
플리커 위상시간 잡음 생성에 관한 연구

최승국* · 이기영*

A Study on Generation of Flicker Phase Time Noise

Seung-kuk Choi* . Ki-Young Lee*

본 연구는 한국과학재단 지정 인천대학교 멀티미디어연구센터의 지원으로 수행되었음

요 약

통신장비 내에 들어 있는 클럭들에서 발생하는 위상시간에러의 성분 중에 플리커 잡음이 큰 비중을 차지한다. 본 논문에서는 먼저 주파수 안정도에 대한 측정표준을 설명한다. 그리고 백색잡음으로부터 플리커 잡음을 컴퓨터로 생성시키는 알고리즘을 소개하고 분석한다. 특히 알고리즘의 파라미터 중에서 단수 및 시정수비와 잡음 생성 대역폭의 관계를 규명한다. 이러한 관계를 이용하여 컴퓨터로 위상시간에러를 생성한다.

ABSTRACT

Main component of phase time error of clocks in communication systems is flicker noise. This paper describes computer simulation algorithm of clock error. First, the standard for clock stability is introduced. Flicker noise is generated from white noise sequences by means of an algorithm. Relation between stage number, time constant and bandwidth are introduced. With the help of this algorithm, flicker noise is generated.

키워드

클럭안정도, 플리커 위상시간 잡음, 잡음생성 알고리즘

1. 서 론

백색 위상시간 잡음(white phase time error)의 전력스펙트럼밀도 $S_y(f)$ 는 주파수에 관계없이 그 크기가 일정하다. 반면에 플리커(flicker) 위상시간 잡음의 전력 스펙트럼 밀도는 f^{-1} 에 비례하여 그 크기가 변한다. 백색 잡음 프로세스에서 플리커 잡음을 생성시킬 수 있는 방법에 대한 연구가 Kartschoff[1]와 Barnes[2]등에 의하여 연구되었

다. 플리커 잡음은 아주 낮은 주파수 성분까지를 가지므로 시간 영역 상에서는 매우 긴 시간동안 관측하여야한다. 이러한 성질의 플리커 잡음을 생성하려면 방대한 컴퓨터 메모리 크기와 계산량이 요구된다. Barnes는 작은 메모리 사용과 함께 효율적으로 플리커 잡음을 생성하는 알고리즘을 제안하였는데 본 논문에서는 Barnes의 알고리즘에서 단수(stage number), 시정수비(time constant ratio), 플리커 잡음 생성 대역폭 사이의 관계를 규명하여

더욱 효율적으로 플리커 잡음을 생성하고자 한다.

II. 클럭 안정도

주파수 안정도의 측정에 대한 연구는 최근 30년 전부터 이루어져 왔으며 많은 논문이 발표되었다 [3,4]. 일반적으로 클럭 신호는 다음 식 (1)과 같이 전압이 정현파적으로 변하는 시간함수로 정의 되어진다.

$$u'(t) = U_0 \sin(2\pi\nu_0 t) \quad (1)$$

이러한 클럭 신호에 위상잡음(jitter)이 있는 경우, 클럭 신호는 다시 다음 식 (2)와 같이 정의 된다.

$$u(t) = U_0 \sin(2\pi\nu_0 t + \phi(t)) \quad (2)$$

여기서 ν_0 는 클럭 신호의 기준주파수이며, $\phi(t)$ 는 규칙적 및 불규칙적으로 변하는 위상함수(위상잡음)를 나타내게 된다. 클럭 신호 $u(t)$ 의 순시주파수(instantaneous frequency) $\nu(t)$ 는 다음 식 (3)과 같이 구해진다.

$$\nu(t) = \nu_0 + \frac{1}{2\pi} \frac{d\phi}{dt} \quad (3)$$

식 (3)으로 부터 기준주파수 ν_0 에 대한 클럭 신호 $u(t)$ 의 순시주파수편차 $Y(t)$ 는 다음 식 (4)와 같이 정의 된다.

$$Y(t) = \nu(t) - \nu_0 = \frac{1}{2\pi} \frac{d\phi}{dt} \quad (4)$$

순시주파수편차 $Y(t)$ 를 기준주파수 ν_0 로 나눔에 의해서 정규화된(normalized) 순시주파수편차 $y(t)$ 를 다음 식(5)와 같이 구할 수 있다.

$$y(t) = \frac{1}{2\pi\nu_0} \frac{d\phi}{dt} \quad (5)$$

만일 클럭이 이상적인 표준시계와 동기되었다가 $t' = 0$ 인 순간부터 $t' = t$ 때까지 자유발전(free

running)했을 때 시간편차는 주파수편차를 적분함에 의해 다음 식(6)과 같이 구해진다.

