

양단자유 경계조건을 가진 매설관의 동적거동에서 진동안전 기준에 관한 연구 이병길, 정진호, 장봉현¹⁾, 안명석²⁾

A Study of the Vibration Safety Criterion on the Dynamic Behavior of Buried Pipeline with the Free Ends

Byong-Gil Lee, Jin-Ho Jeong, Bong-Hyon Jang and Myung-Seok Ahn

ABSTRACT. This work reports results of our study on the dynamic response of buried pipelines depending on their boundary conditions. We have studied behavior of the buried pipelines both along the axial and the transverse direction with a boundary condition of free ends. The buried pipelines are modeled as beams on elastic foundation while the seismic wave as a ground displacement in the form of a sinusoidal wave. The natural frequency, its mode, and the effect of parameters have been interpreted in terms of the free vibration. In order to investigate the response on the earthquake, the resulting frequency and the mode shape obtained from the free vibration have been utilized to derive the mathematical formula for the forced vibration. We have also completed the computer program to simulate the time-displacement graphs of the pipe lines with free ends for both cases of vibrations.

Key words : buried pipeline, boundary condition, free ends, dynamic behavior

초 록. 본 연구는 건설현장에서 매설관의 경계조건에 따른 동적 거동에 대한 진동안전기준에 관한 연구이다. 경계조건은 양단자유이며, 축방향 및 축직각방향에 대한 거동을 조사하였다. 매설관은 탄성기초 위에 놓인 보요소로 모형화하였고, 지진파는 정현파 형태의 지반 변위로 적용하였다. 매설관의 고유진동수와 모드 형태 그리고 매개변수의 영향을 조사하기 위해 자유진동에 대한 해석을 수행하였다. 그리고 지진파에 대한 거동을 조사하기 위해 자유진동 해석을 통해 얻어진 고유진동수와 모드 형태를 이용하여 진동에 대한 수식을 유도하였으며, 진동안전기준치 5 cm/sec에 안전하였고 양단자유의 매설관에 대한 자유진동 및 강제진동시의 시간-변위곡선을 나타내기 위한 전산프로그램을 완성하였다.

핵심어 : 매설관, 경계조건, 양단자유, 동적거동, 진동안전기준

1. 서 론

본 연구는 단부조건이 양단자유인 매설관에 대해 자유진동시의 모드형상 및 고유진동수에 대한 매개변수의 영향을 조사하고 강제진동시의 거동을 확인하였다. 매설관은 탄성기초 위에 놓인 연소보로 모형화되었으며, 매설관의 거동은 축방향 및 축직각방향에 대해 연구되었다.

2. 매설관의 자유진동

2.1 축방향 자유진동

축방향 자유 진동을 지배하는 미분방정식은 다음과 같다.

$$m \frac{\partial^2 v(y, t)}{\partial t^2} + C_A \frac{\partial v(y, t)}{\partial t} + K_A v(y, t) - E_p A \frac{\partial^2 v(y, t)}{\partial y^2} = 0 \quad (2.1)$$

여기서, v (m) : 좌표 y (m)와 시간 t (sec)의 함수

1) 부경대학교

2) 동서대학교

접수일 : 2004년 9월 13일

인 매설관의 축방향 변위

m (kg/m) : 매설관의 단위 길이당 질량

E_p (N/m²), A (m²) : 매설관의 탄성계수와 단면적

C_A (N · sec/m), K_A (N/m) : 지반과 Winkler기초에 대한 축방향 감쇠계수와 강성

매설관의 감쇠는 지반 감쇠에 비해 아주 작다.²⁾ 따라서 매설관의 감쇠는 고려되지 않았다. 또한 자유진동시 구조물의 고유진동수와 모드형상을 결정하기 위해 지반 감쇠를 무시하고 식 (2.1)을 다시 정리하면 아래와 같다.

$$m \frac{\partial^2 v(y, t)}{\partial t^2} + K_A v(y, t) - E_p A \frac{\partial^2 v(y, t)}{\partial y^2} = 0 \quad (2.2)$$

위 식의 해 $v(y, t)$ 는 y 와 t 에 관한 함수이며 t 에 대해 주기적이므로 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$v(y, t) = \phi(y)e^{i\omega t} \quad (2.3)$$

식 (2.2)에 식 (2.3)을 대입하고 상수항인 $e^{i\omega t}$ 을 소거하면 다음과 같다.

$$(K_A - m\omega^2)\phi(y) - E_p A \phi''(y) = 0 \quad (2.4)$$

이 2계 미분방정식의 해는 다음과 같다.

$$\phi(y) = C_1 \sin(\alpha y) + C_2 \cos(\alpha y) \quad (2.5)$$

여기서, $\alpha = \sqrt{\frac{m\omega^2 - K_A}{E_p A}}$ (단, $m\omega^2 > K_A$) (2.6)

양단자유인 경우, 단부의 응력이 0이다. 따라서 경계조건은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$v'(0) = v'(L) = 0 \Rightarrow \phi'(0) = \phi'(L) = 0 \quad (2.7)$$

식 (2.5)와 식 (2.7)을 미분한 식에 각각 위의 경계조건(식 (2.7))을 대입하면,

$$\phi'(0) = \alpha C_1 = 0 \quad (2.8)$$

$$\phi'(L) = \alpha C_1 \cos(\alpha L) - \alpha C_2 \sin(\alpha L) = 0 \quad (2.9)$$

식 (2.8)로부터 $C_1=0$ 이며, 식 (2.8)과 식 (2.9)를 행렬식으로 나타내면,

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ \cos(\alpha L) & -\sin(\alpha L) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} C_1 \\ C_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (2.10)$$

여기서 상수항이 0이 되지 않기 위해서, 사각행렬의 Determinant가 0이 되어야 한다. 따라서 $\sin(\alpha L) = 0$ 이고, α 는 다음과 같이 산정할 수 있다.

$$\alpha L = 0, \pi, 2\pi, 3\pi, \dots, n\pi \quad n = 1, 2, 3, \dots \quad (2.11)$$

$$\alpha = \frac{(k-1)\pi}{L} : k = 1, 2, 3, \dots \quad (2.12)$$

따라서 모드 형상($\phi_k(y)$)은 식 (2.12)를 식 (2.5)에 대입함으로써 식 (2.13)과 같이 나타낼 수 있다.

$$\phi_k(y) = \cos \frac{(k-1)\pi y}{L} : k = 1, 2, 3, \dots \quad (2.13)$$

고유 진동수(ω_k)는 식 (2.6)과 식 (2.12)를 이용하여 식 (2.14)과 같이 나타낼 수 있다.

$$\frac{m\omega_k^2 - K_A}{E_p A} = \left(\frac{(k-1)\pi}{L} \right)^2 \Rightarrow \omega_k = \sqrt{\frac{K_A}{m} \left(1 + \frac{E_p A}{K_A} \left(\frac{(k-1)\pi}{L} \right)^2 \right)} \quad (2.14)$$

2.2 축직각방향 자유진동

축직각방향 자유 진동을 지배하는 미분방정식은 다음과 같다.¹⁾

$$m \frac{\partial^2 w(y, t)}{\partial t^2} + C_T \frac{\partial w(y, t)}{\partial t} + K_T w(y, t) + E_p I \frac{\partial^4 w(y, t)}{\partial y^4} = 0 \quad (2.15)$$

여기서, w (m) : 좌표 y (m)와 시간 t (sec)의 함수
인 매설관의 축직각방향 변위

m (kg/m) : 매설관의 단위 길이당 질량

E_p (N/m²), I (m⁴) : 매설관의 탄성계수와 단면 2차 모멘트

C_T (N·sec/m), K_T (N/m) : 지반과 Winkler기초에 대한 축직각방향 감쇠계수와 강성

축방향과 마찬가지로 식 (2.15)에서 감쇠항을 무시하고 다시 정리하면,

$$m \frac{\partial^2 w(y, t)}{\partial t^2} + K_T w(y, t) + E_p I \frac{\partial^4 w(y, t)}{\partial y^4} = 0 \quad (2.16)$$

위 식의 해는 $w(y, t) = \phi(y)e^{i\omega t}$ 이며, 식 (2.16)에 대입하여 상수항인 $e^{i\omega t}$ 을 소거하면 다음과 같다.

