

강도 감소법에 의한 지하수위를 고려한 FEM 사면안정해석

Slope Stability Analysis Considering Seepage Conditions by FEM Using Strength Reduction Technique

김 영 민¹ Kim, Young-Min

Abstract

In this paper, a finite element based method for determining factor of safety of slopes which has certain advantages over conventional limit equilibrium methods is described. Particularly, the slope failure behaviour considering different seepage conditions is produced by finite element method using strength reduction technique. It is shown that both the failure mechanism and the safety factor that are analyzed by the FEM using strength reduction technique are an effective means of slope stability analysis. And the stability of a slope with rising water table and rapid drawdown are analyzed and the results are compared with the simplified Bishop Method of the Limit Equilibrium Methods.

요 지

본 논문은 기존의 한계 평형법 보다 사면의 파괴거동을 잘 묘사할 수 있는 유한요소법에 의한 사면의 안전율을 결정하는 방법에 대하여 기술하였다. 특히, 지하수위를 고려하는 사면의 파괴거동을 강도감소법에 의한 유한요소법으로 산정하였다. 그 결과, 강도 감소법을 이용한 FEM해석방법이 사면의 안정해석에 대하여 파괴거동과 안전율을 구하는데 유효한 수단임을 보여 주었다. 그리고 지하수 상승경우와 지하수 급강하 사면의 경우에 대하여 자세히 분석하였으며, 한계평형법인 Bishop간편법 해석결과와 비교, 검토하였다.

Keywords : Factor of safety, FEM, Simplified bishop method, Slope stability, Strength reduction technique

1. 서 론

토목공사 현장에서 사면의 파괴는 종종 발생된다. 공사중의 이러한 사면의 파괴는 공사지연뿐만 아니라 인명피해를 가져올 수 있다. 따라서 토목공사에서 사면의 안정해석은, 공사안전관리에 중요한 역할을 하며, 빈번히 요구된다.

사면의 파괴활동 및 발생은 일반적으로 지하수위에 의하여 크게 영향을 받는다(Chowdhury, 1978). 본 논문에서는 사면의 파괴활동에 중요한 영향을 미치는 지하수위를 고려한 사면의 안정해석을 보다 정밀하고, 다양한 분석을 할 수 있는 수치해석 방법에 대하여 자세히

다루고자 한다.

기존의 사면안정해석인 한계평형방법(Limit equilibrium method)인 절편 법은 다음과 같은 제약을 갖는다

- (1) 사면의 활동 면이 미리 결정되어야 한다.
- (2) 지반의 응력이력 및 비선형거동을 고려할 수 없다.
- (3) 절편의 상호 작용력에 대한 가정에 따라 계산된 안전율 및 파괴 활동면의 추정이 다르다.

널리 사용되어지는 절편법으로는 Bishop, Janbu, Morgenstern and Prices, Sarma 방법 등이 있다(Anderson 등, 1987; Sarma, 1973). 그러나 이러한 절편법은 잘못된 결과를 나타낼 수 있으며, 사용상에 주의를 요구한다(Duncan 1996). 그리고 일반적으로 한계평형해석은

¹ 정회원, 전주대학교 토목환경공학과 부교수 (Member, Associate Prof., Dept. of Civil Engrg., Jeonju Univ., youngmk@jj.ac.kr)

다소 상계이론(Upper bound theory)에 해당된다. 따라서 그 해석 값은 정밀 해보다 다소 과대평가 값을 나타내며, 불안정한 결과를 보이는 경향이 있다(Farias, M.M and Naylor, D.J., 1999). 그리고, Davis and Booker는 원호 한계평형해석 경우, 점착력이 깊이에 따라 증가하는 지반에서는 안전율이 4배나 과대평가하는 결과를 보여주었다. 또한, 한계 평형법에 의한 사면안정해석은 사면의 파괴거동에 대한 자세한 정보를 주지 못한다. 따라서 실제로 사면의 파괴가 어디서 시작되고, 발달되는지 알 수 없으며, 현장에서 요구되는 안전관리에 필요한 적절한 보강대책 및 제척관리에 도움을 줄 수 없다. 더욱이, 한계평형방법으로는 지하에 터널을 가진 사면의 안정 해석 경우 적용이 불가능하게 된다. 이러한 경우에는 유한요소법에 의한 수치해석이 유일한 대안이 될 수 있다(Zienkiewicz, O.C 등,1977).

