

RSM-based SFEM을 이용한 사회기반시설물의 사실적 위험도 평가

Realistic Risk Assessment of Infra-Structures Using RSM-based SFEM



허 정 원*

*여수대학교 해양시스템공학전공 조교수

1. 서 론

댐, 교량, 지하철, 항만시설 등과 같은 대형 사회기반시설물(infrastructures)의 해석과 설계에서 하중조건, 구조물의 기하학적 표현, 사용재료의 특성, 구조거동 및 경계조건 등과 같은 구조요인들을 사실적으로 표현하고, 그들이 포함하는 불확실성을 명확하게 고려하는 것은 정밀한 해석과 안전하고 경제적 설계를 위하여 필수적이다. 또한 성능에 기초한 구조설계에 대한 사회적 관심의 증대는 구조물의 기능, 사용성 및 안전도에 대한 확률적 평가를 위한 실질적이고 효율적인 방법의 개발에 대한 필요성을 제기하였으며, 이를 위해서는 확률론적 신뢰성평가 기법이 일상적인 구조해석 및 설계과정과 결합되는 것이 필요하다. 현재 유한요소법은 광범위한 역학적 현상(선형·비선형·비탄성 해석, 정·동적해석 등)에 대한 적용성, 높은 정확도 그리고 사용상의 편리성 등으로 인하여 일상적인 구조해석과 설계에서 가장 광범위하게 사용되고 있으므로, 유한요소법과 신뢰성기법의 결합으로 구현되는 추계 유한요소법(Stochastic Finite Element Method; SFEM)은 성능에 기초한 구조설계와 신뢰성해석을 위한 이상적인 방안으로 판단된다. 하지만 일상적으로 이용되는 상용 유한요소 프로그램에 기초한 구조신뢰성 해석은 한계상태 함수가 명시적으로 표현되지 않기 때문에 기존의 방법과는 다른 새로운 기법의 도입이 필요하다. 본고에서는 이러

한 요구에 부응하는 일반적인 상용 유한요소 프로그램(LUSAS, ABAQUS, MIDAS 등)과 신뢰성 해석기법을 역학적으로 결합(mechanically coupled)한 응답면기법(Response Surface Method; RSM)에 기초한 추계유한요소법(허, 2003)의 기본적인 개념과 실제적인 적용을 통한 신뢰성해석 방법에 대해서 기술하고자 한다.

2. 확률론적 구조위험도 평가기법

구조물의 안전도는 미리 결정된 성능기준(performance criterion)인 한계상태에 대하여 평가해야 한다. 이러한 한계상태함수는 모든 하중의 영향과 저항력에 관련된 매개변수들 상호간의 함수적 관계를 의미하며, 명시적(explicit)인 형태로 표현되거나 또는 유한요소 알고리즘과 같은 암시적(implicit)인 형태로 표현된다. 명시적 한계상태함수를 갖는 경우에는, MCS(Monte Carlo simulation)로 대표되는 다양한 종류의 MCS기법으로 직접적으로 파괴확률을 산정하는 Level III 기법과 각 확률변수의 평균과 분산 그리고 분포형태를 이용하여 신뢰도지수(reliability index)를 근사적으로 산정하는 다양한 Level II 기법을 적용해서 신뢰성해석을 비교적 용이하게 수행할 수 있다. 이러한 Level II 기법에는 MVFOSM(Mean Value First Order Second Moment method), Generalized Safety Index Method(Hasofer-Lind, 1974), FORM(First Order Reliability

Method; Rackwitz-Fiessler, 1978; Chen-Lind, 1982), 그리고 SORM(Second Order Reliability Method) 등이 있다. 그러나 교량이나 댐과 같은 실제적인 사회기반 구조물의 신뢰성해석에 있어서는 한계상태함수가 유한요소법 및 유한차분법과 같은 알고리즘 형태를 가지는 음(implicit)함수로 표현되는 경우가 대부분이며, 이 경우 Level II 기법의 방법들은 독립적으로 적용할 수 없으며, 적용 가능한 신뢰성해석 기법은 크게 다음 3가지의 범주로 구분된다. 즉, (1) Monte Carlo Simulation (MCS), (2) 전통적인 추계유한요소법 (SFEM) (Haldar and Mahadevan, 2000), 그리고 (3) 응답면기법에 기초한 추계유한요소법 (RSM-based SFEM)이다.

Level III 기법인 MCS는 양함수 형태의 한계상태함수는 물론 음함수의 한계상태함수를 가지는 실질적이고 복잡한 문제에 대해서도 적용 가능한 방법이다. 이 방법은 먼저 입력변수 값들의 실질적인 조합을 모의실험(simulate)하기 위하여 입력변수들의 확률분포를 가지는 일련의 인위적 난수집합들(a set of pseudo-random numbers)을 발생시킨다. 이렇게 얻어진 랜덤 입력변수들의 한 집합에 대하여 확정적 해석방법(예를 들어 유한요소법)을 이용하여 한계상태함수에 대응하는 파괴상태를 평가한다. 이 과정을 원하는 횟수만큼 반복하여 얻어진 모의실험 결과를 토대로 파괴확률이나 또는 응답의 통계특성치를 산정한다. 비록 분산감소기법(variance reduction technique)을 사용하면 모의실험의 효율성을 개선할 수 있다하더라도, 파괴확률의 산정은 시뮬레이션의 회수와 동일한 횟수의 확정적 해석을 수행함으로써 얻어질 수 있다. 따라서 일반적으로 많은 요소를 가지는 실제구조물의 해석에서처럼 만약 확정적 해석을 위한 계산시간이 많이 소요된다면, MCS방법은 비실용적이며 비현실적인 방법이 될 것이다.

