

## 정적 및 동적 하중을 받는 두 상이한 등방성 이종재료의 이종재료상수에 대한 연구

신 동 철\* · 황 재 석†

(2004년 6월 18일 접수, 2004년 8월 30일 심사완료)

### A Study on the Bimaterial Constants of Two Dissimilar Isotropic Bimaterials Under Static and Dynamic Load

Dong-Chul Shin and Jai-Sug Hawong

**Key Words:** Bimaterial Constant(이종재료상수), Oscillation Index(진동지수), Young's Modulus Ratio(탄성계수비), Isochromatic Fringes(등색선 무늬), Stress Components(응력성분), Photoelastic Experimental Hybrid Method(광탄성 하이브리드법), Two Dissimilar Isotropic Bimaterial(두 상이한 등방성 이종재료), Stationary Interfacial Crack(정지계면균열), Propagating Interfacial Crack(진전계면균열)

#### Abstract

In this research, the relationships between static bimaterial constant and dynamic oscillation index are studied. It was certified that static bimaterial constant has the same form equation as the dynamic oscillation index. Bimaterial constant and oscillation index are increased with the increment of Young's modulus ratio and approached to the some value. Isochromatic fringe patterns are slanted to the left side with increment of bimaterial constants and oscillation index. Though patterns of stress components in above the crack surface are similar to each other, their magnitudes are different a little. In the ahead of crack tip, there are big differences in the isochromatic fringe patterns and their magnitudes. The influence of bimaterial with Young's modulus ratio is bigger in the propagation crack than in the stationary crack.

#### 1. 서 론

이종접합재료에 대한 파괴문제에서는 등방 균질재료의 해석으로서는 해결하기 어려운 불연속 문제(discontinuity)가 내재되어 있다. 이러한 재료 및 형상의 불연속으로 인하여 이종재료 접합면에서 균열현상이 발생하며, 이 균열로 인하여 구조물이 파괴되기 쉽다.

1959년 Williams<sup>(1)</sup>가 정적인 경우의 두 상이한 등방성 재료의 접합계면 균열선단에서 아주 가까

운 부분의 응력은 무한의 진폭으로 진동하는 응력특이성이 있음을 발견하였다. Sih와 Rice<sup>(2,3)</sup>는 계면균열선단에 대한 응력성분과 응력확대계수에 대한 공식을 유도하고, 복소 고유함수 전개법(complex eigen function expansion method)을 사용하여 몇 가지 계면균열 문제를 해석하였다.

Yang<sup>(4)</sup>은 계면을 따라 정상상태로 진전하는 등방성/등방성 이종재료의 균열에 대한 특이 응력장을 제시하였고, Deng<sup>(5)</sup>은 균열이 두 상이한 등방성체로 이루어진 이종재료 계면을 따라 등속으로 전파할 때, 이항 고유치 전개방법(two-term eigen- expansion method)을 사용하여 진동지수 및 응력장과 변위장을 유도하였다. 최근에 Singh와 Shukla<sup>(6)</sup>는 동적 광탄성 실험을 통해 Homalite-100과 Al 6061로 구성된 이종재료의 가장자리 계면

\* 회원, 영남대학교 기계공학부

† 책임저자, 회원, 영남대학교 기계공학부

E-mail : jshawong@yumail.ac.kr

TEL : (053)810-2445 FAX : (053)810-4627

균열의 반대쪽 계면 바로 아래 부분의 알루미늄판에 충알에 의한 충격하중을 가한 경우의 균열 전파속도, 응력확대계수 및 에너지해방율에 대하여 연구하였다.

그런데 이러한 이종재료의 연구에서는 항상 두 재료간의 물성치 차이에 의한 이종재료상수가 발생된다. 그러나 아직까지는 이러한 이종재료상수에 대한 일반적인 형태와 응력성분에 미치는 영향에 대해서는 연구된 적이 없다. 따라서 본 연구에서는 각 경우의 이종재료상수의 일반적인 형태와 각 이종재료 상수가 응력성분에 미치는 영향을 고찰해보고자 한다.

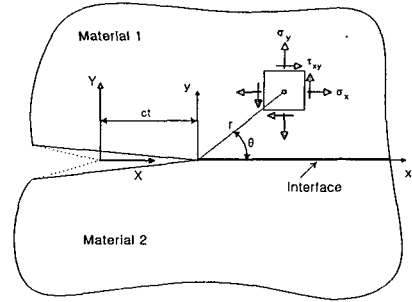


Fig. 1 Coordinate system and stress components

## 2. 기초이론

### 2.1 두 상이한 등방성 이종재료 진전계면균열의 진동지수 및 선단 응력장과 변위장

선형 동-탄성(elastodynamic) 평면문제에서 균열이 계면을 따라  $c$ 의 속도로 진전할 때, Fig. 1과 같은 좌표계에서 ( $y=Y$ ,  $x=X-ct$ ) 물체력을 무시한 평형 방정식은 식 (1)과 같이 표현된다.

$$\sigma_{i,j} = \rho c^2(t) \frac{\partial^2 u_i}{\partial x^2} = R \frac{\partial^2 u_i}{\partial x^2} \quad (1)$$

여기서  $\rho$ 는 재료의 밀도이고  $u_i$  ( $i=1,2$ )는 변위 성분들이다. 또한, 선형 탄성체의 평면 문제에서 응력-변형률 관계식은 식 (2)와 같다.

$$\epsilon = \underline{a} \underline{\sigma} \quad (2)$$

$$\underline{a} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{22} & a_{33} \\ a_{21} & a_{44} & a_{55} \\ a_{31} & a_{55} & a_{66} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{16} \\ a_{12} & a_{22} & a_{26} \\ a_{16} & a_{26} & a_{66} \end{bmatrix} \text{ or } \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} & b_{16} \\ b_{12} & b_{22} & b_{26} \\ b_{16} & b_{26} & b_{66} \end{bmatrix}$$

여기서  $a = a_{ij}$ 는 평면 응력상태,  $a = b_{ij}$ 는 평면 변형률상태에 대해 정의된 것이다. 등방성체인 경우에는  $a_3 = a_5 = 0$ 이고  $a_6 = 2(a_1 - a_2)$ 이다.

두 상이한 등방성 이종재료의 각 재료의 특성 방정식의 근은 균열진전속도가 횡파(transverse wave) 혹은 종파(longitudinal wave)의 속도와 같을 때 복소수근은 실근으로 전환되나<sup>(7)</sup> 일반적인 동적 하중이 작용하는 경우의 균열전파속도는 이러

한 값에 미치지 못한다. 그러므로 각 재료의 특성방정식의 근은 복소수근을 가진다. 그래서 Airy 응력함수는 식 (3)과 같이 쓸 수 있다.<sup>(3,7)</sup>

$$\Phi_k = \text{Real} \left( \int \Omega_{1k} dz_{1k} + \int \Omega_{2k} dz_{2k} \right) \quad (3)$$

여기서  $z_{ik} = x + \mu_{ik}y$  ( $i, k=1,2$ ) 이고  $k$ 는 고려되는 재료를 의미하며  $\mu_{ik}$ 는 특성방정식의 근이다.

