

정적 광탄성 실험 하이브리드법에 의한 직교이방성체의 균열전파 기준에 관한 연구

신동철* · 황재석† · 남성수** · 권오성**
(2004년 7월 6일 접수, 2004년 10월 6일 심사완료)

A Study on the Crack Propagation Criterion of Orthotropic Material by the Static Photoelastic Experimental Hybrid Method

Dong-Chul Shin, Jai-Sug Hawong, Sung-Su Nam and O-Sung Kwon

Key Words : Crack Propagation Criterion(균열전파 이론), Static Photoelastic Experimental Hybrid Method(정적 광탄성 실험 하이브리드법), Minimum Strain Energy Density Criterion(최소 변형률에너지밀도 이론), Maximum Tangential Stress Criterion(최대 접선응력 이론), Orthotropic Material(직교이방성체), Mode Mixity(모드 혼합도).

Abstract

The static photoelastic experiment was applied to orthotropic materials. And then the specimens used in photoelastic experiment were fractured under static load. The static photoelastic experimental hybrid method for orthotropic material was introduced and its validity had been assured. Crack propagation criterion used the stress components, which are considered the higher order terms, obtained from the static photoelastic experimental hybrid method was introduced and it was applied to the minimum strain energy density criterion, the maximum tangential stress criterion and mode mixity. Comparing the actual initial angle of crack propagation with the theoretical initial angle of crack propagation obtained from the above failure criterions, the validities of the above two criterions are assured and the optimal distance (r) from the crack-tip is 0.01mm in order to get the initial angle of crack propagation of orthotropic material (C.F.E.C.).

1. 서론

광탄성 실험법은 기계부품이나 구조물의 응력을 해석하는 다른 실험 방법에 비해 상대적으로 많은 장점을 지니고 있다. 근래에 많이 사용되어지고 있는 스트레인 게이지법은 스트레인 게이지가 부착된 극히 미소한 부분의 응력과 변형률을 측정할 수 있는 반면, 광탄성 실험법은 전영역(full-field)에 걸쳐 많은 양의 응력과 변형률의 정보를 얻어낼 수 있다. 또한 이러한 정보를 가시적으로 나타내주므로 결과의 판단과 이용이 다른 실험 방법에 비해서 용이하고 효과적이다. 이러한

광탄성 실험을 보다 더 유용하게 사용할 수 있는 광탄성 실험 하이브리드법이 본 연구자에 의해 연구 개발되어 왔다.⁽¹⁻⁴⁾

균열 진전에 관한 이론은 Griffith⁽⁵⁾가 처음으로 재료의 에너지가 표면에너지 이상으로 축적 되었을 때 파손된다고 제안한 이후에 많은 연구가 이루어졌다. 그 후 Hussain⁽⁶⁾ 등은 Griffith의 에너지 법칙을 기초로 균열의 초기각도는 에너지 해방률이 최대인 방향으로 파손된다는 G-criterion을 제안 하였으며, Erdogan과 Sih⁽⁷⁾는 균질체의 혼합모드 균열의 전파각도에 대해 평판의 균열은 재료의 포아송 비(Poisson's ratio) ν 에 관계없이 균열선단의 최대접선응력($\sigma_{\theta_{max}}$) 방향으로 진전한다고 가정 한 최대 접선응력 이론(maximum tangential stress criterion: MTSC)를 주장하였고, 또한 1축과 2축 응력상태에서 중앙균열이 존재하는 평판의 균열전파각도를 응력확대계수와 에너지 해방률의 개념을 이용하여 구하였다.

* 회원, 영남대학교 기계공학부
† 책임저자, 회원, 영남대학교 기계공학부
E-mail : jshawong@yumail.ac.kr
TEL: (053)810-2445, FAX: (053)810-4627
** 영남대학교 대학원 기계공학부

Williams와 Ewing⁽⁸⁾는 PMMA인 얇은 판으로 경사 중앙균열체의 시험편을 제작하여 경사각도, 균열길이, 시편길이를 변화시켜가면서 균열전파각도를 실험에 의해 구하고 이론적으로 구한 균열진전각도와 비교·검토하여 최대 접선응력 이론을 보정하였다. 또한, Sih는 이러한 파괴기준에 변형에너지 밀도가 최소인 방향으로 최초 균열이 진전한다는 최소 변형에너지 이론(S-criterion)을 주장하였고,⁽⁹⁾ 변형에너지 밀도계수를 혼합모드에 적용하였다.⁽¹⁰⁾ 그 후 Theocaris와 Andrianopoulos는 균열선단에서의 소성역(plastic zone) 크기 r_p 에 의하여 최소 변형에너지 이론을 보정하였고,⁽¹¹⁾ 평균 변형을 에너지 밀도계수(mean strain energy density factor) \bar{s} 를 사용하여 최소 변형에너지 이론을 보정하였다.⁽¹²⁾

본 연구에서는 광탄성 실험 하이브리드법을 통하여 얻은 균열선단 주위의 고차항이 고려된 응력성분을 사용하여 앞서의 균열전파 이론에 적용함으로써 최적의 전파이론을 제시하고자 한다.

