

인발성형된 FRP 바닥판의 형상 최적설계

Shape Optimum Design of Pultruded FRP Bridge Decks

이종순[†] 조효남^{*} 최영민^{**} 김희성^{***} 김형열^{****}
Lee, Jong-Soon Cho, Hyo-Nam Choi, Young-Min Kim, Hee-Sung Kim, Hyeung-Yeol
(논문접수일 : 2004년 5월 2일 ; 심사종료일 : 2004년 8월 28일)

요 지

복합재료(FRP)는 재료적 고비강도, 고내구성 등으로 인하여 건설분야에 널리 사용되고 있어, 본 연구에서는 인발성형된 FRP 바닥판의 형상최적설계를 수행하였다. 최적설계의 정식화에서 목적함수는 단위모듈의 체적을 최소화하도록 하였으며, 설계변수는 바닥판 단면의 기하적 치수와 재료적 물성을 사용하였다. 반면 바닥판의 성능을 최대한 효율적으로 설계하기 위하여 설계 제약조건으로 처짐규정, 재료파괴 기준, 좌굴하중, 바닥판 최소두께와 응력을 사용하였다. 단면형상의 효율적 결정과 시공성을 고려하여 구조적 보조부재를 포함하지 않는 튜브 모양의 형상으로 제한하였으며, 최적화 알고리즘은 Index기법을 적용하여 수렴성을 극대화한 개선된 GAs를 사용하였다. 상용 프로그램인 ABAQUS를 사용하여 3차원 유한요소해석을 수행하였고, 구조해석 결과를 최적화 과정에 필요한 제약조건으로 활용하고, 민감도 분석을 수행하였다. 본 연구를 통하여 개발한 최적화 프로그램을 검증하기 위하여, 40m의 지간, 폭 12.14m에 주형 간격이 2.5m인 단순교를 대상으로 하였으며, 도로교 설계 기준을 만족하는 DB-24하중을 적용하였다. 복합재료의 재료로 E-glass섬유를 사용하였으며, 최적설계를 수행한 결과 인발성형 공법에 의한 실용적인 단면을 제안하였다.

핵심용어 : FRP 바닥판, GAs, 형상 최적설계, Index기법

Abstract

Due to their high strength to weight ratios and excellent durability, fiber reinforced polymer(FRP) is widely used in construction industries. In this paper, a shape optimum design of FRP bridge decks having pultruded cellular cross-section is presented. In the problem formulation, an objective function is selected to minimize the volumes. The cross-sectional dimensions and material properties of the deck of FRP bridges are used as the design variables. On the other hand, deflection limits in the design code, material failure criteria, buckling load, minimum height, and stress are selected as the design constraints to enhance the structural performance of FRP decks. In order to efficiently treat the optimization process, the cross-sectional shape of bridge decks is assumed to be a tube shape. The optimization process utilizes an improved Genetic Algorithms incorporating indexing technique. For the structural analysis using a three-dimensional finite element, a commercial package(ABAQUS) is used. Using a computer program coded for this study, an example problem is solved and the results are presented with sensitivity analysis. The bridge consists of a deck width of 12.14m and is supported by five 40m long steel girders spaced at 2.5m. The bridge is designed to carry a standard DB-24 truck loading according to the Standard Specifications for Highway Bridges in Korea. Based on the optimum design, viable cross-sectional dimensions for FRP decks, suitable for pultrusion process are proposed.

keywords : FRP bridge decks, GAs, shape optimization, index technique

[†] 한양대학교 토목·환경공학과 박사과정
전화 : 031-400-4027 ; Fax : 031-406-5660
E-mail: light726@hanmail.net

^{*} 정회원, 한양대학교 토목·환경공학과 교수

^{**} 정회원, 한양대학교 토목·환경공학과 BK21 연구교수

^{***} 한양대학교 토목·환경공학과 석사과정

^{****} 한국건설기술연구원 구조연구부 수석연구원

^{*} 이 논문에 대한 토론을 2004년 12월 31일까지 본 학회에 보내주시면 2005년 3월호에 그 결과를 게재하겠습니다.

1. 서 론

교량의 구성요소들 중에 바닥판은 그 기능에 비해 고정하중의 비중이 높으며, 교통하중과 제설제 등 화학적인 환경에 직접 접촉하여 열화손상이 극심한 구조이므로 신설교량뿐만 아니라 기존 교량의 유지관리 차원에서 고정하중을 획기적으로 감소시키면서 내화학적 및 내구성이 뛰어난 새로운 재료의 활용이 요구되며 이를 위해 최근 복합재료(FRP: Fiber Reinforced Polymers)를 활용하고자 하는 연구가 전 세계적으로 활발히 진행되고 있다.^{1)~14)} 이는 복합재료가 지니고 있는 고비강도, 고비강성의 특성 때문에 기존 재료(콘크리트 또는 강재)에 비해 고정하중을 획기적으로 경감시킬 수 있으며, 또한 고내구성의 재료로서 열악한 화학적 환경에 장점을 가지고 있을 뿐만 아니라 경량에 의한 신속한 가설 및 교체가 가능하기 때문이다.

국내의 경우, 복합재료를 이용하여 기존 구조물을 보수 또는 보강하고자 하는 연구는 비교적 많이 수행된 반면에 보수, 보강 재료가 아닌 복합재료를 교량구조에 적용하고자 하는 시도는 거의 태동기라 할 수 있지만, 복합재료를 제작하는 기술은 국방, 항공 및 산업 등의 분야에서 그동안 지속적으로 개발, 생산되어 오면서 국내의 기술도 상당한 수준에 있다. 따라서 건설분야의 활용을 위한 제반 설계, 실험기준 등과 같은 기반 기술이 갖추어진다면 바로 실용화할 수 있을 것으로 사료된다. 이와 같이 연구인프라가 부족한 여건하에서도 선구자적으로 한국건설기술연구원(2002)¹⁵⁾에서 복합재료의 실험기준을 정리하였으며 이를 바탕으로 국내에서 생산되는 제품의 현황을 파악하였다. 또한 2003년에는 동 연구원에서 복합재료를 교량바닥판에 활용하기 위한 실무지침서(안)을 개발하였다. 벤처기업으로서 국민씨아이(1998~2003)는 유리섬유를 이용한 FRP 바닥판에 대한 휨거동에 대한 연구를 수행한 바 있으며 이를 공사현장의 가교와 고속도로 우회도로의 임시교에 적용하였다. 복합재료의 최적설계와 관련해서는 배하록(2001)¹⁶⁾이 복합적층 개단면 보의 최적설계를 수행한 바 있다. 이외에도 국방과학연구소를 중심으로 항공 및 방위산업 관련 회사의 연구소 등에서 상당히 오래 전부터 복합신소재의 활용기법이 연구, 개발되어 왔으나 국외의 설계기준을 활용하여 설계하고 있는 실정이다. 국외의 경우 대부분 국부적인 단면 설계 및 단위 길이에 대한 국부 좌굴^{17),18)} 및 처짐 등의 연구가 수행된 바 있으며, 본 연구에서처럼 실구조물에 대한 최적설계의 사례가 일부 있다. Qiao (1997)¹⁹⁾는 처짐 제한, 재료 파괴, 탄성 좌굴에 대한 최적화 제약조건을 포함하여 단면 기하적 치수와 profile을 동시에 최적화하였으나, Winged-Box(WB) 단면으로 가정하였다. 또

한, Salem (2000)²⁰⁾은 FRP Precast 교량 시스템의 비용을 최소화하는 최적설계를 수행한 바 있으나, 순수한 FRP 재료만으로 구성된 바닥판에 비하여 비경제적인 단점이 있다. Zabinsky (1999)²¹⁾은 휨강성과 축강성을 최대로 할 수 있는 박막 복합재료 보에 대한 설계를 수행하였으나, 이는 단면의 기하적 형상의 최적화를 고려하지 않았다. 이상에서 볼 수 있듯이 국외에서 FRP 교량 바닥판 단면 최적설계에 대한 연구가 이론적으로는 일부 수행되었으나, 실용화 단계에는 시범적으로만 적용되고 있는 것을 알 수가 있다. 또한 국내에서도 FRP 교량 바닥판 단면의 최적설계와 관련한 연구실적이 거의 전무한 실정이므로 이에 대한 연구가 시급히 요구되며 FRP 바닥판의 단면 최적설계를 통한 산업화가 추진되도록 기술력 향상을 도모할 필요가 있다.