$\Omega_{ik}$ 는 식 (4)와 같이 복소 역급수 형태로 표현할 수 있다.<sup>(1-3)</sup>

$$\begin{aligned} \Omega_{1k} &= C_{1k} z_{1k}^\lambda + D_{1k} z_{1k}^{-\lambda} \\ \Omega_{2k} &= C_{2k} z_{2k}^\lambda + D_{2k} z_{2k}^{-\lambda} \end{aligned} \quad (4)$$

식 (4)의 역급수 형태의 응력함수를 포함한 Airy응력함수를 사용하면 각 응력성분들을 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$\underline{\sigma}_k = \text{Real} ( \underline{S}_k \underline{\Omega}_{ok} ) \quad (5)$$

$$\underline{u}_k = \text{Real} [ \underline{U}_k \underline{\Omega}_{uk} ] \quad (6)$$

$$\underline{\sigma}_k = \begin{bmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \\ \sigma_{12} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{bmatrix}, \quad \underline{S}_k = \begin{bmatrix} E_{1k} & E_{2k} \\ F_{1k} & F_{2k} \\ G_{1k} & G_{2k} \end{bmatrix}, \quad \underline{\Omega}_{ok} = \begin{bmatrix} \Omega_{1k} \\ \Omega_{2k} \end{bmatrix}$$

$$\underline{u}_k = \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix}_k = \begin{bmatrix} u \\ v \end{bmatrix}_k, \quad \underline{U}_k = \begin{bmatrix} P_{1k} & P_{2k} \\ Q_{1k} & Q_{2k} \end{bmatrix}, \quad \underline{\Omega}_{uk} = \begin{bmatrix} \Omega_{1k} \\ \Omega_{2k} \end{bmatrix}$$

$$\begin{aligned} E_{1k} &= \mu_{1k}^2, & E_{2k} &= \mu_{2k}^2 + a_2 R (\mu_{2k}^2 - \mu_{1k}^2) \\ F_{1k} &= -\mu_{1k}^2, & F_{2k} &= -[\mu_{1k}^2 + a_1 R (\mu_{2k}^2 - \mu_{1k}^2)] \\ G_{1k} &= -(1 - (a_1 - a_2)R)\mu_{1k}, & G_{2k} &= -(1 - (a_1 - a_2)R)\mu_{2k} \\ P_{1k} &= (a_1 - a_2 R)\mu_{1k}, & P_{2k} &= a_1 \mu_{2k}^2 - a_2 R \mu_{1k}^2 \end{aligned}$$

$$Q_{1k} = \{(a_2 - a_1)\mu_{1k}^2\}/\mu_{1k}$$

$$Q_{2k} = \{[a_2(1 + a_2R) - a_1^2R]\mu_{2k}^2 - [(a_2^2 - a_1^2)R + a_1]\mu_{1k}^2\}/\mu_{2k}$$

균열 표면(음의 x-축상)의 무표면력 조건 (traction-free condition)과 균열선단 앞부분 즉, 양의 x축상의 계면 양면의 응력과 변위의 연속조건으로부터 식 (7)를 얻을 수 있다.<sup>(8)</sup>

$$\begin{vmatrix} H_{11}(1-e^a) & \bar{H}_{11}(1-e^{-a}) & -H_{12}(1-e^{-a}) & -\bar{H}_{12}(1-e^a) \\ H_{21}(1-e^a) & \bar{H}_{21}(1-e^{-a}) & -H_{22}(1-e^{-a}) & -\bar{H}_{22}(1-e^a) \\ H_{31}+H_{41}e^a & \bar{H}_{31}+\bar{H}_{41}e^{-a} & -H_{32}-H_{42}e^{-a} & -\bar{H}_{32}-\bar{H}_{42}e^a \\ H_{51}+H_{61}e^a & \bar{H}_{51}+\bar{H}_{61}e^{-a} & -H_{52}-H_{62}e^{-a} & -\bar{H}_{52}-\bar{H}_{62}e^a \end{vmatrix} \begin{vmatrix} C_{11} \\ \bar{D}_{11} \\ C_{12} \\ \bar{D}_{12} \end{vmatrix} = 0 \quad (7)$$

$$\begin{aligned} a &= 2i\lambda\pi, \quad H_{1k} = F_{1k} + F_{2k}K_{1k} = -\bar{F}_{2k}K_{2k}, \\ H_{2k} &= G_{1k} + G_{2k}K_{1k} = -\bar{G}_{2k}K_{2k}, \quad H_{3k} = P_{1k} + P_{2k}K_{1k}, \\ H_{4k} &= \bar{P}_{2k}K_{2k}, \quad H_{5k} = Q_{1k} + Q_{2k}K_{1k}, \quad H_{6k} = \bar{Q}_{2k}K_{2k} \\ K_{1k} &= \frac{\bar{F}_{2k}G_{1k} - F_{1k}\bar{G}_{2k}}{R_e}, \quad K_{2k} = \frac{F_{1k}G_{2k} - F_{2k}G_{1k}}{R_e} \\ R_e &= F_{2k}\bar{G}_{2k} - \bar{F}_{2k}G_{2k}, \end{aligned}$$

복소계수  $C_{ik}$ 와  $D_{ik}$ 가 유용한 해를 가질 조건은 식 (7)의 행렬식(determinant of matrix)이 0일 때이다. 이 조건으로부터 식 (8)이 얻어진다.

$$(1-x)^2(1+2bx+x^2) = 0 \quad (8)$$

$$\begin{aligned} x &= e^a, \quad b = \frac{R_0}{2Q}, \quad a = 2i\lambda\pi \\ R_0 &= 2\text{Real}[A_1B_5 - A_2B_2 + A_6B_1 - A_3\bar{A}_7 + A_5\bar{A}_4] \\ Q &= -A_1B_4 - A_2\bar{A}_7 + A_6\bar{A}_4 + \bar{A}_1B_3 - \bar{A}_3B_2 + \bar{A}_5B_1 \\ A_1 &= H_{11}H_{22} - H_{12}H_{21}, \quad A_2 = H_{11}H_{32} + H_{12}H_{41} \\ A_3 &= H_{11}H_{42} + H_{12}H_{31}, \quad A_4 = H_{11}H_{62} + H_{12}H_{51} \\ A_5 &= H_{22}H_{31} + H_{21}H_{42}, \quad A_6 = H_{21}H_{32} + H_{22}H_{41} \\ A_7 &= H_{22}H_{51} + H_{21}H_{62}, \\ B_1 &= \bar{H}_{11}\bar{H}_{52} + \bar{H}_{12}\bar{H}_{61}, \quad B_2 = \bar{H}_{21}\bar{H}_{52} + \bar{H}_{22}\bar{H}_{61} \\ B_3 &= \bar{H}_{41}\bar{H}_{52} - \bar{H}_{32}\bar{H}_{61}, \quad B_4 = \bar{H}_{42}\bar{H}_{51} - \bar{H}_{31}\bar{H}_{62} \\ B_5 &= \bar{H}_{31}\bar{H}_{52} + \bar{H}_{41}\bar{H}_{62} - \bar{H}_{32}\bar{H}_{51} - \bar{H}_{42}\bar{H}_{61} \end{aligned}$$

여기서 변수  $R_0$  및  $Q$ 는 실수이고, 실변수  $b \geq 1$ 이다.  $b=1$ 이면, 두 재료는 동일한 경우이다.<sup>(8)</sup>

식 (8)로부터 균열 선단에 유한 변위가 발생되는 만족스러운 고유치는 식 (9)와 같다.

$$\lambda_n = \frac{n}{2} + i\epsilon, \quad n = 1, 3, 5, \dots$$

$$\lambda_n = n, \quad n = 2, 4, 6, \dots \quad (9)$$

$$\epsilon = \frac{1}{2\pi} \ln(b + \sqrt{b^2 - 1}) \quad (10)$$

여기서 식 (10)의  $\epsilon$  즉, 복소 고유치의 허수부는 이중재료의 진동거동을 지배하는 진동지수 (oscillation index)로 알려져 있다.