2. 기초 이론

2.1 직교이방성체 내의 균열 선단 응력장과 광탄성 실험 하이브리드법

$z = x + iy$ 좌표축에서 평면하중을 받는 선형 탄성문체의 경우 물체력(body force)를 무시하고, 평형방정식을 만족하는 Airy 응력함수($\Phi(x, y)$)로 표현한 각 응력성분들은 식 (1)과 같다.

$$\sigma_x = \frac{\partial^2 \Phi(x, y)}{\partial y^2}, \quad \sigma_y = \frac{\partial^2 \Phi(x, y)}{\partial x^2}, \quad \tau_{xy} = -\frac{\partial^2 \Phi(x, y)}{\partial x \partial y} \quad (1)$$

직교이방성체 평면문체의 Airy 응력함수는 식 (2)과 같이 표시된다.⁽¹³⁾

$$\Phi(x, y) = 2 \operatorname{Re}[\Phi_1(z_1) + \Phi_2(z_2)] \quad (2)$$

여기서 $\Phi_1(z_1)$ 과 $\Phi_2(z_2)$ 는 복소변수 $z_1 = x + s_1 y$, $z_2 = x + s_2 y$ 의 해석적인 함수이며, s_1 과 s_2 는 직교이방성 재료의 특성근이다. $\Phi_1(z_1)$ 의 첨자의 반복을 피하기 위하여 새로운 응력함수 $\phi(z_1) = d\Phi_1/dz_1$ 와 $\phi(z_2) = d\Phi_2/dz_2$ 를 사용하고, 식 (2)을 식 (1)에 대입하여 각 응력성분들을 나타내면 식 (3)과 같다.⁽¹⁴⁾

$$\begin{aligned} \sigma_x &= 2 \operatorname{Re}[s_1^2 \phi'(z_1) + s_2^2 \phi'(z_2)] \\ \sigma_y &= 2 \operatorname{Re}[\phi'(z_1) + \phi'(z_2)] \\ \tau_{xy} &= -2 \operatorname{Re}[s_1 \phi'(z_1) + s_2 \phi'(z_2)] \end{aligned} \quad (3)$$

z 평면상에서 해석적인 연속성과 경계조건을

만족하는 응력함수 $\phi(z_1)$ 과 $\phi(z_2)$ 를 멱급수의 형태로 가정하면 식 (4), (5)와 같다.⁽¹³⁾

$$\phi(z_1) = \sum_{n=1}^N C_n z_1^{\frac{n}{2}} \quad (4)$$

$$\begin{aligned} \phi(z_2) &= (-1)^n \overline{B\phi(z_1)} + C\phi(z_2) \\ &= \sum_{n=1}^N \left[(-1)^n \overline{C_n B z_2^{\frac{n}{2}}} + C_n C z_2^{\frac{n}{2}} \right] \end{aligned} \quad (5)$$

여기서 $C_n (= a_n + ib_n)$ 은 복소계수이며, 또한 이며, B 와 C 는 다음과 같다.⁽¹⁴⁾

$$B = \frac{\overline{s_2 - s_1}}{s_2 - s_2}, \quad C = \frac{\overline{s_2 - s_1}}{s_2 - s_2} \quad (6)$$

각 응력성분들은 식 (4)와 (5)의 도함수를 식 (3)에 대입하여 정리하면 균열 선단 응력장은 다음과 같이 표현될 수 있음을 본 연구자에 의해 유도되었다.^(3,4)

$$\begin{aligned} \sigma_x &= 2 \sum_{n=1}^N \operatorname{Re} \left\{ \frac{n}{2} \left[s_1^2 z_1^{\frac{n-1}{2}} + s_2^2 C z_2^{\frac{n-1}{2}} \right] C_n + \frac{n}{2} \left[s_2^2 (-1)^n B z_2^{\frac{n-1}{2}} \right] \overline{C_n} \right\} \\ \sigma_y &= 2 \sum_{n=1}^N \operatorname{Re} \left\{ \frac{n}{2} \left[z_1^{\frac{n-1}{2}} + C z_2^{\frac{n-1}{2}} \right] C_n + \frac{n}{2} \left[(-1)^n B z_2^{\frac{n-1}{2}} \right] \overline{C_n} \right\} \\ \tau_{xy} &= 2 \sum_{n=1}^N \operatorname{Re} \left\{ \frac{n}{2} \left[s_1 z_1^{\frac{n-1}{2}} + s_2 C z_2^{\frac{n-1}{2}} \right] C_n + \frac{n}{2} \left[s_2 (-1)^n B z_2^{\frac{n-1}{2}} \right] \overline{C_n} \right\} \end{aligned} \quad (7)$$

이러한 응력장과 광탄성 실험의 등색선 무늬차수, 시편의 두께 및 응력프린치치 등을 직교이방성체의 광응력 법칙⁽¹⁵⁾인 식 (8)에 대입함으로써, 식 (8)은 미지수 $C_n (= a_n + ib_n)$ 만의 함수로써 표현할 수 있다.

$$\sqrt{\left(\frac{\sigma_x}{f_x} - \frac{\sigma_y}{f_y} \right)^2 + \left(\frac{2\tau_{xy}}{f_{xy}} \right)^2} = \frac{N_f}{t} \quad (8)$$

여기서 N_f 는 등색선 무늬차수이며, t 는 시편의 두께이고, f_x, f_y 는 각각 이방성재료의 x, y 방향의 응력프린치치(stress fringe value)이며, f_{xy} 는 횡하중을 받는 이방성 재료의 횡응력프린치치이다.

그러므로 식 (7)의 복소계수 $C_n = a_n + ib_n$ 은 광탄성 실험의 비선형 최소자승법(non-linear least squares method: NLSM)⁽¹⁴⁾를 이용하여 구할 수 있으며, 이렇게 구한 계수들로부터 각 재료 내의 균열선단 응력함수 및 응력성분을 구할 수 있다. 이와 같은 방법을 각 재료의 광탄성 실험 하이브리드법이라 칭한다.

이때 복소계수 C_n 과 응력 확대계수와와의 관계

식은 식 (9)와 같다.⁽³⁾

$$K_I = \sqrt{2\pi} \operatorname{Re} \left[\left(\frac{s_2 - s_1}{s_2} \right) C_1 \right], \quad (9)$$

$$K_{II} = -\sqrt{2\pi} \operatorname{Re} \left[(s_1 - s_2) (\overline{C_1 B} - C_1 C) \right]$$

여기서 a_i 과 b_i 는 복소 계수 (C_n)의 첫 번째 항 즉, $C_1 = a_1 + ib_n$ 의 실 계수들이다.

