

## 초등수학에 대한 예비교사들의 이해: 분수의 곱셈을 중심으로<sup>1)</sup>

오 영 열\*

본 연구는 초등예비교사들이 초등수학에 대한 전문성을 기르는데 필수적인 요인으로써 초등수학에 대한 이들의 이해도를 알아보는데 그 목적이 있다. 이를 위해서 분수의 곱셈에 대한 계산, 의미 파악, 문제 상황 제시 및 표상의 측면에서 현재 교육대학교 3학년 학생들을 대상으로 본 연구를 실시하였다. 본 연구의 결과 대다수의 초등예비교사들은 분수의 곱셈에 대한 계산에는 거의 어려움이 없었으나, 의미 파악과 문제 상황 제시에 있어서는 동수누가의 원리가 적용되는 경우를 제외하고는 상당한 어려움을 느끼고 있었다. 마찬가지로, 분수의 곱셈을 그림을 이용하여 표현하는데 있어서도 대다수의 경우 동수누가의 원리가 직접적으로 적용될 수 있는 경우인 승수가 자연수인 경우를 제외하고는 적절한 방식으로 표현하는데 큰 어려움을 겪고 있는 것으로 드러났다. 본 연구는 진정한 교직의 전문성은 수업에 대한 전문성에서 비롯되며, 이는 초등예비교사들이 초등수학에 대한 전문성을 확보할 때 비로소 수업관행의 근본적인 변화를 이룰 수 있다는 것을 시사한다. 따라서 교실에서의 수학 수업의 질적 향상을 위해서는 초등수학에 대한 깊이 있는 이해가 선행되어야 한다.

### 1. 서 론

교사의 지식에 관한 연구는 지난 15년 동안 교수 및 교사교육에서 수학교육자들로부터 가장 주목 받아온 연구 주제이다. 실제 Ball, Lubienski, 그리고 Mewborn(2001)의 조사에 의하면, 이 기간 동안에 출판된 수학 교수·학습 분야에 관한 논문의 약 50%는 교실 수업 개선과 관련한 수학교사에 대한 것이었으며, 그리고 약 15%는 교사의 신념과 지식에 관한 것이었다고 보고하고 있다. 이와 같이 교사의 지식이 연구자들로부터 큰 관심을 끌게 된 때

경은 교사의 지식이 교실에서의 수업과 학생들의 학습의 질에 영향을 미치는 가장 중요한 요인이라고 하는 공통된 인식과 더불어 수학을 잘 가르치기 위해서 교사에게 요구되는 지식은 과연 어떠한 것인가에 대한 연구자들의 관심이 라고 하겠다(Shulman, 1986; Fennema & Franke, 1992).

수학교과에 대한 교사의 지식과 그 역할에 대한 연구들은 다양한 접근에서 이루어졌다. 어떤 연구(Leinhardt, 1989; Livingston & Borko, 1990)들은 숙련된 교사와 초보 교사의 차이점을 중심으로 숙련된 교사의 특징을 이해하려고 노력하였다. 그러나 이러한 연구들이 교사의

\* 광주교육대학교(yyoh@gnue.ac.kr)

1) 본 연구는 2003학년도 광주교육대학교 초등교육연구원의 지원에 의한 것임.

수학적 지식의 특징을 상세하게 기술하는 데는 상당한 공헌을 하였으나, 수학을 잘 가르치기 위해 어떠한 연구들이 요구되는지에 대해서는 한계를 보였다. 또 다른 연구(Cooney, 1985; Ernest, 1989; Thompson, 1992; Raymond, 1997; Franke, Fennema, & Carpenter, 1997)들은 수학 및 수학 교수·학습에 대한 교사들의 신념에 대한 연구들을 들 수 있는데, 이러한 일련의 연구들은 교사들의 신념이 교실에서의 수업에 어떠한 영향을 미치는지에 초점을 맞추었다. 주목할만한 또 다른 시각의 연구(Shulman, 1986; Carpenter, Fennema, Peterson, & Carey, 1988; Ball, 1990-a, 1991, 1993; Post, Harel, Behr, & Lesh, 1991; Simon, 1993; Even & Tirosh, 1995; Carpenter, Fennema, & Franke, 1996; Swafford, Jones, & Thornton, 1997; Ma, 1999)들은 현직 및 예비교사들의 수학교과 관련지식에 대한 연구를 들 수 있다. 이러한 연구들의 핵심은 교사들이 수학에 대해 어떻게 생각하고 있으며, 수학 교과 내용을 어느 정도 그리고 어떻게 이해하고 있는지를 탐색하는데 그 초점이 있다.

초등수학에 대해 많은 사람들이 갖고 있는 일반적인 생각은 ‘초등학교 수학은 누구나 가르칠 수 있을 만큼 쉽다’라는 것이다(Ball, 1990-b). 초등수학에 대한 이러한 인식은 ‘수학을 안다는 것은 수학 문제를 풀고 정답을 찾을 수 있는 것’이라고 하는 수학에 대한 전통적인 관념에서 비롯된 것이다. 그러나 위에서 언급한 몇몇 경험적인 연구들에 의하면 비록 초등 예비교사들과 현직교사들이 초등수학 문제를 절차적으로는 해결하는 데는 어려움이 없었으나, 매우 간단한 초등수학에 대해서조차 그 이면에 담겨져 있는 의미를 이해하지 못한 것으로 알려져 있다. 이러한 현상은 고등학교 수준의 수학만으로는 초등예비교사들이 초등수학을

가르치는데 한계가 있으며, 또한 초등수학의 아이디어에 대한 근본적인 개념적 이해가 부족한데 원인이 있다. 초등수학에 대한 이러한 현실은 단지 미국의 경우에만 해당하는 것은 아닐 것이다. 우리나라의 교실 현장을 들여다보면, 여전히 많은 교사들은 한정된 시간 내에 정답을 찾아내기 위해 절차적 지식이나 기능을 강조함으로써 수학에 대한 기계적 학습을 강조하고 있으며, 그 결과 학생들이 수학적 개념을 접할 수 있는 기회는 점점 줄어들게 된다. 따라서 수학교과 내용에 대한 교사의 지식 부족은 교실에서의 수업의 질과 직접적인 연관성이 있으며, 이는 결국 학생들의 학습에 심대하게 영향을 미친다는 면에서 매우 중요하다고 하겠다. 초등수학에서 분수의 곱셈은 규칙을 알고 있는 학생들은 누구나 쉽게 연산을 수행할 수 있다. 그러나 이러한 규칙에만 의존한다면 분수의 곱셈에 담겨 있는 뜻을 이해하기는 매우 어려울 것이다. 마찬가지로 교사들도 분수의 곱셈을 기계적인 방식으로는 쉽게 가르칠 수 있으나 분수의 곱셈의 의미를 자연수의 곱셈과 연관지어서 개념적으로 깊이 있게 이해하지 못한다면, 초등수학을 전문적으로 가르치기에는 많은 어려움이 따를 것이라는 것을 선행 연구들은 말해주고 있다. 이에 본 연구에서는 분수의 곱셈을 중심으로 초등수학에 대한 초등예비 교사들의 이해를 살펴보고자 한다.

