

혼합모델 U라인에서 작업할당과 투입순서 결정을 위한 유전알고리듬

- Genetic Algorithm for Balancing and Sequencing in
Mixed-model U-lines -

김 동 묵 *

Kim Dong Mook

Abstract

This paper presents a new method that can efficiently solve the integrated problem of line balancing and model sequencing in mixed-model U-lines (MMULs). Balancing and sequencing problems are important for an efficient use of MMULs and are tightly related with each other. However, in almost all the existing researches on mixed-model production lines, the two problems have been considered separately. A genetic algorithm for balancing and sequencing in mixed-model U line is proposed. A presentation method and genetic operators are proposed. Extensive experiments are carried out to analyze the performance of the proposed algorithm. The computational results show that the proposed algorithm is promising in solution quality.

Keyword : genetic algorithm, line balancing, sequencing, U-line, mixed-model

1. 서 론

본 연구에서는 혼합모델 U라인(mixed-model U-line: MMUL)에서의 작업할당과 투입순서 문제를 다룬다. MMUL은 U라인과 혼합모델 조립라인(mixed-model assembly line : MMAL)의 특성을 모두 갖는다. MMUL은 생산 라인이 U자 형태로 구부러져 있어서 제품이 투입되는 부분과 나오는 부분이 만나도록 설계되어 있다. 따라서 제품이 투입되는 정방향(forward)작업과 제품이 나오는 후방향(backward)

† 이 논문은 2002학년도 동신대학교 학술연구비에 의해 연구되었음.

* 동신대학교 E-비지니스학과

작업을 모두 하나의 작업장에서 수행할 수 있다. 그리고 여러 모델의 제품이 혼합되어 투입되기 때문에 작업장마다 다른 모델의 작업이 수행될 수 있다. 또한, 혼합모델 직선라인(mixed-model straight line: MMSL)에서와는 달리 사이클 타임 동안 하나의 작업장에서 다른 모델의 작업이 수행될 수 있다. 이는 U라인의 특성으로 인하여 하나의 작업장에 할당된 정방향 작업과 후방향 작업의 모델이 다를 수 있기 때문이다.

MMUL에서 작업할당과 투입순서를 결정하는 문제는 라인의 효율적인 이용을 위하여 중요하다[4]. 작업할당 문제는 제품을 생산하기 위해 여러 작업들을 선후행 계약을 어기지 않고 작업장에 할당하는 문제이며, 투입순서 문제는 작업장에 할당된 모델별 작업량을 기초로 하여 제품의 생산순서를 결정하는 문제이다.

MMUL에서 작업할당과 투입순서는 밀접한 관련성을 갖는다. 그럼에도 불구하고 기존 연구들은 대부분 두 문제를 독립적으로 다루거나, 전통적인 MMSL에 관한 연구이다. MMUL에서의 작업할당 문제를 다룬 연구로는 Sparling & Miltenberg[4]의 연구가 있다. 작업할당 문제와 투입순서 문제를 동시에 다룬 연구로는 공생(symbiotic) 진화알고리듬을 이용한 Kim Y.K.[3]의 연구와 내공생(endosymbiotic) 진화알고리듬을 이용한 김재윤[1]의 연구가 있다. 이들 연구에서는 작업장에 할당된 작업량 편차를 최소로 하는 즉 작업장간 작업량 평활화를 위한 문제를 다루었다.

본 연구에서는 MMUL에서 작업장 길이를 최소로 하는 작업할당과 투입순서를 동시에 구하는 기법을 제안하고자 한다. 이를 위하여 유전알고리듬을 사용하였으며, 주어진 문제의 해를 나타내는 개체의 표현방법과 유전연산자가 제안되었다. 특히, 효율적인 개체의 해석방법이 새롭게 개발되었다. 컴퓨터 실험을 통하여 제안된 알고리듬의 성능을 보였다.