전통적인 추계유한요소법은 확정적 유한요소해석의 매 단계에서 기본변수들의 추계변량을 계산하고 이를 사용하여 응답량의 추계적 변화를 고려하는 방법이다. 이 방법은 유한요소법과 신뢰성해석기법인 FORM 또는 SORM의 결합으로 이루어지므로, 다양하고 복잡한 구조물의 신뢰성해석에 매우 효과적이고 정확한 기법으로 알려져 있으며, 랜덤필드(random fields)의 고려도 가능한 방법이다. 그러나 전통적 추계유한요소법의 개발을 위해서는 연속미분법칙(chain rule of differentiation)을 사용하여 모든 확률변수의 임의성(randomness) 및 불확실성이 포함되도록 유한요소법의 정식화과정에서 요소의 강성행렬과 하중벡터의 확률변수들에 대한 편미분 행렬과 벡터의 개발 및 이에 상응하는 FORM/SORM에 대한 행렬의 정식화과정이

필요하다. 또한 강성도의 편미분행렬은 고려하는 확률변수의 배수만큼 증가(예를 들어 100자유도의 구조물에 대해서 20개의 확률변수를 고려하면 강성행렬의 1차 편미분행렬은 200,000요소)하므로, 실제적인 구조물에 많은 확률변수를 고려한 신뢰성해석에 이 방법을 적용하는 것은 현실적으로 거의 불가능하다고 판단된다. 또한 전통적 SFEM은 기본적으로 FEM 정식화의 수정(修正)과 FORM 또는 SORM과 같은 신뢰성해석 모듈의 첨가를 통하여 완성이 가능하므로, Source Code에 대한 수정과 Module의 첨가가 현실적으로 불가능한 상용 유한요소해석 프로그램에 이 방법을 적용한 신뢰성해석은 불가능하다고 판단된다.

이에 반하여 응답면기법에 기초한 추계유한요소법은 상용 유한요소해석 프로그램과 같은 알고리즘 형태의 한계상태함수를 가지는 실제적 문제에서 음함수의 한계상태함수를 명시적으로 정식화하여 신뢰성해석을 용이하게 수행하게해주는 실용적 방법으로서, 그 기본적인 개념 및 이론적 설명과 실제구조물의 적용을 통한 신뢰성해석 방법을 아래에 기술하였다.

3. 응답면기법에 기초한 추계유한요소법의 구성요소

3.1 응답면기법 (Response Surface Method: RSM)

개념적으로, 임의의 함수 $g(\mathbf{X})$ 가 하나의 연속인 곡선함수이면 한 임의점 $\mathbf{z} = (z_1, z_2, \dots, z_k)$ 에 대하여 국소적으로 어떠한 차수(次數)로도 Taylor 급수전개를 사용한 근사(approximation)가 가능하며, 아래와 같은 다항식으로 표현된다.

$$\begin{aligned} Y=g(\mathbf{X}) &= \beta_0 + \sum_{i=1}^k \beta_i X_i + \sum_{i=1}^k \beta_{ii} X_i^2 \\ &+ \sum_{i=1}^{k-1} \sum_{j>i}^k \beta_{ij} X_i X_j + H.O.T \end{aligned} \quad (1)$$

여기서 $\beta_0, \beta_i, \beta_{ii}$, 과 β_{ij} 는 회귀계수라 불리는 \mathbf{z} 점에서 $g(\mathbf{X})$ 의 도함수들이며 H.O.T는 3차이상의 고차항(high order terms)을 나타낸다.

실제의 한계상태함수 또는 구조응답의 근사를 위하여 응답면에 사용되어질 다항식의 차수는 응답의 예측되는 비선형성에 의해 좌우될 것이다. 이미 살펴본 바와 같이 개념적으로는 응답면을 표현하는데 Taylor급수 전개를 통한 모든 차수의 다항식 사용이 가능하지만, 신뢰성해석을

위한 응답면기법의 적용에서는 2차이내의 다항식 사용이 적합한 것으로 사료된다. 이것은 다항식의 차수가 1차 증가함에 따라 다항식 구성을 위해 필요로 하는 추가항의 개수가 기하급수적으로 증가하기 때문이다. 그리고 실제적인 사회기반구조물 응답의 비선형 거동을 고려하기 위하여 최소 2차 다항식을 사용하여야 한다. 따라서 실제 한계상태함수를 근사하기 위해 아래 식 (2)에 보이는 각 변수들의 교차항(cross terms)을 포함하지 않는 2차 다항식 또는 식 (3)에 주어진 교차항을 포함하는 완전 2차 다항식을 사용하여 응답면을 표현하는 것이 필요하다.