$$x(t) = \int_0^t y(t') dt' = \frac{\phi(t)}{2\pi\nu_0} \quad (6)$$

이때 $y(t)$ 는 단위가 없고(dimensionless), $x(t)$ 는 시간의 단위를 갖고 있는데 위상시간(phase time)이라 불리우며 시간편차를 나타낸다. $t = t_k$ 인 시간부터 $t = t_k + \tau$ 인 시간까지의 평균 주파수 편차는 $t = t_k$ 인 순간의 시간편차와 $t = t_k + \tau$ 인 순간의 시간편차를 여러번 측정함에 의해 다음 식 (7)과 같이 얻어진다.

$$\overline{y_k(t_k, \tau)} = \frac{1}{\tau} (x(t_k + \tau) - x(t_k)) \quad (7)$$

주파수편차 $y(t)$ 가 ergodic하고, wide sense stationary한 경우, 자기상관함수 $R_y(\tau)$ 는 다음 식 (8)과 같이 정의된다.

$$R_y(\tau) = \frac{1}{N} \int_N y(t)y(t-\tau) dt = \langle y(t)y(t-\tau) \rangle \quad (8)$$

이때 $\langle \rangle$ 는 앙상블평균(ensemble average)을 나타낸다. 주파수편차 $y(t)$ 의 전력스펙트럼밀도 $S_y(f)$ 는 $R_y(\tau)$ 를 푸리에 변환함으로써 구할 수 있다. $S_y(f)$ 를 유한떡급수형태로 전개해서 표현하면 측정된 $S_y(f)$ 를 다음 식(9)와 같이 나타낼 수 있다.

$$S_y(f) = \sum_{\alpha}^{+2} h_{\alpha} f^{\alpha} \quad (9)$$

클럭에서 발생하는 지터의 크기 및 주파수성분을 나타내기 위해서는 $y(t)$ 보다는 실제 측정 가능한 시간편차를 나타내는 $x(t)$ 가 적합하다. 식 (6)에서의 관계로부터 $x(t)$ 의 전력스펙트럼밀도 S_x 는 다음 식 (10)과 같이 표시된다.

$$S_x(f) = \frac{1}{(2\pi f)^2} S_y(f) \quad (10)$$

N 개의 클럭들이 t 시간 동안 자유발진후 각각의 표준클럭에 대한 시간편차를 $x_i(t)$ 라고 할때, 그 시간편차들의 variance는 다음 식 (11)과 같다.

$$\sigma_x^2(t) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_i^2(t) \quad (11)$$

III. 플리커 잡음 생성 알고리즘

몇 개의 R-C 필터를 직렬 연결한 후에 그 입력으로 백색잡음을 인가하면 출력에 플리커 잡음이 생성될 수 있다[2]. 이러한 필터의 모델링에 차분방정식(difference equation)을 사용하여 recursive한 필터의 입출력 관계를 표시하면 컴퓨터로 효율적인 플리커 잡음의 생성이 가능하다. 그림 1의 저역 필터에서 키르히호프의 전압법칙과 푸리에 변환을 이용하게 되면 다음 식(12)와 같은 전압전달함수 $G_v(\omega)$ 가 구하여진다.

$$G_v(\omega) = \frac{Y(\omega)}{X(\omega)} = \frac{1 + j\omega\tau_2}{1 + j\omega(\tau_1 + \tau_2)} \quad (12)$$

이때

$$\tau_1 = R_1C, \quad \tau_2 = R_2C, \quad \omega = 2\pi f \quad (13)$$

이러한 필터가 N 개 직렬연결 되어 있을 때, i 번째 필터의 τ_1, τ_2 는 다음 식 (14), (15)와 같이 표현된다.

$$\tau_1^{(i)} = (\beta)^i \tau_1^{(0)} \quad (14)$$

$$\tau_2^{(i)} = (\beta)^i \tau_2^{(0)} \quad (15)$$

여기서 β 는 $\beta < 1$ 을 만족하는 임의상수이다. 식 (13)~(15)에서 N 개의 직렬 연결된 필터의 전체 전압전달함수 $G(\omega)$ 는 다음 식(16)과 같이 표현된다.

$$G(\omega) = \prod_{i=1}^N \left[\frac{1 + j\omega\tau_2^{(0)}\beta^i}{1 + j\omega(\tau_1^{(0)} + \tau_2^{(0)})\beta^i} \right], \quad (16)$$

$$\beta = \left(\frac{\tau_2^{(0)}}{\tau_1^{(0)} + \tau_2^{(0)}} \right)^2 \quad (17)$$

이때

$$\tau_1^{(0)} + \tau_2^{(0)} = K\tau_2^{(0)} \quad (18)$$

$$\Theta \equiv j\omega\tau_2^{(1)} \quad (19)$$

로 하면 전체전압전달함수 $G(\omega)$ 는 식 (12)~(19)에서 다음 식 (20)과 같이 구해진다.