2.2 파괴진로 이론

2.2.1 최대 접선 응력 이론

직각좌표계로 표현된 응력성분을 극좌표로 표시하면 식 (10) 같다.

$$\sigma_r = \sigma_x \cos^2 \theta + \sigma_y \sin^2 \theta + 2\tau_{xy} \sin \theta \cos \theta$$

$$\sigma_\theta = \sigma_x \sin^2 \theta + \sigma_y \cos^2 \theta - 2\tau_{xy} \sin \theta \cos \theta \quad (10)$$

$$\tau_{r\theta} = (\sigma_y - \sigma_x) \sin \theta \cos \theta + \tau_{xy} (\cos^2 \theta - \sin^2 \theta)$$

균열이 최대 접선응력 ($\sigma_{\theta_{max}}$)이 발생되는 방향으로 진전한다고 가정한 최대접선응력 이론 (maximum tangential stress criterion: MTSC)으로부터 균열 초기 전파각도 (initial angle of crack propagation)는 식 (10)을 θ 에 관해 미분함으로써 구할 수 있다. 즉

$$\frac{\partial \sigma_\theta}{\partial \theta} = 0, \quad \frac{\partial^2 \sigma_\theta}{\partial \theta^2} < 0 \quad (11)$$

그러나 바로 균열선단($r=0$)의 응력성분을 구하는 것은 쉽지 않으며, 또한 균열선단에서 소성영역이 존재하고 있으므로 식 (11)은 균열선단으로부터의 거리 r 에 관계된다. William과 Ewing⁽⁸⁾은 $r = r_c = 0.05\text{mm}$ 로 가정한 그들의 이론적 예측은 실험 결과들과 일치한다고 주장하였으나, 그 값의 물리적 의미는 설명하지 않았다.

2.2.2 최소 변형을 에너지 밀도 이론

균열선단의 단위 체적에 축적되는 변형을 에너지 dW/dV 는 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$\frac{dW}{dV} = \frac{1}{2} \sigma_{ij} \epsilon_{ij} \quad (i, j = x, y) \quad (12)$$

그리고 변형을 에너지 밀도함수는 식 (13)과 같이 나타낼 수 있다.

$$S = r \frac{dW}{dV} = \frac{r}{2} (\sigma_x \epsilon_x + \sigma_y \epsilon_y + \tau_{xy} \gamma_{xy}) \quad (13)$$

Sih⁽¹⁰⁾ 는 파괴는 S 가 최소인 방향으로 일어나

며, 한계값 S_c 에 도달하면 파괴가 개시된다고 하였다. 이때 최소 변형을 에너지 밀도 이론 (minimum strain energy density criterion: MSED)에 의한 균열 초기 전파각도는 식 (14)로 구할 수 있다

$$\frac{\partial S}{\partial \theta} = 0, \quad \frac{\partial^2 S}{\partial \theta^2} > 0 \quad (14)$$

여기에서도 균열 초기전파각도는 균열 선단으로부터의 거리 r 에 관계된다.

앞서의 두 이론의 적용에서 지금까지의 학자들은 단지 1차항($n=1$)만을 고려한 응력성분을 사용하여왔다. 이 경우 식 (9)에서 보듯이 단지 응력확대계수 K_I, K_{II} 만이 고려되며, $\sigma_{\theta x}$ (a_2 항과 관련) 등은 무시된다. 본 연구에서는 균열전파 초기각도의 보다 정확한 예측을 위하여 광탄성실험 하이브리드 법으로 구한 고차항이 고려된 응력성분이 대입된 최대 접선응력 이론과 최소 변형에너지 밀도 이론을 사용하고 각 균열선단에서 떨어진 r 을 변화시키면서 균열전파 초기각도를 구한다. 이러한 방법을 정적 광탄성 실험 하이브리드법에 의한 직교이방성체의 균열전파기준이라 칭한다.

3. 실험 및 실험결과

광탄성 실험 시편의 파이버 직경은 0.9mm 이고 파이버 피치가 2mm 인 C.F.E.C.(copper fiber epoxy composite)판⁽¹⁶⁾을 사용하였다.

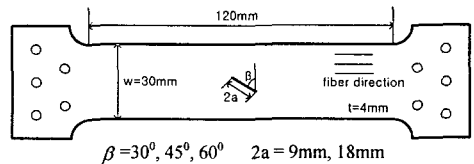
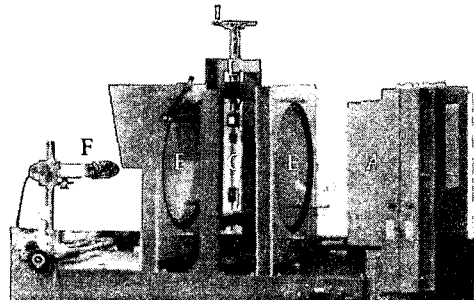


Fig. 1 Specimen of Photoelastic Experiment for Orthotropic Material (C.F.E.C)



A: Light source B: Polarizer 1(P₁) & Quarter wave plate 1(Q₁)
C: Specimen D: Loading device F: CCD camera
E: Polarizer 2(P₂) & Quarter wave plate 2(Q₂)

Fig. 2 Optical system of photoelastic experiment

사용된 시편의 물성치 및 응력프린지치는 Table 1 과 같다.

시편들을 Fig. 1 과 같이 가공하고 Fig. 2 의 투과형 광탄성 실험장치에서 축방향으로 단순 인장응력을 가한다.