그러므로, 복합재료를 바닥판으로 활용한 교량에 대해 이방성의 복잡한 재료적 특성을 반영하여 합리적이며 체계적인 FRP 바닥판을 설계하기 위해서는 많은 설계제약조건(응력제약, 변위제약, 단면제약, 안전성, 내구성, 시공성, 기능 등)들을 모두 만족하면서 건설경비가 가장 적게 되는 최적단면설계 프로그램의 개발이 필요하다.

2. 최적설계 정식화

2.1 설계 변수

본 연구는 기존의 건설재료와는 달리 이방성의 재료적 특성으로 인해 설계의 유연성(적층각, 적층수, 적층배열순서, 섬유함유율, 단면치수 등)이 매우 큰 FRP의 구조적, 재료적 특성을 극대화하여 FRP 바닥판의 최대의 효율을 발휘할 수 있는 최적단면을 결정하고자 한다. 적층두께, 적층방향, 섬유함유율(섬유/모재비) 등 다양한 설계변수를 결정하는 설계의 경우, 설계공간(Design Space)이 비선형성을 강하게 보이므로 수학적 해석모델로서는 해결이 난이하므로, 본 연구에서는 이 문제의 해결을 위하여 기존 상용패키지인 ABAQUS²²⁾를 이용하여 구조해석을 수행함으로써 유한요소 해석상의 어려움을 해결하였다. 먼저, 기하학적인 단면의 형상을 결정하기 위해 그림 1과 같이 바닥판의 상하부 플랜지의 두께(t_1 , t_2), 복부판의 두께(t_3) 및 복부판의 경사각(α), 바닥판의 높이(H), 복부판의 간격(B)을 고려하였으며, 이때 복부판의 간격은 복부판 높이의 1/2 위치에서의 중심간 거리로 가정하였다. 사용한 재료의 설계변수로는 플랜지와 웹에 대하여 탄성계수 E_1 , E_2 와 전단 탄성계수 G_{12} , G_{13} , G_{23} , 프와송비 ν_{12} , 인장강도 T_1 , T_2 , 압축강도 C_1 , C_2 및 전단강도 S_{12} 를 고려하였

다. 설계변수로 재료적 물성값을 선정하기는 하였지만, 재료의 파괴기준을 만족하는 단면을 고려하였으므로 재료적 Profile 결정은 논의로 하였다.

2.2 목적함수

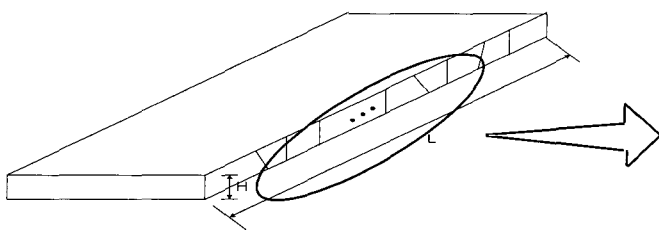
바닥판 제작공법상 상·하부플랜지와 복부판을 하나의 모듈에서 인발성형하는 방법을 채택하므로 단위 길이의 바닥판이 자동적으로 생산되고, 시공업체마다의 제작 및 시공단위별 비용에 대한 정보의 편차가 큰 단점이 있어, 플랜지와 복부판의 비용이 같다는 전제하에 FRP 바닥판 단면적의 최소화, 즉 중량의 관점에서 표현하였다. 그러므로, 단위제작비용으로 계산될 때 필요한 단위부피를 최소화하도록 목적함수를 설정하였으며, 그 정식화는 다음과 같다.

$$\text{Minimize } \sum_{i=1}^m (w_i \times t_i) \times L_i \times \gamma_i \{ \text{Min. V(부피)} \} \quad (1)$$

여기서, w_i = 각 부재별 폭, t_i = 각 부재별 두께, L_i = 부재별 길이, γ_i = 부재별 제작비용을 고려한 가중치(본연구에서 플랜지 : 웹 = 1:1), m = 상·하부 플랜지 및 복부 등의 부재별 수

2.3 제약조건

FRP 교량바닥판 최적설계에 대한 제약조건으로는 『Structural Design of Polymer Composites (EUROCOMP Design Code and Handbook, 1996)』²³⁾, 『Introduction to Composite Material Design (Ever J. Babero, 1999)』¹⁷⁾, 『도로교설계기준(2000)』²⁴⁾, 『AASHTO LRFD 도로교설계기준(1998)』²⁵⁾, Federal Highway Administration 『FRP Decks and Superstructures: Current Practice (2002)』²⁶⁾를 기초로 하여, 휨응력, 재료파괴, 국부좌굴, 처짐과 같은 FRP 바닥판의 거동 제약조건과 주형의 거동 제약 및 사용성 제약조건, 그리고



인발성형 제작기술 등을 고려한 제약조건으로 크게 구별하여 적용하였으며, 이와 같은 제약조건들을 표 1~표 4에 정리하였다.

3. 최적설계 알고리즘

3.1 최적설계의 개요

인발성형된 FRP 바닥판의 설계를 위하여 바닥판의 운하중에 의한 국부적인 효과를 고려한 Plate와 Shell 모델링을 적용하여 해석 및 설계를 수행하였다. 최적설계 알고리즘은 그림 2와 같다. 구조해석 프로그램은 상용패키지인 ABAQUS를 사용하였으며, 최적설계 프로그램은 이산최적화(Discrete Optimization)를 위해 유전자 알고리즘(GA: Genetic Algorithm)을 이용하였다. 그림 3에서 보는 바와 같이 초기 가정 설계 변수값으로부터 구조해석을 바탕으로 한 제약조건의 만족여부를 통하여 새로운 단면을 결정하게 되고, 이 과정을 반복함으로써 수렴된 최적의 단면을 결정할 수 있게 된다.