$$\hat{g}(X) = b_0 + \sum_{i=1}^k b_i X_i + \sum_{i=1}^k b_{ii} X_i^2 \quad (2)$$

$$\hat{g}(X) = b_0 + \sum_{i=1}^k b_i X_i + \sum_{i=1}^k b_{ii} X_i^2 + \sum_{i=1}^{k-1} \sum_{j>i}^k b_{ij} X_i X_j \quad (3)$$

여기서, $X_i (i = 1, 2, \dots, k)$ 는 i -번째 확률변수이며, b_0, b_i, b_{ii} , 그리고 b_{ij} 는 회귀분석이나 일련의 연립방정식을 풀어 결정하는 미지계수다. 식 (2)와 (3)의 다항식에 요구되는 미지계수의 개수는 각각 $p = 2k + 1$ 과 $p = (k + 1)(k + 2)/2$ 이다.

응답면에 대한 최적의 2차 다항식을 얻기 위하여 다수의 특정 값에서 표본점(sampling points)을 추출하는 Design기법들 중 Saturated Design과 Central Composite Design(Box et al., 1978)이 각기 식 (2)와 (3)의 다항식에 잘 맞는 것으로 여러 연구(Huh and Haldar, 2001; Huh and Haldar, 2002)에서 입증되었다. 여기서 1개의 표본점은 1회의 확정적 유한요소해석을 의미한다. 신뢰성해석에 대한 계산상의 효율성과 정확성을 고려하여 Huh and Haldar(2001)는 아래 그림 1에 보이는 세 가지 모델을 제안하였다.

모델 ①은 식 (2)의 교차항을 포함하지 않는 2차 다항식과 Saturated Design을 이용하므로, 추정하는 다항식의 미지계수의 수와 정확히 동일한 수만큼의 표본추출점을

필요로 한다. 결국 이 모델은 하나의 중심점(a center point)과 $2k$ 의 star points(코드화된 좌표에서 각 변수에 대하여 +1과 -1의 값에 각각 하나씩)로 구성된다. 즉, 총 표본추출점 수는 다항식 (2)의 미지계수의 수와 같은 $N=p=2k+1$ 이다. 이 모델은 다음에 설명되는 모델 ② 및 특히 모델 ③과 비교하여 상대적으로 훨씬 적은 표본추출점을 필요로 하기 때문에 상당한 계산상의 효율성을 보장한다. 예를 들어 15개의 확률변수를 고려한다면 모델 ①은 단지 31개($2k+1=2 \times 15+1$)의 표본점을 필요로 하는 반면 모델 ③은 32799개($2^k+2k+1=2^{15}+2 \times 15+1$)의 표본점을 필요로 한다. 하지만 이 모델은 결과의 정확도 검증이 어려우며, 고려되는 확률변수의 수가 적을 경우 적은 수의 표본점을 사용하게 되므로 확률변수들 사이의 표본공간을 충분히 반영하지 못하여 부정확한 응답면을 초래할 수 있다. 다음에서 기술되는 두 모델을 포함한 각 모델의 적용은 한계상태함수의 형태와 확률변수의 수에 기준하여 결정한다. 실제 구조물의 유한요소해석에 기초한 신뢰성해석인 경우, 모델 ①은 고려하고자하는 확률변수가 9개 이상일 경우에 적용하는 것이 적합하다고 판단된다.

교차항을 배제한 2차 다항식으로 충분하게 정확한 응답이 보장되지 않는 경우가 있다. 이 경우 두 변수 X_i 와 X_j 의 상호작용 효과를 나타내는 교차항들을 포함하면 응답의 정확도를 향상시킬 수 있다. 즉 모델 ②는 식 (3)의 교차항을 포함하는 완전 2차 다항식과 Saturated Design을 이용한다. 이 모델은 하나의 중심점(a center point), $2k$ 의 star points(코드화된 좌표에서 각 변수에 대하여 중심점으로부터 각각 +1과 -1만큼 떨어진 위치에 하나씩), 그리고 $k(k-1)/2$ 의 edge points(각 edge point는 교차항에 해당되는 i 번째와 j 번째의 행에 1의 값을 가지고 나머지 행이 모두 영인 k 개의 요소를 가지는 벡터)로 구성된다. 모델 ②에 필요한 총 표본추출점 수는 다항식 (3)의 미지계수의 수와 동일한 $p=(k+1)(k+2)/2$ 이다. 이 모델은 교차항을 포함하여 변수들 간의 상호작용을 고려하므로 모