각 고유치에 상응하는 고유함수를 구하기 위해 우선 고유치  $\lambda_n$ 가 복소수 ( $n=1,3,5,\dots$ )인 경우와 실수 ( $n=2,4,6,\dots$ )인 경우 ( $e^a = e^{-a} = 1$ )로 나누어 계산하여 정리하면 각 재료  $k(=1,2)$ 에 대해서 응력장과 변위장을 나타내면 다음과 같다.<sup>(8)</sup>

$$\begin{aligned} \sigma_{xk} &= \sum_{n=1}^{\infty} \text{Real} \left[ \lambda_n \left( E_{1k} M_{1kn} z_{1k}^{\lambda_n - 1} + \bar{E}_{1k} M_{2kn} \bar{z}_{1k}^{\lambda_n - 1} \right. \right. \\ &\quad \left. \left. + E_{2k} M_{3kn} z_{2k}^{\lambda_n - 1} + \bar{E}_{2k} M_{4kn} \bar{z}_{2k}^{\lambda_n - 1} \right) \beta_n \right] \\ \sigma_{yk} &= \sum_{n=1}^{\infty} \text{Real} \left[ \lambda_n \left( F_{1k} M_{1kn} z_{1k}^{\lambda_n - 1} + \bar{F}_{1k} M_{2kn} \bar{z}_{1k}^{\lambda_n - 1} \right. \right. \\ &\quad \left. \left. + F_{2k} M_{3kn} z_{2k}^{\lambda_n - 1} + \bar{F}_{2k} M_{4kn} \bar{z}_{2k}^{\lambda_n - 1} \right) \beta_n \right] \\ \tau_{xyk} &= \sum_{n=1}^{\infty} \text{Real} \left[ \lambda_n \left( G_{1k} M_{1kn} z_{1k}^{\lambda_n - 1} + \bar{G}_{1k} M_{2kn} \bar{z}_{1k}^{\lambda_n - 1} \right. \right. \\ &\quad \left. \left. + G_{2k} M_{3kn} z_{2k}^{\lambda_n - 1} + \bar{G}_{2k} M_{4kn} \bar{z}_{2k}^{\lambda_n - 1} \right) \beta_n \right] \\ u_k &= \sum_{n=1}^{\infty} \text{Real} \left[ \left( P_{1k} M_{1kn} z_{1k}^{\lambda_n} + \bar{P}_{1k} M_{2kn} \bar{z}_{1k}^{\lambda_n} \right. \right. \\ &\quad \left. \left. + P_{2k} M_{3kn} z_{2k}^{\lambda_n} + \bar{P}_{2k} M_{4kn} \bar{z}_{2k}^{\lambda_n} \right) \beta_n \right] \\ v_k &= \sum_{n=1}^{\infty} \text{Real} \left[ \left( Q_{1k} M_{1kn} z_{1k}^{\lambda_n} + \bar{Q}_{1k} M_{2kn} \bar{z}_{1k}^{\lambda_n} \right. \right. \\ &\quad \left. \left. + Q_{2k} M_{3kn} z_{2k}^{\lambda_n} + \bar{Q}_{2k} M_{4kn} \bar{z}_{2k}^{\lambda_n} \right) \beta_n \right] \quad (11) \end{aligned}$$

여기서 고유치  $\lambda_n$ 가 복소수 ( $n=1,3,5,\dots$ )인 경우

$$\begin{aligned} \beta_n &= C_{11n}, \quad M_{11} = 1, \quad M_{21} = \frac{M_1}{M_0} e^a, \\ M_{31} &= K_{11} + \frac{M_1}{M_0} \bar{K}_{21}, \quad M_{41} = K_{21} e^a + \frac{M_1}{M_0} \bar{K}_{11} e^a, \\ M_{12} &= \frac{M_2}{M_0} e^a, \quad M_{22} = \frac{M_3}{M_0}, \quad M_{32} = \frac{M_2}{M_0} K_{12} e^a + \frac{M_3}{M_0} \bar{K}_{22} e^a, \\ M_{42} &= \frac{M_2}{M_0} K_{22} + \frac{M_3}{M_0} \bar{K}_{12} \\ M_0 &= \left( \bar{H}_{12}\bar{H}_{21} - \bar{H}_{11}\bar{H}_{22} \right) (H_{42} + H_{32}e^a) + \left( H_{12}\bar{H}_{21} - \bar{H}_{11}H_{22} \right) \\ &\quad \times \left( \bar{H}_{32} + \bar{H}_{42}e^a \right) + \left( H_{12}\bar{H}_{22} - \bar{H}_{12}H_{22} \right) \left( \bar{H}_{41} + \bar{H}_{31}e^a \right) \\ M_1 &= \left( \bar{H}_{12}H_{21} - H_{11}\bar{H}_{22} \right) (H_{42} + H_{32}e^a) + \left( H_{12}H_{21} - H_{11}H_{22} \right) \\ &\quad \times \left( \bar{H}_{32} + \bar{H}_{42}e^a \right) + \left( \bar{H}_{12}H_{22} - H_{12}\bar{H}_{22} \right) \left( \bar{H}_{31} + \bar{H}_{41}e^a \right) \\ M_2 &= \left( \bar{H}_{12}\bar{H}_{21} - \bar{H}_{11}\bar{H}_{22} \right) (H_{31} + H_{41}e^a) + \left( \bar{H}_{12}H_{21} - H_{11}\bar{H}_{22} \right) \\ &\quad \times \left( \bar{H}_{41} + \bar{H}_{31}e^a \right) + \left( H_{21}\bar{H}_{11} - H_{11}\bar{H}_{21} \right) \left( \bar{H}_{32} + \bar{H}_{42}e^a \right) \\ M_3 &= \left( H_{12}H_{21} - H_{11}H_{22} \right) \left( \bar{H}_{41} + \bar{H}_{31}e^a \right) + \left( H_{11}\bar{H}_{21} - H_{21}\bar{H}_{11} \right) \\ &\quad \times \left( H_{42} + H_{32}e^a \right) + \left( H_{12}\bar{H}_{21} - H_{22}\bar{H}_{11} \right) \left( H_{31} + H_{41}e^a \right) \end{aligned}$$

고유치  $\lambda_n$ 이 실수 ( $n=2,4,6\dots$ )인 경우

$$\beta_n = C_{11n} + D_{11n}, \quad M_{11} = 1, \quad M_{21} = 0,$$

$$M_{31} = K_{11}, \quad M_{41} = K_{21}, \quad M_{12} = \frac{M_1}{M_0}, \quad M_{22} = \frac{M_2}{M_0},$$

$$M_{32} = K_{12} \frac{M_1}{M_0} + \overline{K_{22}} \frac{M_2}{M_0}, \quad M_{42} = K_{22} \frac{M_1}{M_0} + \overline{K_{12}} \frac{M_2}{M_0}$$

$$M_0 = (H_{32} + H_{42})(\overline{H_{52}} + \overline{H_{62}}) - (\overline{H_{32}} + \overline{H_{42}})(H_{52} + H_{62})$$

$$M_1 = (H_{31} + H_{41})(\overline{H_{52}} + \overline{H_{62}}) - (\overline{H_{32}} + \overline{H_{42}})(H_{51} + H_{61})$$

$$M_2 = (H_{32} + H_{42})(H_{51} + H_{61}) - (H_{31} + H_{41})(H_{52} + H_{62})$$

식 (11)에서  $E_{ik}, F_{ik}, G_{ik}, P_{ik}, Q_{ik}$  ( $i=1,2$ )는 식 (5), (6)에서 정의된 복소계수들이며,  $M_{mkn}$  ( $m=1,2,3,4$ )은  $n$  번째 고유치에 대한 에어리 응력 함수의 각 복소계수들에 대한  $\beta_n$ 과의 관계를 규명하는 복소계수이며, 이들 계수들은 주어진 재료( $k$ )의 물성치와 균열전진속도에 관계되는 알고 있는 값들이다.  $\lambda_n$ 은  $n$  번째 고유치를 의미하며,  $z_{ik}$ 는 각 재료의 특성근과 균열선단에서의 위치만 주어지면 결정되는 값이다. 따라서 식 (11)의 미지수는 오직  $\beta_n$ 만 존재한다<sup>(8)</sup>.