한계평형 해석 법에서는 절편들의 힘평형 조건만을 만족시키는 불안정한 해석과는 달리, 유한요소방법은 사면의 각 지점의 힘 평형 조건과 적합조건, 구성방정식 및 경계조건을 모두 만족시키는 정밀한 근사해법으로, 사면의 최소안전율을 계산과 사면의 파괴거동을 자세히 분석할 수 있는 수치해석 방법이다. 특히, 사면의 파괴 활동에 대한 사전의 가정 없이 자동적으로 파괴과정을 묘사할 수 있는 방법이다(김주용, 1997; Griffith등 1999; Matsui,1990).

유한요소방법으로 사면안정해석을 수행하는 방법으로는, 크게 두 가지로 강도 감소법(strength reduction method)을 사용하는 직접법과 계산된 응력 값을 이용하여 기존의 한계해석법과 혼합하여 안전율을 분석하는 간접법(Pasternack, S.C. and Gao, S, 1988)으로 나눌 수 있다(김영민,1999; Naylor 1999).

직접법인 강도 감소법에서는 전단강도(c , ϕ)를 서서히 감소시켜 가면서, 계산이 수렴되지 않는 지점까지 해석을 수행하여 그 시점을 사면의 파괴로 간주하고 그때의 최대 강도 저하율을 사면의 최소안전율로 생각한다.

2. 강도 감소법 이론

최초의 유한요소법에 의한 강도 감소법에 대한 적용은 Zienkiewicz 논문에서 볼 수 있다(Zienkiewicz등,1975). 여기서는 좀 더 구체적으로 강도감소이론에 대하여 분석을 다루고자 한다. 그림 1과 같은 사면의 안전율을 계산하기 위해서는 사면의 임의의 지점인 한 요소의 가우

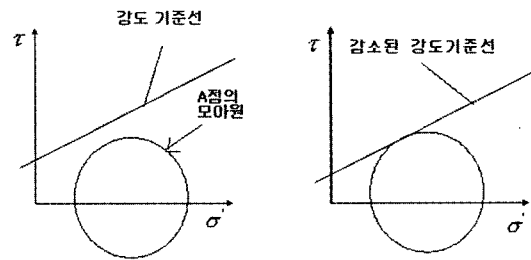
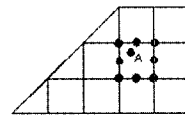


그림 1. 강도감소법

스 점A를 주목한다. 이 점의 응력상태를 모아 원으로 표시하면 그림 1과 같이 나타낼 수 있다. 사면의 파괴 활동을 묘사하기 위해서는 가상 활동면의 응력상태에 대한 모아원이 파괴 포락선에 접하도록, 임의의 안전율 값 F 로 그 지점의 전단강도를 나누어 모아 원에 접하도록 한다. 즉 그 점의 응력상태를 파괴상태로 보정한다. 이러한 파괴 점이 증가함에 따라서 사면이 전반적인 붕괴가 발생된다. 그 때의 유한요소해석에서는 계산이 발산이 되어 더 이상의 해석이 진행되지 않는 상태로 되며, 그 한계 F 값을 사면의 최소안전율로 정의한다.

3. 최소안전율 계산 방법

강도 감소법으로 사면의 최소 안전율을 계산하는 방법은 주어진 사면의 탄성계수 E 와 포아슨 비 ν 는 일정하게 간주하고, 점착력 c 값과 마찰각 ϕ 는 아래와 같이 점진적으로 감소시켜 계산이 발산이 되는 지점의 안전율 F_s 값을 결정하는 것이다.

$$c_r = c / F_s \quad \phi_r = \tan^{-1}\left(\frac{\tan \phi}{F_s}\right) \quad (1)$$

따라서, 최소안전율을 결정하기 위해서는 F_s 값이 매우 작은 증분으로 증가되지 않으면 정확한 최소안전율을 계산하기 힘들며, 계산시간이 길어진다. 보다 빠른 계산과 정확한 최소안전율을 추정하기 위해서는, 점진적인 작은 증분의 증가보다는 아래와 같은 이분법(bisection method)을 이용한 최소 안전율의 추정이 보다 합리적이다.