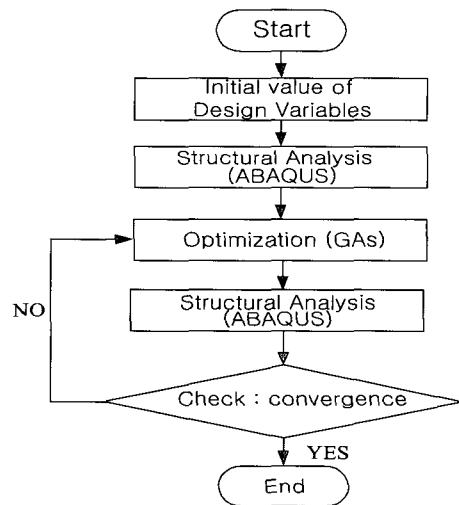


그림 2 최적설계 알고리즘 흐름도

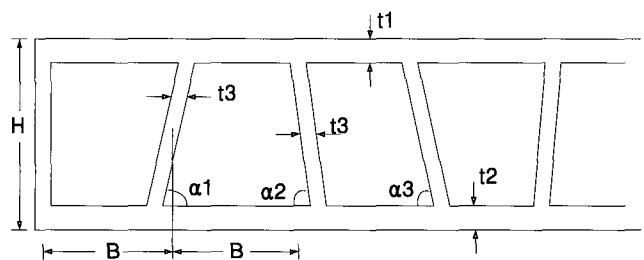


그림 1 바닥판의 형상 및 설계변수

표 1 FRP 바닥판의 거동 제약조건

설 계 제 약 조 건		기 호 설 명
휨모멘트/ 휨응력	$G_1 = M_{nx}/\phi M_{ux} - 1 \leq 0$	M_n : 공칭모멘트, M_u : 극한저항모멘트 ϕ : 강도감소계수 f_{cu} : 바닥판 상단의 휨응력 f_{ca} : 바닥판 상단의 허용휨응력
	$G_2 = M_{ny}/\phi M_{uy} - 1 \leq 0$	
	$G_3 = f_{ca}/f_{ca} - 1 \leq 0$	
국부좌굴	$G_4 = K_{SF} \frac{N}{N_{cr}} - 1 \leq 0$	$N_{cr} = 3.29 \times E \times t^3 / h^2$ N_{cr} = 부재좌굴 저항, K_{SF} : 안전율
복부판 수평방향 좌굴	$G_5 = K_{SF} \frac{\sigma_b}{\sigma_{cr}} - 1 \leq 0$	$\sigma_b = \frac{k\pi^2 D_x}{d_w^2 t_w}$
상부플랜지 좌굴	$G_6 = K_{SF} \frac{\sigma_b}{\sigma_{cr}} - 1 \leq 0$	$\sigma_b = \pi^2 \{ (D_x (b_f/a)^2 + (12D'_{xy}/\pi^2) / t_f b_f^2$
국부 처짐	$G_7 = \delta_l/\delta_a - 1 \leq 0$	δ_l : 활하중에 의한 처짐 δ_a : 국부허용처짐(L/800 : AASHTO LRFD 1998)
재료 파괴 (Tsai-Wu)	$G_8 = F_{11} f_1^2 + F_{22} f_2^2 +$ $F_{66} f_6^2 + 2F_{12} f_1 f_2 +$ $2F_{16} f_1 f_6 + 2F_{26} f_2 f_6 +$ $F_1 f_1 + F_2 f_2 + F_6 f_6 - 1 \leq 0$	$F_{11} = \frac{1}{X_T X_C}, F_1 = \frac{1}{X_T} - \frac{1}{X_C}, F_{22} = \frac{1}{Y_T Y_C},$ $F_2 = \frac{1}{Y_T} - \frac{1}{Y_C}, F_{12} = -\frac{1}{2} \frac{1}{\sqrt{X_T X_C Y_T Y_C}}$ $F_{66} = \frac{1}{S^2}, F_{16} = F_{26} = F_6 = 0 (\because \text{symm.})$ f_1, f_2 = 평면상적층ply응력 X_T = 축방향 인장강도, X_C = 축방향 압축강도 Y_T = 횡방향 인장강도, Y_C = 횡방향 압축강도
바닥판 최소두께	$G_9 = h_{min}/h - 1 \leq 0$	h : 바닥판 높이, h_{min} : 바닥판 최소두께 $h_{보통} = 20\text{cm}$ (보통 바닥판 높이)

표 2 주형의 거동 및 사용성 제약조건

설 계 제 약 조 건		기 호 설 명
휨모멘트	$G_{10} = \frac{f_s}{f_{sa}} - 1.0 \leq 0$	f_{su}, f_{sl} : 주형 상·하단의 휨응력 f_{sua}, f_{sla} : 주형 상·하단의 허용휨응력
전단응력	$G_{11} = f_v/f_{va} - 1 \leq 0$	f_v : 설계단면의 전단응력, f_{va} : 허용전단응력
합성응력	$G_{12} = \left(\frac{f_b}{f_{ba}}\right)^2 + \left(\frac{f_v}{f_{va}}\right)^2 - 1.2 \leq 0$	f_b : 각 단면의 작용휨응력, f_{ba} : 각 단면의 허용휨응력 f_v : 각 단면의 작용전단응력 f_{va} : 각 단면의 허용전단응력
활하중 처짐	$G_{13} = \delta/\delta_a - 1 \leq 0$	δ : 활하중에 의한 처짐, δ_a : 허용처짐 (국내:L/800 국외:L/425 -LRFD L/800 -'96 AASHTO)

표 3 인발성형 제작기술 제약조건

설 계 제 약 조 건		기 호 설 명
인발성형 제작 두께	$G_{14} = t_{min}/t - 1 \leq 0$	t_{max} = 적층 플라이의 최대 두께 t_{min} = 적층 플라이의 최소 두께
	$G_{15} = 1 - t_{max}/t \leq 0$	
적층수	$G_{16} = n/n_{max} - 1 \leq 0$	n : 적층수 n_{max} : 최대 적층 수 (미국 $n_{max} \leq 9$)

표 4 재료적 물성 최적화를 위한 제약조건

설 계 제 약 조 건		기 호 설 명
섬유함유율	$G_{17} = V_{f_{min}} / V_f - 1 \leq 0$	$V_{f_{min}}$: 섬유 최소함유율 (≥ 0.10)
	$G_{18} = V_f / V_{f_{max}} - 1 \leq 0$	$V_{f_{max}}$: 섬유 최대함유율 (≤ 0.65)
FPF (First Ply Failure)	$G_{19} = K_{SF} \frac{P}{P_{FPF}} - 1 \leq 0$	K_{SF} : 안전율, P : 작용하중 P_{FPF} : ply가 최초 파괴되는 하중
적층방향각	$G_{20} = \theta / 90 - 1 \leq 0$	θ : 적층방향각 ($-90 \leq \theta \leq 90$)
	$G_{21} = 1 - 90 / \theta \leq 0$	

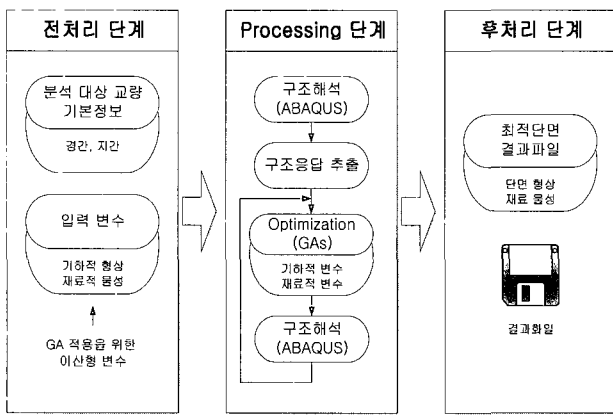


그림 3 프로그램의 구성도

3.2 개선된 유전자 알고리즘 (Improved Genetic Algorithms: GAs)

GAs는 자연선택(natural selection)의 원리와 자연계의 생물유전학에 기본 이론을 두고 병렬적이며 전역적인 탐색알고리즘으로서, 모든 생물은 주어진 환경에서 살아남는다는 다윈(Darwin)의 적자생존(survival of the fittest)의 이론을 적용하여 적합도가 높은 해를 탐색할 수 있게 된다. GAs가 매개변수집합을 부호화(coding)하여 사용하고, 적합도 함수(fittest function) 정보만을 사용한다. 확률론적인 규칙을 사용하여 기존의 탐색이나 최적화 방법과는 달리 미분가능성이나 연속성 그리고 볼록성(convex) 등과 같은 최적화 함수 정보를 필요로 하지 않을뿐더러 병렬 탐색으로 탐색공간에서 전역최적해를 찾을 가능성이 매우 높다. FRP 바닥판은 상·하부 플랜지 두께와 같은 이산형 설계변수와 바닥판의 높이와 같은 연속형 설계변수가 혼합되어 있는 형태로 구성되어 있다. 만일 국부 최적화 알고리즘이 이런 형태의 문제에 쓰여진다면 이산변수에 대해서 고정시킨 후 각각에 대해 최적화를 수행해야 하기 때문에 비효율적이고, 해를 찾는다 하더라도 근

접 최적해 일 것이다. 유전자 알고리즘은 이러한 문제를 푸는데 적합하고, 대부분의 경우에 높은 신뢰성을 가지고 전역적 최적해(Global Optimum Solution)를 찾을 수 있으며, 비효율적인 계산시간을 줄이기 위하여 그림 4에서 보여주는 바와 같이 실무에서 사용 가능한 설계변수의 제원을 각각에 인덱스(Index)를 부여하여 설계변수로 사용함으로써 효율적으로 최적단면을 찾을 수 있는 방법을 사용하였다. 인덱스 기법이라 함은 GA의 알고리즘 상 설계변수에 대하여 소수점 이하를 이진수로 상대적으로 길게 표현되는 염색체 조합시 생산과 돌연변이 등의 과정을 거치는 동안 많은 계산시간이 소요되게 되는데, 이 설계변수를 각각에 인덱스를 부여하여 각 인덱스에 대하여 GAs의 연산 및 변이를 수행한 이후 다시 인덱스를 원래의 설계변수로 환원하는 방법이다. 이는 기존의 표준화된 설계단면을 이용하는 장점뿐만 아니라 설계공간을 표준단면 인덱스로 범위를 국한하여 효율적으로 개체를 발생시킬 수 있다는 장점을 가지게 된다. GAs 알고리즘의 흐름도는 그림 5와 같다.