## II. 이론적 배경

### 1. 교사의 수학적 지식

Fennema와 Franke(1992)는 교사의 지식은 교실에서의 수업과 궁극적으로는 학생들의 학습

에 영향을 미치는 가장 중요한 요인이라고 주장한다. 이는 교실에서 수학을 잘 가르치고 결과적으로 학생들의 수학 학습을 질적으로 더욱 풍부하게 하기 위해서는 수학 교과에 대한 교사의 깊이 있는 이해가 매우 중요하다는 것을 의미한다. 수학 수업에 있어서 지식의 중요성은 또한 효과적인 수학 수업을 위해서 수학에 대한 교사들의 충분한 이해를 강조한 NCTM (2000)의 교수원리에도 잘 나타나 있다. 이렇듯 수업에 있어 지식의 중요성에 대한 연구자들 사이의 일반적인 동의에도 불구하고, 그러나 어떠한 종류의 지식이 요구되는지에 대해서는 여전히 논란의 여지가 존재한다(Ball, Lubienski, & Mewborn, 2001).

교사의 지식에 대한 연구는 지식을 어떻게 정의하느냐에 따라 변천해 왔다. 이 문제에 대한 최초의 접근 방법은 수업에 대한 수학적 지식과 기능은 필수적이라는 가정 아래서 주로 교사의 특성에 초점을 맞추어왔다. 1970년대에 교사의 지식과 수업 및 학생들의 수학 학업 성취도 사이의 관계를 규명하기 위해 주로 사용된 이러한 연구에서는 교사의 지식을 대학에서 수강한 수학 과목의 수, 취득 학위, 또는 자격증과 같은 지표로써 교사의 지식을 규정하였다. 그러나 교사의 지식과 학업 성취도 사이의 관계를 분석하기 위해 메타분석을 한 Begle (1979)의 연구 결과는 이들 둘 사이에 어떠한 유의미한 관계도 없는 것으로 판명됨으로써 이러한 연구들의 방법론적 한계를 드러내었다. 이러한 Begle의 연구 결과는 ‘교과에 대해 교사가 더 많이 알면 알수록 수업에 더욱 효과적일 것’이라고 하는 믿음은 ‘효과적인 수업을 위해서 교사에게 요구되는 것은 어떠한 종류의 지식인가’로 수정되어야 한다는 것을 암시한다.

1980년대 이후 지향되고 있는 지식에 대한

또 다른 접근은 교사가 아닌 교사의 지식에 초점을 맞추고 있다. 교사의 지식에 대한 이러한 연구들은 주로 교수법적 내용 지식과 학생들의 수학 학습 방법에 대한 지식 등에 토대를 두고 있다. 특히, Shulman(1986)은 교사가 지녀야 할 중요한 지식으로써의 교수법적 내용지식에 대해 수학적 아이디어에 대한 표상 능력을 제안하고 있으며, 이러한 종류의 지식은 또한 수학 교사를 수학자와 구별 짓게 해줌으로써 교사들에게 매우 유용하고 필요한 지식이라고 주장한다. 이러한 시각에서 접근한 많은 연구들은 수업에 유용한 교사의 수학적 지식을 교과 내용에 관한 지식(Hiebert & Lefevre, 1986; Ball, 1991; Post, Harel, Behr, & Lesh, 1991)과 수학에 관한 지식(Ball, 1991)에 초점을 두어왔다. 교과 내용에 관한 지식은 분수와 같은 특정한 주제, 곱셈이나 나눗셈 등과 같은 절차, 수학적 개념 그리고 이들 사이의 관계에 대한 이해를 포함하고 있다. 반면에 수학에 관한 지식은 수학을 안다는 것과 이해한다는 것의 의미와 같은 수학적 지식의 본질에 초점을 맞추고 있다.

수학교육에서 교사의 지식에 대한 다수의 연구들(Ball, 1990-a; Ma, 1999; Ball, Lubienski, & Mewborn, 2001)은 다수의 초등학교교사들뿐만 아니라 초등예비교사들도 초등수학에 대한 이해가 부족하다고 지적하고 있다. 이러한 연구들은 교사들의 수학 수업에 대한 전문성을 높이기 위해서는 초등수학의 근본적인 개념에 대한 깊이 있는 지식이 교사들에게 요구된다고 주장한다.

## 2. 선행연구 고찰: 곱셈과 분수를 중심으로

곱셈에 관한 교사들의 지식에 관한 연구들은

우선적으로 여러 자릿수의 곱셈을 정확하게 수행하기 위해 요구되는 알고리즘에 대한 교사들의 이해에 대한 연구를 들 수 있다. 이에 대한 연구들(Ball, 1991; Greer, 1992; Ma, 1999)에 의하면 비록 교사들은 계산을 통하여 정확한 답을 구할 수는 있었으나, 자릿값의 개념에 대해서는 설명할 수 없었다. 예를 들어, Ball은 연구에 참여한 초등예비교사들은 여러 자릿수의 곱셈을 하기 위해 주로 절차적 지식에 의존하는 경향이 있었으며, 절차에 대한 개념적 토대가 없는 이러한 절차적 지식은 대부분 편법적인 것이었다고 지적한다.

또한 수학적 지식에 대한 교사들의 개념적 이해를 알아보기 위해 초등교사와 중등교사를 비교한 Ball(1991)의 연구도 주목을 받았다. 이 연구에 의하면 많은 중등예비교사들도 예상과 달리 개념적 이해와 절차를 정당화 하는데 어려움을 갖고 있는 것으로 드러났다. 예를 들어, 곱셈에 대한 초등예비교사와 중등예비교사들의 개념적 지식을 비교한 결과 비록 중등예비교사들이 정답을 찾아내는 데는 더욱 성공적이었으나, 절차적 규칙에 담겨져 있는 의미를 정당화하거나 그 의미를 다양한 상황들과 연결시키지는 못하였다. 이러한 연구 결과는 교사교육 프로그램이 예비교사들에게 수학적 개념을 이해할 수 있는 기회를 제공하지 못하고 있으며, 또한 대학에서 수학 수업을 많이 듣는 것이 이러한 것을 보증하지는 못한다는 것을 시사하고 있다.