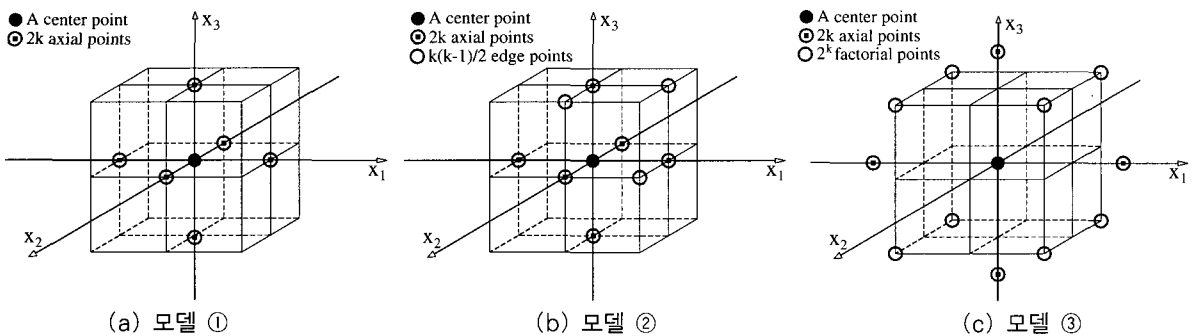


그림 1 세 개의 확률변수에 대한 코드화된 좌표상에서 모델

모델 ①보다 정확한 결과를 얻을 수 있으나, 이전 모델과 마찬가지로 결과의 정확도 검증이 어려우며 모델의 적정성을 판단하기 어렵다는 단점이 있다. 모델 ②는 모델 ① 보다는 정확하지만 비효율적인 반면 모델 ③ 보다는 응답면의 정확도는 떨어지지만 계산상 효율적이므로, 실제 구조물의 유한요소해석에 기초한 신뢰성해석에서 확률변수가 6개 이상에서 9개 미만(즉 확률변수가 8개일 때 총 표본추출점수는 최대 45)인 경우에 적용하는 것이 적합하다고 사료된다.

모델 ③은 식 (3)의 교차항을 포함하는 완전 2차 다항식과 Central Composite Design을 이용하므로, 이 모델은 하나의 중심점(a center point), 2^k 의 star points(코드화된 좌표에서 각 변수에 대하여 중심점으로부터 각각 $+\alpha$ 와 $-\alpha$ 만큼 떨어진 위치에 하나씩) - 여기서 ($\alpha = \sqrt{4of2^k}$), 그리고 완전 2^k factorial design(코드화된 좌표에서 각 변수들의 값을 +1과 -1을 조합하여 2^k 개수만큼으로 구성)으로 구성된다. 즉, 모델 ③에 필요한 총 표본추출점수는 다항식 (3)의 미지계수의 수, $p = (k+1)(k+2)/2$, 보다 많은 $N = 2^k + 2k + 1$ 이다. 모델 ① 및 ②와 달리 모델 ③은 한계상태함수의 근사식인 식 (3)의 완전 2차 다항식에 b_0 , b_i , b_{ii} , 그리고 b_{ij} 로 표현된 최소자승 산정계수(least squares estimates)를 회귀분석을 수행함으로써 구한다. 모델 ③은 상대적으로 매우 정확하며 오차의 평가, 모델의 적합성 검증, rotatability, 및 orthogonality 등의 통계적 특성치를 이용할 수 있는 장점이 있다. 하지만 이 모델은 구조계가 크고 복잡하며 특히 고려하는 확률변수가 많을 경우에 계산상으로 상당히 비효율적이다. 따라서 실제 구조물의 유한요소해석에 기초한 신뢰성해석인 경우 모델 ③은 확률변수가 6개 미만인 경우(즉, 확률변수가 5개일 때 총 표본추출점수는 최대 43)에 적합하다고 판단되나, 이러한 기준은 절대적인 것은 아니다.

3.2 일차신뢰도법 (FORM: First-Order Reliability Method)

한계상태함수가 확률변수의 항으로 표현되는 2차 다항식으로 얻어지면, Level II 및 III의 신뢰성해석기법을 사용하여 신뢰성해석을 수행할 수 있다. 본고에서는 계산상의 효율성, 정확도 및 적용성을 고려하여 일차신뢰도법을 적용한다. Rackwitz와 Fiessler(1978)는 확률변수들의 분포정보를 고려하기 위하여, 설계점에 대해 비정규 확률변수의 누적분포함수(cumulative distribution function; CDF)와 확률밀도함수(probability density function; PDF)를

각각 등가의 정규분포변수와 등치(等值)시켜 등가표준편차($\sigma_{X_i}^N$)와 등가평균($\mu_{X_i}^N$)을 아래의 식 (4)와 (5)로 제안하였다.

$$\sigma_{X_i}^N = \frac{\phi\{\Phi^{-1}[F_i(X_i^*)]\}}{f_i(X_i^*)} \quad (4)$$

$$\mu_{X_i}^N = X_i^* - \Phi^{-1}[F_i(X_i^*)]\sigma_{X_i}^N \quad (5)$$

여기서, f_i 와 F_i 는 각기 비정규분포 확률변수 X_i 의 확률밀도함수(PDF)와 누적분포함수(CDF)이며, ϕ 와 Φ 는 표준정규분포 변수의 확률밀도함수와 누적분포함수이다.