기본적으로 유전자 알고리즘은 무제약조건 최적화 문제를 위해 사용될 수 있다. 따라서 FRP 바닥판의 최적화 문제와 같은 제약조건 형태의 가진 문제를 풀기 위하여 식 (2)에서 제시된 것과 같은 벌칙함수(Penalty Function)의 개념을 이용하여 본래의 제약조건 문제를 무제약조건 문제로 전환하는 과정이 필요하다.

$$f'(X) = f(X) + \begin{cases} R \sum_{j=1}^m \Phi(g_j(X))^n & \text{for } g(X) > 0 \\ 0 & \text{for } g(X) \leq 0 \end{cases} \quad (2)$$

여기서, Φ = 벌칙 함수, R, n = 벌칙 파라미터이다. 두 번째 변환은 식 (2)의 $f'(X)$ 를 최소화하기 위해 적합도 함수 $F(X)$ 를 최대화하는 것인데 적합도함수 $F(X)$ 는 식 (3)과 같이 정의된다.

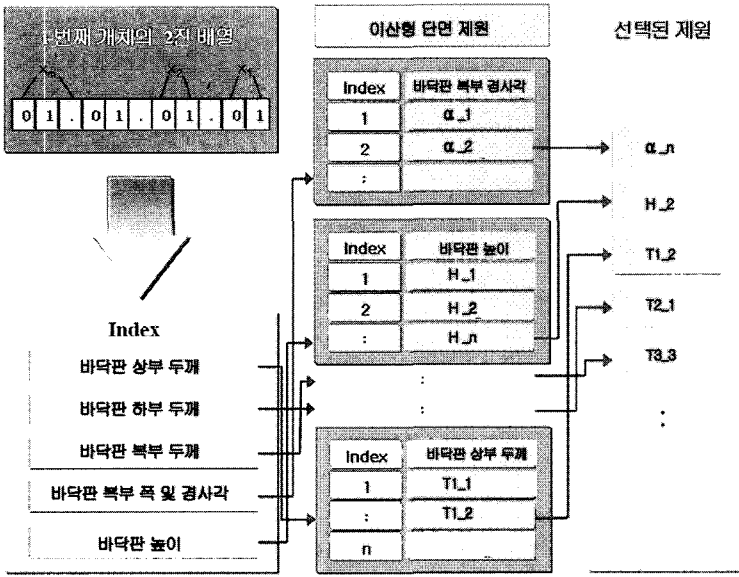


그림 4 Index 설계변수 개념

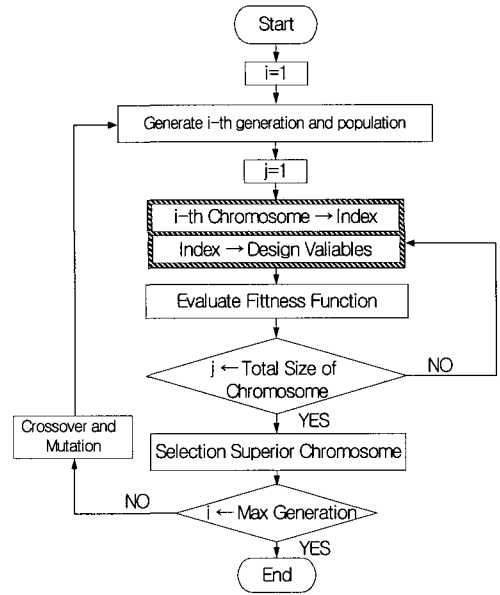


그림 5 GA의 흐름도

표 5 파라미터 분석결과

구분	상하부 플랜지 두께(mm)	복부판 두께(mm)	바닥판 높이(cm)	체적(cm ³)		
국부 최적화	10	8	20	10,314,256		
N _p = 30 η = 6	R	10000	10	8	20	9,956,628
		100000	10	8	18	10,926,920
		1000000	10	8	18	10,926,920
		10000000	10	8	20	11,084,754
R = 1000 0 η = 6	N _p	30	10	8	20	9,956,628
		60	10	8	18	9,956,628
		100	10	8	18	9,956,628
		200	10	8	20	9,956,628
N _p = 30 R = 1000 0	η	3	10	8	20	9,956,628
		4	10	8	18	9,956,628
		5	10	8	18	9,956,628
		6	10	8	20	9,956,628

$$F(X) = \frac{C}{f'(X)} \quad (3)$$

여기서, $F(X)$ =적합도함수, C =적합도함수의 파라미터이다. 적합도함수를 최대로 하기 위해서는 벌칙 파라미터 (R, η)와 세대수(N_p) 각각을 결정하는 것이 중요하다. 이와 같은 R, η, N_p 를 찾기 위해 설계변수 중에서 이산변수의 값을 고정시킨 상태에서 국부최적화를 수행한 최적설계 결과와 비교하였다. 표 5에서 나타낸 바와 같이 R, η, N_p 가 각각 10000, 6, 30인 경우에 가장 효율적으로 최

적화가 수행됨을 알 수 있으며, 이와 같은 결과는 단면에 대해서도 동일하게 나타났다.

4. 적용 예

4.1 적용 대상 교량

대상교량 형식은 건설교통부에서 발간한 도로설계편람(건설교통부, 2000b)의 설계예제로 제시된 교장 40m, 지간간 35m, 총교폭 12.14m, 2.5m의 간격으로 5개의

거더를 갖는 단순지지 강판형교에 대해 기존의 콘크리트 바닥판을 복합재료 바닥판으로 대체하여 가정하였고, 대상 교량의 횡단면도는 그림 6과 같다.

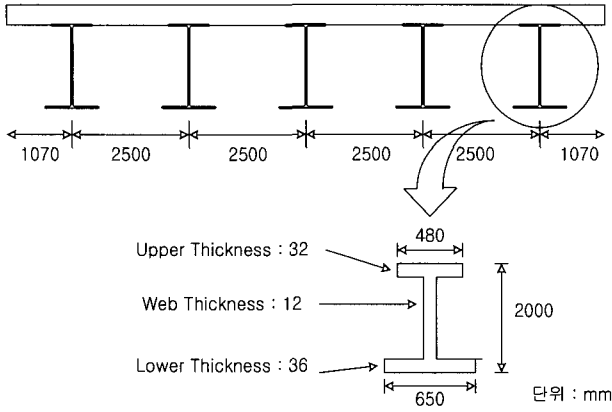


그림 6 대상교량의 횡단면도 (mm)

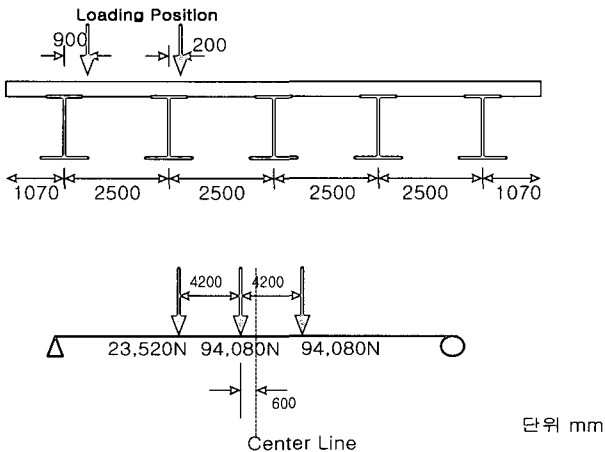


그림 7 활하중 재하위치

최적설계 알고리즘에 의해 대상교량의 최적설계를 수행함에 있어서 설계변수는 제작이 가능한 치수로 표현되어야 하므로 의사이산형 기법을 이용하였으며 이를 위해 바닥판 상·하부 플랜지의 두께 및 복부판의 두께는 1mm 단위, 높이와 복부판의 간격은 1cm 단위, 복부판의 기울기는 3° 단위로 변화되며 최적해를 이산형으로 추정하였다. 거더의 재료는 구조용 강재 SM490으로 가정하였으며, 탄성계수는 205.8 GPa, 프와송비는 0.3으로 고려하여 해석시 적용하였다. 단면설계에 적용한 FRP의 성질은 실제 제작시 재료 물성에 대한 편차가 심한 점을 고려하여 폭넓게 설정한 영역에 해당하는 재료의 성질을 결정함으로써 소요 강도 등을 만족하는 단면으로 제작할 수 있도록 하였다.