이러한 직교이방성체 시편에 투과형 광탄성 실험을 행하여 얻은 등색선 무늬 데이터에 투과형 광탄성 실험 하이브리드법을 적용함으로써, 고차항($n=8\sim 10$)이 고려된 응력성분 및 응력확대계수를 얻는다. 구하여진 응력성분을 최대 접선응력

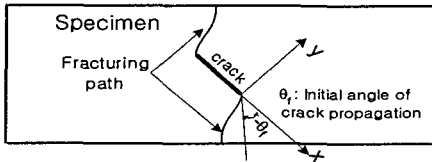


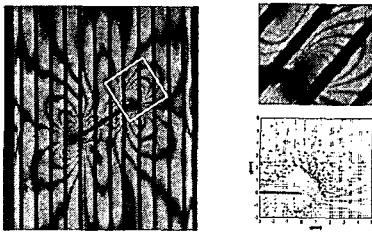
Fig. 3 Path and initial angle of crack propagation

이론과 최소 변형에너지 밀도 이론에 대입하여 각 균열선단에서 떨어진 거리 r 을 변화시키면서 균열전파 초기각도를 구한다. 이렇게 구한 균열전파 초기각도와 그 시편에 하중을 더욱 증가시켜 실제로 파손될 때의 균열전파 초기각도를 비교하며, 또한 모우드 혼합도와의 관계도 비교함으로써 최적의 균열전파 이론을 확립하고자 한다. 이때 균열전파 초기각도의 방향은 Fig. 3 과 같이 x 축과 균열 제적의 최초 접선과 이루는 각도이며, x 축은 초기 균열의 진행방향을 의미한다.

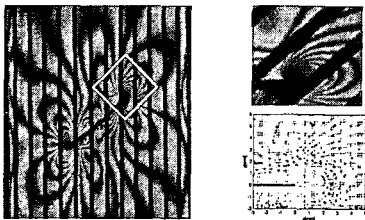
Fig. 4와 5는 각각 직교이방성체에 내부균열을 가진 시편에 정적하중이 작용할 때, 균열 길이비 ($2a/w$)가 0.3과 0.6인 경우의 정적 광탄성 실험을 통해 얻은 실제 등색선 무늬와 투과형 광탄성실험

Table 1 Measured elastic properties and stress fringe values of C.F.E.C

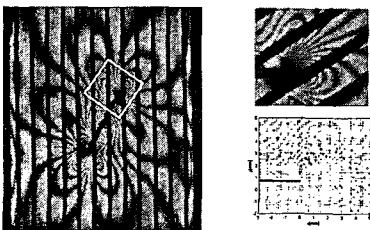
V_f (d_f)	E_{LL} (GPa)	E_{TT} (GPa)	G_{LT} (GPa)	ν_{LT}	f_{LL} (kN/m -fr.)	f_{TT} (kN/m -fr.)	f_{LT} (kN/m -fr.)
5.61% (0.9mm)	8.63	3.57	2.96	0.38	30.32	11.13	12.90



(a) $\beta=30^\circ, \sigma_0=11.79\text{MPa}$

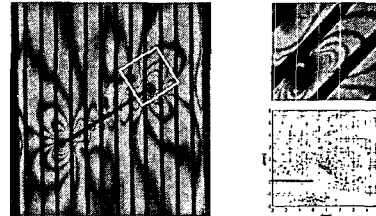


(b) $\beta=45^\circ, \sigma_0=13.24\text{MPa}$

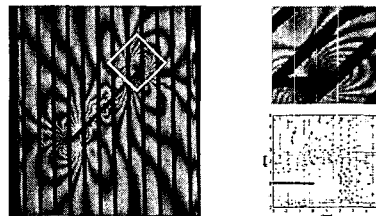


(c) $\beta=60^\circ, \sigma_0=23.50\text{MPa}$

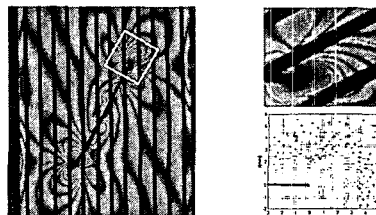
Fig. 4 Whole actual isochromatics [left side], actual isochromatics [right-upper side] and graphic isochromatics [right-lower side] ($2a/w=0.3$)



(a) $\beta=30^\circ, \sigma_0=7.38\text{MPa}$



(b) $\beta=45^\circ, \sigma_0=11.00\text{MPa}$



(c) $\beta=60^\circ, \sigma_0=12.57\text{MPa}$

Fig. 5 Whole actual isochromatics [left side], actual isochromatics [right-upper side] and graphic isochromatics [right-lower side] ($2a/w=0.6$)

하이브리드법을 통해 얻은 응력성분들을 이용하여 다시 재현한 등색선 무늬의 형태를 비교한 것이다. 각 경우의 균열경사각도(β)와 인장응력($=\sigma_0$) 이 각 그림에 제시되었다. 전체 실제 등색선 무늬는 각 그림의 좌측에 나타내었고, 등색선 무늬에서 데이터를 취한 영역이 "□"형태로 표시되었으며, 그 영역내의 실제 등색선 무늬와 광탄성 실험 하이브리드법으로 재현한 등색선 무늬를 각 그림의 우측에 균열이 수평이 되도록 회전하여 나타내었다. 여기서 균열전단의 등색선 무늬 차수의 식별이 불가능하므로 식별이 가능한 균열전단에서 조금 떨어진 지점(선단에서 약 2mm의 지점)의 x.0배와 x.5배 등색선 차수 데이터를 약 80~90여 개를 취하였다. 여기서 "+"표시는 데이터를 취한 지점을 의미한다. 각 실험 데이터는 각 무늬차수의 중심선상에서 측정되었다. Figs. 4, 5에서 보듯이 실제 등색선 무늬와 재현한 무늬가 거의 일치하고 있음을 볼 수 있다. 그러므로, 본 연구에서 사용된 직교이방성체용 정적 광탄성 하이브리드법이 유효하다는 것을 알 수 있다.