확률변수를 아래 식 (6)의 무상관 표준화 정규변량으로 정의하면

$$X_i' = (X_i - \mu_{X_i}^N) / \sigma_{X_i}^N \quad (6)$$

여기서 X_i' 는 평균값이 영(零)이고, 단위표준편차를 가지는 확률변수이다. 원래 한계상태, $g(\mathbf{X})=0$ 을 표준정규변량의 한계상태 $g(\mathbf{X}')=g(X_1', X_2', \dots, X_n')=0$ 으로 변환한 후, 최종적으로 Lagrange 승수(Shinozuka, 1983) 기법을 이용한 반복법을 적용하여 일반화된 안전지수(generalized safety index) β 인 원점에서부터 $g(\mathbf{X})=0$ 까지 최소거리를 구한다. X 의 원점으로부터 파괴면 $g(\mathbf{X})=0$ 까지 거리는 아래와 같이 구한다.

$$d = \beta = \sqrt{X_1'^2 + X_2'^2 + \dots + X_n'^2} = (\mathbf{X}'^T \mathbf{X}')^{1/2} \quad (7)$$

여기서 원점으로부터 최단거리인 파괴면 위의 점 (X_1', X_2', \dots, X_n')은 일반적으로 설계점(design point) 또는 검증점(checking point)이라 하며, 파괴확률은 $P_f = \Phi(-\beta)$ 으로 계산된다.

4. 응답면기법에 기초한 추계유한요소법 (RSM-based SFEM)

본고에서 기술되는 응답면기법에 기초한 추계유한요소법(허, 2003)은 일련의 입력 확률변수와 특정한 상관관계에 있는 음함수(FEM과 같은 알고리즘)형태의 실제 한계상태함수를 먼저 응답면기법을 사용하여 입력 확률변수들로 표현되는 2차 다항식으로 근사(approximate)한 후, FORM을 적용하여 대상 구조물의 신뢰성해석을 수행함으로써 안전성과 위험성을 평가하는 매우 효율적이고 정확한 기법이다. 이 과정을 해석단계별로 요약하여 아래에 기술하였으며 그 흐름도(flowchart)를 그림 2에 표시하였다.

- ① 확률변수의 개수에 따라 효율성과 정확도를 고려하여 세 가지 모델 중의 하나를 선택
- ② 선택된 모델에 적용되는 표본추출기법을 이용하여 랜덤변수들의 평균값 근처에서 표본을 sampling한 후 각 각의 표본추출점에 대하여 확정적 유한요소해석을 수행 (여기서 하나의 표본추출점은 1회의 확정적 유한요소해석을 위한 입력 확률변수들의 값을 나타내는 벡터)
- ③ 모든 표본점에 대한 확정적 유한요소해석의 결과를 회귀분석 또는 연립방정식의 해를 구함으로써 실제 한계상태함수를 입력랜덤변수들의 항으로 표현하는 근사된(approximated) 2차 다항식을 결정
- ④ 신뢰성해석 기법인 FORM을 이용하여 신뢰성지수(Reliability Index), 파괴확률(Probability of Failure), 각 확률변수의 파괴확률에 대한 기여도의 정량적 수치인 민감도 지수(Sensitivity Index), 및 설계점 (design point or checking point)을 구하는 신뢰성해석을 수행
- ⑤ 대상 구조물의 안전성과 위험성을 한계상태별로 평가 및 결과정리

5. 수치해석 예제

5.1 예제 1 : 댐 구조물

본고에서 기술된 알고리즘의 실제 구조물에 대한 적용 방법의 보다 상세한 설명과 적용성의 검증을 위해서, 댐 구조물의 위험도평가를 수행하였다. 댐구조-지반계는 그림 3에 보이는 2차원 평면요소로 댐 구조체와 암반층을 모델링하였으며, 각 샘플링 값에 대한 확정적 해석은 상용 유한요소프로그램 LUSAS(FEA, 2002)를 사용하여 평면 변형률 해석을 수행하였다.

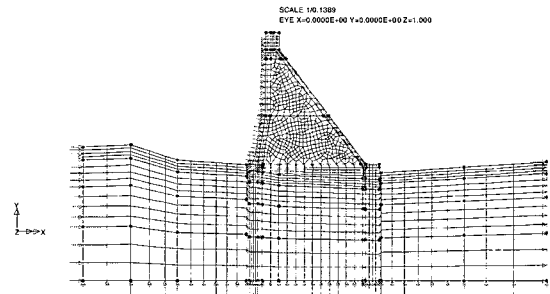


그림 3 유한요소 모델링(LUSAS)

콘크리트 댐 구조체의 강도파괴에 대한 안전성검토를 위하여 콘크리트 구조체에 발생하는 최대압축응력에 대한 극한강도 한계상태함수를 고려하였다. 즉, 댐 구조체의 임의 요소에서 발생하는 최대 압축응력이 콘크리트의 설계 기준 압축강도를 초과하는 상태를 파괴라고 규정하면, 극한강도 한계상태함수는 식 (8)로 표현된다.

$$g(\mathbf{X}, \mathbf{y}) = \sigma_{ck} - \sigma(\mathbf{y}) \quad (8)$$

여기서 σ_{ck} 는 댐 내부와 외부 구조체의 콘크리트에 대한 설계 압축강도로서 확률변수이며, 그 통계 특성치는 표 1에 제시되었다. 또한 $\sigma(\mathbf{y})$ 는 각 표본추출점에 대하여 LUSAS의 확정적 유한요소해석을 통하여 얻어지는 최대 압축응력 값이다.