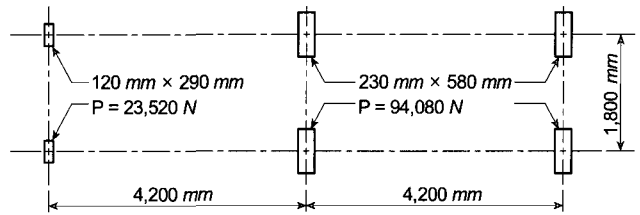


그림 8 차륜하중 재하

국외에서 시공실적이 있는 FRP 바닥판의 설계과정을 검토한 결과, FRP 바닥판의 설계는 사용성 검토에 초점을 맞추는 것이 타당한 것으로 판단되므로 그림 6, 그림 7과 같이 활하중의 집중하중과 윤하중에 대한 휨모멘트가 최대 발생 하는 위치에 대하여 사용성 검토를 수행하였고, 응력 및 재료의 파괴에서는 자중을 함께 고려하도록 하였다. 활하중 조건은 현행 도로설계기준(건설교통부, 2000a)에 규정되어 있는 표준트럭하중(DB-24)하중을 적용하였다.

4.2 구조해석

설계대상으로 선정된 구조물에 대하여 바닥판 구조, 하중 재하 방법, 경계조건 등을 고려하여 구조해석을 위한 유한 요소 모델링은 그림 9와 같으며 그림에서 보는 바와 같이 거더와 바닥판 모두를 Plate & Shell로 모델링하였다. 또한 최적설계 프로그램의 부 프로그램(Subroutine Program)의 하나인 해석은 상용구조해석 프로그램인 ABAQUS을 이용하였다. 복부판의 간격을 최소한의 요소 크기로 모델링한 결과 요소 수는 191,490개, 절점수는 133,532개, 자유도를 포함한 모델의 총 변수는 801,192개로 1회 구조해석 시간은 약 40분이 소요된다. 유한요소해석 결과의 일례로 표 6은 복합재료 교량바닥판의 상부 플랜지에서 발생하는 최대처짐과 최대응력을 나타낸 것이다.

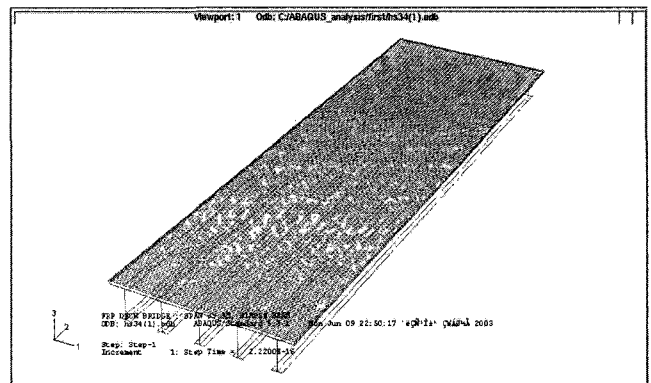


그림 9 ABAQUS를 이용한 S4R 유한요소 모델링

표 6 단면의 최대응력 및 최대처짐

Stress 종류	Max S11	Max S22	Max S12	Min S11	Min S22	Min S12	최대처짐 (mm)
Stress [KPa]	4.7055E+05	4.2359E+04	1.0853E+05	-1.2365E+06	-9.0349E+05	-9.1071E+04	18.4

표 7 제약조건의 변화유형

Case	바닥판 높이 (20cm) 제약여부	웹의 경사각 (수직/Free) 제약 여부	상·하부 플랜지 두께 동일 (t ₁ =t ₂) 여부
Case 1	제약 없음	Free	동일하지 않음
Case 2	제약 없음	Free	동일함
Case 3	제약 없음	수직	동일하지 않음
Case 4	제약 없음	수직	동일함
Case 5	제약 있음 (20cm)	Free	동일하지 않음
Case 6	제약 있음 (20cm)	Free	동일함
Case 7	제약 있음 (20cm)	수직	동일하지 않음
Case 8	제약 있음 (20cm)	수직	동일함

표 8 제약조건별 최적설계 결과

Case	Case 1	Case 2	Case 3	Case 4	Case 5	Case 6	Case 7	Case 8
바닥판 상부두께 (mm)	13	13	15	15	14	13	15	15
바닥판 하부두께 (mm)	12	13	12	15	12	13	12	15
복부판 두께 (mm)	11	11	11	11	11	11	11	11
바닥판 높이 (cm)	18	20	20	20	20	20	20	20
복부판 간격 (cm)	14	15	16	16	16	15	16	16
복부판 경사각 (°)	78	75	90	90	81	75	90	90
구조해석 횟수	11	9	8	8	9	9	8	8
체적(cm ³)	12,408,721	12,930,903	13,412,041	14,858,025	12,930,350	12,930,903	13,412,041	14,858,025

4.3 최적설계 결과 및 고찰

FRP 교량바닥판에 대한 설계기준이 명확히 규정되어 있지 않고, 실제 시공상 고려해야 하는 사항을 반영하기 위하여 표 7에서 보는 바와 같이 제약이 있는 경우와 없는 경우를 각각 고려하였다. 상·하부 플랜지의 두께가 동일한 경우와 동일하지 않은 경우, 바닥판의 높이를 20cm로 고정된 경우와 고정하지 않은 경우, 복부의 경사각도에 제

약을 가하는 경우와 가하지 않는 경우를 고려하였다. 제약 조건을 고려할 때의 안전율은 국내외 설계 기준과 FHWA 등의 설계기준을 바탕으로 하여 응력 및 재료 파괴는 5, 좌굴은 2, 처짐(L/800)은 1을 적용하였다.

표 8의 결과를 살펴보면, 목적함수로 설정한 체적을 가장 최소화하는 경우는 어떠한 조건도 제약을 가하지 않은 Case 1로 상부 플랜지가 13cm, 하부 플랜지가 12cm, 복부판의 두께가 11cm이며, 제약을 가하는 경우에 비해서

상·하부 플랜지 두께가 얇지만, 바닥판의 높이가 18cm로 줄어드는 대신 복부판의 간격이 14cm로 약간 짧게 배치됨을 알 수가 있다. 바닥판의 높이를 제약으로 가하지 않은 경우에서 Case 1을 제외한 Case 2~Case 4의 경우에 바닥판의 높이가 20cm로 동일하게 결정되는 것으로 보아 일반적으로 많이 사용되는 높이인 20cm가 적정 높이임을 알 수 있다. 또한, Case 2와 Case 6의 결과가 같고, Case 3과 Case 7의 결과가 같고, Case 4와 Case 8의 결과가 같은 것으로 보아 이는 바닥판의 높이를 20cm로 제약하였으나, 이 제약에 영향을 받지 않아 같은 결과가 나왔음을 알 수 있다. 이는 최적설계 단면의 결과로부터 바닥판 높이의 20cm의 제약이 있으나 없으나 복부판이 수직이고 단위 모듈을 고려하기 위해 상·하부 플랜지의 두께를 같이 한 경우에 적정의 높이 20cm로 동일하므로 같은 결과가 나왔음을 알 수 있다.

복부판의 경사각에 제약을 가하지 않은 경우에 조건에 따라 웨브의 경사각이 75~81°사이에서 국부좌굴에 대하여 안정한 것으로 결정되었으며, 웨브의 경사각을 90°로 제한하는 경우에는 복부판의 간격에는 변화가 없지만, 상부 플랜지의 두께가 더 두꺼워짐을 알 수 있다. 이는 좌굴에 저항하기 위하여 하중을 분산시키기 위한 것으로 판단되며, 이 경우 상·하부 플랜지의 두께가 두꺼워짐에 따라 목적함수인 체적이 어떠한 제약을 가하지 않은 Case 1에 비하여 상대적으로 증가하는 것을 볼 수 있다. 또한, 단위모듈의 제작 및 시공성을 고려하여 하부 플랜지의 두께를 상부 플랜지와 같게 하는 경우에는 플랜지의

두께가 상부 플랜지의 두께와 같게 결정되었으며, 이는 상대적으로 하중분산 체계를 고려하여 볼 때 바닥판 상부 플랜지를 통하여 웨브로 주 하중경로가 설정되므로, 먼저 1차적으로 받는 활하중을 분산시키기 위하여 상부플랜지의 두께로 결정되는 것으로 확인할 수 있었으며, 이 경우도 복부판을 90°로 제약을 가하여 플랜지의 두께가 두꺼워지는 경우와 마찬가지로 목적함수가 상대적으로 증가하는 것을 볼 수 있다.