어떤 함수가 구간 $[x_1, x_2]$ 에서 연속이며, 1개의 근을 가지고 있을 때 확실하게 해를 구하는 방법으로 2분법이

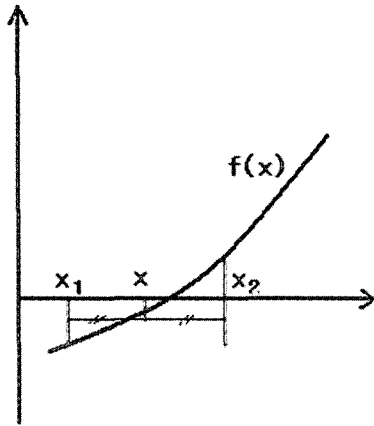
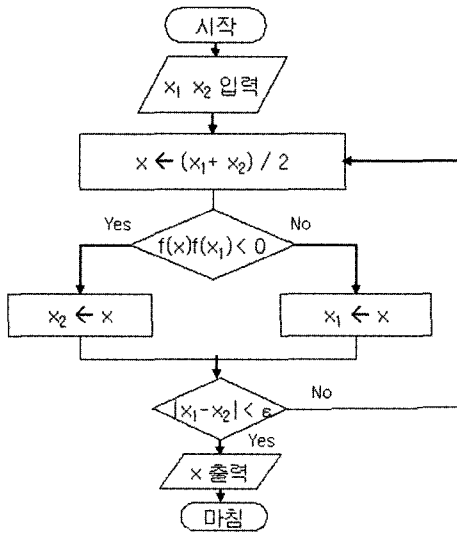


그림 2. 이분법

표 1. 이분법 흐름도



있다. 그림 2에서 중간 점을 $x = (x_1 + x_2)/2$ 라고 하고 구간을 2등분한다. 다음에 2구간 중 근이 있는 구간을 선택하여 새롭게 $[x_1, x_2]$ 구간을 선정한다. 이 과정을 수렴 판정조건이 만족시킬 때까지 계속 반복하여 근을 구한다(표 1 참조).

4. 지하수위 적용이론

유한요소법에 지하수위를 고려하기 위해서는 응력과 변형을 관계를 유효응력의 원리를 이용하여 다음과 같이 표현한다.

$$\{\Delta\sigma\} = [D']\{\Delta\varepsilon\} + \{\Delta u\} \quad (2)$$

여기서, $\Delta\sigma$ 는 증분 전응력, $\Delta\varepsilon$ 는 증분 변형을 D' 는 유효응력-변형을 매트릭스이며, Δu 는 간극수압 증가분이다.

또한, 지하수면 하의 포화상태의 흙입자는 부력과 침투력이라고 하는 2개의 물체력(Body force)을 받는다. 단위 체적당 흙 요소에 작용하는 물체력은 Darcy's Law에 의하여 다음과 같이 표현된다.

$$h = \frac{u}{\gamma_w} + (x \cdot i_x + z \cdot i_z)$$

$$\gamma_w i_x = -\gamma_w \frac{\partial h}{\partial x} = -\frac{\partial u}{\partial x}$$

$$\gamma_w i_z + \gamma_w = -\gamma_w \frac{\partial h}{\partial z} + \gamma_w = -\frac{\partial u}{\partial z} \quad (3)$$

여기서 i 는 동수경사, h 는 전수두, γ_w 는 물의 단위중량, u 는 간극수압이다.

이러한 물의 작용력을 벡터로 표시하여 전개하면, 다음과 같다.

$$\begin{Bmatrix} \frac{\partial u}{\partial x} \\ \frac{\partial u}{\partial z} \end{Bmatrix} = - \begin{Bmatrix} \frac{\partial N_1}{\partial x} & \frac{\partial N_2}{\partial x} & \dots & \frac{\partial N_8}{\partial x} \\ \frac{\partial N_1}{\partial z} & \frac{\partial N_2}{\partial z} & \dots & \frac{\partial N_8}{\partial z} \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ \vdots \\ u_8 \end{Bmatrix} \quad (4)$$

여기서 N 는 형상함수이다.