$$E_p I \phi^{(4)}(y) + (K_T - m\omega^2)\phi(y) = 0 \quad (2.17)$$

이 4계 미분방정식의 해는 다음과 같다.

$$\phi(y) = C_1 e^{\lambda_{1y}} + C_2 e^{\lambda_{2y}} + C_3 e^{\lambda_{3y}} + C_4 e^{\lambda_{4y}} \quad (2.18)$$

여기서,

$$\lambda_{1,2,3,4} = \pm \sqrt[4]{\frac{m\omega^2 - K_T}{E_p I}}, \pm \sqrt[4]{\frac{m\omega^2 - K_T}{E_p I}} i \quad (2.19)$$

$$= \pm \beta, \pm \beta i \quad (\text{단, } m\omega^2 > K_T)$$

양단자유 경우, 단부의 모멘트와 전단력은 각각 0이다. 따라서 경계조건은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\phi''(0) = \phi'''(0) = \phi''(L) = \phi'''(L) = 0 \quad (2.20)$$

식 (2.18)과 식 (2.18)를 미분한 식에 각각 위의 경계조건(식 (2.20))을 대입하여 축방향과 같은 방법으로 풀이하면,

$$\cosh(\beta L) \cos(\beta L) = 1 \quad (2.21)$$

$$\beta L = 0.0473052, 4.7300407, 7.8532046, 10.9956078, \dots \quad (L=100\text{m})$$

모드 형상($\phi_k(y)$)과 고유 진동수(ω_k)는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\phi(y) = \frac{\sin(\beta L) - \sinh(\beta L)}{\cosh(\beta L) - \cos(\beta L)} (\cosh(\beta y) + \cos(\beta y)) + \sinh(\beta y) + \sin(\beta y) \quad (2.22)$$

$$\text{여기서, } \omega_k = \sqrt{\frac{K_T}{m} \left(1 + \frac{E_p I}{K_T} \beta_k^4 \right)} \quad (2.23)$$

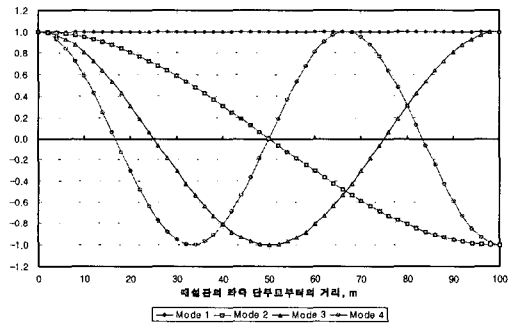


그림 1. 축방향 진동에서 양단자유의 모드 형상

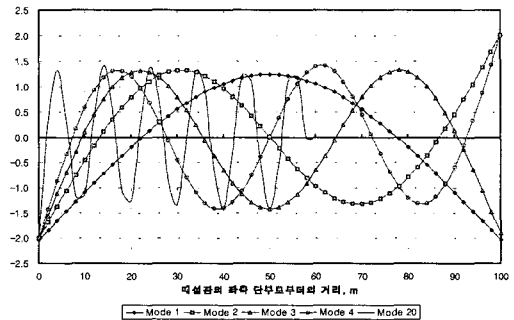


그림 2. 축직각방향 진동에서 양단자유의 모드 형상

그림 1과 그림 2는 축방향 자유진동과 축직각방향 자유진동의 모드 형상을 보여주고 있다. 낮은 모드수 4개에 대해 나타나 있다. 모드 형상에 있어 유사한 경향을 보이고 있으나, 자유단부에서 축직

각방향 진동이 2배 크게 나타나고 있다. 두 경우 모두 모드수가 높아짐에 따라 진동수가 커짐을 알 수 있다. 더 높은 모드수에 대해 비교해 볼 때, 축직각방향의 모드 형상은 12번째 모드를 기점으로 그림 2에 나타난 20번째 모드 형상과 같은 경향이 나타나기 시작했다. 즉, 모드 형상이 좌측 단부에서 우측 단부로 가면서 0에 수렴되는 현상이 나타났다. 이것은 쌍곡선 함수가 0으로 수렴하기 때문이다.

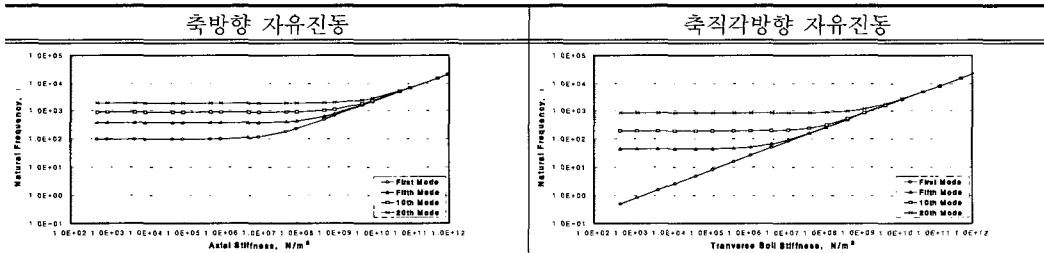
2.3 고유진동수에 대한 매개변수의 영향

구조물의 응답에 영향을 미치는 가장 중요한 변수는 고유진동수이다. 표 1~표 5는 고유진동수에 대한 매개변수의 영향에 대해 요약하고 있다. 이러한 영향을 평가하기 위해 콘크리트 매설관을 예로 해석되었다. 매설관의 기하학적 특성과 재료적 특

성은 다음과 같다.

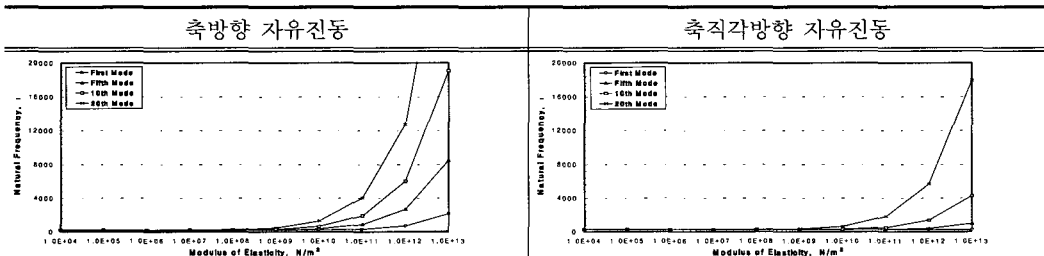
- 탄성계수 : $E_p = 2.07 \times 10^{10} \text{ N/m}^2$
- 길이 : $L = 100 \text{ m}$
- 평균반경 : $R = 1 \text{ m}$
- 두께 : $t = 15 \text{ cm}$
- 횡단면적 : $A = 0.94248 \text{ m}^2$
- 관성모멘트 : $I = 0.47389 \text{ m}^4$
- 단위체적당 질량(밀도) : $\rho = 2.2 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$
- 단위길이당 질량 : $m = 2.0735 \times 10^3 \text{ kg/m}$
- 축직각방향 지반 강성 : $K_T = 14.01 \times 10^7 \text{ N/m}^2$
- 축방향 지반 강성 : $K_A = 9.34 \times 10^7 \text{ N/m}^2$

표 1. 지반 강성의 영향



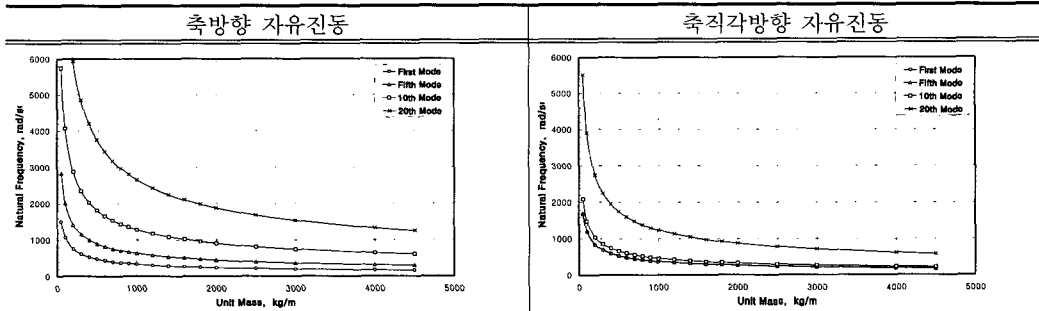
- 높은 강성에서 강성이 증가함에 따라 고유진동수도 증가
- 낮은 강성에서는 어느 한계까지 일정하게 유지되고 이러한 한계는 높은 모드에서 더욱 증가
- 중간이하의 강성에서 축방향 진동수가 축직각방향보다 높음