곱셈에 대한 또 다른 주목할만한 연구로는 곱셈의 모델에 대한 연구로써 곱셈의 상황적 의미에 대한 연구와 곱셈식 계산에 대한 학생들의 오개념에 대한 연구를 들 수 있다. Greer(1992) 등에 의하면, 일반적으로 곱셈의 의미는 동수누가의 개념, 영역 모델, 그리고 순서쌍 모델로 해석될 수 있으며, 특히 곱셈의 의

미는 동수누가의 개념을 우선으로 한다고 언급하고 있다. 분수의 곱셈에 대한 문헌 연구를 통해 Greer는 곱셈의 계산에 대해 장애가 되는 학생들의 사고가 존재하며, 그 대표적인 것으로서 ‘곱셈은 항상 커지고 나눗셈은 작아진다’라고 하는 오개념을 제시하고 있다. 그러나 그는 곱셈에 대한 이러한 오개념은 초등예비교사뿐만 아니라 현직교사에게도 널리 퍼져 있다는 것을 지적한다.

한편 분수에 대한 교사들의 지식은 자연수의 영역에 대한 교사들의 지식에 비해 상대적으로 매우 취약한 것으로 일반적으로 알려져 있다. 예를 들어, 218명의 교사들을 대상으로 분수에 대한 내용지식과 교수법적 지식을 설문문을 통해 조사한 Post와 그의 동료들(1991)의 연구에 의하면 약 10-25%의 교사들은 분수에 대한 기초적인 계산에 어려움을 가지고 있으며 또한 연구에 참여한 교사들의 약 50%는 문장제 문제를 해결할 수 없었다. 또한 수학을 가르칠 때 교사들이 자연수에 대한 지식을 분수의 영역으로 지나치게 일반화 하는 경향으로 인해 수학 수업에서 분수에 대한 오개념의 원인이 된다는 것도 알려져 있다(Leinhardt & Smith, 1985; Greer, 1992; Ball, Lubienski, & Mewborn, 2001). 실제 Leinhardt와 Smith는 교실에서 ‘곱셈의 결과는 항상 증가한다’라고 생각하는 교사의 수업을 관찰한 결과, 분수의 곱셈에 대한 지도에서 당황해하는 것을 관찰할 수 있었다.

특히 분수의 곱셈과 관련하여 사람들이 느끼는 일반적인 어려움은 자연수 범위를 분수의 상황으로 확장할 때 발생하게 되는 ‘승수효과(multiplier effect)’ 때문이다(De Corte, Verschaffel, & Van Coillie, 1988, p. 203). 이러한 승수효과는 승수(multiplier)와 피승수(multiplicand)의 관계에서 흔히 승수가 1보다 작은 분수일 때 나타난다.

### III. 연구 방법

#### 1. 연구 대상

본 연구의 조사 대상은 비수도권에 위치한 교육대학교 3학년 과정에 있는 초등예비교사들으로써, 이들이 이 연구에 참여하기 전까지 수강한 수학 관련 과목은 교양과정으로써 수학 2학점과 교직전공 과정으로써 수학과 교육 2학점으로 총 4학점이었다. 본 연구에 참여한 초등예비교사들은 전체 12개 학과 중에서 3개 학과를 선정하여 총 115명(남 30명, 여 85명)이 최종적으로 본 연구에 참여하였으며, 이들 연구 참여자의 분수의 곱셈과 관련한 지식을 알아보기 위한 자료는 2003년도 2학기에 수집되었다.

특히, 연구 참여자 선정에 있어서 수학과 학생들은 배제하였는데 그 이유는 수학과 학생들의 수학에 대한 이해도가 일반적인 다른 학과의 학생들보다 더 높을 것으로 예상됨에 따라 연구 결과에 영향을 미칠 수 있을 것으로 판단되었기 때문이다.

#### 2. 검사 도구

초등예비교사들의 분수의 곱셈에 대한 이해도를 알아보기 위해 사용된 검사도구는 이 주제와 관련한 선행연구, 제 7차 초등학교 수학 교육과정, 그리고 본인의 경험을 바탕으로 제작되었다. 검사문항은 초등학교 5학년 과정의 분수의 곱셈 단원에 제시되어 있는 주제들 가운데서 (진분수 $\times$ 자연수), (자연수 $\times$ 진분수), (진분수 $\times$ 진분수), (대분수 $\times$ 진분수) 네 문항으로 구성되어 있으며, 각 문항은 다시 계산, 의미 파악, 문제 상황 진술, 그리고 표상 등 네 개의

하위문항으로 구성되어 있다.

#### 3. 자료 분석

본 연구의 자료 분석은 먼저 초등예비교사들의 분수의 곱셈에 대한 이해도와 관련한 네 개의 변인(계산, 의미, 문제 상황, 표상)에 대해 SPSS WIN 10.07을 이용한 기술적 통계분석과 변인들 간의 상관관계 분석에 초점을 맞추었으며, 다음으로 각 문항에 대한 문항 분석을 위해 응답자들의 반응을 분석하였다. 그러나 각 문항에 대한 신뢰도 검증을 위해 Cronbach의 알파( $\alpha$ )를 적용하였으며, 그 결과 전체 문항에 대한 신뢰도는 .81으로써 상당히 높은 결과를 얻었다.

먼저 통계적인 기술적 분석을 위해 주어진 네 문항의 분수의 곱셈에 대한 계산, 의미 파악, 문제 상황 제시, 표상에 대한 응답자들의 반응 분석을 위해 코딩기법을 적용하였다. 각 문항에 대한 일관성 있는 코딩을 위해 계산, 의미 파악, 문제 상황 진술에 대해서 '정답'으로 처리될 경우는 1, '오답'으로 처리될 경우는 0으로 코딩하였다. 그리고 분수의 곱셈에 대한 예비교사들의 표상 능력을 알아보기 위한 분석을 위해서는 선행 연구에서 적용된 코딩 기법을 적용하였다(Ball, 1990-a). 그 결과 표상에 대한 분석을 위해 주어진 문항을 그림으로 '적절하게 표현할 경우'는 2, '부적절하게 표현할 경우'는 1, 그리고 '전혀 표현하지 못할 경우'는 0으로 코딩하였다. 이러한 통계적 분석 결과를 보완하기 위해 각 문항에 대한 응답자들의 사례를 제시하였다. 한편, 상관관계 분석은 분수의 곱셈에 대한 초등예비교사들의 계산, 의미 파악, 문제 상황 제시, 그리고 표상 능력 간의 상호 인과관계를 파악하는데 그 목적이 있다.