표 10은 구조물에서 요구하는 각 제약조건별 허용기준과 최적설계 단면에서의 구조해석 결과값을 기준으로 한 안전율을 고려할 때 응력이나 전체처짐에 비하여 웨브의 국부좌굴, 바닥판 웨브 사이에서 발생하는 국부 처짐과 하중전달 체계에서 바닥판 웨브를 통하여 주형으로 하중을 분산하는 데 일차적으로 하중을 분산하는 역할을 하는 상부플랜지의 축력에 의한 상부플랜지 좌굴이 설계 단면에서 가장 민감한 조건임을 알 수 있다. 또한 섬유방향(교축 직각방향)과 섬유 직각방향(교축방향)에 대한 응력과 재료의 파괴에 대해서 소요의 안전율을 만족하는 단면임을 알 수 있다. 반면에 복부판의 수평방향력에 의한 좌굴하중과 교축방향에 대한 전체 처짐에 대해서는 충분한 안전여유를 지니고 있다.

최적 설계를 통하여 결정되는 재료적 물성값의 경우는 표 10과 같다. 즉, 최적단면 형상을 결정할 때 재료적 물성값의 변화보다는 단면의 기하적 형상이 설계변수에 더 민감하게 변화함을 알 수 있다. 각 단면의 최적해 결정시 고려한 제약조건의 결과는 표 11과 같다.

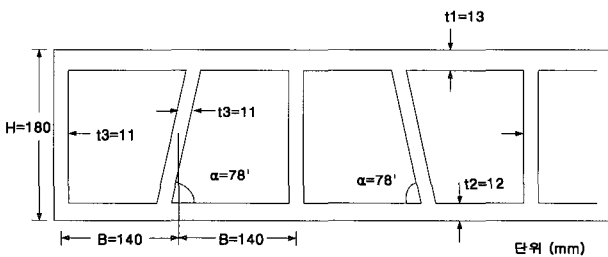


그림 10 제약이 없는 Case 1의 경우

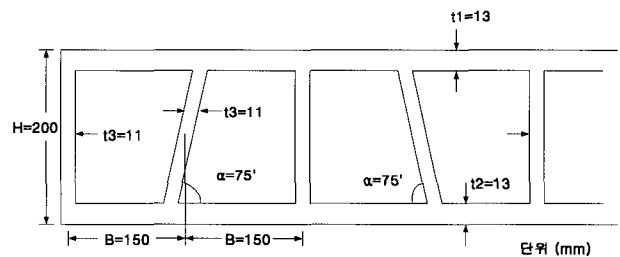


그림 11 Case 2와 Case 6의 경우

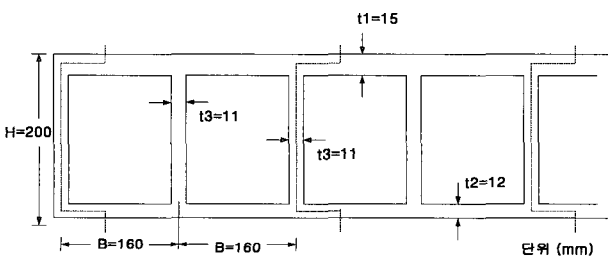


그림 12 Case 3과 Case 7의 경우

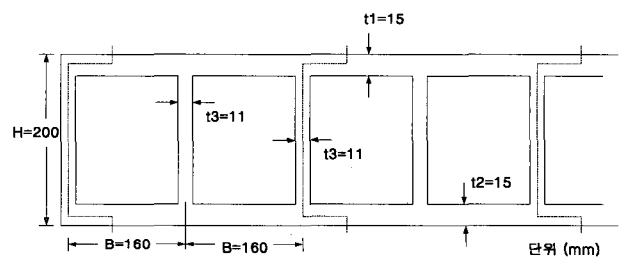


그림 13 Case 4와 Case 8의 경우

표 9 최적설계시 제약조건에 의한 안전율 결과

Case	고려한 안전율	Case 1	Case 2	Case 3	Case 4	Case 5	Case 6	Case 7	Case 8
응력 (f_1)	5.0	5.12	5.19	5.80	5.84	5.56	5.19	5.80	5.84
응력 (f_2)	5.0	5.06	5.08	5.17	5.18	5.25	5.08	5.17	5.18
응력 (f_3)	5.0	5.33	5.37	5.48	5.66	5.31	5.37	5.48	5.66
국부좌굴 (N_{cr})	2.0	2.05	2.03	2.03	2.06	2.03	2.03	2.03	2.06
수평방향 복부판 좌굴 (σ_w)	2.0	18.88	21.00	27.62	25.4	16.23	21.00	27.62	25.4
상부플랜지 좌굴 (σ_f)	2.0	2.002	2.002	2.004	2.004	2.001	2.001	2.004	2.004
전체처짐	1.0	2.12	2.21	2.28	2.38	2.10	2.21	2.28	2.38
국부처짐	1.0	1.06	1.05	1.03	1.04	1.01	1.05	1.03	1.04
재료파괴	5.0	5.16	5.18	5.26	5.26	5.05	5.18	5.26	5.26

표 10 설계 조건별 플랜지와 웨브의 재료적 물성값 결과

Case	초기 입력값	Case 1	Case 2	Case 3	Case 4	Case 5	Case 6	Case 7	Case 8	
플랜지	E_1 (GPa)	25.098	25.098	25.098	22.588	22.588	20.302	22.588	22.588	22.588
	E_2 (GPa)	15.236	15.998	15.998	15.998	15.998	15.998	15.998	15.998	15.998
	ν_{12}	0.3	0.255	0.255	0.255	0.255	0.255	0.255	0.255	0.255
	G_{12} (GPa)	4.114	3.908	3.908	3.703	3.703	3.703	3.703	3.703	3.703
	G_{13} (GPa)	4.114	3.908	3.908	3.703	3.703	3.703	3.703	3.703	3.703
	G_{23} (GPa)	2.240	2.240	2.240	2.128	2.128	2.128	2.128	2.128	2.128
	T_1 (KPa)	4000	4000	4000	4000	4000	3800	4000	4000	4000
	T_2 (KPa)	$0.25T_1$	1000	1000	1000	1000	950	1000	1000	1000
	C_1 (KPa)	4000	4000	4000	3800	3800	3800	3800	3800	3800
	C_2 (KPa)	$0.25C_1$	1000	1000	950	950	950	950	950	950
	S_{12} (KPa)	800	800	800	850	850	800	850	850	850
웨브	E_1 (GPa)	20.374	20.374	19.355	18.337	18.337	19.355	19.355	18.337	18.337
	E_2 (GPa)	10.460	11.506	10.983	10.983	10.983	10.983	10.983	10.983	10.983
	ν_{12}	0.3	0.3	0.255	0.255	0.255	0.255	0.255	0.255	0.255
	G_{12} (GPa)	4.892	4.892	4.467	4.403	4.403	4.467	4.467	4.403	4.403
	G_{13} (GPa)	4.892	4.892	4.467	4.403	4.403	4.467	4.467	4.403	4.403
	G_{23} (GPa)	1.349	1.349	1.282	1.282	1.282	1.282	1.282	1.282	1.282
	T_1 (KPa)	3500	3500	3500	3500	3500	3500	3500	3500	3500
	T_2 (KPa)	$0.25T_1$	875	875	875	875	875	875	875	875
	C_1 (KPa)	3500	3500	3500	3325	3325	3500	3500	3325	3325
	C_2 (KPa)	$0.25C_1$	875	875	831.3	831.3	875	875	831.3	831.3
	S_{12} (KPa)	1100	1135	1135	1135	1135	1135	1135	1135	1135