Fig. 6과 7은 균열경사각도(β)가 30°, 45° 그리고 60°인 경우의 시편에 있어서 광탄성 실험 하이브리드법으로 구한 응력성분들($\sigma_x, \sigma_y, \tau_{xy}$)을 초기응력으로 무차원화한 응력성분들을 0.1차단위로 나타낸 것이며, 각각의 응력선도는 모두 균열진행 방향을 양의 x축으로 하는 직각 좌표축을 사용하여 도시 한 것이다. 최고 등고차수는 균열의 기울

기(β)가 커짐에 따라 균열선단에서 σ_x/σ_0 는 커지고, σ_y/σ_0 는 작아지며, τ_{xy}/σ_0 는 거의 비슷하나 조금씩 작아짐을 알 수 있다. 또한 각 그림에서 알 수 있듯이 균열 표면의 응력성분들은 무 표면력 조건 (traction-free condition)을 만족하고 있다.

Fig. 8과 9는 균열 경사각도가 30°이고 폭에 대한 균열 길이비 ($2a/w$)가 각각 0.3과 0.6인 경우의 파단 된 시편[Fig. 8(a), Fig. 9(a)]과 파단 된 부분을 약 4배 확대한 것이다[Fig. 8(b), Fig. 9(b)]. 실제 실험을 통해 측정된 균열전파 초기각도는 균열 길이비가 0.3인 경우는 40.0°이고, 균열 길이비가 0.6인 경우는 38.9°이며, 초기각도가 균열 길이비가 증가할수록 작아진다는 것을 알 수 있다.

Fig. 10과 11은 균열경사각도가 45°이고 폭에 대한 균열 길이비 ($2a/w$)가 각각 0.3과 0.6인 경우의 파단 된 시편[Fig. 10(a), Fig. 11(a)]과 파단 된 부분을 약 4배 확대한 것이다[Fig. 10(b), Fig. 11(b)]. 실제 실험을 통해 측정된 균열전파 초기각도는 균열길이비가 0.3인 경우는 41.9°이고, 균열 길이비가 0.6인 경우는 40.9°이고, 균열전파 초기각도가 균열길이비가 증가할수록 작아진다는 것을 알 수 있다.

Fig. 12와 13은 균열경사각도가 60°이고 폭에 대한 균열 길이비 ($2a/w$)가 각각 0.3 과 0.6 인 경우의 파단 된 시편[Fig. 12(a), Fig. 13(a)]과 파단 된 부분을 약 4 배 확대한 것이다[Fig. 12(b), Fig. 13(b)]. 실제 실험을 통해 측정된 균열전파 초기각도는 균열길이비가 0.3 인 경우는 42.9°이고, 균열 길이비가

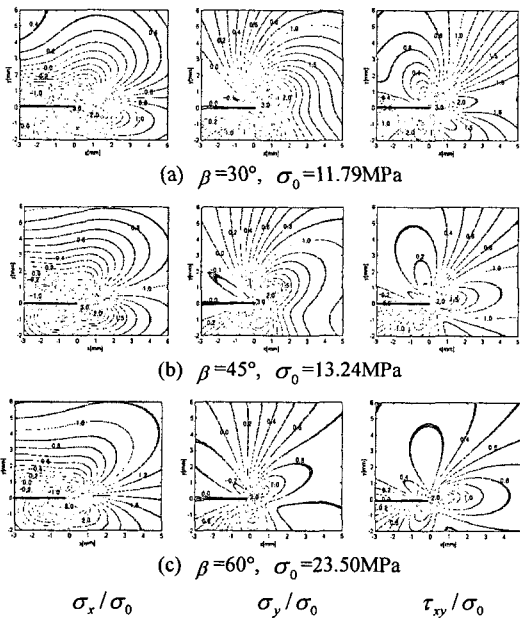


Fig. 6 Contours of $\sigma_x/\sigma_0, \sigma_y/\sigma_0, \tau_{xy}/\sigma_0$ obtained from the photoelastic hybrid method ($2a/w=0.3$)

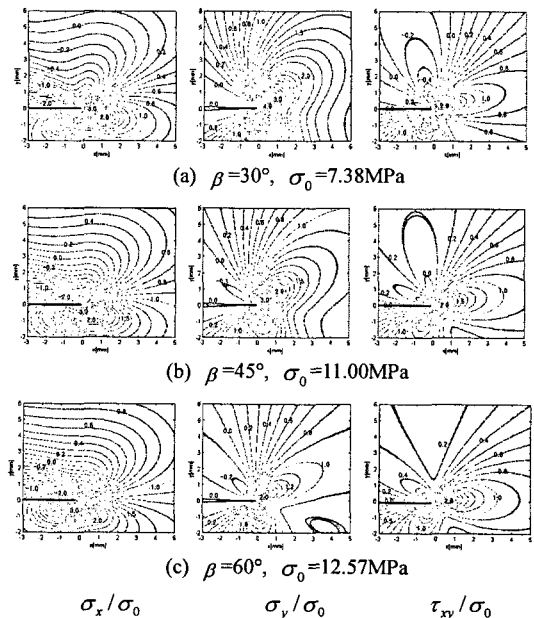


Fig. 7 Contours of $\sigma_x/\sigma_0, \sigma_y/\sigma_0, \tau_{xy}/\sigma_0$ obtained from the photoelastic hybrid method ($2a/w=0.6$)

0.6인 경우는 41.9°이고, 균열전파 초기각도가 균열 길이버가 증가할수록 작아진다는 것을 알 수 있다.