2. MMUL에서의 작업할당과 투입순서 문제

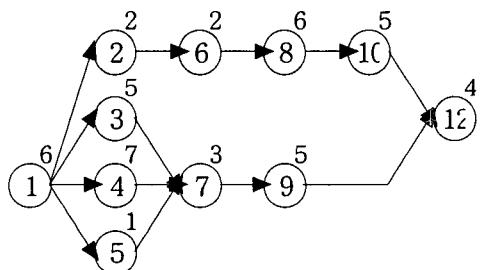
2.1 MMUL의 생산방식

MMUL에서는 전체 생산기간 동안의 모델별 생산량으로부터 최소부품집합(minimum part set : MPS)을 구하고 이를 정해진 투입순서에 따라 반복 생산하는 이를 생산을 혼히 사용한다[6]. 예를 들어, A, B, C 3개의 모델의 전체 계획 생산량이 각각 100, 150, 50 이라면, MPS는 최대공약수 50으로 각각을 나눈 (2, 3, 1)가 된다. MMUL에서는 이러한 MPS를 반복 생산하여 총 생산량을 만족한다.

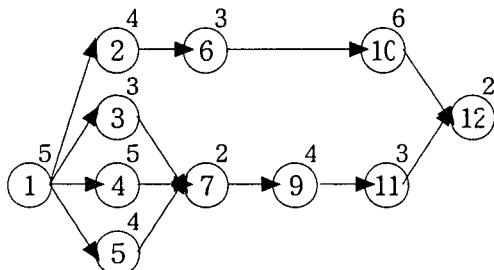
본 연구에서 다루는 작업할당과 투입순서 문제는 MPS를 기준으로 하며, 이는 혼합모델 조립라인에서 혼히 사용한다[2]. 그리고 작업자의 이동시간과 모델이 바뀌면서 발생하는 준비시간은 무시한다.

2.2 MMUL에서의 작업할당

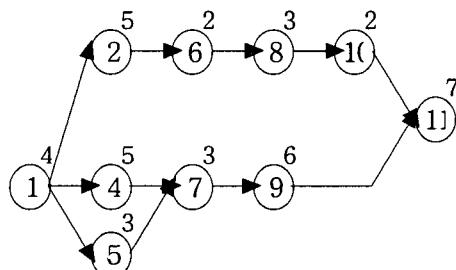
조립라인에서 작업할당은 작업들 간의 선후행 제약을 어기지 않고 작업장에 작업을 할당하는 문제이다. MMUL에서 작업들 간의 선후행 관계는 투입되는 모델들의 작업 선후행 관계를 결합한 결합선행공정도(combined precedence diagram)로 나타낼 수 있다. 결합선행공정도에서 각 작업의 작업시간은 MPS기간 동안의 해당 작업의 작업 시간 합으로 둔다. <그림 1>은 A, B, C 모델의 선행공정도와 이들의 MPS가 (2, 3, 1)일 때의 결합선행공정도를 보여주고 있다. a), b), c)는 각각 모델 A의 선행공정도이며, d)는 이들을 결합한 결합선행공정도이다. 결합선행공정도에서 작업 1의 작업시간은 $6 \times 2 + 5 \times 3 + 4 \times 1 = 31$. 각 모델의 작업 1의 작업시간에 모델에 해당하는 MPS 값 을 곱한 값들의 합으로 계산된다.