표 2. 매설관 탄성계수의 영향



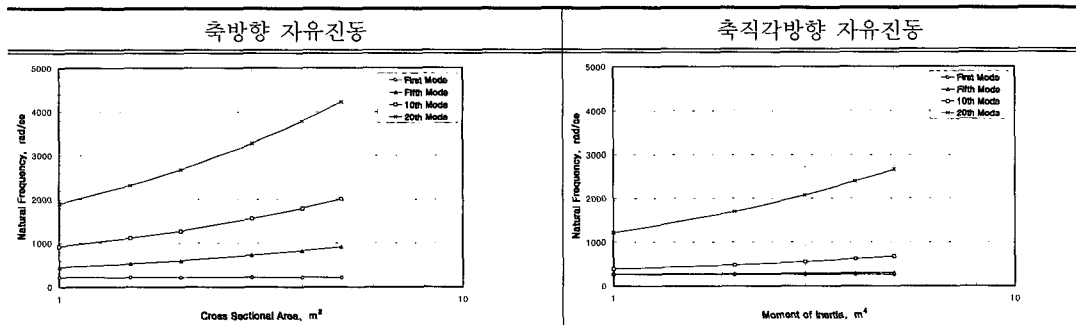
- 높은 탄성계수에서 고유진동수는 증가하나, 상대적으로 낮은 탄성계수에서는 영향이 없으며, 탄성계수 1000MPa 이하에서 고유진동수는 모든 모드에 대해 거의 동일하였다. 높은 탄성계수와 높은 모드에서 고유진동수는 급격히 증가하나 첫 번째 모드의 경우 탄성계수의 영향을 받지 않았다.

표 3. 매설관 질량의 영향



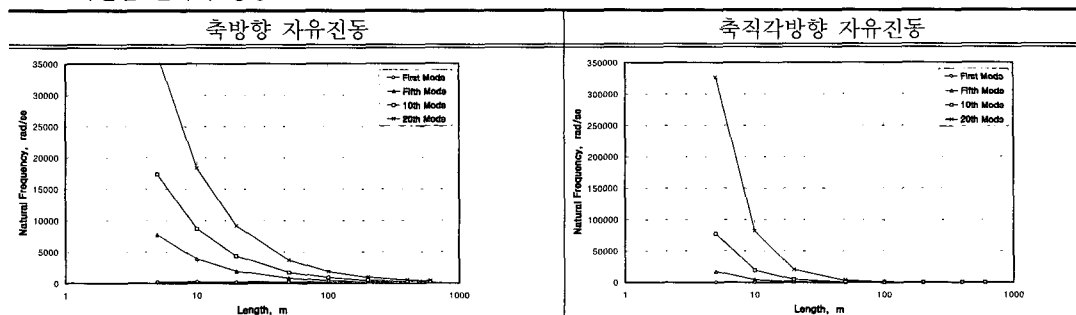
· 낮은 질량에서 큰 영향을 보이며 질량이 증가함에 따라 빠르게 감소하며, 높은 진동수는 500kg/m보다 낮은 질량에서 나타났다. 처음 5개 모드의 경우 대부분 축방향 고유진동수가 축직각방향 고유진동수에 비해 낮게 나타나지만 이후 모드에 대해서는 반대의 경향이 나타났다.

표 4. 매설관 횡단면적과 단면 2차 모멘트의 영향



· 고유진동수는 횡단면적과 단면 2차모멘트의 증가와 함께 증가하며, 증가비율은 두 경우 모두 1차 모드의 고유진동수를 제외하고는 대략 같은 경향을 나타내었다.

표 5. 매설관 길이의 영향



· 매설관의 길이가 증가함에 따라, 고유진동수는 감소하며, 매설관의 길이가 100m이하인 경우 극도로 높은 값을 보이고 있다. 1차 모드의 고유진동수는 길이의 영향을 받지 않았다.

3. 매설관의 강제 진동과 진동안전기준

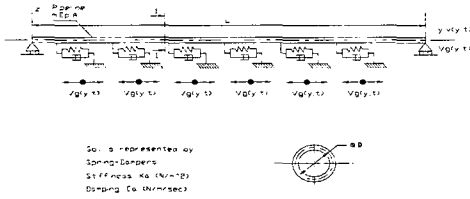


그림 3. 축방향 진동 모형

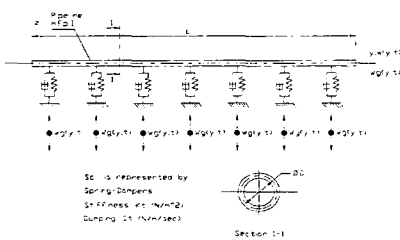


그림 4. 축직각방향 진동 모형

3.1 축방향 강제 진동

축방향 진동에서 매설관의 거동을 지배하는 방정식은 다음과 같다.

$$m \frac{\partial^2 v(y, t)}{\partial t^2} + C_A \frac{\partial v(y, t)}{\partial t} + K_A v(y, t) - E_p A \frac{\partial^2 v(y, t)}{\partial y^2} = C_A \frac{\partial v_g(y, t)}{\partial t} + K_A v_g(y, t) \quad (3.1)$$

여기서, \$v_g\$: 축방향 지반 변위
 축방향 진동에 대해서, 지진 지반 변위는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$V_g(y, t) = H(t - y/V) \sin(\bar{\omega}t - \bar{\omega}y/V) \quad \text{또는}$$

$$V_g(y, t) = H(t - y/V) \sin(\bar{\omega}t - 2\pi y/\lambda) \quad (3.2)$$

여기서, \$\lambda = \frac{2\pi V}{\bar{\omega}}\$ 는 지진파의 파장이다.

\$H(t)\$는 Heavyside 함수로서 아래와 같다.

$$H(t-y/V)=0, \text{ for all } t < y/V \quad \text{and}$$

$$H(t-y/V)=1, \text{ for all } t > y/V \quad (3.3)$$

유사한 표현(즉, 정현파)은 축직각방향에서도 지진 지반 변위(\$w_g(y, t)\$)을 묘사하는데 사용되었다.

그림 1과 같은 경계조건에 있어 고유진동수와 모드형상은 식 (3.4)와 같다.

$$\omega_k = \sqrt{\frac{K_A}{m} \left(1 + \frac{E_p A}{K_A} \left(\frac{(k-1)\pi}{L} \right)^2 \right)},$$

$$\phi_k(y) = \cos \frac{(k-1)\pi y}{L} : k=1, 2, 3, \dots \quad (3.4)$$

일반화된 좌표와 일반적인 모드형상으로 변위를 표현함으로써 해는 다음과 같은 형태로 얻어진다.

$$v(y, t) = \sum_{k=1}^{\infty} \phi_k(y) q_k(t) \quad (3.5)$$

여기서, \$\phi_k(y)\$: 일반적인 모드형상

\$q_k(t)\$: 시간만의 함수로서 일반화된 좌표

식 (3.5)를 식 (3.1)에 대입하고, \$\phi_k(y)\$을 양변에 곱한 후, 매설관의 전체 길이에 대해 적분한다. 그리고 모드형상의 직교성을 이용하여 다음과 같은 식을 얻을 수 있다.

$$\ddot{q}_k(t) + \frac{C_A}{m} \dot{q}_k(t) + \frac{K_A}{m} q_k(t) \left\{ 1 + E_p A \left(\frac{(k-1)\pi}{L} \right)^2 \right\} = \frac{1}{mL_k} \int_0^L \phi_k(y) [C_A \dot{v}_g(y, t) + K_A v_g(y, t)] dy \quad (3.6)$$

여기서, \$L_k = \int_0^L \phi_k^2(y) dy\$

\$\frac{C_A}{m} = 2\zeta_k \omega_k\$ 모드수 \$k\$에 대한 지반-구조물의

상호작용에 의한 감쇠비(ζ_k)를 다시 나타내면,

$$\zeta_k = \frac{C_A}{2\sqrt{mK_A}} \left[1 + \frac{E_P A}{K_A} \left(\frac{(k-1)\pi}{L} \right)^2 \right]^{-1/2} \quad (3.7)$$