$$G(\omega) = \left(\frac{\Theta + 1}{K\Theta + 1} \right) \left(\frac{\Theta + (K^2)^1}{K\Theta + (K^2)^1} \right) \dots \left(\frac{\Theta + (K^2)^{N-1}}{K\Theta + (K^2)^{N-1}} \right) \quad (20)$$

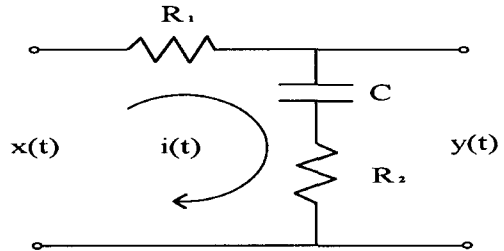


그림 1. 기본적인 RC 필터
Fig.1 Basic RC filter

전달함수가 $G(\omega)$ 인 필터에 입력으로 전력스펙트럼밀도 $\eta/2$ 인 백색잡음을 인가하면 출력으로 $(\eta/2) |G(\omega)|^2$ 의 전력스펙트럼밀도를 가지는 잡음이 나타난다. 이때 필터의 파라미터를 조정하면 f^{-1} 에 비례하는 전력스펙트럼밀도를 가지는 플리커잡음이 생성된다. 여기서 필터의 단수(stage number) N 과 식(18)에서 시정수비(time constant ratio) K 의 값은 플리커 잡음 생성대역의 길이에 영향을 미치는 요소들이다. 저역 필터를 직렬 연결한 플리커 잡음 생성기에서 단수 N 의 값을 크게 하면 크게 할수록 주파수 영역에서 긴 decade동안 f^{-1} 에 비례하는 플리커 특성을 나타내게 되며, 시정수비 K 에 대해서도 마찬가지로 특성을 나타내

게 된다. 그러므로 N 을 증가시키는 것이 K 를 증가시키는 것보다 더 충실한 플리커 잡음 특성을 얻기 위한 방법이다. 플리커 잡음을 컴퓨터로 시뮬레이션하기 위하여는 이산적인 필터의 입출력 관계식이 유도되어야 한다. 그림 1의 회로에 대한 이산적인 차분방정식은 다음 식 (21)과 같다.

$$y_{n+1} = \left(1 - \frac{\Delta t}{\tau_1 + \tau_2}\right)y_n + \frac{\tau_2}{\tau_1 + \tau_2}x_{n+1} + \frac{\Delta t - \tau_2}{\tau_1 + \tau_2}x_n \quad (21)$$

이때

$$\gamma = \frac{\Delta t}{\tau_1 + \tau_2}, \quad R = \frac{\tau_2}{\tau_1 + \tau_2} \quad (22)$$

로 하면 식 (21)은 다음과 같이 간략화 되어질 수 있다.

$$y_{n+1} = (1 - \gamma)y_n + Rx_{n+1} - (R - \gamma)x_n \quad (23)$$

그림 1의 경우와 달리 1단 필터가 아닌 N 단 필터가 직렬 연결된 경우, 이러한 시스템의 이산적 입출력 관계는 식 (23)로부터 다음과 같이 유도되어진다. 다음 식(24)가 플리커 잡음을 생성하기 위한 N 단 필터의 차분방정식이다.

$$x_{n+1}^{(2)} = y_{n+1}^{(1)} = (1 - \gamma^{(1)})y_n^{(1)} + R^{(1)}x_{n+1}^{(1)} - (R^{(1)} - \gamma^{(1)})x_n^{(1)} \quad (24)$$

이때

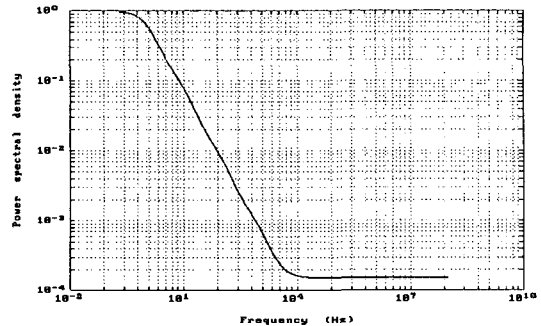
$$R^{(i)} = \frac{1}{K}, \quad \gamma^{(i)} = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{K}\right)^{2N+1-2i}$$

N 과 K 값을 변화시킬 때 필터의 출력에 발생하는 잡음신호의 전력스펙트럼밀도가 그림 2에 구해졌다. 그림 2에서 보이듯이 N 을 증가시키는 것이 K 를 증가시키는 것보다 더 충실한 플리커 잡음 특성을 얻기 위한 방법임을 알 수 있다. 위와 같은 위상시간에러의 생성을 위하여 C subroutine의 백색잡음생성기가 이용되었다. 이 백색잡음으로부터 앞에 설명된 알고리즘을 이용하여 플리커 잡음