동적응력확대계수와 복소계수  $\beta_n$  ( $n=1$ 항과 관련된)과의 관계식은 다음과 같다.

$$K_1 = \sqrt{2\pi} \text{Real}[A_2\beta_1] \tag{12}$$

$$K_2 = \sqrt{2\pi} \text{Real}[A_3\beta_1]$$

$$A_2 = \lambda_1(F_{11} + \overline{F_{11}}M_{211} + F_{21}M_{311} + \overline{F_{21}}M_{411})$$

$$A_3 = \lambda_1(G_{11} + \overline{G_{11}}M_{211} + G_{21}M_{311} + \overline{G_{21}}M_{411})$$

2.2 두 상이한 등방성 이종재료 정지 계면균열의 이종재료상수 및 선단 응력장과 변위장

정적 하중을 받는 등방성 재료의 특성근은 명백한 한 쌍의 증근 ( $\mu = \pm i$ )를 가지며, 이 경우의 Muskhelishvili의 복소함수는 두 개의 해석적인 함수  $\Omega_{1k}, \Omega_{2k}$ 의 항으로 표현되는 식 (13)과 같은 Airy 응력함수( $\Phi$ )로 표현된다.<sup>(9)</sup>

$$\Phi = \text{Real} \left[ \overline{z}_k \Omega_{1k} + \int \Omega_{2k} dz_k \right] \tag{13}$$

식 (13)의 Airy 응력함수를 사용하여 각 응력 및 변위 성분들은 표현하면 식 (14)와 같다.<sup>(7)</sup>

$$\sigma_{xk} = \text{Real} [2\Omega_{1k}' - \Omega_{2k}' - \overline{z}_k \Omega_{1k}'']$$

$$\sigma_{yk} = \text{Real} [2\Omega_{1k} + \Omega_{2k}' + \overline{z}_k \Omega_{1k}'']$$

$$\tau_{xyk} = \text{Real} [-i\Omega_{2k}' - i\overline{z}_k \Omega_{1k}'']$$

(14)

$$u_k = \text{Real} [P_{1k}\Omega_{1k} + P_{2k}\Omega_{2k} + P_{2k} \overline{z}_k \Omega_{1k}']$$

$$v_k = \text{Real} [Q_{1k}\Omega_{1k} + Q_{2k}\Omega_{2k} + Q_{2k} \overline{z}_k \Omega_{1k}']$$

(15)

단,  $z_k = x + iy$  ( $k=1,2$ )

$$P_{1k} = 3a_1 + a_2, \quad P_{2k} = -a_1 + a_2$$

$$Q_{1k} = -(a_2 + 3a_1)i, \quad Q_{2k} = (a_2 - a_1)i$$

$\Omega_{ik}$ 를 식 (16)과 같은 복소 멱급수로 나타내면

$$\Omega_{1k} = C_{1k}z_k^\lambda + D_{1k}z_k^{\overline{\lambda}}$$

$$\Omega_{2k} = C_{2k}z_k^\lambda + D_{2k}z_k^{\overline{\lambda}}$$

(16)

균열 표면의 무표면력 조건과 양의  $x$ 축상 측, 균열 선단 앞부분의 계면 양면의 응력과 변위의 연속 조건으로부터 식 (17)을 얻을 수 있다.

$$\begin{bmatrix} (1-e^a) & (1-e^{-a}) & -(1-e^{-a}) & -(1-e^a) \\ -(1-e^a) & (1-e^{-a}) & (1-e^{-a}) & -(1-e^a) \\ P_{11} - \overline{P_{21}}e^a & \overline{P_{11}} - P_{21}e^{-a} & -(P_{11} - \overline{P_{21}}e^{-a}) & -( \overline{P_{11}} - P_{21}e^a ) \\ Q_{11} - \overline{Q_{21}}e^a & \overline{Q_{11}} - Q_{21}e^{-a} & -(Q_{11} - \overline{Q_{21}}e^{-a}) & -( \overline{Q_{11}} - Q_{21}e^a ) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} C_{11} \\ \overline{D_{11}} \\ C_{12} \\ \overline{D_{12}} \end{bmatrix} = 0 \tag{17}$$

복소 변수  $C_{ik}$ 와  $D_{ik}$ 에 대한 유익해(Non-trivial Solution)는 식 (17)의 행렬식의 크기가 "0"일 때만 가능하다. 따라서, 식 (18)이 성립한다.

$$(1-x)^2(1+2bx+x^2) = 0 \tag{18}$$

$$x = e^a, \quad b = \frac{R_0}{2Q}, \quad a = 2i\lambda\pi$$

$$R_0 = 2Im[A_1 + A_2]i, \quad Q = B_1 + C_1$$

$$A_1 = P_{11} \overline{Q_{11}} + P_{12} \overline{Q_{12}} - (P_{21} \overline{Q_{21}} + P_{22} \overline{Q_{22}})$$

$$A_2 = P_{22}Q_{11} + P_{21}Q_{12} - (P_{12}Q_{21} + P_{11}Q_{22})$$

$$B_1 = P_{22}\overline{Q_{12}} - P_{12}\overline{Q_{22}} + \overline{P_{11}} \overline{Q_{21}} - \overline{P_{21}} \overline{Q_{11}}$$

$$C_1 = P_{12} \overline{Q_{11}} - \overline{P_{11}}Q_{12} - P_{22} \overline{Q_{21}} + \overline{P_{21}}Q_{22}$$

식 (18)로부터 균열 선단에 유한 변위가 발생하는 만족스러운 고유치는 식 (19)와 같다.

$$\lambda_n = \frac{n}{2} + i\epsilon \quad n = 1, 3, 5, \dots$$

$$\lambda_n = \frac{n}{2} \quad n = 2, 4, 6, \dots \tag{19}$$

$$\varepsilon = \frac{1}{2\pi} \ln(b + \sqrt{b^2 - 1}) \quad (20)$$

여기서 식 (20)의  $\varepsilon$  즉, 복소 고유치의 허수부는 이종재료상수(bimaterial constant)로 불리어지는데 이것은 이종재료내의 각 재료의 물성치가 다르기 때문에 나타나는 값이다.

고유치  $\lambda_n$ 가 복소수( $n=1,3,5,\dots$ )인 경우와  $\lambda_n$ 이 실수( $n=2,4,6,\dots$ )인 경우로 나누어 계산하여 정리하면 정적 하중을 받는 두 상이한 등방성 이종재료내의 계면 균열에 대한 응력장과 변위장의 상태에 대한 표현식을 각 재료  $k(=1,2)$ 에 대해서 식 (21)과 같이 얻어진다.<sup>(10)</sup>

$$\begin{aligned} \sigma_{lk} &= \sum_{n=1}^{\infty} \text{Re} \left[ \lambda_n (S_{11kn} z_k^{\lambda_n - 1} + S_{22kn} \bar{z}_k^{\lambda_n - 1} \right. \\ &\quad \left. + S_{33kn} \bar{z}_k z_k^{\lambda_n - 2} + S_{44kn} z_k \bar{z}_k^{\lambda_n - 2}) \beta_n \right] \\ u_{pk} &= \sum_{n=1}^{\infty} \text{Re} \left[ (D_{p1kn} z_k^{\lambda_n} + D_{p2kn} \bar{z}_k^{\lambda_n} \right. \\ &\quad \left. + D_{p3kn} \bar{z}_k z_k^{\lambda_n - 1} + D_{p4kn} z_k \bar{z}_k^{\lambda_n - 1}) \beta_n \right] \end{aligned} \quad (21)$$