다음으로 콘크리트 댐 구조체의 사용성 검토를 위하여 최대 허용변위에 대한 성능함수(즉 댐 구조체의 임의 위치에서 발생하는 최대 수평변위가 시방서 또는 설계기준 등에 정해진 허용 변위량을 초과하는 상태를 사용성에 대한 파괴라고 규정)는 아래의 식 (9)로 표현된다.

$$g(\mathbf{X}) = \delta_{allow} - \delta(\mathbf{X}) \quad (9)$$

여기서 δ_{allow} 는 수평방향의 최대 허용 변위량을 나타내

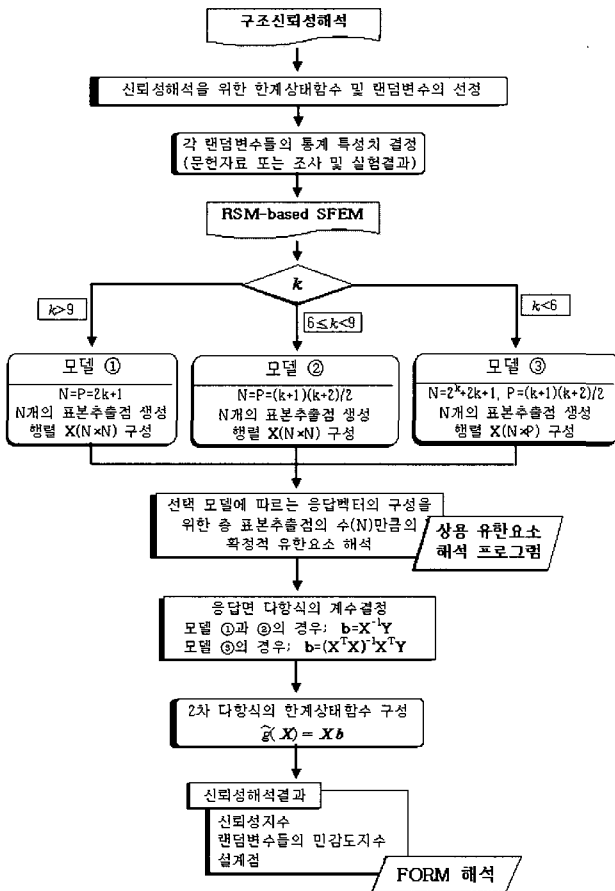


그림 2 RSM-based SFEM의 흐름도

는 확정적 값으로 현재 그 기준이 명확하지 않아, 수평방향에 대하여 2cm로 가정하여 신뢰성해석을 수행하였다. 또한 $\delta(\mathbf{X})$ 는 각 표본추출점에 대하여 LUSAS의 확정적 유한요소 해석을 통하여 얻어지는 수평방향의 발생 최대변위 값이다.

본고에서 기술된 응답면기법에 기초한 추계유한요소법을 적용하여 극한강도 및 사용성 한계상태에 대한 신뢰성 해석을 수행하기 위하여, 강도한계상태에 대한 신뢰성 해석에서는 9개의 확률변수를 그리고 사용성 한계상태에 대해서는 7개의 확률변수를 고려하였다. 신뢰성해석에서 고려한 확률변수들의 평균값, 변동계수, 그리고 분포형태의 통계적 특성치들은 현장조사 자료와 다양한 문헌(Pham, 1985; Nikolaidis and Kaplan, 1991; Kuschel and Rackwitz, 2000)을 참고하여 선정되었으며 표 1에 제시되었다. 강도 한계상태에서 고려한 확률변수는 9개로 모델 ①을 적용하였으며, 총 19개의 표본점 수를 가진다. 사용성 한계상태에서 고려한 확률변수는 7개로 제안기준에 따르면 모델 ②를 적용하여야 하나 확률변수의 개수에 대한 모델 선택의 기준은 절대적이지 않으며, 정확도의 향상을 위해서 본 예제에서는 모델 ③을 적용하였으며, 총 표본점 수는 143개이다. 두 한계상태함수에 대한 신뢰성해석 결과를 표 2, 그리고 그림 4와 5에 정리하였다. 댐 구조물에서 최대 압축응력이 발생하는 요소에서 강도한계상태와 최대 수평변위가 발생하는 절점에서 사용성 한계상태에 대한 신뢰성 해석 결과를 신뢰성지수와 대응 파괴확률로써 표 2에 표

표 1 한계상태별 확률변수의 통계적 특성

분류	확률변수 (SI 단위)	평균값	강도 한계상태		사용성 한계상태		
			COV	분포	COV	분포	
댐	공통	단위중량 (tonf/m ³)	2.35	0.10	N	0.10	N
		프와중비	0.18	0.06	N	0.06	N
	내부	탄성계수 (tonf/m ²)	1643200	0.06	LN	0.06	LN
		설계 압축강도 (tonf/m ²)	1200	0.18	N	-	-
	외부	탄성계수 (tonf/m ²)	2012500	0.06	LN	0.06	LN
		설계 압축강도 (tonf/m ²)	1800	0.18	N	-	-
지반	탄성계수 (tonf/m ²)	1000000	0.15	LN	0.15	LN	
	프와중비	0.45	0.06	N	0.06	N	
하중 (수압)	정수압 계수	1	0.15	EVD	0.15	EVD	

여기서 N은 Normal, LN은 Log-Normal 분포, EVD는 Extreme Value 분포 (Type I 분포)

시하였다. 또한 그림 4와 5에 각기 댐 구조체의 강도한계상태와 사용성 한계상태에 대한 신뢰성지수 등치선도(等值線圖) (reliability index contour)를 표시하였다.