식 (3.6)에 ω_k 와 ζ_k 을 대입하면, $q_k(t)$ 에 대한 다 음식이 얻어진다.

$$\ddot{q}_k(t) + 2\zeta_k \omega_k \dot{q}_k(t) + \omega_k^2 q_k(t) = P_k(t) \quad (3.8)$$

$$P_k(t) = \frac{1}{mL_k} \int_0^L \phi_k(y) [C_A \dot{v}_g(y, t) + K_A v_g(y, t)] dy \quad (3.9)$$

$P_k(t)$ 는 시간 t 와 모드수 k 에서 지반으로부터 매 설관에 전달된 모든 힘의 합이다.

$$L_k = L \text{ when } k=1 \quad \text{그리고} \quad L_i = V \cdot t \text{ fo } t < L/V \\ = L/2 \text{ when } k \neq 1 \quad = L \text{ for } t > L/V \quad (3.10)$$

L_k 는 진동이 $t=0$ 에서 매설관의 좌측 단부를 진동 한 후 이동한 거리이다. 또한 이것은 전파된 파의 결과로서 매설관에 작용한 모든 힘을 합한 것의 상한이 된다. 파가 매설관의 전체길이를 통과하지 않는 한, L_k 는 $t=0$ 에서 파가 도달한 지점사이의 값 인 $V \cdot t$ 가 된다. 파가 매설관의 전체 길이를 통과 한 후($L_k=L$), 매설관 아래 전체 지반이 진동을 받 게 된다.

식 (3.9)에 식 (3.2)를 대입하여 시간 t 에 매설관 에 작용한 힘을 산정할 수 있다.

$$P_k(t) = \frac{1}{mL_k} \int_0^L \phi_k(y) \left[C_A \bar{\omega} H(t - \frac{y}{V}) \cos(\bar{\omega}t - \bar{\omega} \frac{y}{V}) \right. \\ \left. + K_A H(t - \frac{y}{V}) \sin(\bar{\omega}t - \bar{\omega} \frac{y}{V}) \right] dy \quad (3.11)$$

$$A_k = \int_0^{L_i} \cos(\bar{\omega} \frac{y}{V}) \phi_k(y) dy = \int_0^{L_i} \cos(\bar{\omega} \frac{y}{V}) \sin \left\{ \frac{(k-1)\pi}{L} y \right\} dy \\ = \frac{\sin(a_k L_i)}{2a_k} + \frac{\sin(b_k L_i)}{2b_k} \quad (3.12)$$

$$B_k = \int_0^{L_i} \sin(\bar{\omega} \frac{y}{V}) \phi_k(y) dy = \int_0^{L_i} \sin(\bar{\omega} \frac{y}{V}) \cos \left\{ \frac{(k-1)\pi}{L} y \right\} dy \quad (3.13) \\ = \frac{1 - \cos(a_k L_i)}{2a_k} - \frac{1 - \cos(b_k L_i)}{2b_k}$$

$$a_k = \frac{\bar{\omega}}{V} + \frac{(k-1)\pi}{L}, \quad b_k = \frac{\bar{\omega}}{V} - \frac{(k-1)\pi}{L} \quad (3.14)$$

식 (3.8)의 해는 라플라스 변환을 통해 구할 수 있다. 먼저 식 (3.8)에서 $\dot{q}_k(0) = q_k(0) = 0$ 이고, $\mathcal{L}(q_k) = Q_k$, $\mathcal{L}(P_k) = R_k$ 라 두면, 다음과 같은 도함 수의 라플라스 변환식을 얻을 수 있다.

$$\mathcal{L}(\ddot{q}_k) = s^2 Q_k - s q_k(0) - \dot{q}_k(0), \quad \mathcal{L}(\dot{q}_k) = s Q_k - q_k(0)$$

위의 도함수 변환식을 식 (3.8)에 대입하면,

$$[s^2 Q_k - s q_k(0) - \dot{q}_k(0)] + 2\zeta_k \omega_k [s Q_k - q_k(0)] + \omega_k^2 Q_k = R_k(s) \quad (3.15)$$

위 식을 보조방정식이라 하며, Q_k 항들을 모으면,

$$[s^2 + 2\zeta_k \omega_k + \omega_k^2] Q_k = (s + 2\zeta_k \omega_k) q_k(0) + \dot{q}_k(0) + R_k(s) \quad (3.16)$$

보조방정식을 Q_k 에 대해 풀면, 즉, $s^2 + 2\zeta_k \omega_k + \omega_k^2$ 로 나누고 전달함수

$$H_k(s) = \frac{1}{s^2 + 2\zeta_k \omega_k + \omega_k^2} \text{으로 해를 정리하면,}$$

$$Q_k = \frac{[(s + 2\zeta_k \omega_k) q_k(0) + \dot{q}_k(0)]}{H_k(s) + R_k(s) H_k(s)} \quad (3.17)$$

여기서, $\dot{q}_k(0) = q_k(0) = 0$ 이므로, $Q_k = R_k(s) H_k(s)$ 이 되며 합성곱의 정리로부터 다음과 같은 적분형태 의 해를 얻을 수 있다.

$$q_k(t) = \int_0^t h_k(t-\tau) P_k(\tau) d\tau \quad (\text{Duhamel 적분식}) \quad (3.18)$$

$h_k(t)$ 는 $H_k(s)$ 의 역변환을 통해 얻을 수 있다.

$$H_k(s) = \frac{1}{s^2 + 2\zeta_k \omega_k s + \omega_k^2} = \frac{\frac{2\omega_k \sqrt{\zeta_k^2 - 1}}{s - (-\zeta_k \omega_k + \omega_k \sqrt{\zeta_k^2 - 1})} - \frac{2\omega_k \sqrt{\zeta_k^2 - 1}}{s - (-\zeta_k \omega_k - \omega_k \sqrt{\zeta_k^2 - 1})}}{2} \quad (3.19)$$

$$F_k(s) = \frac{1}{s - (-\zeta_k \omega_k + \omega_k \sqrt{\zeta_k^2 - 1})}$$

$$G_k(s) = \frac{1}{s - (-\zeta_k \omega_k - \omega_k \sqrt{\zeta_k^2 - 1})} \quad (3.20)$$

라고 두면,

$$H_k(s) = \frac{1}{2\omega_k \sqrt{\zeta_k^2 - 1}} \{F_k(s) - G_k(s)\}$$

$$h_k(s) = \frac{1}{2\omega_k \sqrt{\zeta_k^2 - 1}} \{ \mathcal{L}^{-1}(F_k) - \mathcal{L}^{-1}(G_k) \} = \frac{1}{\omega_k \sqrt{1 - \zeta_k^2}} e^{-\zeta_k \omega_k s} \sin \omega_k s \sqrt{1 - \zeta_k^2}$$

$$h_k(t) = \frac{1}{\omega_k \sqrt{1 - \zeta_k^2}} e^{-\zeta_k \omega_k t} \sin \omega_k t \sqrt{1 - \zeta_k^2} \quad (3.21)$$

식 (3.21)을 식 (3.18)에 대입하면,

$$q_k(t) = \frac{1}{\omega_k \sqrt{1 - \zeta_k^2}} \int_0^t \{ P_k(\tau) e^{\omega_k \zeta_k (t-\tau)} \sin(\omega_k \sqrt{1 - \zeta_k^2} (t-\tau)) d\tau \\ = \frac{1}{\omega_k \sqrt{1 - \zeta_k^2}} \left[\left(\int_0^t P_k(\tau) \frac{e^{\omega_k \zeta_k \tau}}{e^{\omega_k \zeta_k t}} \cos(\omega_k \sqrt{1 - \zeta_k^2} \tau) d\tau \right) \sin(\omega_k \sqrt{1 - \zeta_k^2} t) \right. \\ \left. - \left(\int_0^t P_k(\tau) \frac{e^{\omega_k \zeta_k \tau}}{e^{\omega_k \zeta_k t}} \sin(\omega_k \sqrt{1 - \zeta_k^2} \tau) d\tau \right) \cos(\omega_k \sqrt{1 - \zeta_k^2} t) \right] \quad (3.22)$$

$$A(t) = \int_0^t P_k(\tau) \frac{e^{\omega_k \zeta_k \tau}}{e^{\omega_k \zeta_k t}} \cos(\omega_k \sqrt{1 - \zeta_k^2} \tau) d\tau \quad (3.23)$$

$$B(t) = \int_0^t P_k(\tau) \frac{e^{\omega_k \zeta_k \tau}}{e^{\omega_k \zeta_k t}} \sin(\omega_k \sqrt{1 - \zeta_k^2} \tau) d\tau \quad (3.24)$$