Figs. 8~13에서 볼 수 있듯이 균열 경사각도가 증가할수록, 균열 전파초기각도는 증가한다는 것도 알 수 있다. 직교이방성체의 경우에는 가지 균열을 관찰할 수 없었으며, 균열전파 초기 각도는 등방성체⁽¹⁷⁾보다 작았으며, 균열이 어느 정도 성장한 후에는 균열 진전방향은 하중방향에 수직 한 방향으로 진전하였음을 볼 수 있었다.

Fig. 14는 Fig. 4와 5의 각 경우에 대해 가하여진 응력(σ_0)과 초기균열길이($a=4.5$ or 9mm)에 대한 응력확대계수($K_0 = \sigma_0 \sqrt{\pi a}$)로 무차원화 한 정적 응력확대계수의 관계를 나타낸 것이다. Fig. 14에서 보듯이 균열길이버가 증가할수록 K_I/K_0 와 K_{II}/K_0 모두 약간씩 증가함을 볼 수 있으며, 균열 기울기(β)가 증가할수록 K_I/K_0 은 점점 줄어들고, K_{II}/K_0 는 증가하다가 약간 감소함을 볼 수 있다.

Table 2와 3는 각각 직교이방성체내의 폭에 대한 균열 길이버($2a/w$)가 0.3과 0.6인 경우, 균열경사각도(β)가 각각 30°, 45°와 60°인 경우의 균열 선단에서 떨어진 거리(r)에 대한 파손 시편의 실제 초기진전각도, 광탄성 실험 하이브리드법으로 구한 고차항이 포함된 응력성분들을 이용하여 구한 최대접선응력이론(MTSC)과 최소변형에너지밀도 이론(MSEDC) 등에서 구한 균열전파 초기각도, 그리고 균열이 전파되기 전의 등색선 무늬로부터 구한 응력확대계수를 이용한 모드 혼합도(Mode mixity)⁽¹³⁾인 $\phi = \tan^{-1}[K_{II}/K_I]$ 의 값들을 나타낸 것이다.

Table 2와 3에서 보듯이 균열의 실제 균열전파 각도는 $r=0.01\text{mm}$ 일 때, 투과형 광탄성 실험 하이브리드법으로 구한 응력성분을 이용한 최대접선응력이론(MTSC)과 최소 변형에너지밀도 이론(MSEDC)에서 얻은 균열전파 초기각도와 매우 잘 일치한다. 균열 기울기(β)가 30°와 45°일 때

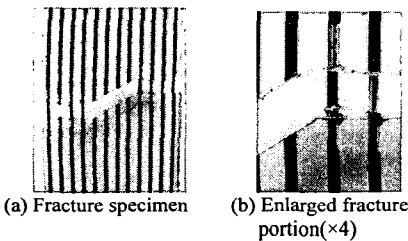


Fig. 8 Fractured specimen of orthotropic material ($2a/w=0.3$, $\beta=30^\circ$, $\sigma_0=15.21\text{MPa}$)

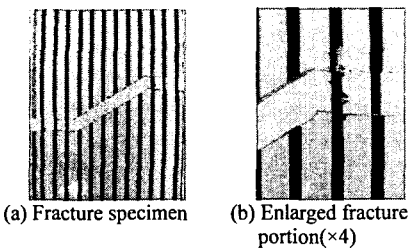


Fig. 9 Fractured specimen of orthotropic material ($2a/w=0.6$, $\beta=30^\circ$, $\sigma_0=7.95\text{MPa}$)

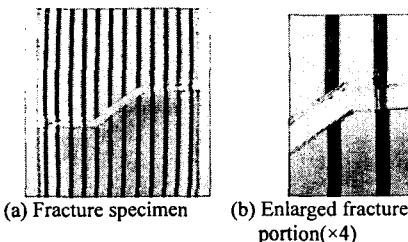


Fig. 10 Fractured specimen of orthotropic material ($2a/w=0.3$, $\beta=45^\circ$, $\sigma_0=17.78\text{MPa}$)

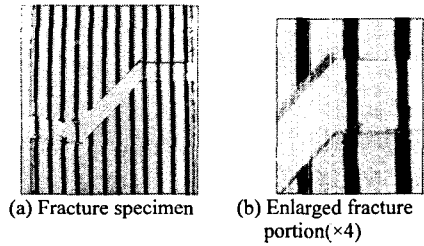


Fig. 11 Fractured specimen of orthotropic material ($2a/w=0.6$, $\beta=45^\circ$, $\sigma_0=15.63\text{MPa}$)

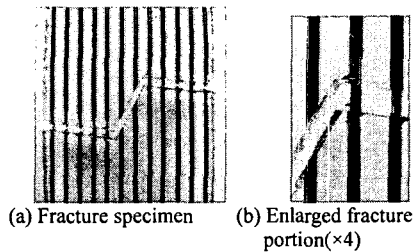


Fig. 12 Fractured specimen of orthotropic material ($2a/w=0.3$, $\beta=60^\circ$, $\sigma_0=42.93\text{MPa}$)

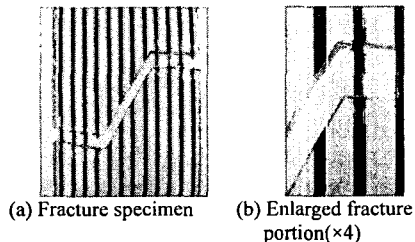


Fig. 13 Fractured specimen of orthotropic material ($2a/w=0.6$, $\beta=60^\circ$, $\sigma_0=31.20\text{MPa}$)

Table 2 Initial angles of crack propagation in the orthotropic materials(2a/w=0.3)