식 (3)의 물체력에 의해 흙요소에 발생하는 가상일(virtual work)은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$- \iint (\delta u \frac{\partial u}{\partial x} + \delta w \frac{\partial u}{\partial z}) dx dy \quad (5)$$

유한요소법 이론에 따라서 식 (5)를 전개하면, 물의 작용력에 의한 등가 절점력은 다음과 같이 표현된다.

$$\iint \begin{bmatrix} N_1 N_{1x} & N_1 N_{2x} & N_1 N_{8x} \\ N_1 N_{1z} & N_1 N_{2z} & N_1 N_{8z} \\ N_8 N_{1z} & N_8 N_{2z} & N_8 N_{8z} \end{bmatrix} J d\xi d\eta \begin{Bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_8 \end{Bmatrix} \quad (6)$$

여기서, $N_{1x} = \frac{\partial N_1}{\partial x}$ 를 나타낸다.

5. 예제 해석

본 절에서는 위에서 설명한 유한요소 방법을 이용하여, 지하수위를 고려하는 사면안정해석을 수행하였다. 해석에 사용한 유한요소 프로그램은 본 저자에 의하여

개발한 프로그램으로 파괴해석 시 비교적 좋은 결과를 나타내는 8절점 저감요소를 사용하였다(김영민, 1999). 또한 항복조건으로는 Mohr-Coulomb이론을 이용하였으며, 해석방법은 점소성 이론(Visco-plastic algorithm)을 이용한 initial stiffness method를 이용하였다(Zienkiewicz and Corneau(1974), Smith and Griffiths(1988)).

5.1 지하수위 상승 경우

자연사면에서 지하수위에 상승에 따른 영향을 분석하기 위하여, 그림 3과 같은 단순사면에서 지하수위가 단계적으로 상승하는 경우에 대하여 수치해석을 수행하였다. 경계조건으로는 수직경계 및 바닥경계는 롤러 지지로 가정하였다. 사면의 기울기는 1:2이며, 사면의 높이는 10m이다. 지반의 조건은 표 2와 같다.

일반적으로 탄성계수와 포아슨비 값은 최소안전율을 계산에 거의 영향을 미치지 않으며, 다만 포아슨 비가 0.5에 가깝게 되면 크게 영향을 받는다. 또한 팽창각(dilatancy angle)는 0°으로 가정하였을 때 기존의 절편법 결과와 유사한 결과를 나타내는 것으로 알려져 있다(김영민, 1999).

여기서는 지하수위를 0, 2, 4, 6, 8, 10m로 단계적으로 변화시켜 각 지하수위 사면에 대하여 최소안전율을 계산하였다. 그림 4에 계산된 사면의 안전율과 사면의 어깨부에 발생된 수평변위에 대하여 표시하였다. 또한 계산된 최소안전율은 기존의 절편법인 Bishop간편법 방법(PCSTABLE5M, 1987)으로 구한 값과 함께 그 오차 ($\frac{Fs(Bishop) - Fs(Fem)}{Fs(Bishop)}$)를 표 3에 나타내었다.

결과를 살펴보면, 일반적으로 사면의 최소안전율 값은 유한요소 해석결과가 기존의 절편법에 비하여 안전

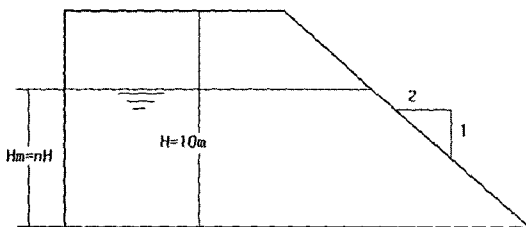


그림 3. 지하수 상승모델

표 2. 지반정수(수위 상승경우)