식 (3.22)을 다시 정리하면,

$$q_k(t) = \frac{1}{\omega_k \sqrt{1 - \zeta_k^2}} [A(t) \sin \omega_k \sqrt{1 - \zeta_k^2} t - B(t) \cos \omega_k \sqrt{1 - \zeta_k^2} t] \quad (3.25)$$

식 (3.23)과 식 (3.24)에 포함된 적분을 풀기 위해 추가적인 기술이 필요하다. 적분은 일정 시간 증분 (Δt)을 이용하여 Simpson 법칙에 따라 단계적으로 수행되었다. $A(t)$ 와 $B(t)$ 는 다음과 같이 쓸수 있다.

$$A(t) = \frac{\Delta \tau}{3} \sum^{\Delta} A(t), \quad B(t) = \frac{\Delta \tau}{3} \sum^{\Delta} B(t) \quad (3.26)$$

$\sum^{\Delta}(t)$ 는 $A(t)$ 의 적분에 대해 다음과 같이 주어진다.

$$\sum^{\Delta}(t) = \left[\sum^{\Delta} (t - 2\Delta \tau) + P_k(t - 2\Delta \tau) \cos(\omega_k \sqrt{1 - \zeta_k^2} (t - 2\Delta \tau)) \right] e^{-\zeta_k \omega_k 2\Delta \tau} \\ + 4P_k(t - \Delta \tau) \cos(\omega_k \sqrt{1 - \zeta_k^2} (t - \Delta \tau)) e^{-\zeta_k \omega_k \Delta \tau} \\ + P_k(t) \cos(\omega_k \sqrt{1 - \zeta_k^2} t) \quad (3.27)$$

또한, $\sum^{\Delta}(t)$ 는 $B(t)$ 의 적분에 대해 사인함수를 포함하는 유사 표현으로 주어진다. 위의 계산은 Duhamel의 적분을 결정한다. 매설관의 변위는 식 (3.28)에서 알 수 있고, 변형률은 식 (3.29)를 이용하여 알 수 있다.

$$v_A(y, t) = \sum_{k=1}^{\infty} \phi(y) q_k(t) = \sum_{k=1}^{\infty} \cos \frac{(k-1)\pi y}{L} q_k(t) \quad (3.28)$$

$$\varepsilon_A(y, t) = \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\partial \phi(y)}{\partial y} q_k(t) = \sum_{k=1}^{\infty} \frac{(k-1)\pi}{L} \sin \frac{(k-1)\pi y}{L} q_k(t) \quad (3.29)$$

3.2 축직각방향 강제진동

축직각방향 진동을 받는 매설관의 거동에 대한

지배방정식은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} & m \frac{\partial^2 w(y, t)}{\partial t^2} + C_T \frac{\partial w(y, t)}{\partial t} + \\ & K_T w(y, t) + E_p I \frac{\partial^4 w(y, t)}{\partial y^4} \\ & = C_T \frac{\partial w_g(y, t)}{\partial t} + K_T w_g(y, t) \end{aligned} \quad (3.30)$$

여기서, w_g : 축직각방향 지반변위

그림 2와 같은 경계조건에 있어 고유진동수와 모드형상은 식 (3.31)과 같다.

$$\begin{aligned} \omega_k &= \sqrt{\frac{K_T}{m} \left\{ 1 + \frac{E_p I}{K_T} \beta_k^4 \right\}} \\ \phi(y) &= \frac{\sin(\beta_k L) - \sinh(\beta_k L)}{\cosh(\beta_k L) - \cos(\beta_k L)} \\ & \{ \cosh(\beta_k y) + \cos(\beta_k y) \} + \sinh(\beta_k y) + \sin(\beta_k y) \end{aligned} \quad (3.31)$$

여기서, $M = \frac{\sin(\beta_k L) - \sinh(\beta_k L)}{\cosh(\beta_k L) - \cos(\beta_k L)}$

또한 축방향 진동의 경우처럼 일반적인 모드형상과 일반화된 좌표를 사용하여 매설관의 변위를 표현하므로써, 위의 미분방정식의 해는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$w(y, t) = \sum_{k=1}^{\infty} \phi_k(y) q_k(t) \quad (3.32)$$

식 (3.32)을 $\phi_k(y)$ 가 곱해진 식 (3.30)에 대입하고, 매설관의 길이에 대해 적분하여, 모드 형태의 직교성을 이용하므로써 다음과 같은 식이 얻어진다.

$$\begin{aligned} \ddot{q}_k(t) + \frac{C_T}{m} \dot{q}_k(t) + \frac{K_T}{m} q_k(t) \left\{ 1 + \frac{\beta_k^4 E_p I}{K_T} \right\} \\ = \frac{1}{m L_k} \int_0^L \phi_k(y) [C_T \dot{w}_g(y, t) + K_T w_g(y, t)] dy \end{aligned} \quad (3.33)$$

여기서, $L_k = \int_0^L \phi_k^2(y) dy$ (3.34)

식 (3.34)에 식 (3.31)를 대입하면,

$$\begin{aligned} L_k &= \int_0^L \phi_k^2(y) dy = M^2 \int_0^L \{ \cosh^2(\beta_k y) + \\ & 2 \cosh(\beta_k y) \cos(\beta_k y) + \cos^2(\beta_k y) \} dy \\ &+ \int_0^L \{ \sinh^2(\beta_k y) + 2 \sinh(\beta_k y) \sin(\beta_k y) + \sin^2(\beta_k y) \} dy \\ &+ 2M \int_0^L \{ \cosh(\beta_k y) \sinh(\beta_k y) + \cos(\beta_k y) \sinh(\beta_k y) + \\ & \cosh(\beta_k y) \sin(\beta_k y) + \cos(\beta_k y) \sin(\beta_k y) \} dy \end{aligned} \quad (3.35)$$

식 (3.35)를 다음과 같이 두면,

$$X = \int_0^L \{ \cosh^2(\beta_k y) - 2 \cosh(\beta_k y) \cos(\beta_k y) + \cos^2(\beta_k y) \} dy \quad (3.36)$$

$$Y = \int_0^L \{ \sinh^2(\beta_k y) + 2 \sinh(\beta_k y) \sin(\beta_k y) + \sin^2(\beta_k y) \} dy \quad (3.37)$$

$$Z = \int_0^L \{ \cosh(\beta_k y) \sinh(\beta_k y) + \cos(\beta_k y) \sinh(\beta_k y) + \cosh(\beta_k y) \sin(\beta_k y) + \cos(\beta_k y) \sin(\beta_k y) \} dy \quad (3.38)$$

각각에 대해 적분을 하면,

$$\begin{aligned} X &= \frac{1}{4\beta_k} \{ \sinh(2\beta_k L) + \sin(2\beta_k L) \} + L \\ &+ \frac{1}{\beta_k} \{ \sinh(\beta_k L) \cos(\beta_k L) + \cosh(\beta_k L) \sin(\beta_k L) \} \end{aligned} \quad (3.39)$$

$$\begin{aligned} Y &= \frac{1}{4\beta_k} \{ \sinh(2\beta_k L) - \sin(2\beta_k L) \} \\ &+ \frac{1}{\beta_k} \{ \cosh(\beta_k L) \sin(\beta_k L) - \sinh(\beta_k L) \cos(\beta_k L) \} \end{aligned} \quad (3.40)$$

$$Z = \frac{1}{2\beta_k} \{ \sinh(\beta_k L) + \sin(\beta_k L) \}^2 \quad (3.41)$$