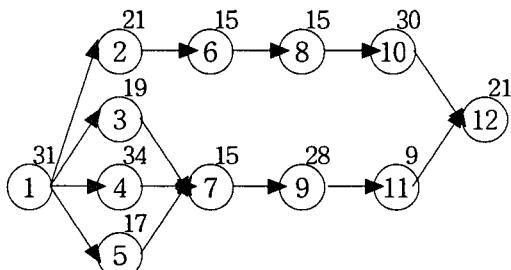
a) 모델 A 선행공정도



b) 모델 B 선행공정도



c) 모델 C 선행공정도



d) 결합선행공정도

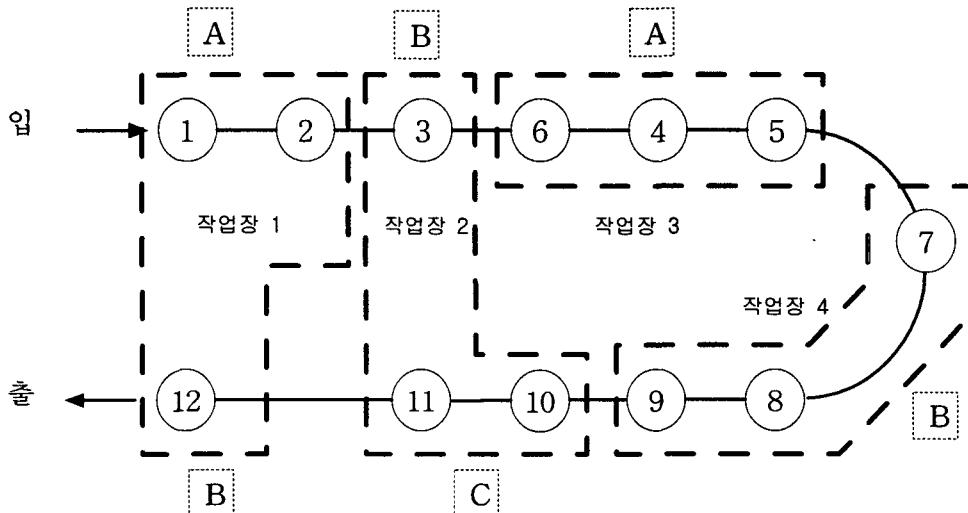
<그림 1> 결합선행공정도의 예

단일 모델 조립라인에서 작업할당 문제는 주로 사이클타임이 주어졌을 때 작업장 수의 최소화나, 작업장의 수가 정해졌을 때 사이클타임의 최소화를 목적으로 한다. MMUL에서 사이클타임은 제품투입 간격의 의미로 사용될 뿐, 각 작업장에 할당될 작

업량을 제한하지 않는다. 또한 각 작업장에서의 작업종료 시각이 할당된 작업량만으로 결정되지 않고 투입순서에 따라 다르다.

따라서 본 연구에서는 투입순서까지 고려하여 총 작업장 길이를 최소화하는 작업할당과 투입순서를 결정하는 문제를 다루고자 한다.

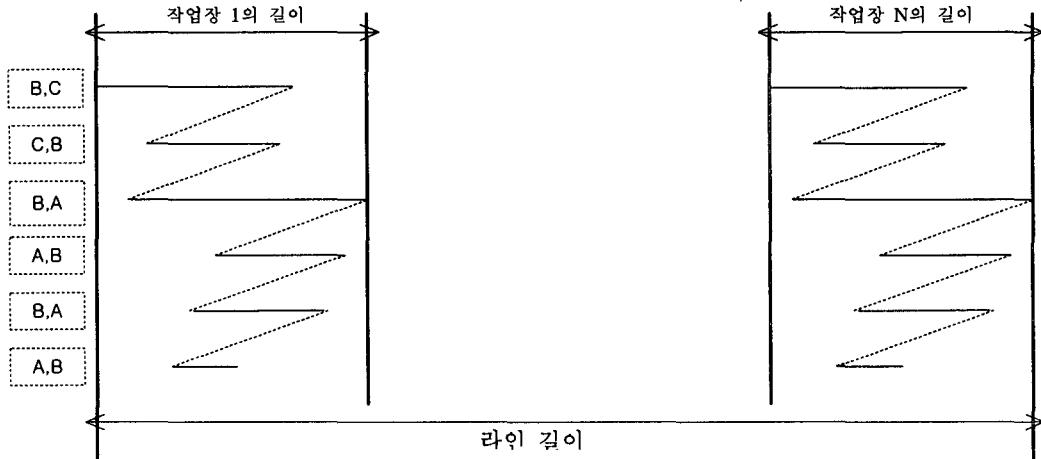
<그림 2>는 MMUL에서 3개의 모델의 제품을 B, C, B, A, B, A의 모델 순으로 투입할 때, 특정 사이클 동안 작업할당의 예를 보이고 있다. 작업장 1에서는 사이클 동안 모델 A와 B의 작업이 수행됨을 볼 수 있다.