탄성계수 (tf/m ²)	포아슨비	단위중량 (tf/m ³)	점착력 (tf/m ²)	마찰각 (°)	팽창각 (°)
10000	0.3	2	1	20	0

측으로 계산되는 것으로 알려져 있으며, 본 해석결과에서도 유한요소해석결과가 절편법인 Bishop간편법에

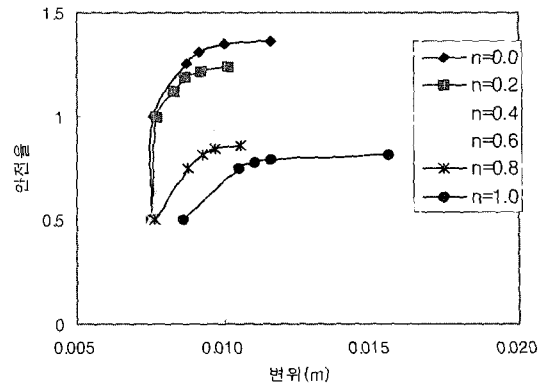
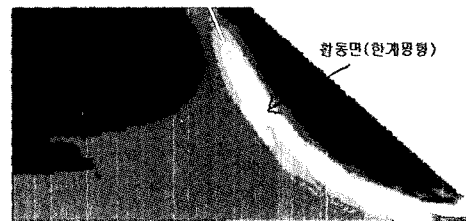


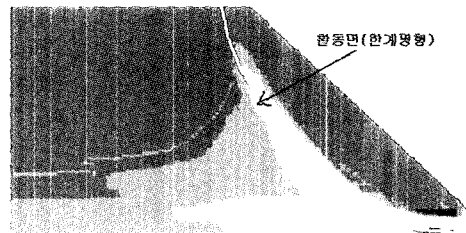
그림 4. 지하수위에 따른 변위 안전율

표 3. 최소안전율 비교도표

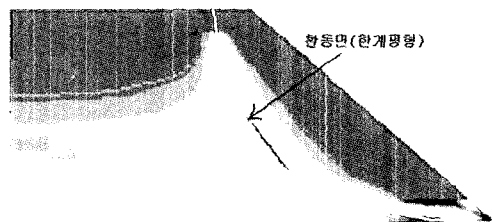
수위 (n)	FEM	Bishop	오차(%)
0.0	1.359	1.403	3.14
0.2	1.234	1.225	-0.73
0.4	1.094	1.095	0.09
0.6	0.953	0.997	4.41
0.8	0.859	0.9	4.56
1.0	0.812	0.838	3.1



(a) n=0.0 경우



(b) n=0.4 경우



(c) n=1.0 경우

그림 5. 최대 전단변형률도(수위 상승)

비하여 전반적으로 작게(최대오차 4.5%)평가되어 안전측으로 계산되었으나, 수위가 0.2인 경우에는 예상외로 약간 큰 값(오차-0.73%)을 나타내어 불 안전측으로 계산되었다(표 3 참조).

또한 수위상승에 따른 사면의 파괴거동에 대하여서도 분석하여 보면 유한요소 해석과 Bishop간편법에 의한 활동면의 추정은 그림 5에 나타내었듯이 거의 동일하게 나타났으며, 파괴활동은 사면의 선단에서 시작되며, 수위가 상승함에 따라 사면의 파괴 활동 면이 사면의 경사부로부터 다소 깊어지는 경향을 나타내었다.

5.2 수위 급강하 경우

댐 사면에서 수위 급강하에 따른 사면의 안정성을 분석하기 위하여 그림 6과 같은 모델에 대하여 유한요소 해석을 행하였다. 적용된 지반조건은 다음 표 4와 같다. 수위 급강하 경우는 $n=0.2, 0.4, 0.6, 0.8, 1.0$ 의 5가지 경우에 대하여 분석하였다. 우선, 최소안전율에 대하여 계산된 결과를 살펴보면 최소안전율은 유한요소 해석 값이 모두 절편법인 Bishop간편법보다 작게 평가 되어 안전측으로 계산되었으며, 수위 $n=1$ 의 경우에 최대 6.28% 오차를 나타내었다(표 5 참조).