$\frac{C_T}{m} = 2\zeta_k \omega_k$, 모드수 k 에 대한 감쇠비(ζ_k)는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\zeta_k = \frac{C_T}{2\sqrt{m K_T}} \left[1 + \frac{E_p I}{K_T} \beta_k^4 \right]^{-1/2} \quad (3.42)$$

식 (3.33)에 ω_k 와 ζ_k 을 대입하면,

$$\ddot{q}_k(t) + 2\zeta_k\omega_k\dot{q}_k(t) + \omega_k^2 q_k(t) = Q_k(t) \tag{3.43}$$

$$Q_k(t) = \frac{1}{mL_k} \int_0^{L_i} \phi_k(y) [C_T \dot{w}_g(y, t) + K_T w_g(y, t)] dy \tag{3.44}$$

$Q_k(t)$ 는 시간 t 와 모드수 k 에서 지반으로부터 매설관에 전달된 모든 힘의 합이며, 식 (3.44)에 지진 지반 변위($w_g(y,t)$)를 대입하면,

$$Q_k(t) = \frac{1}{mL_k} \int_0^{L_i} \phi_k(y) [C_T \bar{\omega} H(t - \frac{y}{V}) \cos(\bar{\omega} t - \frac{\bar{\omega} y}{V}) + K_T H(t - \frac{y}{V}) \sin(\bar{\omega} t - \frac{\bar{\omega} y}{V})] dy \tag{3.45}$$

$$\begin{aligned} A_k &= \int_0^{L_i} \cos(\frac{\bar{\omega} y}{V}) \phi_k(y) dy = \\ &= \frac{1}{\beta_k^2 + (\frac{\bar{\omega}}{V})^2} \left\{ \beta_k \cosh(\beta_k L_i) \cos(\frac{\bar{\omega}}{V} L_i) + \frac{\bar{\omega}}{V} \sinh(\beta_k L_i) \sin(\frac{\bar{\omega}}{V} L_i) - \beta_k \right\} \\ &+ \frac{M}{\beta_k^2 + (\frac{\bar{\omega}}{V})^2} \left\{ \beta_k \sinh(\beta_k L_i) \cos(\frac{\bar{\omega}}{V} L_i) + \frac{\bar{\omega}}{V} \cosh(\beta_k L_i) \sin(\frac{\bar{\omega}}{V} L_i) \right\} \\ &+ \frac{1}{2} \frac{1}{\frac{\bar{\omega}}{V} + \beta_k} \left\{ M \sin(\frac{\bar{\omega}}{V} L_i + \beta_k L_i) - \cos(\frac{\bar{\omega}}{V} L_i + \beta_k L_i) + 1 \right\} \\ &+ \frac{1}{2} \frac{1}{\frac{\bar{\omega}}{V} - \beta_k} \left\{ M \sin(\frac{\bar{\omega}}{V} L_i - \beta_k L_i) + \cos(\frac{\bar{\omega}}{V} L_i - \beta_k L_i) - 1 \right\} \end{aligned} \tag{3.46}$$

$$\begin{aligned} B_k &= \int_0^{L_i} \sin(\frac{\bar{\omega} y}{V}) \phi_k(y) dy = \\ &= \frac{1}{\beta_k^2 + (\frac{\bar{\omega}}{V})^2} \left\{ \beta_k \cosh(\beta_k L_i) \sin(\frac{\bar{\omega}}{V} L_i) - \frac{\bar{\omega}}{V} \sinh(\beta_k L_i) \cos(\frac{\bar{\omega}}{V} L_i) \right\} \\ &+ \frac{M}{\beta_k^2 + (\frac{\bar{\omega}}{V})^2} \left\{ \beta_k \sinh(\beta_k L_i) \sin(\frac{\bar{\omega}}{V} L_i) - \frac{\bar{\omega}}{V} \cosh(\beta_k L_i) \cos(\frac{\bar{\omega}}{V} L_i) + \frac{\bar{\omega}}{V} \right\} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & - \frac{1}{2} \frac{1}{\frac{\bar{\omega}}{V} + \beta_k} \left\{ M \cos(\frac{\bar{\omega}}{V} L_i + \beta_k L_i) + \sin(\frac{\bar{\omega}}{V} L_i + \beta_k L_i) - M \right\} \\ & - \frac{1}{2} \frac{1}{\frac{\bar{\omega}}{V} - \beta_k} \left\{ M \cos(\frac{\bar{\omega}}{V} L_i - \beta_k L_i) - \sin(\frac{\bar{\omega}}{V} L_i - \beta_k L_i) - M \right\} \end{aligned} \tag{3.47}$$

식 (3.43)의 해는 Duhamel의 적분공식으로부터 결정되며,

$$q_k(t) = \int_0^t h_k(t-\tau) Q_k(\tau) d\tau \tag{3.48}$$

$$\text{여기서, } h_k(t) = \frac{1}{\omega_k \sqrt{1 - \zeta_k^2}} e^{-\zeta_k \omega_k t} \sin \sqrt{1 - \zeta_k^2} \omega_k t \tag{3.49}$$

축방향과 같은 방법으로 Simpson 법칙에 따라 적분하여 변위 및 곡률, 횡변형률을 다음과 같이 산정할 수 있다.

$$w(y, t) = \sum_{k=1}^{\infty} q_k(t) \left\{ \frac{\sin(\beta_k L) + \sinh(\beta_k L)}{\cosh(\beta_k L) + \cos(\beta_k L)} \frac{\cosh(\beta_k y) + \cos(\beta_k y)}{\sin(\beta_k y) + \sinh(\beta_k y)} \right\} \tag{3.50}$$

$$x_a(y, t) = \sum_{k=1}^{\infty} q_k(t) \beta_k^2 \left\{ \frac{\sin(\beta_k L) + \sinh(\beta_k L)}{\cosh(\beta_k L) + \cos(\beta_k L)} \frac{\cosh(\beta_k y) - \cos(\beta_k y)}{\sin(\beta_k y) - \sinh(\beta_k y)} \right\} \tag{3.51}$$

$$\epsilon_a(y, t) = \frac{D}{2} \sum_{k=1}^{\infty} q_k(t) \beta_k^2 \left\{ \frac{\sin(\beta_k L) + \sinh(\beta_k L)}{\cosh(\beta_k L) + \cos(\beta_k L)} \frac{\cosh(\beta_k y) - \cos(\beta_k y)}{\sin(\beta_k y) - \sinh(\beta_k y)} \right\} \tag{3.52}$$

여기서, D는 매설관의 외부 직경이다.

3.3 매설관의 일시적 응답 및 정적 응답과 진동치

표 6은 축방향 및 축직각방향 강제진동에 대한 매설관의 전형적인 변위 응답을 보여주고 있다. 응답은 지반 진동과 같은 주기를 가진 정현파 형태로 나타나며, 두 가지 형태로 구별될 수 있다.

일시적 응답은 $t = 0 \sim L/V$ 동안 지속된다(L:매설관의 길이, V:전파속도). L/V 은 매설관 전장에 걸쳐 지반변위를 받게되는 시간을 의미한다. 그림에 나타나듯이, 이 시간은 0.125sec ($=100/800$)이다. 파가 매설관의 좌측 단부에서부터 진동한 후, 응답은 낮은 증감을 보이다가 파가 매설관의 축을 따라 매설관의 중간지점 ($y=50m$)에 도달할 때 급격히 증가하여 최대값에 도달하게 된다. 이 시점에서 최대값은 최대 일시적 응답으로 간주된다. 이

후 응답은 점점 감소하여 정현파가 된다. 전파속도가 증가함에 일시적 거동은 불분명해진다.

정적응답은 파가 매설관의 전장을 통과한 후($t \geq L/V=0.125sec$), 응답은 정현파가 되고 일정한 진폭을 가진다. 주기는 지반거동의 주기와 같다. 이때 발파,항타작업등으로 인한 매설관의 외부충격으로 인한 강제진동 15~21cm/sec에도 견딜수 있어야 한다.

