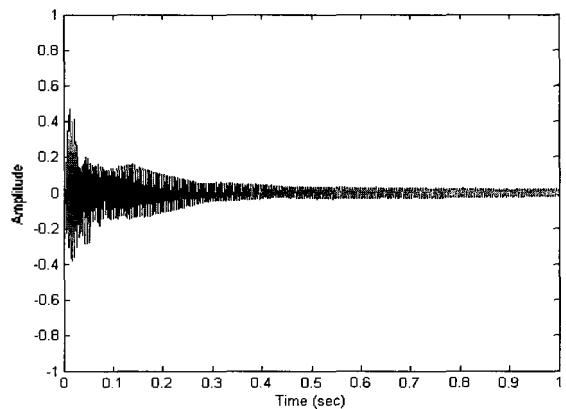


그림 23. 역 필터링을 이용한 8번 현의 합성음 파형
Fig. 23. Synthesized signal of the eighth string using a inverse filtering.

사용한 소리와 동일하고, 5번 현에 대한 역 필터의 주파수 특성은 그림 19와 같으며, 주파수 영역에서의 필터링 과정은 그림 20과 같다. 그림 19와 20에서 알 수 있듯이 원 단위음의 기본 주파수는 178.5Hz이며 역 필터는 기본 주파수와 배음을 제거하는 역할을 한다. 그림 21은 역 필터링을 거쳐 얻은 여기 신호로서 가야금 몸통의 임펄스 응답과 유사한 형태를 갖는다. 8번 현에 대해서도 동일한 방법으로 여기 신호를 얻을 수 있다. 이렇게 얻은 여기신호들은 가야금의 몸통의 특성과 현의 재질 및 굵기에 대한 특성이 포함되어 있어 원음과 동일한 사실적인 음색 묘사에 적합하나, 단위음의 불협 배음 (inharmonic)은 제거하지 못하기 때문에 가야금의 12개 현에 대해 모두 적용할 경우 왜곡이 발생 할 수 있다. 따라서 역 필터링을 이용한 합성에는 각 현에 대해 수개의 여기 신호가 필요하다.

그림 22와 23은 그림 15와 16에 대한 합성 결과이며, 원음과 매우 유사한 결과를 얻을 수 있었다.

6.3. 단위음 생성을 위한 GUI 구현

본 논문에서는 가장 적절한 단위음 합성을 편리하게 하기 위해 가야금의 단위음 합성을 GUI로 구현하였다. 여기신호는 가야금의 임펄스 응답과 역 필터링에 의해 얻은 신호를 이용할 수 있는데, 가야금의 임펄스 응답은 현의 번호에 관계없이 단위음 합성에 모두 동일하게 적

용되고 가야금의 현을 세게 튕겼을 때 음색을 묘사할 수 있으며, 역 필터링에 의한 합성은 현의 번호에 따라 여기 신호가 각각 다르게 선택되고, 현의 특징을 더욱 사실적으로 묘사할 수 있다. 여기신호가 결정되면 물리적 모델링에 사용될 필터 계수와 이득, 그리고 단위음의 길이를 입력하는데, 이 파라미터에 의해 ADSR곡선이 결정된다. 단위음의 기본 주파수는 안족의 시스템을 이용하여 결정 되도록 하여, 안족에 해당하는 스크롤바를 움직이거나 직접 입력할 수 있도록 하였다. 단위음 합성에 대한 모든 파라미터가 결정되면 'Synth' 버튼을 눌러 합성하고 합성된 신호는 시간 영역과 주파수 영역에서 각각의 특징을 살펴볼 수 있으며 'Play' 버튼으로 반복해서 들을 수 있다. 그림 24는 GUI로 구현한 가야금 신디사이저의 모습이다.

VII. 결론

디지털 도파관 이론은 Julius O. Smith에 의해 제안된 것으로, 파동의 물리적 현상을 지연라인과 간단한 디지털 필터를 이용해 구현한 것이다. 현악기의 경우, 현을 따라 좌우로 이동하는 파동을 묘사하기 위해 양방향 지연라인과 반사필터를 이용한다. 본 논문에서는 두 개의 지연라인을 갖는 시스템을 선택적으로 해석하여 단일 지연라인을 갖는 시스템으로 바꾸어 보았다. 그리고 국악기의 대표적인 현악기라고 할 수 있는 가야금 중에서 산조 가야금을 물리적으로 모델링 하였다.

가야금은 다른 현악기에서는 보기 드문 안족이라는 브릿지가 있는데, 이는 현의 진동을 몸통에 전달하고 현을 조율하는 역할을 한다. 본 논문에서는 안족 시스템을 2가지로 나누어 고려해 보았다. 첫째는 현의 진동을 전달하는 시스템의 역할이고, 이는 여기신호로 사용될 가야금 몸통의 임펄스 응답을 얻는데 적용하였다. 둘째는 현의 조율 시스템으로서의 해석으로 선분 적합성을 이용하여 구현하였다.