#### IV. 연구 결과

##### 1. 분수의 곱셈에 대한 계산, 의미 파악, 문제 상황 능력 분석 결과

분수의 곱셈에 대한 초등예비교사들의 지식을 알아보기 위하여 네 가지 형태의 분수의 곱셈식에 대해 각각 정답을 계산하고, 각 문항의 의미를 제시하며, 적절한 문제 상황을 만들도록 요구하였다. 각 문항별 응답 결과는 아래의 <표 IV-1>에 요약 제시되어 있다.

##### 가. 분수의 곱셈에 대한 계산 결과

초등예비교사들의 분수의 곱셈에 대한 연산 능력을 알아보기 위해 제시한 네 가지 형태의 문항에 대한 정답률은 ④번 문항의 (대분수×진분수)의 경우를 제외하고는 전체 115명의 응답자들 중에서 약 90% 이상으로써 매우 높은 것으로 나타났다. 그러나 ④번 문항에 대한 정답률은 85% 정도로써 다른 문항에 비해 다소 떨어지는 것을 알 수 있었는데, 그 대표적인 오류 유형으로써  $\frac{6}{8}$ 으로 답한 경우를 관찰할 수 있었다.

##### 나. 곱셈식의 의미 이해도

분수의 곱셈에 담겨져 있는 의미를 파악하는 것은 학생들이 분수의 곱셈에 대한 개념을 이해할 수 있도록 가르치는데 매우 중요한 요소이다. 위의 <표 IV-1>에 제시된 것처럼 주어진 네 문항의 분수의 곱셈에 대한 의미를 초등예비교사들에게 진술하도록 한 응답 결과를 보면 ①번 문항에 대한 정답률은 전체 115명의 응답자들 중에서 81.7%로써 매우 높은 반면에 ③, ④번에 대한 정답률은 30%를 약간 넘는 수준으로써 급격히 떨어지는 현상을 알 수 있었다.

①번 문항은 가장 보편적인 곱셈의 개념인 ‘동수누가’의 의미로 해석될 수 있으며, 이는 자연수 범위에서와 마찬가지로 분수의 범위에서도 동일하게 해석되기 때문에 대다수의 응답자들이 그 의미를 파악하는데 어려움이 없었다. 그러나 ②, ③, ④번 문항에 동수누가의 개념을 직접적으로 적용하기에는 어려움이 따른다. 다시 말해서 이들 문항에 대해서는 ‘~의 얼마’ 또는 ‘3을 4등분 한 것 중에서 3부분’이라는 의미로 해석하는 것이 타당하다(Lamon, 2001; Wu, 2001).

이와 같이 승수가 자연수가 아닌 1보다 작은 분수로 확장되는 경우에는 동수누가의 개념과

<표 IV-1> 문항별 분석 결과

단위: 명수(%)

		계산	의미	문제 상황
①	$\frac{2}{5} \times 3$	109 (94.8)	94 (81.7)	76 (66.1)
②	$3 \times \frac{3}{4}$	108 (94.0)	59 (51.3)	57 (49.6)
③	$\frac{3}{4} \times \frac{5}{7}$	107 (93.0)	38 (33.0)	58 (50.4)
④	$2\frac{1}{2} \times \frac{3}{4}$	98 (85.2)	37 (32.2)	56 (48.7)

서로 양립할 수 없기 때문에 초등예비교사들이 그 의미를 파악하는데 어려움을 겪게 된다(De Corte, Verschaffel, & Van Coillie, 1988). 곱셈에서 승수가 1보다 작아지는 경우에는 그 결과가 피승수보다 작아지기 때문에, ‘곱셈은 항상 증가한다’라고 하는 곱셈에 대한 기존 관념이 분수로 확장될 경우에 적용되지 않음에 따라 그 의미를 파악하는데 더 큰 어려움이 존재한다. 특히, 많은 초등예비교사들은 그들이 자연수 범위에서의 곱셈에 대한 대표적인 개념인 동수누가의 의미를 분수의 범위까지 지나치게 일반화하려는 경향이 있었다.

#### 다. 문제 상황 제시 분석 결과

본 연구에서는 분수의 곱셈에 대한 계산과 의미 이해를 초등예비교사들이 문장제 문제 상황으로 연결시킬 수 있는지를 알아보기 위해

제시한 네 가지 유형의 분수의 곱셈에 적절한 문제 상황을 제시하거나 또는 문장제 문제를 제시하도록 요구하였다. 그 결과 위의 <표 IV-1>에 제시된 것처럼 ①번 문항에 대해서 전체 115의 초등예비교사들 중에서 76명이 정확하게 제시함으로써 66.1%의 정답률을 나타냈다. 이는 네 문제에 대한 응답 결과 가장 높은 정답률로써, 이 문항에 대해 대다수의 응답자들은 물, 우유, 사과, 피자, 또는. 길이와 같은 실생활과 관련된 구체물을 이용하는 상황을 제시하였다. 아래의 <표 IV-2>는 네 가지 유형의 분수의 곱셈에 적절한 문제 상황을 제시한 예이다.

한편, ②, ③, ④번 문항에 대해서는 응답자의 약 50% 정도만이 적절한 문장제 상황을 제시할 수 있었으며, 이는 ①번 문항에 비해 정답률이 상당히 떨어진 것이다. 이들 문항의 문제 상황에 대한 예비교사들의 응답 결과에서

<표 IV-2> 문제 상황 제시의 예

	문 제	문제 상황 예시
①	$\frac{2}{5} \times 3$	- $\frac{2}{5}$ ℓ씩 담겨있는 우유가 3병 있을 때 모두 합하면 얼마인가? - 피자 세 판을 각각 5조각으로 나누어서 세 사람이 각각 2조각씩을 먹었다. 먹은 피자의 양은 모두 얼마인가?
②	$3 \times \frac{3}{4}$	- 3ℓ의 물을 네 사람이 똑같이 나누어 마실 때 세 사람이 먹은 물의 양은 모두 얼마인가? - 유신이는 리본 3m를 4조각으로 똑같이 나누어 그 중 3개를 가지고 선물을 포장했다. 유신이가 쓴 리본의 길이는?
③	$\frac{3}{4} \times \frac{5}{7}$	- 가로가 $\frac{3}{4}$ m이고 세로가 $\frac{5}{7}$ m인 땅의 넓이는? - 영신이는 종이 1m를 네 조각으로 나누어 그 중 3개를 가진 뒤, 각각을 7등분하여 그 중 5개를 취한 것의 길이는?
④	$2\frac{1}{2} \times \frac{3}{4}$	- $2\frac{1}{2}$ ℓ의 우유를 4개의 컵에 똑같이 나누었을 때 3컵에 들어있는 우유를 모두 합친 양은? - 가로 길이 2 $\frac{1}{2}$ m이고 세로 길이 $\frac{3}{4}$ m인 땅의 넓이는? - 사과가 2개 반이 있다. 4명에서 똑같이 나누어 먹었을 때 세 명이 먹은 양은?