표 6. 매설관의 중간지점에서의 축방향 및 축직각방향의 변위 응답

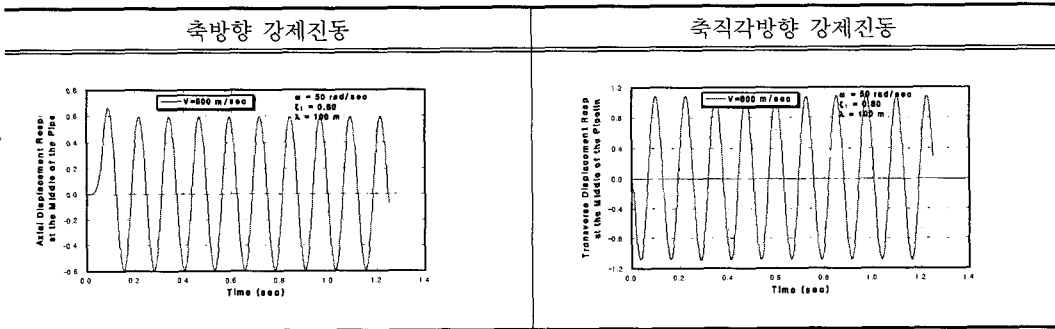
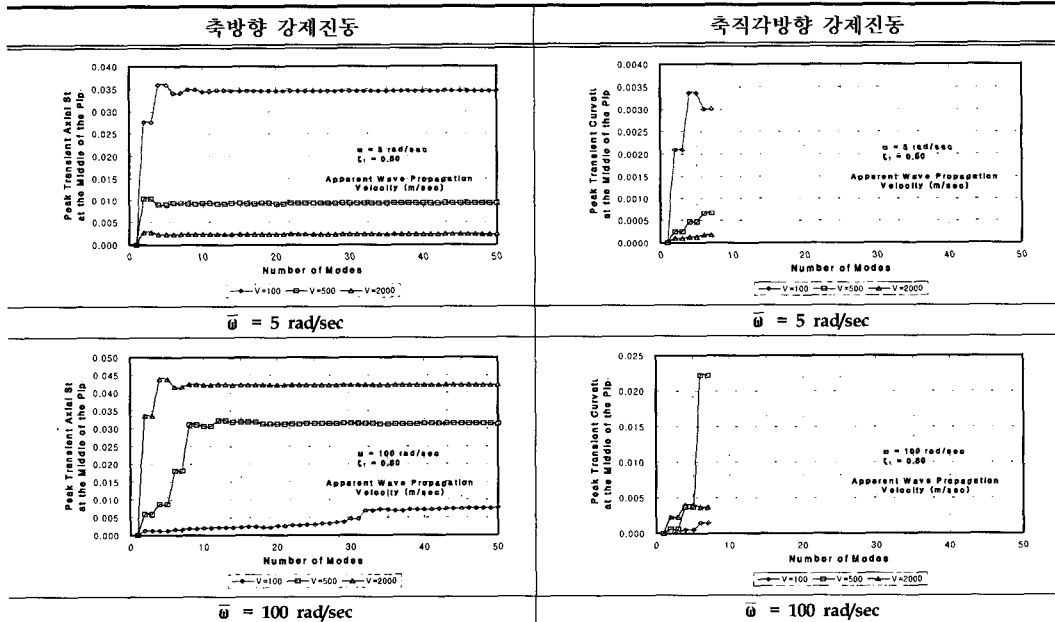


표 7. 모드수에 따른 일시적 변형률(곡률) 응답



3.4 모드수의 영향과 진동안전기준치

연속계의 동해석에서 있어 주요 고려사항은 응답을 정확하게 평가하는데 필요한 모드수의 수이다. 모드수의 영향을 살펴보기 위해 변위 대신 변형률과 곡률이 고려되었다. 그 이유는 변위의 변화를 보기 위해서는 높은 강성의 물체가 거동을 해야하는데 이것은 주로 첫 번째 모드에서 발생하기 때문이다

본 해석은 3개의 전파속도와 2개의 진동로연구되었다. 즉, 전파속도는 저속도(100m/sec), 중간속도(500m/sec), 고속도(2000m/sec)로 구분하고 진동수는 저진동수(5rad/sec)와 고진동수(100rad/sec)로 나눠서 연구하였다. 또한 앞서 언급된 일시적 응답과 정적 응답에 대해서도 연구되었다. 표 7과 표 8은 이러한 조건을 고려하여 모드수의 변화에 따른 변형률과 곡률의 변화를 나타내고 있다.

표 8. 모드수에 따른 정적 변형률(곡률) 응답

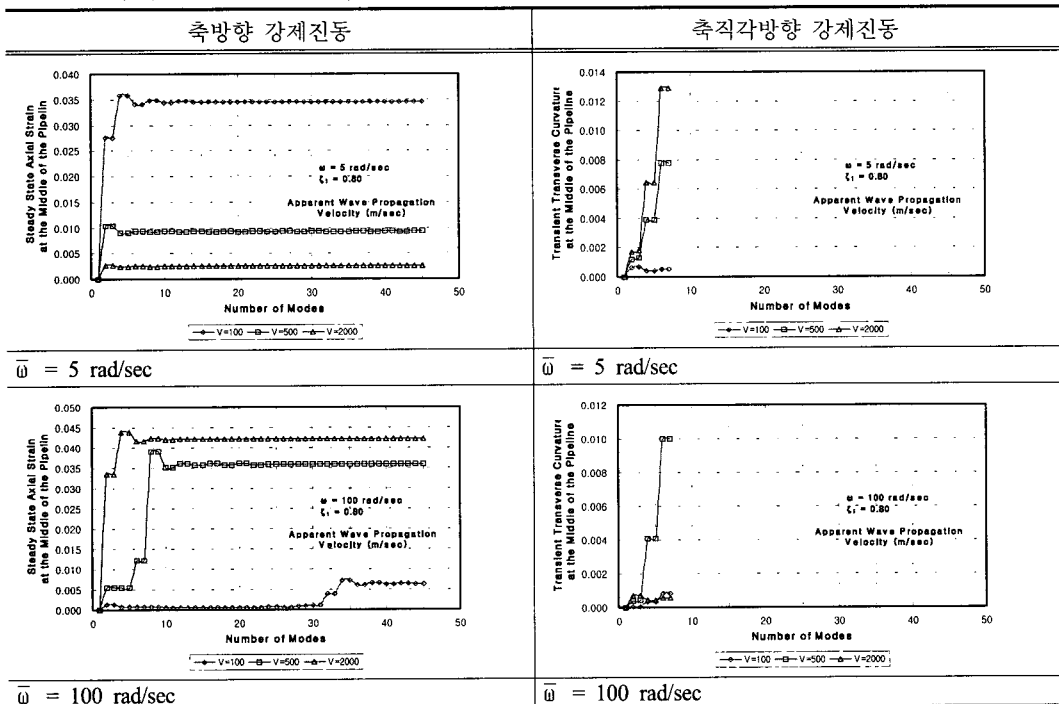
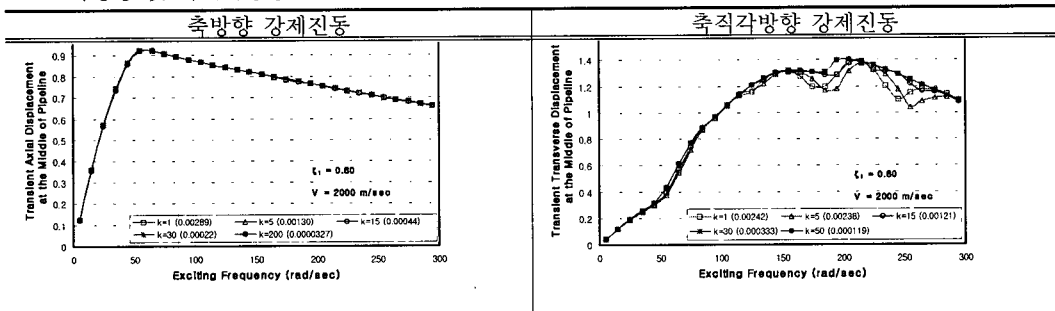


표 9. 축방향 및 축직각방향 강제진동 해석시 적분 시간 간격에 따른 일시적 변위 응답



축방향 강제 진동의 경우, 전파속도 500m/sec와 2000m/sec에서 전체 응답은 대략 15이하의 모드에서 얻어지며, 100m/sec와 100rad/sec에서 32와 33 모드에서 영향이 있는 것으로 나타났다. 또한, 같은 조건에 대해 일시적 응답과 정적 응답 해석시 같은 수의 모드가 필요하다는 것을 알 수 있다. 동 해석을 위한 소요 모드수는 지반 진동수($\bar{\omega}$)와 전파속도(V)에 상당히 의존적이다. V가 증가하고 $\bar{\omega}$ 가 감소함에 따라 모드의 영향은 낮은 모드에서 주로 발생한다.