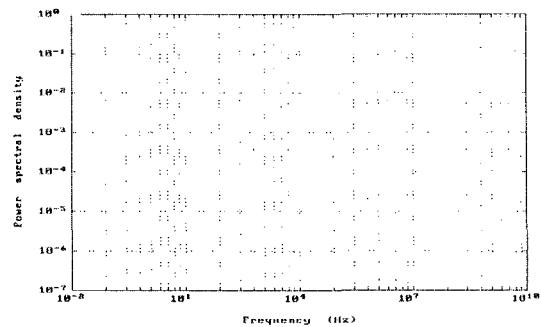
을 생성하였다. 그림 3에 플리커 잡음성분의 variance의 크기가 $3 \cdot 10^2$ 인 시간적인 변화가 생성되어 도시되었다.

IV. 결 론

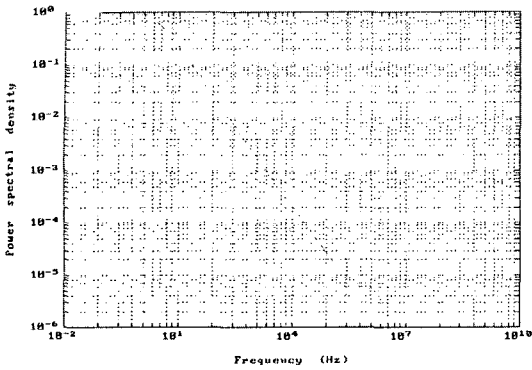
본 논문에서 먼저 주파수 안정도에 대한 측정표준을 설명하였다. 그리고 백색잡음으로부터 플리커 잡음을 컴퓨터로 생성시키는 알고리즘을 소개하고 분석하였다. 특히 알고리즘의 파라미터 중에서 단수 N 및 시정수비 K 와 잡음 생성 대역폭의 관계를 규명하였다. N 을 증가시키는 것이 K 를 증가시키는 것보다 더 충실한 플리커 잡음특성을 얻기 위한 방법임을 알 수 있었다. 이와 같은 위상시간에러의 생성을 위하여 C subroutine의 백색잡음생성기가 이용되었으며, 이 백색잡음으로부터 분석된 알고리즘을 이용하여 플리커잡음을 생성하였다.



(a)



(b)



(c)
그림 2. 생성된 잡음의 전력스펙트럼밀도
((a) $N=4, K=3$, (b) $N=4, K=7$,
(c) $N=15, K=1.5$)

Fig.2 Power spectral density of generated noise as a function of N and K

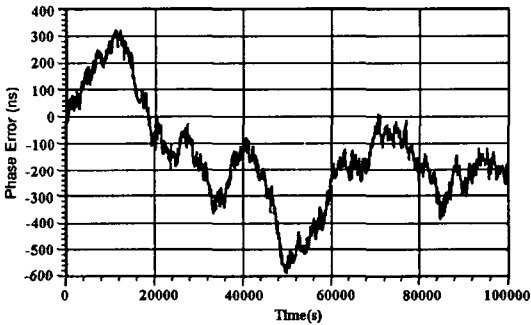


그림 3 variance가 $3 \cdot 10^2 \text{ns}^2$ 인 생성된 플리커 잡음
Fig.3 Generated flicker noise with variance $3 \cdot 10^2 \text{ns}^2$

참고문헌

[1] Kartaschoff P., "Computer Simulation of the

Conventional Clock Model", IEEE Trans. Instrum. Meas., Vol IM-28, No. 3, pp. 193~197, Sept. 1979.

[2] Barnes J.A. et. al., "Characterization of Frequency Stability", IEEE Trans Instrum. Meas., Vol. IM-20, pp. 105~120, May 1971.

[3] Rutmann J., "Characterization of Phase and Frequency Instabilities in Precision Frequency Sources : Fifteen Years of Progress", Proc. IEEE, Vol. 66, No. 9, pp. 1048~1075, Sept. 1978.

[4] Barnes J.A., "Models for the Interpretation of Frequency Stability Measurements", NBS Tech. Note 683, Aug. 1976.

저자소개



최승국(Seung-Kuk Choi)

2004년 8월 제8권 제5호 참조
1989년~현재: 인천대학교 정보통신공학과 교수



이기영(Ki-Young Lee)

1982년 : 연세대학교 전기공학과 공학사

1984년 : 연세대학교 대학원 전기공학과 공학석사

1993년 : 미국 알라바마대학교

전기 및 컴퓨터공학과 공학박사

1994년~현재: 인천대학교 정보통신공학과 부교수

※ 관심분야: 인터넷 트래픽 제어, 네트워크보안