①번과 다른 점은 위의 <표 IV-2>에서도 알 수 있듯이 곱셈에 대한 영역 모델을 적용할 수 있는 상황을 제시하고 있다는 점이다. 이와 같이 승수가 분수인 곱셈의 개념을 지도하기 위해서는 영역 모델에 적합한 문제 상황을 제시하는 것이 적절하다(Greer, 1992; Graeber & Tanenhaus, 1993).

①번과는 달리 ②, ③, ④번 문항에 대한 적절한 문제 상황을 제시하는데 예비교사들이 어려움을 겪는 것은 앞의 <표 IV-1>의 결과에서 알 수 있는 것처럼 분수의 곱셈의 이면에 담겨져 있는 의미를 정확하게 이해하지 못하면서 그 원인을 추정해볼 수 있을 것이다. 앞에서 설명한 것처럼, 비록 대다수의 예비교사들이 절차적 지식에 의존해서 분수의 곱셈에 대한 정답을 찾아내는 절차적 지식에는 익숙해 있지만, 이를 실생활에서의 문제 상황과 연결짓는 데는 어려움을 느끼고 있음을 알 수 있다.

## 2. 분수의 곱셈에 대한 표상 분석 결과

수학 교수·학습에서 표상의 역할은 이미 많은 연구들을 통해서 그 중요성이 널리 알려져 있다. Shulman(1986)은 표상에 대해 ‘교수법적 내용 지식’의 가장 유용한 형태라고 규정한 바 있으며, Lamon(2001)에 의하면 학생들이 어떤

것을 이해하고 있는지를 판단할 수 있도록 하고 또한 교사가 이미 알고 있는 것의 효율적 전달을 위한 중요한 매체 역할을 한다고 표상의 중요성을 언급한 바 있다. 특히 수학 교수·학습에서 표상의 역할에 대해 Greeno와 Hall(1997)은 표상은 수학적 사고를 위한 강력한 도구이며, 수학적 아이디어를 구체화 할 수 있도록 해줄 뿐만 아니라 효율적인 의사소통의 도구이며, 수학에 대한 학습자의 이해를 돕는다고 강조한다.

따라서 본 연구에서는 초등예비교사들의 분수의 곱셈에 대한 이해도를 알아보기 위해서 앞에서 제시한 네 개의 문항의 의미를 그림이나 표 등을 이용해서 표현해보도록 하였다. 그 응답 분석 결과는 아래의 <표 IV-3>에 요약 제시되어 있다.

### 가. ①번 문항의 표상 분석 결과

①번 문항과 같은 (진분수×자연수) 형태의 곱셈에 대한 표상 응답 결과를 보면 전체 115명의 초등예비교사들 중에서 92명인 80%의 응답자들이 적절하게 그림을 이용하여 표현하였으며, 부적절하게 표현한 응답자는 약 17%였다.

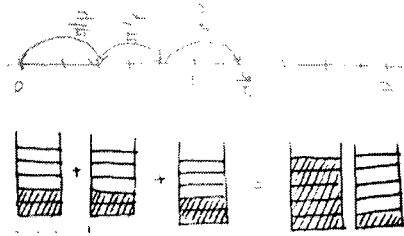
반면에 전혀 그림으로 나타낼 수 없는 경우는 약 3%에 불과하였다.

<표 IV-3> 분수의 곱셈에 대한 표상 결과

단위: 명(%)

		표상 불능	부적절한 표상	적절한 표상
①	$\frac{2}{5} \times 3$	3 (2.6)	20 (17.4)	92 (80.0)
②	$3 \times \frac{3}{4}$	10 (8.7)	61 (53.0)	44 (38.3)
③	$\frac{3}{4} \times \frac{5}{7}$	20 (17.4)	63 (54.8)	32 (27.8)
④	$\frac{1}{2} \times \frac{3}{4}$	31 (27.0)	63 (54.8)	21 (18.2)

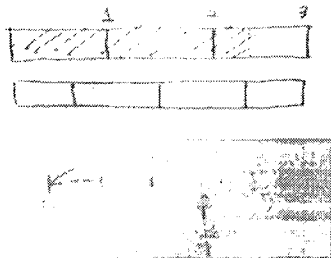




위의 그림에서와 같이 초등예비교사들은 ①번 문항에 대해  $\frac{2}{5}$ 를 세 번 반복해서 더한다는 의미를 전달하기 위해 수직선, 직사각형, 원 등을 이용한 연속량 모델을 가장 보편적으로 사용하였다. 그러나 구슬과 같은 이산량을 사용하여 주어진 식의 의미를 표현하는 경우도 소수 있었으며, 문제의 상황에 맞게 실제 상황을 그림을 이용하여 더욱 구체적으로 표현함으로써 의미를 전달하려고 한 응답자들도 다수 있었다.

#### 나. ②번 문항의 표상 분석 결과

②번 문항과 같이 (자연수×진분수) 형태의 곱셈에 대한 표상 응답 결과를 보면 전체 응답자의 38.3%만이 적절하게 그림으로 표현할 수 있었으며, 과반수이상의 응답자들은 부적절한 형태로 표현하였다. 이 문항에 대한 초등예비교사들의 표상 결과는 ①번 문항의 정답률에 비해 현저하게 떨어진 것을 알 수 있다.



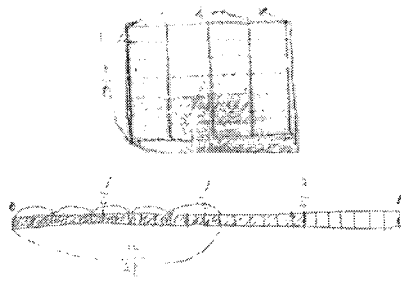
적절하게 그림으로 표현한 일반적인 경우를 보면 직사각형이나 원 모형 또는 수직선 모형

등을 이용하여 3단위 전체를 4등분한 것 중에서 세 부분을 취하는 형식이다. 따라서 이러한 접근은 앞에서 설명한 것처럼 ②번 문항에 대한 의미를 정확하게 이해함으로써 그 의미를 충실하게 전달할 수 있다.