<그림 2> MMUL에서 작업할당 예

2.3 MMUL에서의 투입순서

MMUL에서 투입순서 문제는 모델들의 투입 순서를 결정하는 문제이다. 투입순서 문제의 목적은 라인길이의 최소화(minimizing the overall line length), 완성시간의 최소화(minimizing the throughput time), 컨베이어 정지 위험 최소화(minimizing the risk of stopping the conveyor) 등이 있다. 본 연구에서는 라인길이의 최소화를 위한 투입순서 문제 다룬다. 작업장 길이의 최소화는 제품의 투입 간격을 줄여 생산량을 증가시킬 뿐 아니라 작업자의 여유시간을 크게 하여 애로 작업으로 인한 작업지연의 위험을 줄일 수 있다[2]. <그림 3>은 투입순서에 따른 라인길이를 보여준다.



< 그림 3 > 투입순서에 따른 라인길이

3. MMUL에서의 작업할당과 투입순서 문제를 위한 유전알고리듬

본 연구에서는 MMUL에서의 작업할당과 투입순서 문제를 해결하기 위하여 유전 알고리듬을 사용하였다. 이를 위한 표현과 유전연산자를 제시한다.

3.1 표 현

유전알고리듬에서 표현은 문제의 중요한 정보를 추출하고 이를 이용하여 가능해 공간을 효율적으로 탐색하는데 중요한 역할을 한다. 또한 유전연산자의 적용이 쉽고 다양한 해 공간을 탐색하도록 결정되어야 한다. 작업할당 문제의 해는 작업선후행 제약을 고려하여 작업장에 작업을 할당하는 순서에 의해 결정될 수 있고, 투입순서 또한 MPS기간 동안 투입되는 제품의 순서를 결정하는 문제이다. 즉, 두 문제 모두 작업 간 또는 투입 제품 간 상대적인 순서(relative order)가 해의 중요한 정보이다. 따라서 본 연구에서는 랜덤키(random key) 표현을 사용하여 해를 표현하였다. 랜덤키 표현은 개체의 요소를 임의의 수로 두는 방법으로 순열(permuation) 표현과 함께 순서를 표현하는데 사용되는 방법이다. 순열 표현에 비해 전통적인 1 점 교차(one point crossover)나 2 점 교차(two point crossover) 등의 유전연산자의 적용이 용이하다.

제안된 표현에서 개체는 작업할당의 해를 나타내는 부분과 투입순서를 나타내는 두 부분으로 나누어진다. 작업할당은 1부터 M 까지의 요소로 표현되며, 투입순서는 $M+1$ 부터 $M+K$ 까지의 요소로 표현된다. 첫 번째 부분의 i 번째 요소는 작업 i 의 작업 할당 우선순위를 나타내며, 두 번째 부분의 k 번째 요소는 MPS기간 동안 k 번째 투

입 모델의 투입 우선순위를 나타낸다. 개체의 모든 요소는 0부터 1까지의 실수로 표현된다. <그림 4>는 3개의 모델에 대한 MPS가 (2, 3, 1)이고, 각 모델의 작업 내용이 <그림 1>과 같을 때, 제안된 표현으로 나타낸 개체의 예이다. 앞 부분의 12개 요소는 작업할당을 나타내며, 뒷 부분의 6개 요소는 투입순서를 나타낸다.

0.1	0.3	0.4	0.6	0.6	0.5	0.3	0.9	0.8	0.1	0.3	0.2	0.2	0.9	0.4	0.1	0.7	0.3
-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----

<그림 4> 표현의 예

제안된 표현으로 생성된 개체를 평가하기 위해서는 이를 문제의 해로 해석해야 한다. 다음은 본 논문에서 개체를 해석하기 위하여 사용된 기호이다.

N : 작업장의 수.

M : 총 작업 수.

K : 모델의 수.

I : 작업의 집합.

J : 작업장 집합.

t_{ki} : 모델 k 의 작업 i 의 작업시간.

\hat{t}_i : MPS기간 동안 작업 i 의 총 작업시간.

T_j : MPS기간 동안 작업장 j 에 할당된 총 작업시간.

\bar{T} : MPS기간 동안 작업장에 할당된 작업시간의 평균, $\sum_{j=1}^N T_j/N$

P_i : 작업 i 의 미할당 선행 작업들의 집합.

S_i : 작업 i 의 미할당 후행 작업들의 집합.

R : 할당 가능 작업 집합.

먼저, 작업할당 부분을 해석한다. 이를 위한 절차는 다음과 같다.

단계 1: 작업장의 작업량의 상한(BT)을 $BT = \bar{T}$ 두고, 작업장 $j=1$ 을 생성한다.