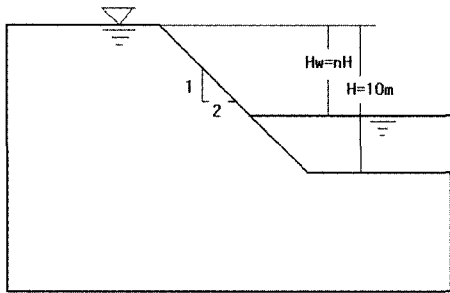


그림 6. 수위 급강하 모델

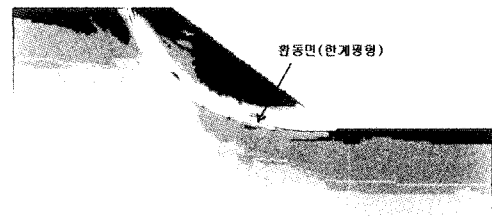
표 4. 지반정수(수위 급강하 경우)

탄성계수 (tf/m ²)	포아 스비	단위중량 (tf/m ³)	점착력 (tf/m ²)	마찰각 (°)	팽창각 (°)
10000	0.3	2	1	30	0

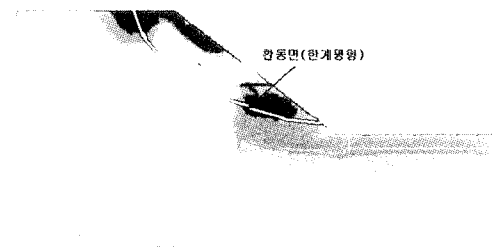
표 5. 최소안전율 비교도표

수위(n)	FEM	Bishop	오차(%)
0.2	1.859	1.894	1.84
0.4	1.5	1.519	1.25
0.6	1.219	1.215	3.64
0.8	1.062	1.117	4.92
1.0	1.0	1.067	6.28

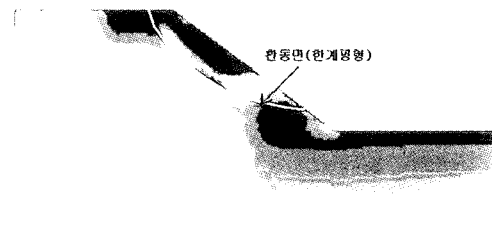
그리고 사면의 파괴 활동면은 수위 급강하에 따라서 유한요소해석결과는 수위에 연관된 파괴활동을 충실히 나타낸 반면, Bishop 간편법에 의한 추정 활동면의 형태는 급강하 수위에 크게 의존하지 않는 결과를 나타내었



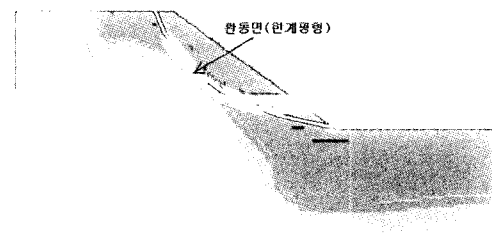
(a) n=0.2 경우



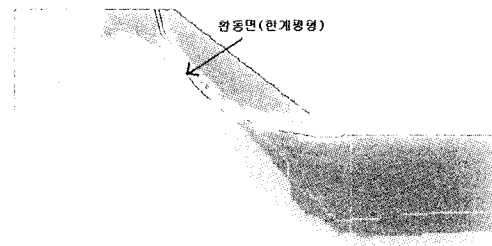
(b) n=0.4 경우



(c) n=0.6 경우



(d) n=0.8 경우



(e) n=1.0 경우

그림 7. 최대 전단변형률도(수위 급강하)

다. 특히, $n=0.4$ 인 수위급강하 사면인 경우, 유한요소해석에서는 급강하 수면에 따른 얽은 파괴 활동면을 보인 반면, Bishop 경우에는 사면의 선단 파괴에 가까운 파괴 활동을 나타내었다(그림 7(b) 참조)

6. 결론

이분법을 이용한 강도 감소법을 유한요소법에 적용시켜, 지하수위에 따른 사면의 안정해석을 수행하였다. 그 결과 유한요소법을 사용한 사면안정해석은, 지하수위에 따른 사면의 최소안전율 및 사면의 붕괴거동에 대하여 정확히 분석할 수 있는 결과를 보여 주었다. 얻어진 결과를 요약하면 아래와 같이 나타낼 수 있다.