표 2 신뢰성해석결과

구 분	강도 한계상태	사용성 한계상태
확률변수의 개수	9개	7개
사용모델	모델 ①	모델 ③
표본점 수 (구조해석 횟수)	19	143
위치	최대 압축응력 발생 요소	최대 수평변위 발생 절점
신뢰성지수 (β)	4.745	3.033
파괴확률 (P_f)	1.0438×10^{-6}	1.2107×10^{-3}

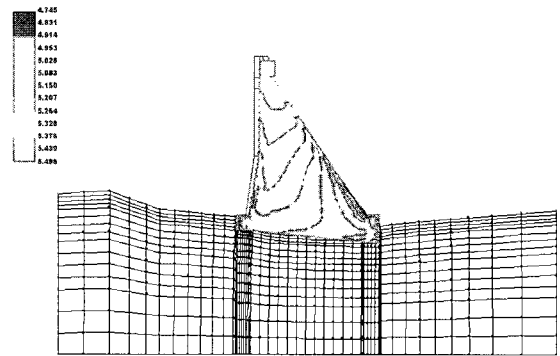


그림 4 신뢰성지수 Contour (강도한계상태)

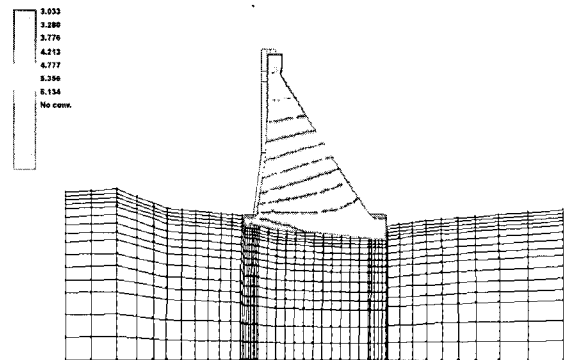


그림 5 신뢰성지수 Contour (사용성한계상태)

댐 구조체의 강도한계상태에 대한 극한요소에서의 최소 신뢰성지수는 4.745로 계산되어 약 1.0438×10^{-6} 의 파괴확률을 나타낸다. 이는 일반적 구조물의 설계 목표신뢰성지수로 고려하는 3.0을 훨씬 상회하는 값으로서 강도한계상태에 대한 댐 구조체의 안전도가 충분히 확보되었음을 나타내고 있다. 본고에서는 지면의 제약으로 생략된 최대 압축응력이 발생하는 극한요소에 대한 확률변수의 민감도지수의 결과(허, 2003)에서는 댐 외부의 콘크리트 설계압축

강도와 댐 구조체가 받는 정수압이 중요한 영향인자로 판명되었다. 사용성 한계상태에 대한 극한절점에서의 최소 신뢰성지수는 3.033으로 약 1.2107×10^{-3} 의 파괴확률을 의미하며 상대적으로 강도한계상태보다 낮은 안전도를 나타낸다. 이는 본 예제에서 사용한 최대 횡방향 허용변위량인 2cm가 댐 구조물 전체치수에 비하여 매우 안전측으로 가정되었기 때문인 것으로 사료된다. 확률변수들 중 정수압 계수가 횡방향 변위에 대한 사용성 한계상태에 가장 민감하며 위험도를 결정하는 중요하고 지배적인 인자이다. 사용성 한계상태의 신뢰도 평가를 위하여 7개의 확률변수에 적용한 모델 ③이 상대적으로 많은 143번의 구조해석을 요구하지만, 본 예제의 파괴확률 1.2×10^{-3} 에 대하여 직접 MCS가 요구하는 개략적인 시물레이션의 최소 구조해석 횟수인 12000번에 비해 약 1/100로 현저히 적으며 파괴확률이 낮아질수록 제안기법의 효율성은 높아진다. 본 예제의 사용성 한계상태 경우에 모델 ②의 사용이 적합하지만 예상 결과의 정확도는 모델 ③에 비해 낮을 것으로 판단된다.