단계 2: 모든 작업을 할당할 때까지 단계 3과 4를 반복한다.

단계 3: $j < N$ 이면, $R = i \in I \mid (P_i = \phi \text{ or } S_i = \phi) \text{ and } \hat{t}_i \leq BT - T_j$

$j = N$ 이면, $R = i \in I \mid (P_i = \phi \text{ or } S_i = \phi)$ 구한다.

단계 4: $R = \phi$ 이면, 새로운 작업장 $j=j+1$ 을 생성하고 단계 3으로 간다.

그렇지 않으면, R 에 속한 작업 중 개체의 요소 값이 가장 작은 작업을 작업장에 할당한다.

단계 5: $BT = \min_{j=1, \dots, N-1} T_j^+$ 를 구한다.

T_j^+ 는 작업장 j 에 할당된 총 작업시간에 $j+1$ 번째 작업장에 할당된 첫 번째 작업의 작업 시간을 더한 값이다. $T_N \leq BT$ 이면 종료하고, 그렇지 않으면, 단계 2로 간다.

MMUL에서 모델별 선행제약이 <그림 1>과 같고 MPS가 (2, 3, 1)일 때 작업장이 4개이면, <그림 4>에 나타난 개체의 작업할당은 다음과 같이 해석된다.

단계 1: $BT = 255/4 = 63.8$ 로 두고, $j = 1$.

단계 2:

j	$BT - T_j$	R	요소값	j'	할당	T_j
1	63.8	{1, 12}	{0.1, 0.2}	1	{1}	31
1	32.8	{2, 3, 4, 5, 12}	{0.3, 0.4, 0.7, 0.6, 0.2}	12	{1, 12}	52
1	11.8	{11}	{0.3}	11	{1, 12, 11}	61
2	63.8	{2, 3, 4, 5, 9, 10}	{0.3, 0.4, 0.7, 0.6, 0.8, 0.1}	10	{10}	30
2	33.8	{2, 3, 5, 8, 9}	{0.3, 0.4, 0.6, 0.9, 0.8}	2	{10, 2}	51
3	63.8	{3, 4, 5, 6, 8, 9}	{0.3, 0.7, 0.6, 0.5, 0.9, 0.8}	3	{3}	19
3	44.8	{4, 5, 6, 8, 9}	{0.7, 0.6, 0.5, 0.9, 0.8}	6	{3, 6}	34
3	29.8	{5, 8, 9}	{0.6, 0.9, 0.8}	5	{3, 6, 5}	51
4		{4, 8, 9}	{0.7, 0.9, 0.8}	4	{4}	34
4		{7, 8, 9}	{0.3, 0.9, 0.8}	7	{4, 7}	49
4		{8, 9}	{0.9, 0.8}	9	{4, 7, 9}	77
4		{8}	{0.9}	8	{4, 7, 9, 8}	92

단계 5: $T_4 = 92$, $T_j^+ = \{91 = 61 + 30, 70 = 51 + 19, 85 = 51 + 34\}$ 이므로, $BT = 70$.

단계 2:

j	$BT - T_j$	R	요소값	j'	할당	T_j
1	70	{1, 12}	{0.1, 0.2}	1	{1}	31
1	39	{2, 3, 4, 5, 12}	{0.3, 0.4, 0.7, 0.6, 0.2}	12	{1, 12}	52
1	18	{5, 11}	{0.6, 0.3}	11	{1, 12, 11}	61
2	70	{2, 3, 4, 5, 9, 10}	{0.3, 0.4, 0.7, 0.6, 0.8, 0.1}	10	{10}	30
2	40	{2, 3, 4, 5, 8, 9}	{0.3, 0.4, 0.7, 0.6, 0.9, 0.8}	2	{10, 2}	51
2	19	{3, 5, 6, 8}	{0.4, 0.6, 0.5, 0.9}	3	{10, 2, 3}	70
3	70	{4, 5, 6, 8, 9}	{0.7, 0.6, 0.5, 0.9, 0.8}	6	{6}	15
3	55	{4, 5, 8, 9}	{0.7, 0.6, 0.9, 0.8}	5	{6, 5}	32
3	38	{4, 8, 9}	{0.7, 0.9, 0.8}	4	{6, 5, 4}	66
4		{7, 8, 9}	{0.3, 0.9, 0.8}	7	{7}	15
4		{8, 9}	{0.9, 0.8}	9	{7, 9}	43
4		{8}	{0.9}	8	{7, 9, 8}	58