$$\begin{aligned} S_{11kn} &= 2M_{1kn} - M_{3kn}, & S_{12kn} &= 2M_{2kn} - M_{4kn} \\ S_{13kn} &= -(\lambda_n - 1)M_{1kn}, & S_{14kn} &= -(\lambda_n - 1)M_{2kn} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} S_{21kn} &= 2M_{1kn} + M_{3kn}, & S_{22kn} &= 2M_{2kn} + M_{4kn} \\ S_{23kn} &= (\lambda_n - 1)M_{1kn}, & S_{24kn} &= (\lambda_n - 1)M_{2kn} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} S_{31kn} &= -iM_{3kn}, & S_{32kn} &= iM_{4kn} \\ S_{33kn} &= -i(\lambda_n - 1)M_{1kn}, & S_{34kn} &= i(\lambda_n - 1)M_{2kn} \end{aligned}$$

$$D_{11kn} = P_{1k}M_{1kn} + P_{2k}M_{3kn}, \quad D_{12kn} = \bar{P}_{1k}M_{2kn} + \bar{P}_{2k}M_{4kn}$$

$$D_{13kn} = P_{2k}\lambda_n M_{1kn}, \quad D_{14kn} = \bar{P}_{2k}\lambda_n M_{2kn}$$

$$D_{21kn} = Q_{1k}M_{1kn} + Q_{2k}M_{3kn}, \quad D_{22kn} = \bar{Q}_{1k}M_{2kn} + \bar{Q}_{2k}M_{4kn}$$

$$D_{23kn} = Q_{2k}\lambda_n M_{1kn}, \quad D_{24kn} = \bar{Q}_{2k}\lambda_n M_{2kn}$$

고유치  $\lambda_n$ 가 복소수( $n=1,3,5,\dots$ )인 경우

$$\begin{aligned} \beta_n &= C_{11n}, \quad M_{11} = 1, \quad M_{21} = -\frac{M_1}{M_0} e^{\varepsilon}, \\ M_{12} &= -e^{\varepsilon}, \quad M_{22} = \frac{M_1}{M_0}, \quad M_{31} = -\lambda + \frac{M_1}{M_0}, \\ M_{41} &= -e^{\varepsilon} + \lambda \frac{M_1}{M_0} e^{\varepsilon}, \quad M_{32} = \lambda e^{\varepsilon} - e^{\varepsilon} \frac{M_1}{M_0}, \\ M_{42} &= 1 - \lambda \frac{M_1}{M_0}, \\ M_0 &= (\bar{P}_{12} - P_{22} e^{\varepsilon}) - (P_{21} - \bar{P}_{11} e^{\varepsilon}) \\ M_1 &= (P_{11} - \bar{P}_{21} e^{\varepsilon}) - (\bar{P}_{22} - P_{12} e^{\varepsilon}) \end{aligned}$$

고유치  $\lambda_n$ 이 실수( $n=2,4,6,\dots$ )인 경우

$$\begin{aligned} \beta_n &= C_{11n} + D_{11n}, \quad M_{11} = 1, \quad M_{21} = 0, \\ M_{12} &= \frac{M_1}{M_0}, \quad M_{22} = \frac{M_2}{M_0}, \quad M_{31} = -\lambda, \quad M_{41} = -1, \end{aligned}$$

$$M_{32} = -\lambda \frac{M_1}{M_0} - \frac{M_2}{M_0}, \quad M_{42} = -\frac{M_1}{M_0} - \lambda \frac{M_2}{M_0}$$

$$M_0 = (P_{12} - \bar{P}_{22})(\bar{Q}_{12} - Q_{22}) - (\bar{P}_{12} - P_{22})(Q_{12} - \bar{Q}_{22})$$

$$M_1 = (P_{11} - \bar{P}_{21})(\bar{Q}_{12} - Q_{22}) - (\bar{P}_{12} - P_{22})(Q_{11} - \bar{Q}_{21})$$

$$M_2 = (P_{12} - \bar{P}_{22})(Q_{11} - \bar{Q}_{21}) - (P_{11} - \bar{P}_{21})(Q_{12} - \bar{Q}_{22})$$

여기서  $l=1,2,3$ 에 대해  $\sigma_{lk}$ 는  $[\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3]_k = [\sigma_{11}, \sigma_{22}, \sigma_{12}]_k = [\sigma_{xx}, \sigma_{yy}, \sigma_{xy}]_k$ 를,  $p=1,2$ 인 경우  $u_{pk}$ 는  $[u_1, u_2]_k = [u, v]$ 를 의미한다.

정적응력확대계수와 복소계수  $\beta_n$ ( $n=1$ 항과 관련)과의 관계식은 다음과 같다.

$$K_1 = \frac{\sqrt{2\pi}}{\cosh(\pi\varepsilon)} \text{Real}[A_2\beta_1] \quad (22)$$

$$K_2 = \frac{\sqrt{2\pi}}{\cosh(\pi\varepsilon)} \text{Real}[A_3\beta_1]$$

$$A_2 = \lambda_1 [(2 + M_{311}) + (2M_{211} + M_{411}) + (\lambda_1 - 1) + (\lambda_1 - 1)M_{211}]$$

$$A_3 = \lambda_1 [(-iM_{311}) + (iM_{411}) - i(\lambda_1 - 1) + i(\lambda_1 - 1)M_{211}]$$

### 2.3 이종재료용 광탄성 하이브리드 법

광탄성 실험에 적용하기 위해 식 (11)과 (21)을 식 (23)의 광응력 법칙에 대입하면 재료 1에 대해서 각각 식 (24)와 같이 표현할 수 있다. 재료 1은 광탄성 성질을 가지는 재료이다.

$$D = \left( \frac{f_0 \cdot N}{t} \right)^2 = (\sigma_x - \sigma_y)^2 + 4\tau_{xy}^2 \quad (23)$$

여기서  $f_0$ 는 재료의 응력 프린지치이며 실험적으로 구하여지는 값이다.  $N$ 는 등색선 무늬차수이며,  $t$ 는 시편의 두께이다. 그러므로 식 (23)의 미지수는 오직  $\beta_n$ 이다. 즉,

$$D - f(\beta_n) = e_n^2 \quad (24)$$

그러므로 식 (24)에 비선형 최소 자승법을 적용하여 오차( $e_n$ )를 최소화하는 미지수  $\beta_n$ 을 구한다. 이렇게 구한  $\beta_n$ 을 식 (11)과 식 (21)에 대입하면 정적 및 동적 응력성분을 구할 수 있다. 이러한 방법을 두 상이한 이종재료 계면균열에 대한 광탄성 하이브리드 법<sup>(8,11)</sup>이라 한다.

**Table 1** Comparison of bimaterial constants with various Young's modulus ratios ( $E_1=2GPa$ ,  $\nu_1 = \nu_2 = 0.3$ )

$E_2/E_1$	Results in this paper	Results in Sih's paper <sup>(3)</sup>
1	0.0000000	0.0000000
2	0.0373060	0.0373060
4	0.0678545	0.0678545
10	0.0937743	0.0937743
50	0.1113720	0.1113720
100	0.1138170	0.1138170
1000	0.1160710	0.1160710
10000	0.1162990	0.1162990

**Table 2** Comparison of oscillation index with various crack propagation velocities

$c(t)/C_{T1}$	Results in this paper	Results in Deng's paper <sup>(3)</sup>
0.1	0.0929762	0.0929762
0.2	0.0954043	0.0954043
0.3	0.0997602	0.0997602
0.4	0.1066140	0.1066140
0.5	0.1170570	0.1170570
0.6	0.1332970	0.1332970
0.7	0.1604890	0.1604890
0.8	0.2147980	0.2147980
0.9	0.4208910	0.4208910

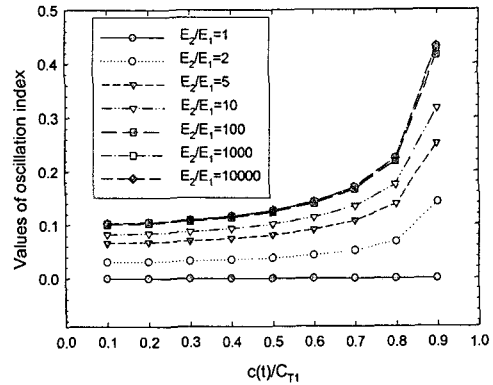
$E_1 = 3.2GPa$ ,  $\nu_1 = 0.39$ ,  $\rho_1 = 1316kg/m^3$  (Mat. 1 :Epoxy resin)  
 $E_2 = 70GPa$ ,  $\nu_2 = 0.33$ ,  $\rho_2 = 2770kg/m^3$  (Mat. 2 :Aluminum)