6. 결 론

본고에서는 상용 유한요소 프로그램과 신뢰성해석을 결합하여 사실적인 구조물의 안전성을 평가할 수 있는 응답면기법에 기초한 추계유한요소기법에 대한 내용을 살펴보았다. 기술된 알고리즘은 일련의 입력 확률변수와 특정한 상관관계에 있는 유한요소법과 같은 알고리즘형태의 실제 한계상태함수를 응답면기법을 사용하여 입력 확률변수들로 표현되는 2차 다항식으로 근사한 후 일차신뢰도법을 적용함으로써 대상 구조물의 신뢰성해석을 수행하고 안전성과 위험성을 평가할 수 있는 매우 효율적이고 정확한 기법이다. 수치예제에서는 알고리즘의 이해를 돕고 실제 구조물에 대한 적용성을 검증하기 위하여 댐 구조물의 강도 및 사용성 한계상태에 대한 신뢰성해석을 수행하여 파괴확률을 산정하고 그에 대응하는 위험도를 평가하여 댐 구조물의 안전성을 검토하였다. 그 결과 대상 댐과 같은 실제 구조물의 사실적인 구조거동과 다양한 설계변수들의 불확정성을 명확히 고려한 강도 한계상태 및 사용성 한계상태에 대한 신뢰성지수를 얻을 수 있으므로 구조체의 안전성에 대한 정량적 수치를 제시할 수 있고, 또한 구조물 성능설계(performance based design)의 구현을 위해 유용한 자료인 중요 설계변수들의 민감도지수 및 설계검증점(design checking point) 등의 획득이 가능하다는 것을 입증하였다. 따라서 본고에서 기술한 신뢰성기법은 다양

한 실제 구조물에 대한 신뢰성에 기초한 설계 및 해석을 가능하게 하는 실용적인 구조신뢰성 해석기법인 것으로 사료된다. 기술된 신뢰성해석기법을 보다 정확하고 효율적이며 적용성이 뛰어난 신뢰성해석기법으로 개선하기 위한 향후 추가적인 연구내용으로는 확률변수에 대한 적용 모델의 선정기준 확립, 모델 ①과 ②에 대한 응답면의 정확도 검증방안 기법의 개발, 모델 적용을 위한 응답면의 최적범위 결정방법 등과 더불어 새로운 응답면 모델의 개발을 고려해 볼 수 있다. 이상의 언급된 내용과 추계유한요소법에 대한 전반적인 연구는 향후 토목 및 해양구조물을 포함한 다양한 구조분야의 신뢰성기반 성능설계와 생애주기 분석(Life-Cycle-Cost Analysis) 등에 중요한 문제이므로 이에 대한 많은 연구자들의 관심과 참여를 기대한다.

후기

본 기사는 “실제 구조물의 유한요소 신뢰성해석을 위한 복합 알고리즘”의 제목으로 2003년 발표된 저자의 논문을 중심으로 기존 발표된 논문내용의 첨삭 및 재구성을 통하여 완성된 것으로 내용 중에 부족한 부분은 해당논문을 참고하기 바랍니다.

참 고 문 헌

1. Box, G. P., William G. H. and Hunter, J. S. *Statistics for Experimenters: An Introduction to Design, Data Analysis and Modeling Building*, John Wiley & Sons, New York, N.Y., 1978
2. Chen, X. and Lind, N. C. *A New Method of Fast Probability Integration*, Solid Mechanics Division, Paper No. 171, University of Waterloo, Canada, 1982
3. FEA Ltd. *LUSAS Finite Element Analysis System User manual - Version 134*, Surrey, U.K, 2002
4. Haldar, A. & Mahadevan, S. *Probability, Reliability and Statistical Methods in Engineering Design*, John Wiley & Sons, New York, N.Y, 2000
5. Hasofer, A. M. and Lind, N. C. Exact and Invariant Second Moment code Format, *Journal of Engineering Mechanics Division*, ASCE, Vol. 100(EM1), 1974, pp 111-121
6. Huh, J. & Haldar, A. Stochastic Finite-Element-Based Seismic Risk of Nonlinear Structures, *Journal of Structural Engineering*, ASCE, Vol.

- 127, No. 3, 2001, pp. 323-329
7. Huh, J. & Haldar, A. Seismic reliability on non-linear frames with PR connections using systematic RSM, *Probabilistic Engineering Mechanics*, Vol. 17, No. 2, 2002, pp. 177-190
 8. Kuschel, N. and Rackwitz, R. Optimal design under time-variant reliability constraints, *Structural Safety*, Vol. 22, 2000, pp. 113-127.
 9. Nikolaidis, E. and Kaplan, P. *Uncertainties in Stress Analysis in Marine Structures*, SSC-363, U.S. Coast Guard (available from NTIS), USA, 1991
 10. Pham, L. Reliability analyses of reinforced concrete and composite column sections under concentric loads, *Civil Engineering Transactions*, IEAust, CE27(1), 1985, pp. 68-72
 11. Rackwitz, R. and Fiessler, B. Structural Reliability Under Combined Random Load Sequences, *Journal of Computers and Structures*, Vol. 9, 1978, pp. 489-494
 12. Shinozuka, M. Basic analysis of structural safety, *Journal of Structural Engineering. ASCE*, Vol. 109, No. 3, 1983, pp. 721-740
 13. 허정원 실제 구조물의 유한요소 신뢰성해석을 위한 복합 알고리즘, *대한토목학회논문집*, 제23권 제6A호, 2003, pp. 1321-1329 