4.4 설계 변수의 민감도 분석

본 연구에서 알고리즘의 수렴성(convergency)을 검토하기 이전에 목적함수와 제약조건에 가장 지배적인 설계변

수를 알아보기 위해 지배적인 제약조건 중에 하나인 처짐 제약조건과 목적함수에 대하여 민감도 분석을 수행하였다. 바닥판 상·하부 플랜지 두께, 복부판 두께, 바닥판 높이, 복부판 간격에 대해 최적설계 결과를 기준으로 70%에서

표 11 설계 조건별 제약조건 결과

Case	Case 1		Case 2		Case 3		Case 4	
	설계값	해석치	설계값	해석치	설계값	해석치	설계값	해석치
섬유방향 응력 (f_{11} , MPa)	392.4	76.64	392.4	75.61	392.4	67.59	392.4	67.23
횡방향 응력 (f_{22} , MPa)	392.4	77.55	392.4	77.24	392.4	78.96	392.4	79.29
평면상 전단응력 (f_{12} , MPa)	78.5	14.73	78.5	14.6	83.4	15.28	83.4	15.08
재료과괴 기준 (Tsai-Wu)	< 1.0	0.194	< 1.0	0.193	< 1.0	0.190	< 1.0	0.190
전단에 의한 웹의 좌굴 하중 (kN/m)	2572.6	1254.9	2218.5	1092.9	2007.4	988.8	1862.1	972.9
휨에 의한 웹의 좌굴 하중 (MPa)	2210.0	117.1	1861.6	88.7	1344.0	48.9	1344.0	53.2
휨에 의한 플랜지의 좌굴 하중 (MPa)	103.9	51.9	75.5	37.7	71.17	35.5	71.17	35.5
바닥판의 최대 처짐 ($L/800$, mm)	50	23.58	50	22.62	50	21.93	50	21.04
바닥판의 국부 처짐 ($L/800$, mm)	3.13	1.86	3.13	2.98	3.13	3.022	3.13	3.002

표 11 설계 조건별 제약조건 결과 (계속)

Case	Case 5		Case 6		Case 7		Case 8	
	설계값	해석치	설계값	해석치	설계값	해석치	설계값	해석치
섬유방향 응력 (f_{11} , MPa)	372.8	67.1	392.4	75.61	392.4	67.59	392.4	67.23
횡방향 응력 (f_{22} , MPa)	372.8	71.0	392.4	77.24	392.4	78.96	392.4	79.29
평면상 전단응력 (f_{12} , MPa)	78.5	14.8	78.5	14.6	83.4	15.28	83.4	15.08
재료과괴 기준 (Tsai-Wu)	< 1.0	0.191	< 1.0	0.198	< 1.0	0.190	< 1.0	0.190
전단에 의한 웹의 좌굴 하중 (kN/m)	2345.1	1155.2	2218.5	1092.9	2007.4	988.8	1862.1	972.9
휨에 의한 웹의 좌굴 하중 (MPa)	1654.2	101.9	1861.6	88.7	1344.0	48.9	1344.0	53.2
휨에 의한 플랜지의 좌굴 하중 (MPa)	83.2	41.6	75.5	37.7	71.17	35.5	71.17	35.5
바닥판의 최대 처짐 ($L/800$, mm)	50	23.58	50	22.62	50	21.93	50	21.04
바닥판의 국부 처짐 ($L/800$, mm)	3.13	2.95	3.13	2.43	3.13	3.022	3.13	3.002

160%까지 변화를 주었을 때 목적함수의 변화를 그림 14에 나타내었고, 처짐 제약조건에 대하여는 기하학적 설계 변수를 최적단면에 대해 70%에서 130%까지, 재료의 물성을 60%에서 120%까지 변화를 주었을 때의 제약조건 변화를 그림 15~그림 20에 나타내었다. 그림 14에서 볼 수 있듯이 목적함수인 체적의 경우 바닥판 상·하부 플랜지 두께가 지배적임을 알 수 있었다. 바닥판의 높이 및 웹의 두께는 상대적으로 민감하지 않음을 알 수 있다. 그림 15에서의 전체처짐의 경우, 교축 직각방향의 재료적 물성 값인 E_2 가 가장 민감하였으며, 기하학적 설계 변수로는

상·하부 플랜지 및 웹의 경사가 전체처짐에 큰 영향을 미침을 알 수 있다. 그림 16의 국부처짐의 경우 상·하부 플랜지의 두께와 바닥판 웹의 간격에 민감하였으며, 응력의 경우 섬유방향 응력 f_1 은 섬유방향 탄성계수 E_1 과 상부 플랜지의 두께에 민감하였으며, 섬유직각 방향 응력 f_2 는 섬유직각 방향 탄성계수 E_2 와 상부플랜지 두께에 민감하고, 전단응력 f_{12} 는 전단계수 G_{12} , G_{13} 와 상부 플랜지 두께에 민감하였다. 국부 좌굴에 대하여는 그림 20에서 볼 수 있듯이 복부판의 두께와 바닥판의 높이가 크게 영향을 미침을 알 수 있다.