### 3. 검증 및 검토

#### 3.1 이종재료상수에 대한 검증

Table 1은 본 연구에서 유도된 두 상이한 등방성 이종재료내 정지계면균열의 이종재료상수와 Sih<sup>(3)</sup>의 논문에서 따른 결과를 비교한 것이다. 편의상  $E_1$ 의 값을 2GPa로 하고, 두 등방성 재료의 푸아송의 비는 0.3의 동일한 값으로 하여 비교하였다. Table 1에서 보듯이 두 결과는 같은 값을 가짐을 알 수 있다. 따라서 본 연구에서 사용된 두 상이한 등방성 이종재료내의 정지계면균열의 이종재료상수의 유도과정과 응력장 및 변위장의 유도과정이 유효함을 알 수 있다. 그리고 이종재료상수는 두 재료의 탄성계수비가 커짐에 따라 그 크기가 차츰 증가하다가  $E_2/E_1=100$ 이상의 값에서는 그 변화가 미미하며, 어느 값(재료 2가 강체인 경우, 약 0.1163)에 수렴함을 알 수 있다.

Table 2는 본 연구에서 유도된 두 상이한 등방성 이종재료(재료1: 에폭시 수지, 재료2: 알루미늄)내의 진전계면균열의 진동지수와 Deng<sup>(3)</sup>의 논



**Fig. 2** Oscillation indices with various Young's modulus ratios and crack propagation velocities ( $E_1 = 3.2 GPa$ ,  $\nu_1 = 0.39$ ,  $\nu_2 = 0.33$ ,  $E_2/E_1 = \rho_2/\rho_1$ ,  $\rho_1 = 1316kg/m^3$ )

문에 따른 결과를 비교한 것이다. Table 2에서 보듯이 두 결과는 같은 값을 가짐을 알 수 있다. 따라서 본 연구에서 사용된 두 상이한 등방성 이종재료내의 진전계면균열의 진동지수의 유도과정과 응력장 및 변위장의 유도과정이 유효함을 알 수 있다. 또한 두 경우 모두가  $c(t)/C_{T1}=1.0$ 이상에서는 허수값을 가지는 것으로 나타났으며, 따라서 두 결과 모두가 균열진전속도가 재료 1(연한 재료)의 횡파 속도(transverse wave velocity) 미만의 값에서 유효함을 알 수 있다.

Fig. 2는 재료 1은 에폭시 수지( $E_1 = 3.2 GPa$ ,  $\rho_1=1316 kg/m^3$ ,  $\nu_1=0.38$ )이고, 재료 2의 탄성계수가 다양하게 변화하는 두 상이한 등방성 이종재료내의 계면균열 진전속도에 따른 진동지수의 변화를 나타낸 것이다. 이 때, 재료 2의 푸아송의 비는  $\nu_2=0.33$ 로 고정(단, 동일재료인 경우는  $\nu_1 = \nu_2$ )하고 밀도값은 탄성계수와 비례하여 증가하는 것으로 하였다. Fig. 2에서 보듯이, 각 균열진전 속도에 대해 두 재료의 탄성계수비가 커짐에 따라 그 크기가 차츰 증가하다가  $E_2/E_1 = 100$ 이상의 값에서는 크기변화가 미미하며, 어느 값에 수렴하는 것을 알 수 있다. 또한, 각 탄성계수비에 대해 균열진전 속도가 빨라짐에 따라 진동지수가 미소하게 증가하다가 균열진전속도비  $c(t)/C_{T1}=0.7$ 을 기점으로 급격히 증가하나, 그 값

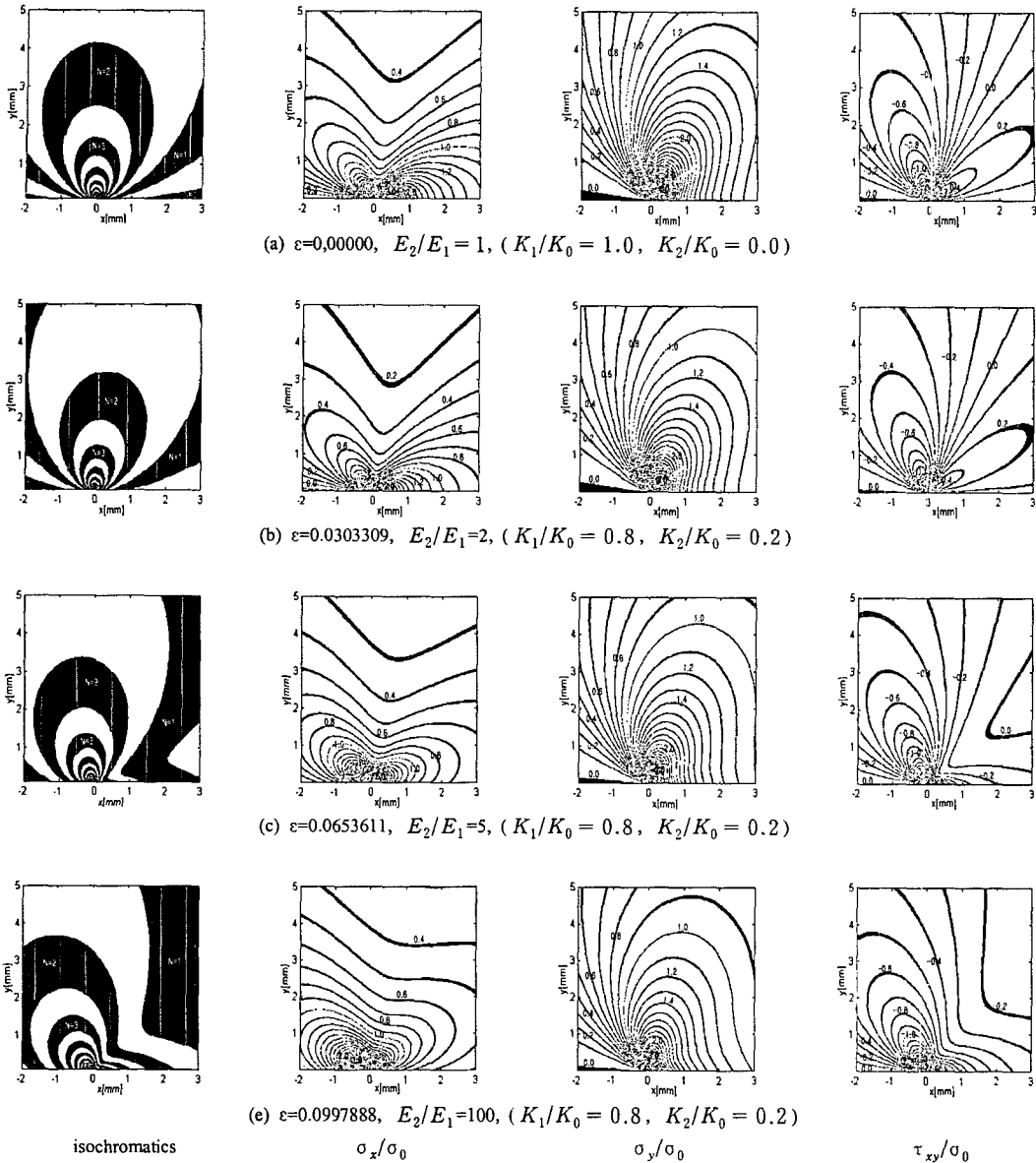


Fig. 3 Static isochromatics and contours of stress components obtained from bimetals with changing Young's modulus (or static bimaterial constant)

은 0.5를 넘지 않음을 알 수 있다.