- (1) 지하수위 상승을 고려한 사면안정해석에서 유한요소 해석 결과가 일반적으로 기존의 절편법에 비하여 사면의 최소안전율 값이 안전측(최대 4.56%)으로 계산된다. 그렇지만 경우에 따라서 반대의 경우(-0.73%)도 발생할 수 있다.
- (2) 자연사면에서 지하수 상승에 따라 사면의 파괴 활동면은 사면의 경사부로부터 깊어지는 파괴거동을 나타내었다.
- (3) 댐 사면에서 수위급강하에 따라 유한요소해석에서는 절편법에 비하여 사면의 최소안전율 값이 전반적으로 안전측(최대 6.28%)으로 계산된다. 또한 파괴 활동면의 추정에 있어서도 유한요소해석결과가 수위에 의존하는 파괴 활동면을 나타내어, 기존의 절편법에 비하여 보다 합리적인 결과를 나타내었다.
- (4) 일반적으로 유한요소 해석법이 기존의 절편법보다 안전측으로 계산되는 것으로 알려져 있으나(Naylor, 1999) 경우에 따라서는 그 반대의 경우도 발생할 수 있으므로, 사면의 안정해석을 보다 정밀하게 수행하기 위해서는 기존의 절편법과 유한요소법을 사용하여 함께 검토하는 것이 필요함을 알 수 있다.

참고 문헌

1. 김영민 (1999), "유한요소법에 의한 사면붕괴 거동해석에 미치는 영향분석", 한국지반공학회논문집, Vol.15, No.5, pp.19-28.
2. 김주용 (1997), "유한요소법을 이용한 사면안정해석", 한국과학기술원 박사학위논문.
3. Anderson, M.G and Richards, K.S. (1987), *Slope stability*, John Wiley
4. Chowdhury, R.N. (1978), *Slope analysis*, Elsevier Scientific Publishing Company
5. Davis, E.H. and Booker, J.R. (1989), "The effect of increasing strength with depth on the bearing capacity of clay", *Geotechnique*, Vol.23, No.4, pp.551-563.
6. Duncan, J.M. (1996), "State of art: limit equilibrium and finite element method analysis of slope", *Journal of Geotechnical Engineerin*, Vol.22, No.7, pp.577-596.
7. Farias, M.M. and Naylor, D.J. (1998), "Safety analysis using Finite Elements", *Computer and Geotechnics*, Vol.22, No.2, pp. 165-181.
8. Griffiths, D.V. and Lane, P.A. (1999), "Slope stability analysis by finite elements", *Geotechnique*, Vol.49. No.3, pp.387-403.
9. Matsui, T. and San, K.C. (1990), "A hybrid slope stability analysis method with its application to reinforced slope cutting", *Soils and Foundations*, Vol.30, No.2, pp.79-88.
10. Naylor, D.J. (1999), "On the use of the FEM for assessing the stability of cuts and fills", *Numerical Models in Geomechanics NUMOGVII*, pp.553-560.
11. Program PCSTABL5M (1987), developed in Department of Civil Engineering, Purdue University.
12. Pasternack, S.C. and Gao, S. (1988), "Numerical methods in the stability analysis of slopes", *Computers and Structure*, Vol.30, No.3, pp.573-579.
13. Sarma, S.K. (1979), "Stability analysis of embankments and slopes", *Journal of the Geotechnical Engineering Division ASCE*, Vol.105, pp.1511-1524.
14. Smith, I.M. and Griffiths, D.V. (1988), *Programming the finite element method*, John Wiley.
15. Zienkiewicz, O.C. and Corneau, I.C. (1974), "Visco plasticity and creep in elastic soilids - unified numerical solution approach", *Int. J. Num. Meth. Eng.*, Vol.8, pp.821-845.
16. Zienkiewicz, O.C., Humpheson, C. and Lewis, R. (1975), "Associative and non-associative viscoplasticity and plasticity in soil mechanics", *Geotechniques*, Vol.25, No.4, pp.671-689.
17. Zienkiewicz O.C. and Pande, G.N. (1977), "Time dependent multilamiant model of rock: A numerical study of deformation and failure of rock masses", *Int. Journ. for Num. and Analy. Meth. in Geomechanics*, Vol.1, pp.219-247.

(접수일자 2004. 6. 22, 심사완료일 2004. 10. 8)