그러나 ②번 문항을 부적절하게 그림으로 표현한 대다수의 응답자들은 ①번 문항에서처럼 원 모형이나 직사각형 모형 등을 이용하여  $\frac{3}{4}$ 을 세 번 더하는 방식으로 표현하였다. 이러한 부적절한 표상은 초등예비교사들이 승수가 분수인 곱셈의 개념을 정확하게 이해하지 못했다는 것을 의미하며, 이는 결국 수학 수업을 통하여 학생들이 정확한 수학적 개념을 이해할 수 있는 기회를 제한하는 결과를 초래하게 된다.

#### 다. ③번 문항의 표상 분석 결과

<표 IV-3>에 제시된 것처럼 (진분수×진분수) 형태의 곱셈을 초등예비교사들에게 그림을 이용하여 표현하도록 요구한 결과를 보면, 적절하게 표현한 응답자는 32명으로써 27.8%에 지나지 않는다. 또한 부적절하게 표현한 경우와 전혀 그림으로 나타낼 수 없는 응답자는 각각 54.8%와 17.4%를 나타냈다. 이러한 결과는 앞의 ①번 문항은 물론이고 ②번 문항에 대한 정답률에 비해서도 많이 낮아진 것을 알 수 있다.

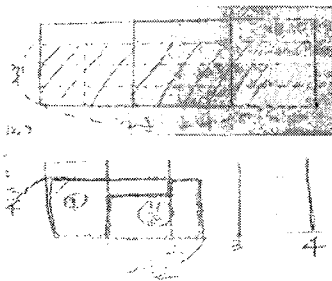


③번 문항은 일반적으로 곱셈의 가장 기본적인 개념인 동수누가의 의미를 직접적으로 적용

하기 어려운 경우이다. 오히려 ②번 문항의 경우처럼 ‘~의 얼마’ 또는 ‘~을 얼마로 나눈 것 중에서 얼마’와 같은 의미로 해석될 수 있다. 따라서 이를 그림으로 자연스럽게 표현하기 위해서는 위에 제시된 것처럼 직사각형을 이용한 영역모델이나 수직선을 이용하여 표현할 수 있다.

#### 라. ④번 문항 분석 결과

(대분수×진분수) 형태의 ④번 문항에 대한 초등예비교사들의 표상 분석 결과는 전체 115명의 응답자들 중에서 20명만이 정확하게 그림으로 표현함에 따라서 정답률이 가장 낮았다. 반면에 부적절하게 나타낸 경우와 전혀 그림으로 표현하지 못한 경우는 54.8%와 27%로 나타남에 따라서 전혀 표현할 수 없었던 응답자의 수는 ①번 문항에 비해 현저하게 증가한 것을 알 수 있다.



이처럼 이 문항의 표상에 대한 정답률이 낮은 것은 먼저 앞의 <표 IV-1>의 결과에서 알 수 있듯이 본 문항에 대한 초등예비교사들의 개념

적 이해도가 다른 문항에 비해 상대적으로 떨어진 데서 원인을 추정해 볼 수 있을 것이다. 그 결과로써 적절한 문제의 상황을 만들어 낸 응답자의 비율이 동수누가의 개념이 적용된 문항에 비해 상대적으로 낮음을 알 수 있었다. (대분수×진분수) 형태의 본 문항을 그림을 이용해서 적절하게 표현하기 위해서는 일반적으로 위에 제시된 것처럼 직사각형과 같은 곱셈의 영역모델을 이용하는 것이 적절하다. 그러나 본 문항의 개념을 부적절하게 그림으로 표현한 대다수의 응답자들은 직사각형이나 수직선 등을 이용하여 본 문항의 분수의 곱셈에 대한 의미를 표현하려고 하였으나 어떻게 그 개념을 전달할 수 있는지에 대한 아이디어가 부족한 것으로 판단되었다.

### 3. 상관관계의 분석 결과

본 연구에서는 초등예비교사들의 분수의 곱셈에 대한 이해도와 관련된 네 가지 요인들 간의 관계를 알아보기 위해 상관관계 분석을 실시하였으며, 그 결과는 아래의 <표 IV-4>에 제시되어 있다.

먼저 <표 IV-4>에서 주목해 볼 수 있는 것은 분수의 곱셈에 대한 예비교사들의 표상과 문제 상황 제시 능력 간의 상관관계가 .526으로써 가장 높게 나타나고 있으며, 계산 및 의미 이해와의 상관관계도 각각 .423과 .344로써 통계적으로 유의미한 관계를 보이고 있다. 그 밖에

<표 IV-4> 요인들 간의 상관관계 분석

	계산	의미	문제 상황	표상
계산	1			
의미	.116	1		
문제 상황	.367**	.448**	1	
표상	.423**	.344**	.526**	1

\*\*p<.001

분수의 곱셈의 상황에 적절한 문제 상황 제시 능력은 계산 및 분수의 곱셈의 개념적 이해와의 상관관계가 각각 .367과 .448로써 매우 유의미한 관계를 보여주고 있다.

이와 같은 상관관계 분석 결과는 수학적 개념을 적절하게 그림으로 표현해 낼 수 있는 능력은 정확한 계산뿐만 아니라 기초적인 초등수학에 담겨져 있는 의미 이해와 적절한 문제 상황을 제시할 수 있는 능력과 밀접하게 연관이 되어 있다는 것을 의미한다. 따라서 문제 ②, ③, ④번에서와 같이 승수가 1보다 작은 분수의 곱셈에 대한 초등예비교사들의 표상 능력이 동수누가의 개념이 직접적으로 적용될 수 있는 첫 번째 문항에 비교해서 현저하게 떨어지는 것은 그러한 분수의 곱셈에 담겨져 있는 의미에 대한 이해 부족 및 적절한 문제 상황을 제시할 수 있는 능력의 부족과 깊이 있게 연관되어 있다고 하겠다.