이상의 결과로써, 두 상이한 등방성 이중재료의 이중재료상수와 진동지수는 동일한 형태로 표현이 가능하며, 두 값 모두 탄성계수비 ( $E_2/E_1$ )가 100 이상이면 그 값의 변화는 미미함을 알 수 있다. 또한 진동지수는 균열진전속도비  $c(t)/C_{T1}$ 가 0.7 이하에서는 균열진전속도가 진동지수에 미치

는 영향은 미미하나, 0.7 이상에서는 그 영향이 커짐을 알 수 있다.

### 3.2 이중재료상수에 대한 응력성분

Fig. 3과 4는 이중재료상수의 변화(물성치의 변화)가 이중재료에서의 등색선 무늬와 응력성분에 미치는 영향을 보고자, 적절한  $K_1/K_0$  및  $K_2/K_0$

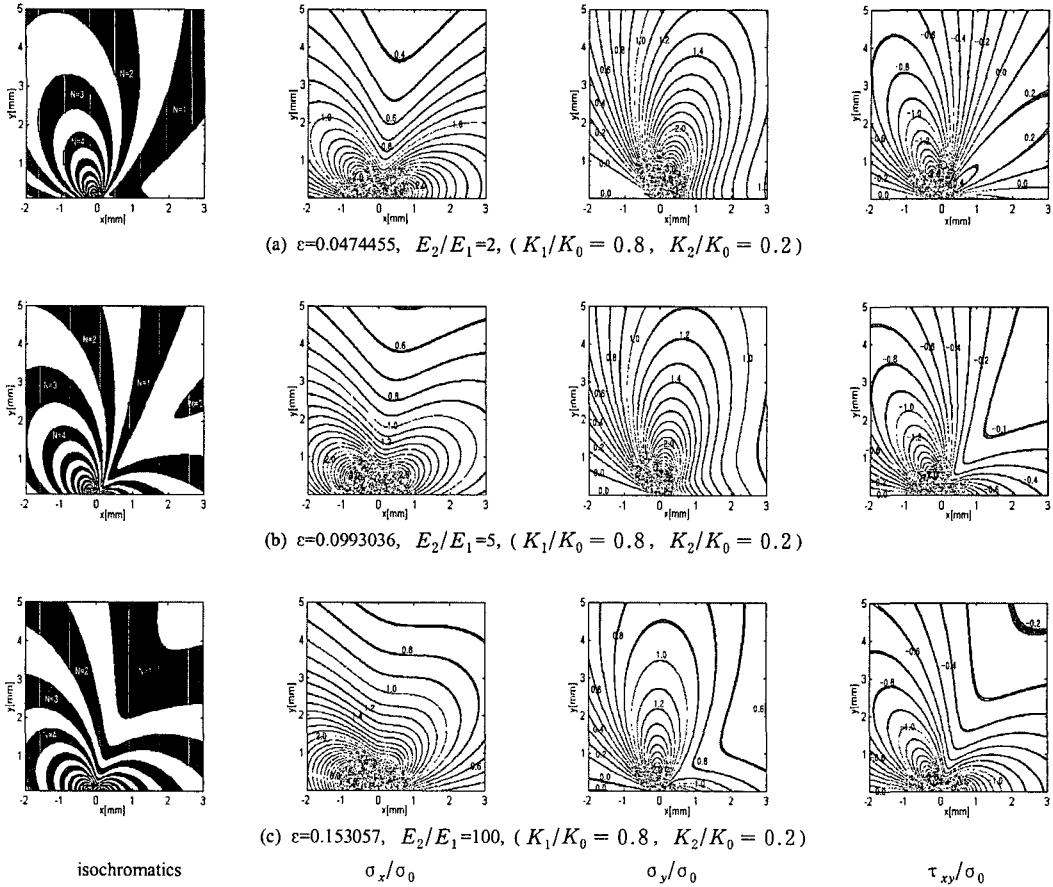


Fig. 4 Dynamic isochromatics and contours of stress components obtained from bimetals with changing Young's modulus (or dynamic oscillation index),  $c(t)/C_{T1}=0.7$

값에 상응하는  $\beta_n$  값 ( $n=1$ 인 경우)을 계산하여 식 (11)과 (21)에 대입함으로써, 식 (11)과 (21) 및 식 (23)을 이용하여 각각 정적 및 동적인 경우의 균열선단에서의 위치 ( $z$ )에 따른 등색선 무늬차수 ( $N$ )와 각 응력성분의 크기 ( $\sigma_x$ ,  $\sigma_y$ ,  $\tau_{xy}$ )를 구하여 임의의  $\sigma_0$ 로 무차원화하여 도시한 것이다.

Fig. 3은 재료 1은 에폭시 수지 ( $E_1 = 3.2\text{GPa}$ ,  $\nu_1=0.38$ )이고, 재료 2는 푸아송의 비  $\nu_2=0.33$ 이며 탄성계수비  $E_2/E_1$ 가 각각 1, 2, 5, 100인 두 상이한 등방성 이종재료 내의 정지계면균열에 대해 응력확대계수비  $K_1/K_0 = 0.8$ ,  $K_2/K_0 = 0.2$ 이고  $n=1$ 인 경우의 등색선 무늬와 각 응력성분 ( $\sigma_x/\sigma_0$ ,  $\sigma_y/\sigma_0$ ,  $\tau_{xy}/\sigma_0$ )을 나타낸다. 단, Fig. 3의

(a)는  $\nu_1 = \nu_2$ ,  $K_1/K_0 = 1.0$ ,  $K_2/K_0 = 0.0$ 인 동일재료의 경우이다. 이 때  $f_0=10.614 \text{ kN/m-fringe}$ 이고  $K_0 = 0.5\text{MPa}$ ,  $\sigma_0=3\text{MPa}$ 로 가정하였다. Fig. 3의  $x$ 와  $y$ 좌표축의 수치는 균열선단에서의 거리를 의미하며, 응력성분들의 등응력선은 0.1단위로 나타낸 것이다. Fig. 3의 모든 등응력선도의  $\sigma_y/\sigma_0$ 와  $\tau_{xy}/\sigma_0$ 의 값(=0.0)은 균열표면에서의 무표면력 조건을 만족하고 있다.

Fig. 3에서 보듯이, 이종재료상수(탄성계수비)가 커짐에 따라 등색선 무늬는 차츰 왼쪽으로 기울어짐을 볼 수 있다.  $\sigma_x/\sigma_0$ 의 분포는 균열선단에서 '∞'자형의 분포가 탄성계수비가 증가함에 따라 차츰 '∞'자형의 오른쪽 루프가 균열선단쪽으로 그 범위가 축소됨을 볼 수 있다.  $\sigma_y/\sigma_0$ 의



분포는 탄성계수비가 증가함에 따라 균열면 위쪽(2사분면)은 분포형태와 그 크기가 거의 차이가 없으나, 균열 앞부분(1사분면)은 분포형태가 약간씩 왼쪽으로 기울어지고 있음을 알 수 있다. 또한  $\tau_{xy}/\sigma_0$ 의 분포는 탄성계수비가 증가함에 따라, 균열면 위쪽은 분포형태는 비슷하고 크기만 다소 차이를 보이는 반면, 균열 앞부분은 분포형태와 크기가 상당한 차이를 보이며, 도시된 영역에서  $E_2/E_1=5$ 보다 큰 경우에선 양의 전단응력은 나타나지 않고 있음을 확인할 수 있다. Fig. 3에서 보듯이, 대체로 각 응력성분의 분포형태와 그 크기는 균열면 위쪽(2사분면)은 분포형태와 그 크기가 거의 차이가 없으나, 균열 앞부분(1사분면)은 분포형태와 크기도 차이가 있음을 알 수 있다. 이러한 현상은 균열면 위쪽은 재료 1과 2가 분리되어 있으므로 이종재료의 효과가 적은 반면, 균열 앞부분은 재료 1과 2가 접촉되어 이종재료의 효과가 상대적으로 크기 때문인 것으로 생각된다.