단계 5: $T_4 = 58$, $T_j^+ = \{91=61+30, 85=70+15, 81=66+15\}$, $BT=81$ 이다. $T_4 < BT$ 이므로, 개체의 작업할당 부분의 해석을 마친다. 그 결과, 각 작업장에는 {1, 12, 11}, {10, 2, 3}, {6, 5, 4}, {7, 9, 8}의 작업이 할당된다.

개체의 투입순서 부분의 해석은 투입될 모델의 제품을 차례로 나열하고, 개체의 요소 값이 작은 것부터 차례로 투입한다고 해석한다. <그림 4>에 나타난 개체의 투입 순서 부분을 해석해 보자. MPS기간 동안 투입될 모델의 제품을 차례로 나열하면 AABBBC이 된다. 개체의 투입순서 부분에서 가장 작은 값은 0.1로 4 번째 제품이므로 B가 되고, 그 다음은 1 번째 제품인 A가 된다. 이와 같은 방법으로 모두 나열하면, 투입순서는 BACBBA로 해석된다.

3.2 유전연산자

유전알고리듬에서 해의 진화는 유전연산자에 의해 이루어진다. 유전연산자에는 교차(crossover)와 돌연변이(mutation)가 있다. 교차는 두 개체의 요소를 서로 교환하여, 해의 정보를 추출하고 이를 서로 결합함으로써 효율적인 해의 탐색이 가능하게 한다. 돌연변이는 개체의 요소에 임의적 변화를 줌으로써 해의 정보를 변화시켜 다양한 해의 탐색이 가능하게 한다. 이러한 유전연산자는 해의 정보를 크게 파괴하지 않고, 다음 세대에 전파하도록 선택되어 한다.

본 연구에서는 수정된 2 점 교차변이를 제안한다. 먼저, 제안된 표현에서 작업할당과 투입순서를 나누는 경계에 교차점 1개를 고정하고, 같은 비율로 작업할당 부분과 투입순서 부분을 선택하여 임의의 교차점 1개를 선택하도록 하였다. 이는 유전연산이 특정 문제에 편중되어 적용되는 것을 방지하는 효과가 있다. <그림 5>는 교차 연산자의 적용 예이다.

$P1 = [0.1 0.3 0.4 0.6 0.6 0.5 0.3 0.9 0.8 0.1 0.3 0.2 0.2 0.9 0.4 0.1 0.7 0.5]$	
$P2 = [0.7 0.2 0.5 0.6 0.1 0.2 0.4 0.9 0.7 0.5 0.9 0.1 0.1 0.2 0.3 0.7 0.2 0.3]$	
$O1 = [0.1 0.3 0.4 0.6 0.6 0.2 0.4 0.9 0.7 0.5 0.9 0.1 0.2 0.9 0.4 0.1 0.7 0.5]$	
$O2 = [0.7 0.2 0.5 0.6 0.1 0.5 0.3 0.9 0.8 0.1 0.3 0.2 0.1 0.2 0.3 0.7 0.2 0.3]$	

♂1 ♂1 ♀1

♀2 ♀3 ♀4

<그림 5> 교차 연산자의 적용 예

그리고 돌연변이 연산자로는 개체의 각 요소를 돌연변이율에 따라 선택하고 0과 1 사이의 임의의 수로 교체하는 전통적인 방법을 그대로 사용하였다.

4. 실험

제안된 알고리듬의 성능을 보이기 위하여, 컴퓨터 실험을 실시하였다. 실험 대상 문제는 김재윤[1]의 연구에서 실험되었던 문제를 사용하였다. 작업이 19개인 문제(T19), 61개인 문제(K61), 111개인 문제(A111)에 MPS를 각각 (2, 3, 1), (3, 1 ,4 ,2), (3, 1, 4, 2, 3)인 문제를 대상으로 실험하였다. 각 문제에 여러 작업장의 수에 대해 실험하였다.