여기신호는 원하는 음색에 선택할 수 있도록 가야금 몸통의 임펄스 응답과 역 필터링에 의한 신호를 이용하였다. 가야금 몸통의 임펄스 응답은 현침과 안족이 위치할 수 있는 모든 위치에서 구하였다. 이들 중 합성에 사용한 것은 안족이 대부분 위치하는 몸통의 가운데 부분에서 구한 임펄스 응답을 사용하였다. 이는 모든 경우를

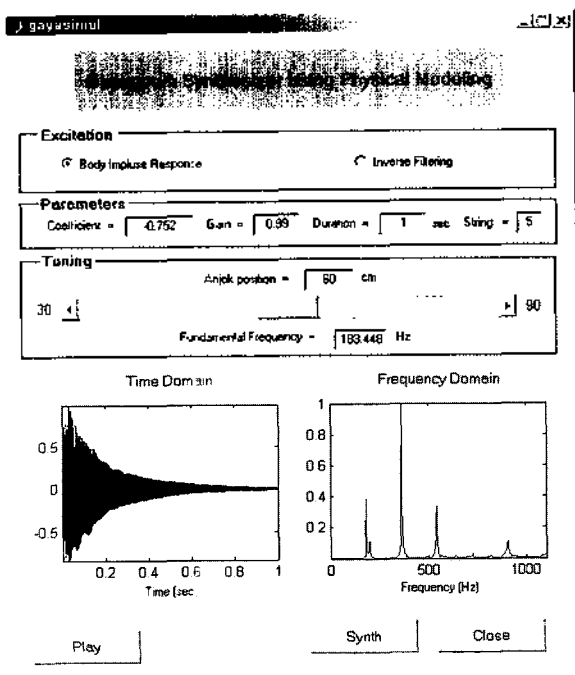


그림 24. 가야금 신디사이저 GUI
Fig. 24. Gayageum synthesizer GUI.

비교하여 보았을 때 청각적으로 가장 유사하다고 판단되었기 때문이다. 그 결과 합성된 단위는 원음과 형태가 유사하고, 현을 강하게 튕긴 음색을 적절하게 묘사하였다. 역 필터링을 이용한 합성은 각 단위음으로부터 임펄스 응답을 간접적으로 얻는 방법이다. 이는 현의 재질과 굵기에 따른 음색의 묘사가 더욱 용이하고 사실적이나, 단위음의 불협 배음에 의한 영향으로 각 현에 수개의 여가신호가 필요하다.

가야금 신디사이저는 GUI로 구현하였으며 가장 효과적인 단위음 합성을 위해 여가신호의 선택과 파라미터의 입력, 그리고 합성음의 파형을 시간영역과 주파수 영역에서 관찰하고 소리를 들을 수 있는 구조로 구현하였다.

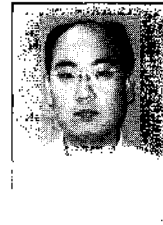
본 논문에서는 안쪽 시스템과 GUI를 이용한 가야금 신디사이저에 중점을 두었다. 향후 가야금의 물리적 모델링을 개선하기 위해서는 공통 입력으로 사용될 가야금의 임펄스 응답을 더욱 효과적인 방법으로 구해야 할 것이며 SDL모델의 각 저역통과 필터를 구체적으로 구현해야 할 것이다.

참고 문헌

1. K. Karplus and A. Strong, "Digital Synthesis of Plucked String and Drum Timbres," *Computer Music J.*, 7(2), pp. 43-55, 1983.
2. D. Jaffe and J. O. Smith, "Extensions of the Karplus-Strong Plucked String Algorithm," *Computer Music J.*, 7(2), pp. 56-69, 1983.
3. J. O. Smith, "Music Applications of Digital Waveguides," Technical Report STAN-M-39, CCRMA, Department of Music, Stanford University, Stanford, California, 1987.
4. J. O. Smith, "Physical Modeling using Digital Waveguides," *Computer Music J.*, 16(4), pp. 74-91, 1992.
5. M. Karjalainen, V. Välimäki, and T. Tolonen, "Plucked-String Models: From the Karplus-Strong Algorithm to Digital Waveguides and Beyond," *Computer Music J.*, 22(3), pp. 17-32, 1998.
6. T. I. Laakso, V. Välimäki, M. Karjalainen, and U. K. Laine, "Splitting the Unit Delay - Tools for Fractional Delay Filter Design," *IEEE Signal Process. Mag.*, 13, pp. 30-60, 1996.
7. V. Välimäki, J. Huopaniemi, M. Karjalainen, and Z. Janosy, "Physical Modeling of Plucked String Instruments with Application to Real-Time Sound Synthesis," *J. Audio Eng. Soc.*, 44(5), pp. 331-353, 1996.
8. 황병주, "가야금의 개량에 관한 연구 - 17현 가야금을 중심으로," *국악원 논문집*, 2, pp. 33-54, 1990.
9. 조상진, 채진욱, 정의필 "가야금의 물리적 모델링과 안쪽의 위치에 따른 기본 주파수 변화," *한국음향학회 추계학술대회 논문집*, 22(2(s)), pp. 275-278, 2003.

저자 이력

○ 조 상 진 (Sang-Jin Cho)



1997년 2월: 울산대학교 전기공학과 (공학사)
 2002년 2월: 울산대학교 대학원 전자공학과 (공학석사)
 2002년 3월~현재: 울산대학교 대학원
 컴퓨터정보통신공학과 박사과정
 * 주관심분야: 물리적 모델링, 악기 음향 디지털 신호 처리

○ 정 의 필 (Ui-Pil Chong)



1978년 2월: 울산대학교 전기공학과 (공학사)
 1980년 2월: 고려대학교 전기공학과 (공학석사)
 1985년: 미국 Oregon State University (공학석사)
 1997년: 미국 Polytechnic University (공학박사)
 1997년~현재: 울산대학교 컴퓨터정보통신공학부
 부교수
 * 주관심분야: 신호처리, 컴퓨터 음향, 데이터 압축