Fig. 4는 재료 1은 에폭시수지( $E=3.2$  GPa,  $\nu=0.38$ )이고, 재료 2는 푸아송의 비  $\nu_2=0.33$ , 탄성계수비  $E_2/E_1=2, 5, 100$ 이며 밀도는 탄성계수와 비례( $E_2/E_1 = \rho_2/\rho_1$ )하는 두 상이한 등방성 이종재료내의 진전계면균열에 대해 응력확대계수비  $K_1/K_0=0.8$ ,  $K_2/K_0=0.2$ 이고  $n=1$ 인 경우의 등색선 무늬와 각 응력 성분들( $\sigma_x/\sigma_0$ ,  $\sigma_y/\sigma_0$ ,  $\tau_{xy}/\sigma_0$ )을 나타낸 것이다. 이 때  $K_0=0.5$  MPa,  $\sigma_0=3$  MPa,  $f_0=10.614$  kN/m-fringe이고  $c(t)/C_T=0.7$ 로 가정하였다. Fig. 4에서도 균열표면의  $\sigma_y/\sigma_0$ 와  $\tau_{xy}/\sigma_0$ 의 등응력선의 값은 0.0으로 균열표면의 무표면력 조건을 만족하고 있다.

Fig. 4에서 보듯이 진동지수(탄성계수비)가 커짐에 따라 재료 2의 물성치의 영향으로 등색선 무늬가 차츰 왼쪽으로 기우는 현상이 정지 균열과 비슷한 경향을 보이나,  $E_2/E_1=100$ 인 등색선 무늬에서 누운 '3'자형의 등색선 무늬가 나타남을 볼 수 있다. 또한 각 응력성분의 변화도 균열면 위쪽(2사분면)은 분포형태와 그 크기의 변화는 정지균열에서와 마찬가지로 탄성계수비가 증가함에 따라 거의 차이가 없으나, 균열 앞부분(1사분면)은 분포형태가 정지균열에서 보다 좀더 왼쪽으로 기울어지고, 그 크기도 정지균열에서보다 더 큰

차이를 보이고 있다. 그러므로 이러한 현상은 정지균열에서와 마찬가지로 균열면 위쪽은 재료 1과 2가 분리되어 있으므로 이종재료의 효과가 적은 반면, 균열 앞부분은 재료 1과 2가 접촉되어 이종재료의 효과가 상대적으로 크기 때문이며, 이종재료의 영향은 정지균열에서보다 진전균열에서 더 큰 영향을 미친다는 것을 알 수 있다.

비록 고차항을 무시한 결과이며 실제의 물성치가 아니라는 점에서 실제현상과는 차이가 있겠으나 이종재료상수와 진동지수의 변화에 따른 응력성분의 분포형태는 실제와 비슷하리라 생각된다.

#### 4. 결 론

본 연구를 통하여 다음과 같은 결론을 얻었다.

(1) 두 상이한 등방성 이종재료내의 정지 및 진전 계면균열에 대한 이종재료상수 및 진동지수를 유도하였으며, 그 형태가 동일한 형태로 표현할 수 있음을 보여주었다.

(2) 본 연구의 결과로서 이종재료상수와 진동지수는 두 재료의 탄성계수비가 증가함에 따라 차츰 증가하다가 어느 값에 수렴한다.

(3) 각 탄성계수비에 대해 균열진전 속도가 빨라짐에 따라 진동지수가 미소하게 증가하다가 균열진전속도비  $c(t)/C_T=0.7$ 을 기점으로 급격히 증가하나, 그 값은 0.5를 넘지 않는다.

(4) 진동지수는 균열진전속도비  $c(t)/C_T$ 가 0.7 이하에서는 균열진전속도가 이종재료상수에 미치는 영향이 미미하지만, 0.7이상에서는 그 영향이 상대적으로 크다.

(5) 두 상이한 등방성 이종재료내의 정지 및 진전 계면균열에서 이종재료상수 및 진동지수가 커짐에 따라 등색선 무늬는 차츰 왼쪽으로 기우는 경향을 보이며, 응력성분은 균열면 위쪽은 분포형태는 비슷하고 크기만 다소 차이를 보이는 반면, 균열 앞부분은 분포형태와 크기가 상당한 차이를 보인다. 이는 균열면 위쪽은 재료 1과 2가 분리되어 있으므로 이종재료의 효과가 적은 반면, 균열 앞부분은 재료 1과 2가 접촉되어 이종재료의 효과가 상대적으로 크기 때문이다.

(6) 두 상이한 등방성 이종재료내의 정지 및 진전 계면균열에서 탄성계수비의 변화에 따른 이종재료 효과는 정지 계면균열에서보다 진전 계면균열에서 더 크다.

## 후 기

본 연구는 한국과학재단 지역대학 우수과학자 지원연구(과제번호: R05-2001-000-01135-0)의 일부로써 수행된 것으로 지원에 감사드립니다.

## 참고문헌

- (1) Williams, M. L., 1959, "The Stresses Around a Fault or Crack in Dissimilar Media," *Bulletin of the Seismological Soc. of American*, Vol. 49, pp. 199~204.
- (2) Sih, G. C. and Rice, J. R., 1964, "The Bending of Plates Dissimilar Materials with Cracks," *J. Appl. Mech.*, Vol. 86, pp. 477~482.
- (3) Rice, J. R. and Sih, G. C., 1965, "Plane Problems of Cracks in Dissimilar Media," *J. Appl. Mech.*, Vol. 32, pp. 418~423.
- (4) Yang, W., Suo, Z. and Shih, C.F., 1991, "Mechanics of Dynamic Debonding," *Proc. Royal Soc. Lond.*, Vol 33, pp. 679~697.
- (5) Deng, X., 1992, "Complete Complex Series Expansions of Near-Tip Fields for Steadily Growing Interface Cracks in Dissimilar Isotropic Materials," *Engineering Fracture Mechanics*, Vol. 42, pp. 237~242.
- (6) Singh, R. P. and Shulka, A., 1996, "Subsonic and Interersonic Crack Growth along a Bimaterial Interface," *J. of Appl. Mech.*, Vol. 63, pp. 919~924.
- (7) Aminpour, M. A. and Holsapple, K. A., 1990, "Near Tip Solution for Propagating Cracks at the Interface of Dissimilar Anisotropic Elastic Materials," *Engr. Frac. Mech.*, Vol. 36, pp. 93~103.
- (8) Shin, D. C., Hawong, J. S. and Kwon, O. S., 2001, "A Study on the Development of the Dynamic Photoelastic Hybrid Method for Two Dissimilar Isotropic Bi-materials," *Trans. of KSME (A)*, Vol. 25, No. 3, pp. 434~442.
- (9) Muskhelishvili, N. I., 1933, "Some Basic Problems of the Mathematical Theory of Elasticity," 1963, English translation, 4th Edition, P. Noordhoff Ltd., Groningen, Netherlands.
- (10) Shin, D. C., Hawong, J. S. and Nam, J. H., 2004, "A Study on the Near-Field Stresses and Displacements of a Stationary Interfacial Crack in Two Dissimilar Isotropic Bimaterials," *Trans. of KSME (A)*, (Submitted).
- (11) Shin, D. C., Hawong, J. S. and Kim, T. G., 2001, "Development of the Dynamic Photoelastic Hybrid Method for Propagating Interfacial Crack of Isotropic /Orthotropic Bi-materials," *Trans. of KSME (A)*, Vol. 25, No. 7, pp. 1055~1063.