Inclined Angle β [°]	Mode Mixity φ [°]	Calculated initial branched angle, θ_0 [°]										Actual initial angle
		$r=0.0001\text{mm}$		$r=0.005\text{mm}$		$r=0.01\text{mm}$		$r=0.05\text{mm}$		$r=0.1\text{mm}$		
		MTSC	MSEDC	MTSC	MSEDC	MTSC	MSEDC	MTSC	MSEDC	MTSC	MSEDC	
30	27.55	18.27	18.27	37.23	37.23	40.34	40.34	41.57	41.57	41.13	41.13	40.0
45	44.78	19.97	19.97	40.33	40.33	42.47	42.47	42.13	42.13	42.35	42.35	41.9
60	58.91	21.09	21.09	38.85	38.85	42.82	41.93	45.35	42.09	47.03	41.98	42.9

Note : MTSC = Maximum Tangential Stress Criterion
MSEDC=Minimum Strain Energy Density Criterion

Table 3 Initial angles of crack propagation in the orthotropic materials(2a/w=0.6)

Inclined Angle β [°]	Mode Mixity φ [°]	Calculated initial branched angle, θ_0 [°]										Actual initial angle
		$r=0.0001\text{mm}$		$r=0.005\text{mm}$		$r=0.01\text{mm}$		$r=0.05\text{mm}$		$r=0.1\text{mm}$		
		MTSC	MSEDC	MTSC	MSEDC	MTSC	MSEDC	MTSC	MSEDC	MTSC	MSEDC	
30	27.76	18.09	18.09	37.17	37.17	39.35	39.35	41.38	41.38	40.79	40.79	38.9
45	44.37	20.33	20.33	39.09	39.09	41.73	41.73	44.35	44.35	44.63	44.63	40.9
60	59.56	21.95	21.95	39.39	39.39	42.09	42.09	45.04	44.83	45.11	44.02	41.9

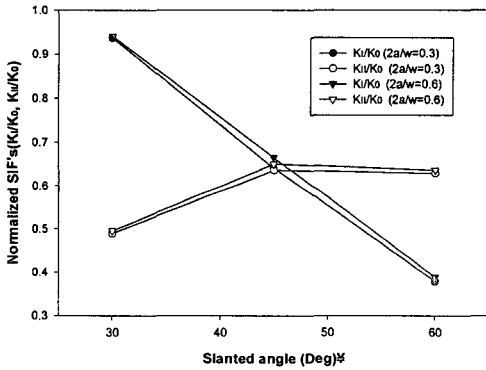


Fig. 14 Variations of normalized stress intensity factors

MTSC와 MSEDC에서 구한 균열전파 초기각도는 균열선단에서 떨어진 임의의 거리에 관계없이 서로 거의 같고, 실제 균열전파 초기각도와도 거의 같다. 그러나 모드 혼합도(mode mixity)와 실제 균열전파 초기 각도는 30°일 때는 차이가 많고 실제 균열전파 초기각도보다 적은 값이 나오나, 45°일 때는 실제 균열전파 초기각도와는 약간의 차이만 있다. 또한 균열 기울기 60°일 때 r 에 관계없이 MTSC와 MSEDC에서 구한 균열전파 초기각도는 서로 거의 같으나, 균열선단에서 떨어진 거리 (r) 이 증가함에 따라 MTSC와 MSEDC에서 구한 균열전파 초기각도는 서로 약간의 차이를 가지며, 모드 혼합도는 실제 균열전파 초기각도와는 차이가 있고, 균열 기울기가 30°인 경우와 달리 실제 균열전파 초기각도보다 큰 값을 가진다. Table 2와 3에서 보듯이 균열선단에서 떨어진 거리 (r)에 따라 균열전파 초기각도의 예측치가 조금씩 달라짐을 확인할 수 있으며, 모드 혼합도는 실제 균열전파 초기각도와는 차이가 있음을 확인할 수 있는

데, 이러한 현상은 폭에 대한 균열 길이비(2a/w)가 0.3과 0.6에 관계없이 같은 현상이다.

Table 2와 3에서 보듯이 보편적으로 $r=0.01\text{mm}$ 일 때는 균열의 길이와 균열의 기울기에 관계없이 MTSC나 MSEDC에서 구한 균열전파 초기각도는 실제 균열전파 초기각도와 아주 유사하다. 그러나 모드 혼합도와 실제 균열전파 초기각도는 균열 경사각도(β)가 45°인 경우를 제외하고는 실제 균열전파 초기각도와 차이가 많다. MTSC나 MSEDC에서 구한 균열전파 초기각도는 투과형 광탄성 실험 하이브리드법으로 구한 고차항 응력 성분들을 이용한 것이다. 그러나 기존의 이론식은 일차항만을 고려함 (K_I 와 K_{II} 와 관련)으로써 균열선단에서의 σ_{xx} 항 (일차항과 관련) 등의 영향이 무시되었다. 또한 모드 혼합도에서는 고차항까지 고려된 응력성분 중에서 하나의 항인 즉, $n=1$ 인 경우의 응력확대계수 K_I 와 K_{II} 의 관계를 이용한 것이다. 그러므로 직교이방성체의 균열전파 초기각도를 연구할 때는 반드시 응력성분의 고차항까지 고려하여야 한다.

이러한 경향은 등방성체 내의 균열의 경우⁽¹⁷⁾와 비슷한 경향을 나타낸다. 그러나 등방성체인 경우처럼 균열 경사각(β)이 45°이상인 경우에서, 초기에 -y축방향으로 주균열이 발생하고, +y방향으로 가지균열(주균열과 약 90°)이 발생하는 현상⁽¹⁷⁾은 없었다.