## V. 결론 및 제언

교사의 수학 교과에 대한 지식은 교실에서의 수학 수업의 질과 학생들의 수학 학습의 질에 영향을 미치는 가장 중요한 변인이라는 데는 이의가 없다. 그러나 앞서서도 논의한 것처럼 교사에게 어떠한 수학적 지식이 요구되는가는 지난 수십 년 동안 크게 변화해 온 것이 사실이며, 그 결과로써 수학 교과를 전문적으로 가르치기 위해 요구되는 교과관련 지식이 교사에게 요구된다고 알려져 있다. 따라서 본 연구에서는 초등수학에 대한 전문성을 갖추기 위해 요구되는 초등예비교사들이 초등수학에 대해 얼마나 깊이 있는 이해를 하고 있는지를 알기 위해 분수의 곱셈에 대한 이들의 개념적 이해도를 연구하게 되었다. 그 결과 다음과 같은

사실들을 알 수 있었다.

첫째, 본 연구에 참여한 예비교사들은 분수의 곱셈에 대한 계산 능력은 뛰어나지만 곱셈식에 내포되어 있는 개념적 이해가 부족한 관계로 이를 문제 상황과 연결짓는데 한계를 보이고 있다. 대다수의 초등예비교사들은 간단한 형태의 분수의 곱셈(승수가 자연수인 경우)에 대해서는 곱셈식의 계산에 담겨져 있는 의미를 이해하고 있었기 때문에 이를 문제 상황과 연결시키는데 별로 어려움이 없었다. 그러나 승수가 분수로 바뀔 경우의 분수의 곱셈의 의미에 대한 예비교사들의 이해도는 현저히 떨어졌다. 이러한 이면에는 많은 예비교사들이 자연수에서의 곱셈의 개념을 분수의 상황으로 확장하는데 어려움을 갖고 있다는 것을 의미하며, 그 결과 분수의 곱셈식에 적절한 문제 상황을 만들어 내는데 상당한 어려움을 갖고 있다는 것을 본 연구 결과는 말해주고 있다.

둘째, 본 연구에 참여한 초등예비교사들의 분수의 곱셈에 대한 표상은 동수누가의 개념이 적용되는 경우를 제외하고는 매우 어려워하는 것을 알 수 있었다. 특히, 예비교사들은 승수가 분수인 분수의 곱셈을 그림으로 적절하게 표현하는데 어려움을 갖고 있었는데 이러한 현상은 분수의 곱셈에 대한 근본적인 이해가 부족함때 그 원인이 있다. 표상은 교사들로 하여금 수학적 개념을 학생들이 이해하기 쉽게 효과적으로 가르칠 수 있도록 도움을 주는 매우 유용한 지식일 뿐만 아니라 또한 매우 효과적인 의사소통의 도구이기도 하다. 그러나 표상에 대한 지식은 수학에 대한 근본적인 개념과 연결이 될 때 그 의미를 지니게 된다. 따라서 본 연구 결과 드러난 초등예비교사들의 분수의 곱셈에 대한 개념적 이해의 부족 및 표상 능력의 한계는 이들이 초등수학을 전문적으로 가르칠 수 있는 준비가 아직 미흡하다는 것을 의미한다.

진정한 교직의 전문성은 수업에 대한 전문성에서 비롯되며, 초등예비교사들이 수학 수업에 대한 전문성을 기르기 위해서는 필수적으로 초등수학에 대한 깊이 있는 지식이 요구된다. 따라서 본 연구 결과를 바탕으로 초등수학에 대한 초등예비교사들의 전문성 신장을 위해서 다음과 같은 제언을 하고자 한다.

먼저, '초등수학은 가르치기 쉽다'라고 하는 초등수학에 대한 예비교사들의 신념은 변화해야 한다. 수학이란 무엇인가와 수학을 어떻게 가르쳐야 하는가에 대한 신념은 상당부분 초·중·고등학교를 거치면서 형성된다. '수학 문제를 풀 수 있으면 가르칠 수 있다'라고 하는 수학에 대한 교사들의 전통적인 신념은 실제 교실에서의 수업 관행에 직접적으로 영향을 미친다고 볼 때 매우 염려되는 부분이다. 따라서 교실에서의 수학 수업에 대한 근본적인 질적 향상을 위해 초등예비교사들의 수학에 대한 깊이 있는 이해를 바탕으로 초등수학에 대한 관점의 변화가 요구된다고 하겠다.

다음으로 초등예비교사들이 초등수학의 근본적인 개념을 깊이 있게 이해할 수 있도록 예비교사교육 프로그램이 개선되어야 한다. 예를 들어, 분수의 곱셈에 대한 다양한 의미를 깊이 있게 이해하기 위해 구체물 등을 이용하여 직접 그 의미를 탐구해 볼 수 있는 기회를 예비교사들에게 제공해야 한다. 본 연구에서 알 수 있듯이, 많은 초등예비교사들은 여전히 자연수 영역에서의 곱셈의 개념을 분수의 영역으로 확장하는데 지나치게 일반화하는 경향을 가지고 있을 뿐만 아니라 분수의 곱셈에 대한 계산 절차를 문제 상황과 표상으로 연결시키는데 어려움을 가지고 있었다. 따라서 예비교사 교육 프로그램은 이들이 학습자으로써 분수의 곱셈에 대한 개념을 직접 체험해 볼 수 있는 기회를 제공해야 한다.

마지막으로 초등예비교사들의 수학 수업에 대한 질적인 향상을 위해 예비교사 교육 프로그램의 개선이 요구된다. 현재 교대에서 예비교사들이 필수적으로 취득해야 하는 수학 관련 학점은 일반적으로 교양수학 2학점과 초등수학 교육론 5학점으로써 약 7학점에 불과하다. 이는 초등학교 교육과정에서 수학의 중요성을 고려해 볼 때 현저히 평가 절하되어 있다는 것을 의미하며, 그 결과 초등예비교사들이 초등수학을 더욱 깊이 있게 배울 수 있는 기회는 근본적으로 제한되게 된다. 이는 결국 이들 예비교사들이 교실에서 수학을 가르칠 때 과거 자신들이 배웠던 방식을 답습하게 됨으로써 악순환이 반복되는 결과를 낳게 된다.