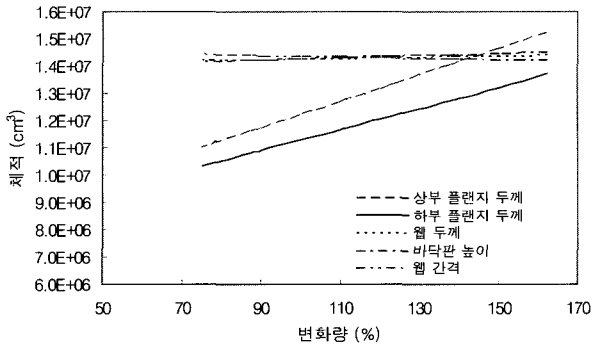


그림 14 목적함수 변화

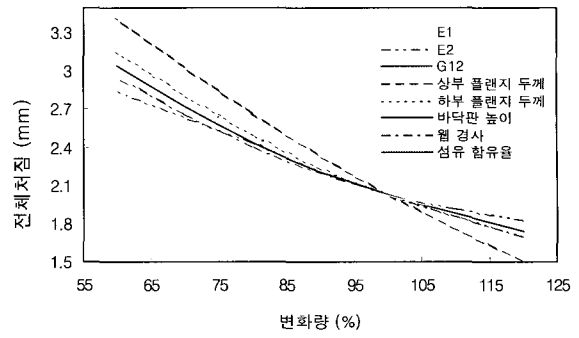


그림 15 전체치짐 제약조건 변화

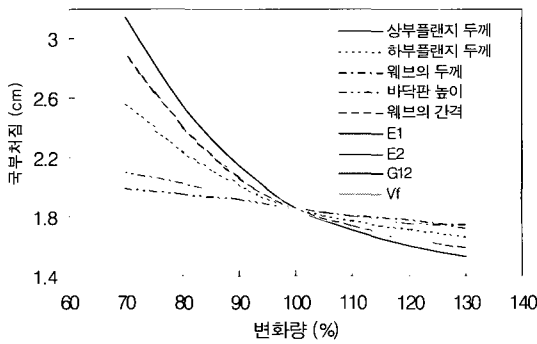


그림 16 국부치짐 제약조건 변화

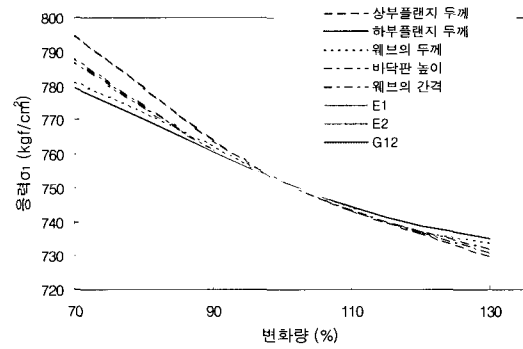


그림 17 설계변수의 응력f1 민감도 분석

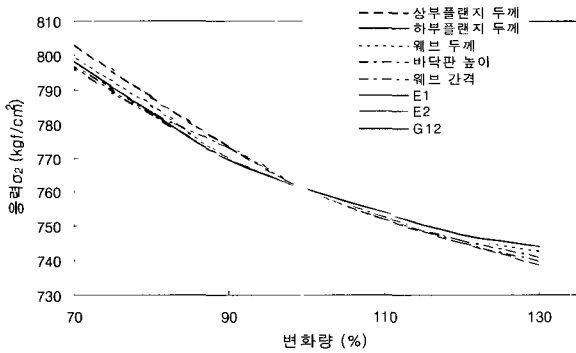


그림 18 설계변수의 응력f2 민감도 분석

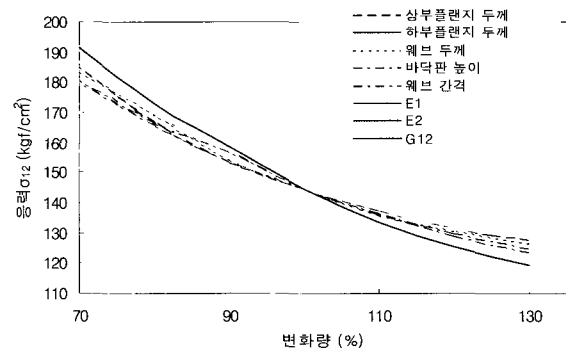


그림 19 설계변수의 응력f12 민감도 분석

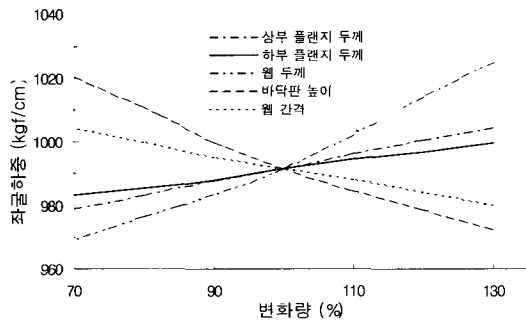


그림 20 설계변수의 좌굴하중 민감도 분석

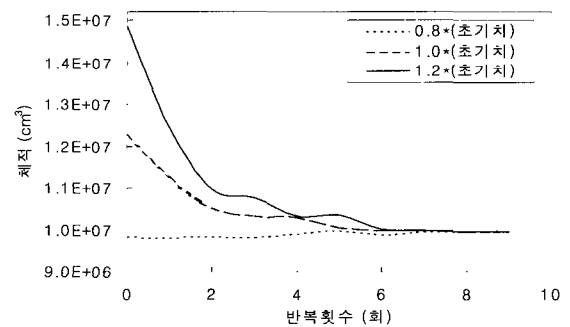


그림 21 목적함수(체적) 수렴 이력

이와 같은 결과로 볼 때 처짐에 대해서는 기하학적 설계 변수에서는 상부플랜지의 두께, 재료적 물성치에서는 1, 2 방향에 대한 탄성계수가 가장 큰 영향을 미치는 것을 알 수 있고, 좌굴하중의 경우는 복부판의 두께와 바닥판의 높이가 민감한 요소이므로 최소 체적에 대해서 처짐 및 좌굴에 문제가 없는 수준까지의 상·하부 플랜지 두께 및 복부판의 두께를 얇게 하는 것이 유리하다고 할 수 있다.

4.5 알고리즘의 수렴성 검토

해의 수렴성은 알고리즘의 신뢰성에 있어서 매우 중요한 요소이다. 초기치의 80%, 100%, 120%가 제한한 알고리즘의 수렴성을 평가하기 위해 적용되었으며 이에 대한 목적함수의 부피 수렴이력은 그림 21에 나타내었다. 그림 24에서 나타난 바와 같이 초기치가 다르다 할지라도 개발된 최적설계 알고리즘은 목적함수와 설계변수에 대한 수렴성이 보장된다는 것을 알 수 있다.

5. 결 론

본 연구는 인발성형 FRP 복합재료 바닥판을 최적화하기 위한 알고리즘을 개발하고, 기지의 조건에 대한 수치예제를 통하여 최적의 단면을 결정하였고, 알고리즘의 수렴성을 검토하였다. 이에 대한 결론은 다음과 같다.

- 1) 본 연구는 최적화 기법을 적용하여 복합재료 바닥판의 형상을 결정하기 위한 1차 최적설계 알고리즘을 개발하였다.
- 2) 이산형 설계변수와 연속형 설계변수가 혼합되어 있는 형태로 구성된 문제에 대해 유전자 알고리즘의 적용은 타당하며, 결과의 신뢰성 또한 확보할 수 있다.
- 3) 단면의 기하적 최적화에서 좌굴에 저항하기 위해서는 웹의 두께가, 응력과 전체 치짐 및 국부 치짐에 저항하기 위해서는 상부 플랜지의 두께가 전반적으로 민감한 변수임을 알 수 있었다.
- 4) FRP 바닥판에 최적의 단면 형상을 결정하기 위해서는 국내의 제작여건 및 국내 실교량 적용에의 특성을 반영하여 결정된 제 설계기준의 완비가 필요할 것으로 판단된다.

참 고 문 헌

1. Brian J. Brown, "Design Analysis of Single-Span Advanced Composite Deck-and-Stringer Bridge Systems", Degree of Master of Science,

- West Virginia University, 1998
2. "Fiberline Design Manual for Structural Profiles in Composite Materials", Fiberline, 1995
3. John L. Clarke, "Structural Design of Polymer Composites", E & FN SPON, 1996
4. J.G. Teng, "FRP Composites in Civil Engineering", Elsevier, 2001
5. Mantell, S. and Hoiness, B. "Optimized design of pultruded composite beam", *Journal of Reinforced Plastics and Composites*, Vol. 15, 1996, pp.758-778
6. Morton, S.K. & Webber, J.P.H. "Optimal design of composite I-beam", *Journal of Reinforced Plastics and Composites*, Vol. 15, 1994, pp.758-778
7. Razzaq, Z., Prabhakarn, R., and Sirjani, M.M. "Load and resistance factor design (LRFD) approach for reinforced-plastic channel beam buckling", *Composites, Part B: Engineering Journal*, 27B Vol. 3, No. 4, 1996, pp.361-369
8. Schramm, U. and Pilkey, W.D. "Optimal shape design for thin-walled beam corsssection", *International Journal of Numerical Methods in Engineering*, Vol. 37, No. 1994, pp.4039-4058
9. S.T. Peters "Handbook of Composites, 2nd edition", Chapman & Hall, 1998
10. Stroud, W.J. "Optimization of Composite Structures", NASA Technical Memorandum 84544, 1982
11. Theodore, J. Reinhart "Engineered Materials Handbook, Composites", Matals Park, 1987
12. Tsai, S.W. "Composite Design", Think Composites, Dayton, Ohio, 1988
13. Vesna Savic, "Design Optimization of Thin-Walled Composite Beams", Dissertation, University of Washington, 2000
14. Vinson, J.R. and Sierakowski, R.L. "The Behavior of Structures Composed of Composite Materials", Martinus Nijhoff Publishers, Boston, 1987
15. 장수명 합리화 바닥판 개발(II)", 한국건설기술연구원, 2002
16. 배하록, "복합 적층 개단면 보의 최적설계", 인하대학교 석사학위, 2001
17. Babero, E.J., and Rftoyiannis, I.G. "Local bucking of FRP beams and columns", *Journal of Materials in Civil Engineering, ASCE*, Vol. 5, No. 3, 1993, pp.339-355
18. Lin, Z.M. Polyzois, D., and Shah, A. "Stability of thin-walled pultruded structural members by finite element method", *Thinwalled Structures*, Vol. 24, 1996, pp.1-18

19. Pizhong Qiao, "Analysis and Design Optimization of Fiber-Reinforced Plastic(FRP) Structural Beam", Dissertation, West Virginia University, 1997
20. Salem M. A. *Optimum design of precast bridge systems prestressed with carbon fiber reinforcement polymers*. MS thesis, Concordia University, 2000
21. Zabinsky, Z. B., Tuttle, M. E., Savic, V., "Optimization of Composite I-beams", Proceedings of the 1999 NSF Design and Manufacturing Grantees Conference, LA, California, January 1999
22. ABAQUS Standard Manual Version 6.3, Habbitt, Kalsson & Sorensen, Inc., 2002
23. European Structural Polymeric Composites Group (EUROCOM). *Structural design of polymer composites-EUROCOMP design code and handbook*. Edited by Clarke, J. L., E & FN Spon, UK, 1996
24. 도로교 설계기준, 2000
25. AASHTO LRFD 도로교 설계기준, 1998
26. FHWA, "FRP Decks and Superstructures : Current Practice", 2002