4. 결론

본 연구를 통하여 다음과 같은 결론을 얻었다.
(1) 정적 광탄성 실험 하이브리드법에 의한 직교이방성체의 균열전파 초기각도를 예측할 수 있는 방법이 제시되었고, 그것의 유효성이 확인되었다. 또한 정적 하중을 받는 내부 균열을 가진 직

교이방성체 균열전파 초기각도 등을 연구하고자 할 때는 각각의 균열 근방에 발생하는 응력성분들의 고차항을 고려하여야 한다.

(2) 본 연구의 경우, 최대 접선응력 이론, 최소 변형에너지밀도 이론을 균열 전파 초기각도를 구하는데 이용할 때는 직교이방성체 (C.F.E.C.)의 경우 균열선단에서 거리(r)가 0.01mm 인 지점의 고차항을 포함한 응력성분을 사용하여야 한다.

(3) 본 연구에서 직교이방성체에 있어서 실제 균열전파 초기각도는 $r=0.01\text{mm}$ 일 때 최대 접선응력 이론, 최소 변형 에너지밀도 이론에서 구한 균열전파 초기각도와 거의 일치하였다. 그러나 모두 드 혼합도로써 구한 균열전파 초기각도는 실제 전파각도와 차이가 많았다.

(4) 균열이 내재된 직교이방성체가 정적 하중을 받을 때, 초기 균열은 하중, 균열경사각도 (β), 시편의 기하학적 형상의 영향을 받는다. 그러나 균열이 어느 정도 성장한 후의 균열 진전방향은 하중방향에 수직방향이다.

후 기

본 연구는 한국과학재단 지역대학 우수과학자 지원연구(과제번호: R05-2001-000-01135-0)의 일부로써 수행된 것으로 지원에 감사 드립니다.

참고문헌

- (1) Hawong, J. S., Lin, C. H., Lin, S. T., Rhee, J. and Rowlands, R. E., 1995, "A Hybrid Method to Determine Individual Stresses in Orthotropic Composites Using Only Measured Isochromatic Data," *Journal of Composite Material*, Vol. 29, No. 18, pp. 2366~2387.
- (2) Shin, D. C., Hawong, J. S., Lee, H. J., Nam, J. H. and Kwon, O. S., 1998, "Application of Transparent Photoelastic Experiment Hybrid Method to the Fracture Mechanics of Isotropic Material," *Tans. of KSME (A)*, Vol. 22, No. 5, pp. 834~842.
- (3) Shin, D. C., Hawong, J. S., Nam, J. H., Lee, H. J. and Kwon, O. S., 1998, "Application of Transparent Photoelastic Experimental Hybrid Method for the Fracture Mechanics of Orthotropic Material," *Tans. of KSME (A)*, Vol. 22, No. 6, pp. 1036~1044.
- (4) Hawong, J. S., Shin, D. C. and Lee, H. J., 2001, "Photoelastic Experimental Hybrid Method for Fracture Mechanics of Anisotropic Materials," *Experimental Mechanics*, Vol. 41, No. 1, pp. 92~99.
- (5) Griffith, A. A., 1921, "The Phenomena of Rupture and Flow in Solids," *Phi. Trans. Royal Soc. London A*, Vol. 221, pp. 163~198.
- (6) Hussain, M. A., Pu, S. L. and Underwood, J., 1974, "Strain Energy Release Rate for a Crack under Combined Mode I and Mode II," *Fract. Anal. ASTM STP*, Vol. 560, pp. 2~28.
- (7) Erdogan, F. and Sih, G. C., 1963, "On the Crack Extension in Plates under Plane Loading and Transverse Shear," *Tran. ASME*, pp. 519~528.
- (8) Williams, J. G. and Ewing, P. D., 1972, "Fracture under Complex Stress the Angled Crack Problem," *Int. J. Frac. Mech.*, Vol. 8, No. 4, pp. 441~445.
- (9) Sih, G. C., 1973, "A Special Theory of Crack Propagation: Method of Analysis and Solutions of Crack Problem," *Mechanics of Fracture I*, Edited by G. C. Sih, Noord Noordhoff International Publishing, Leyden, pp. 15~53.
- (10) Sih, G. C., 1974, "Strain-Energy-Density Factor Applied to Mixed Crack Problems," *Int. J. Frac.*, Vol. 10, No. 3, pp. 305~321.
- (11) Theocaris, P.S. and Andrianopoulos, N. P., 1982, "The Mises Elastic-Plastic Boundary as the Core Region in Fracture Criteria," *Eng. Fract. Mech.*, Vol. 16, pp. 425~432.
- (12) Theocaris, P.S. and Andrianopoulos, N.P., 1982, "A Modified Strain-Energy Density Criterion Applied to Crack Propagation," *ASME Journal of Applied Mechanics*, Vol. 49, pp. 81~86.
- (13) Sih, G. C., Liebowitz, H., 1968, "Mathematical Theories of Brittle Fracture," *Fracture an Advanced Treatise*, Academic Press, New York, Vol. II, pp. 67~190.
- (14) Gerhardt, T. D., 1984, "A Hybrid/Finite Element Approach for Stress Analysis of Notched Anisotropic Materials," *Journal of Applied Mechanics*, Vol. 51, pp. 804~810.
- (15) Sampson, R. C., 1970, "A Stress-Optic Law for Photoelastic Analysis of Orthotropic Composites," *Exp. Mech.*, Vol. 10, pp. 210~215.
- (16) Hawong, J. S., Shimamoto, A., Takahashi, S. and Choi, S. H., 1990, "Study on the Development of Photoelastic Experiment Composite Material," *JSME Serises 1*, Vol.33, No.1, pp. 89~95.
- (17) Shin, D. C., Hawong, J. S. and Nam, S. S., 2004, "Application of the Static Photoelastic Experimental Hybrid Method to the Crack Propagation Criterion for Isotropic Materials," *Tans. of KSME (A)*, Vol. 28, No. 8, pp. 1229~1236.