## 참고문헌

- Ball, D. L. (1990a). Prospective elementary and secondary teachers' understanding of division. *Journal for Research in Mathematics Education*, 21(2), 132-144.
- Ball, D. L. (1990b). The mathematical understanding that prospective teachers bring to teacher education. *The Elementary School Journal*, 90(4), 449-467.
- Ball, D. L. (1991). Research on teaching mathematics: Making subject-matter knowledge part of the equation. In J. Brophy (Ed.), *Advances in research on teaching: Vol. 2. Teacher's subject matter knowledge and classroom instruction* (pp. 1-48). Greenwich, CT: JAI Press.
- Ball, D. L. (1993). With an eye on the mathematical horizon: Dilemmas of teaching elementary school mathematics. *The*

- Elementary School Journal*, 93(4), 373-398.
- Ball, D. L., Lubienski, S. T., & Mewborn, D. S. (2001). Research on teaching mathematics: The unsolved problem of teachers' mathematical knowledge. In V. Richardson (Ed.), *Handbook of research on teaching* (pp. 433-456). Washington, D.C.: American Educational Research Association.
- Begle, E. G. (1979). *Critical variables in mathematics education: Findings from a survey of the empirical literature*. Washington, DC: National Council of Teachers of Mathematics.
- Carpenter, T. P., Fennema, E., & Franke, M. L. (1996). Cognitively guided instruction: A knowledge base for reform in primary mathematics instruction. *The Elementary School Journal*, 97(1), 3-20.
- Carpenter, T. P., Fennema, E., Peterson, P. L., & Carey, D. A. (1988). Teachers' pedagogical content knowledge of students' problem solving in elementary arithmetic. *Journal for Research in Mathematics Education*, 19(5), 385-401.
- Cooney, T. J. (1985). A beginning teacher's view of problem solving. *Journal for Research in Mathematics Education*, 16(5), 324-333.
- De Corte, E., Verschaffel, L., & Van Coillie, V. (1988). Influence of number size, problem structure and response mode on children's solutions of multiplication word problems. *Journal for Research of Mathematical Behavior*, 7, 197-216.
- Ernest, P. (1989). The knowledge, beliefs and attitudes of the mathematics teacher: A model. *Journal of Education for Teaching*, 15(1), 13-33.
- Even, R., & Tirosh, D. (1995). Subject-matter knowledge and knowledge about student as sources of teacher presentations of the subject-matter. *Educational Studies in Mathematics*, 29, 1-20.
- Fennema, E., & Franke, M. L. (1992). Teachers' knowledge and its impact. In D. A. Grouws (Ed.), *Handbook of research on mathematics teaching and learning* (pp. 147-164). New York: Macmillan.
- Franke, M., Fennema, E., & Carpenter, T. (1997). Changing teachers: Interactions between beliefs and classroom practice. In E. Fennema & B. S. Nelson (Eds.), *Mathematics teachers in transition* (pp. 225-282). Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.
- Graeber, A. O., & Tanenhaus, E. (1993). Multiplication and division: From whole numbers to rational numbers. In D. T. Owens (Ed.), *Research ideas for the classroom: Middle grades mathematics* (pp. 99-117). New York: Macmillan Publishing.
- Greer, B. (1992). Multiplication and division as models of situations. In D. A. Grouws (Ed.), *Handbook of research on mathematics teaching and learning* (pp. 276-295). New York: Macmillan.
- Greeno, J. G., & Hall, R. P. (1997). Practicing representation learning with and about representational forms. *Phi Delta Kappan*, 79, 361-367.
- Hiebert, J., & Lefevre, P. (1986). Conceptual and procedural knowledge. In J. Hiebert

- (Ed.), *Conceptual and procedural knowledge: The case of mathematics* (pp. 1-27). Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.
- Lamon, S. J. (2001). Presenting and representing: From fractions to rational numbers. In A. A. Cuoco & F. R. Curcio (Eds.), *The roles of representation in school mathematics: 2001 Yearbook* (pp. 146-165). Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.
- Leinhardt, C. (1989). Math lessons: A contrast of novice and expert competence. *Journal for Research in Mathematics Education*, 20(1), 52-75.
- Leinhardt, G., & Smith, D. A. (1985). Expertise in mathematics instruction: Subject matter knowledge. *Journal for Research of Educational Psychology*, 77(3), 247-271.
- Livingston, C., & Borko, H. (1990). High school mathematics review lessons: Expert-novice distinctions. *Journal for Research in Mathematics Education*, 21(5), 372-387.
- Ma, L. (1999). *Knowing and teaching elementary mathematics: Teachers' understanding of fundamental mathematics in China and the United States*. Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.
- National Council of Teachers of Mathematics. (2000). *Principles and standards for school mathematics*. Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.
- Post, P. L., Harel, G., Behr, M. J., & Lesh, R. (1991). Intermediate teachers' knowledge of rational number concepts. In E. Fennema, T. P. Carpenter, & S. J. Lamon (Eds.), *Integrating research teaching and learning mathematics* (pp. 177-198). Albany, NY: SUNY Press.
- Raymond, A. M. (1997). Inconsistency between a beginning elementary teacher's mathematics beliefs and teaching practice. *Journal for Research in Mathematics Education*, 28(5), 550-576.
- Shulman, L. S. (1986). Those who understand: Knowledge growth in teaching. *Educational Researcher*, 15(2), 4-14.
- Simon, M. A. (1993). Prospective elementary teachers' knowledge of division. *Journal for Research in Mathematics Education*, 24(3), 233-254.
- Swafford, J. O., Jones, G. A., & Thornton, C. A. (1997). Increased knowledge in geometry and instructional practice. *Journal for Research in Mathematics Education*, 28(4), 469-483.
- Thompson, A. G. (1992). Teachers' beliefs and conceptions: A synthesis of the research. In D. A. Grouws (Ed.), *Handbook of research on mathematics teaching and learning* (pp. 127-146). New York: Macmillan.
- Wu, Z. (2001). Multiplying fractions. *Teaching Children Mathematics*, 8(3), 174-177.

# 'Preservice Teachers' Understanding about Elementary Mathematics: Focused on Multiplication with Fractions

Oh, Young youl (Gwangju National University of Education)

The purpose of this study is to understand Preservice elementary teachers' knowledge about multiplication of fractions by focusing on their computation abilities, understanding of meanings, generating appropriate problem contexts and representations. A total of 115 preservice elementary teachers participated in the present study. The results of this study indicated that most of preservice elementary teachers have little difficulty in computing multiplication of fractions for right answers, but they have big difficulty in understanding meanings and generating appropriate problem contexts for multiplication of fractions when

the multiplier is not an integer, called "multiplier effect." Likewise, the rate of appropriate representations surprisingly decreased for multiplication of fractions when the multiplier is not an integer. The findings also point out that an ability to make problem contexts is highly correlated with representations and meanings. This study implies that teacher education programs need to improve preservice elementary teachers' profound understanding of elementary mathematics in order to fundamentally improve the quality of teaching practices in classrooms.

\* key words: preservice elementary teachers(초등예비교사), multiplication with fractions(분수의 곱셈), knowledge(지식), multiplication(곱셈), representation(표상)

논문접수 : 2004. 8. 19

심사완료 : 2004. 9. 1