최대 영향을 나타내는 모드수는 $2L/\lambda+1$ 로서 식 (3.14)에서 예측할 수 있다. b_k 가 0이 된다는 것은 외부 진동 파장($2\pi V/\bar{\omega}$)과 매설관의 모드형상에 따른 파장($2L/(k-1)$)이 서로 일치하는 것을 의미하며, 또한 이것은 공진현상으로 볼 수 있다. 따라서 소요 모드수 산정은 최대 영향을 나타내는 모드수에 영향을 미치지 않을 것으로 예상되는 추가 10개의 모드를 더해서 $2L/\lambda+11$ 으로 사용한다. 그러나 이것은 소요 모드수를 산정함에 있어 충분조건은 아니다. 따라서 최소 소요 모드수를 산정함에 있어 15 와 $2L/\pi V+11$ 에서 둘 중 큰 것을 선택한다.

축직각방향 강제진동의 경우 7개의 모드만 고려되었다. 모드 수가 적어 모드 수에 의한 영향을 평가하기에는 부족하다. 그러나 낮은 모드에서 대부분의 영향이 나타난다는 기존의 연구들을 볼 때, 해석상에는 큰 문제가 없다.³⁾ 또한 표 7과 표 8의 축직각방향 그래프를 보면 6번째 모드까지 증가를 보이다가 7번째 모드 진동안전기준치 5cm/sec이상에서도 거의 영향을 미치지 않은 것으로 나타났다.

3.5 적분 시간 간격의 영향

첫 번째 모드에 대한 지반-구조물의 상호작용에 의한 감쇠비는 80%로 하였으며, 3개의 겹보기 전파속도(저속도(100m/sec), 중간속도(500m/sec), 고속도(2000m/sec))에 대해 연구되었다. 표 9는 고속도인 2000m/sec에 대한 그래프이다.

축방향 강제진동의 경우, 응답은 구조물의 고유진동수와 지반 진동수에 의존적이다. 고유진동수가

지반 진동수보다 훨씬 높다면, 적분 시간 간격은 더욱 작은 주기로 조절되어야 한다. 그러나 표 9의 축방향 그래프를 보면, 적분 시간 간격의 영향을 거의 받지 않는 것으로 나타났다. 이러한 경향은 $V=100$ m/sec와 $V=500$ m/sec에서도 마찬가지였다. 따라서, 축방향 강제진동의 경우 최소 소요 모드는 15이며, 이에 대한 고유진동수의 1/10을 적분 시간 간격으로 적용한다.

그러나 축직각방향 강제진동의 경우 축방향과 같은 방법으로 적분 시간 간격을 산정해본다면, 해석시 사용된 모드는 7개이며 $t=T_z/10$ 은 0.00228sec 이고 지반 진동수 300rad/sec에 대한 $T/10$ 은 0.00209가 된다. 여기서 지반 진동수에 의한 시간 간격이 더 작으므로 15번째 모드 이후의 시간 간격에 대해서는 일정한 해석 값을 가져야만 하지만, 30번째 모드가 되어서야 비로서 일정한 값에 수렴하기 시작했다. 따라서 축직각방향 강제진동 해석시 30번째 모드에 대한 시간 간격을 적용하였다.

4. 결 론

본 연구는 양단자유 경계조건을 가진 매설관의 동적 거동에 관해 연구하였다. 축방향 및 축직각방향에 대한 자유진동과 강제진동의 수식전개 및 프로그래밍을 통해 매개변수들의 영향에 대해 다음과 같은 결론을 얻었다.

1. 2절에서는 매설관의 자유진동에 대해 살펴보았다. 표 1~표 5는 구조물의 고유진동수에 대한 매개변수의 영향을 보여주고 있다. 매개변수의 영향 중 지반강성과 매설관의 길이에 의한 영향이 가장 컸다. 지반 강성이 증가함에 따라 고유진동수가 증가하는 경향이 나타났으며, 축직각방향보다는 축방향에서 영향이 더 컸다. 매설관의 길이의 경우 전체적인 경향은 길이가 증가함에 따라 고유진동수가 낮아지는 경향을 나타내고 있으며, 길이에 의한 영향 또한 축직각방향에 비해 축방향에서 영향이 크게 나타났다.

2. 3절에서는 매설관의 강제진동에 대해 살펴보았다. 시간-변위 그래프를 통해 일시적 거동과 정적 거동을 확인할 수 있었다. 정현파 형태의 파가 매설관의 전장을 통과하기 전에 거동에 약간의 증감이 발생하는 것이 일시적 응답이며, 파가 매설관 전체에 전달되어 매설관의 거동이 정현파가 되는 형태를 정적 거동이라고 정의했다. 일시적 거동은 파의 전파속도가 빠를수록 불분명해진다.
3. 모드수의 영향에 대한 연구를 위해 3개의 전파속도와 2개의 진동수에 대한 연구했다. 대부분 낮은 모드에서 큰 영향이 나타났다. 그러나 축방향 강제진동의 경우 모드에 의한 고유진동수와 지반 진동수가 같아지면서 발생하는 공진현상을 확인할 수 있었으며 주로 높은 지반 진동수에서 발생했다. 축직각방향 강제진동의 경우 7개 모드만을 고려함으로써 축방향과 같은 공진현상을 확인할 수는 없었지만 진동안전기준치 5cm/sec에서 매설관은 안전함을 알 수 있었다.
4. 적절한 적분 시간 간격은 정확하고 빠른 해석을 위해 필요하다. 축방향 강제진동의 경우 소모 모드수에 따른 고유주기와 지반 진동주기 중 작은 쪽 주기에 1/10을 곱하여 산정하지만, 적분 시간 간격의 영향이 거의 없으므로 15 모드에 대한 고유주기를 이용한다. 한편, 축직각방향 강제진동의 경우 동일한 방법을 적용할 수 없었으며, 30번째 모드에 의해 산정된 시간 간격에서야 비로서 일직값에 수렴하였다.
- Earthquake Engineering and Structural Dynamics, Vol. 7, pp. 451-476.
3. Larbi, A, 1995, Earthquake Resistance of Buried Pipelines, A Thesis Submitted to the Faculty of Drexel University in partial fulfillment of the requirements for the degree of Doctor of Philosophy, pp. 23-43.
4. Dowding, C. H., 1984, Blast Vibration monitoring and control, Northwestern University.
5. Persson, P. A, R. Holmberg and J. M. Lee, 1994, Rock Blasting & Explosive Engineering, CRC Press Inc, pp. 151.
6. URBANSKI, I., 1984, Chemistry and Technology of Explosives, Pergamon Press Ltd, pp. 558~567.
7. 총포·도검·화약류등 단속법시행령 제2조12항
8. 김희창, 안명석, 김종현, 2000, 화약 및 화공품의 역사와 향후 전망에 관한 연구, 화약발파, pp.9~10
9. 김수석, 1986, Mohr-Coulomb 항복기준에 지배를 받는 탄점소성체의 유한요소해석, 부산대학교 대학원 박사학위논문, pp. 3.
10. 한동훈, 안명석, 이광열, 오병삼, 강문구, 2003, 화강암지반에서 진동 및 크랙측정치 분석에 관한 연구, 터널기술, Vol. 5, No. 3, pp. 251~260.
11. 안명석, 이광열, 윤성현, 정진교, 2002, 발파시공의 정밀도가 품질 및 유지관리에 미치는 영향, 한국터널공학회 춘계학술발표회 논문집, p. 131.
12. 양형식, 주재성, 1992, 노천굴발파의 진동특성과 입지상수 결정에 관한 연구, 한국자원공학회지 Vol. 27, pp. 316~323.

참 고 문 헌

1. Clough, Ray W. and J. Penzien, 1975, Dynamics of Structures, MacGraw Hill Book Company, New York, pp. 293-327.
2. Hindy, A. and M. Novak., 1979, Earthquake Response of Underground Pipelines,