실험에서 유전 파라미터는 예비 실험을 통하여, 각 문제에 대해 <표 1>과 같이 설정하였고, < 표 2 >은 각 문제에 대해 30회 반복 실험한 결과로서, 첫 번째 열은 문제 이름, 두 번째 열은 작업장의 수, 세 번째부터 마지막까지의 열은 구해진 해의 라인 길이의 평균과 가장 좋은 해와 가장 나쁜 해, 그리고 표준편차를 보여준다. 평균에 비해 표준편차가 상대적으로 작음을 알 수 있다. 이로써 제안된 알고리듬이 안정적으로 좋은 해를 탐색하는 것으로 보인다. 본 연구에서 다루는 라인길이 최소화를 위한 작업 할당과 투입순서를 동시에 고려한 기존 연구는 아직까지 없으므로, 다른 연구와의 비교 분석을 보일 수 없었다.

< 표 1 > 유전파라미터

문제	모집단 크기	교차율	돌연변이율
T19	10	0.9	0.10
K61	30	0.8	0.10
A111	50	0.8	0.15

< 표 2 > 제안된 알고리듬의 성능

problem	N	mean	best	worst	s.d.
T19	5	7.33	7.20	7.55	0.123
K61		115.00	113.80	116.30	0.700
K61		117.30	114.30	119.30	1.390
K61		119.30	115.70	122.30	2.000
A111		155886.00	154221.00	157011.00	707.000
A111		156656.00	155087.00	157800.00	951.000
A111		157313.00	155904.00	158474.00	828.000
A111		157017.00	155072.00	158321.00	966.000
A111	18	159523.00	156464.00	161669.00	1301.000
A111	27	198168.00	186070.00	212636.00	7298.000

5. 결 론

본 연구에서는 혼합모델 U라인(mixed-model U-line: MMUL)에서 라인 길이의 최소화를 위한 작업할당과 투입순서 문제를 동시에 해결하는 유전알고리듬을 제안하였다. 라인 길이의 최소화는 사이클 타임을 줄이는 효과가 있기 때문에 각 작업장의 작업량의 편차를 줄이는 효과를 기대할 수 있다. 다루는 문제에 적합한 유전알고리듬의 표현 방법으로 랜덤키 표현을 사용하였고, 이를 위한 효율적인 개체의 해석법이 새롭게 개발되었다. 랜덤키의 표현은 전통적인 유전연산자의 적용이 용이하게 하였다. 제안된 알고리듬의 성능을 보이기 컴퓨터 실험을 실시하였다.

6. 참 고 문 헌

- [1] 김재윤, 김여근, “진화알고리듬을 이용한 혼합모델 U라인의 작업할당과 투입순서 결정”, 대한산업공학회/한국경영과학회 춘계공동학술대회, 한국과학기술원 대덕캠퍼스, 2002..
- [2] Bard, J.F., Dar-El, E.M., and Shtub, A., “An analytic framework for sequencing mixed model assembly lines”, International Journal of Production Research, Vol. 30, pp. 35-48, 1992.
- [3] Kim, Y.K., Kim, S.J., and Kim J.Y., “Balancing and sequencing mixed-model U-lines with a co-evolutionary algorithm”, Production Planning and Control, Vol. 11, pp. 754-764. 2000.
- [4] Sparling, D. and Miltenburg, J., “The mixed-model U-line balancing problem”, International Journal of Production Research, Vol. 36, pp. 485-501, 1998.
- [5] Syswerda, G., “A study of reproduction in generational and steady-state genetic algorithms”, Foundations of Genetic Algorithms, 94-101, 1991.
- [6] Thomopoulos, N.T., Line balancing-sequencing for mixed-model assembly, Management Science, Vol. 14, pp. 59-75, 1967.

저자소개

김동묵 : 동국대학교 공업경영학과를 졸업하고 한국과학기술원 산업공학과에서 석사, 전남대학교 산업공학과에서 박사학위를 취득하였다. 현재 동신대학교 e-비지니스학과에서 교수로 재직하고 있다. 주요 관심분야는 Genetic Algorithm의 응용 및 확장, 조립라인의 설계와 분석, 경제성공학, 연구개발관리 등이다.