

프리스트레스트 콘크리트 교량의 프리스트레스 장기 예측의 불확실성 및 업데이트

Uncertainty and Updating of Long-Term Prediction of Prestress in Prestressed Concrete Bridges

양 인 환 †

Yang, In-Hwan

(논문접수일 : 2003년 11월 21일 ; 심사종료일 : 2004년 8월 3일)

요 지

콘크리트의 크리프와 건조수축에 의한 시간에 따른 프리스트레스 장기예측의 정확성은 프리스트레스트 콘크리트 교량과 같은 사회 기반 시설의 유지 관리 및 보수 결정 측면에서 매우 중요한 역할을 한다. 본 논문에서는 프리스트레스트 콘크리트 교량의 프리스트레스 장기예측의 불확실성 감소, 즉 예측의 정확성 향상을 위하여 현장 계측치를 이용하여 베이시안(Bayesian)통계 기법을 도입하는 예측기법을 제안하였다. 베이시안 해석시 사전 확률분포는 콘크리트의 크리프와 건조수축의 확률 특성을 고려하여 나타내며, 우도 함수(likelihood function)는 현장에서의 계측치를 사용하여 나타내었다. 시간에 따른 구조적 거동 시스템으로부터의 지속적인 계측 기록은 베이시안 지식 기반에서의 확률분포를 업데이트 하기 위하여 사용되며, 사후 확률분포는 사전 확률분포와 우도 함수를 조합하여 획득한다. 실제로 가설되고 있는 프리스트레스트 콘크리트 박스 거더 교량으로부터 계측된 프리스트레스 힘의 수치 예제해석을 통하여 제안 기법의 적용성을 제시하였다.

핵심용어 : 프리스트레스트 콘크리트, 박스 거더 교량, 크리프, 건조수축, 베이시안 기법, 프리스트레스 힘, 현장 계측치

Abstract

The prediction accuracy of prestress plays an important role in the quality of maintenance and the decision on rehabilitation of infrastructure such as prestressed concrete bridges. In this paper, the Bayesian statistical method that uses in-situ measurement data for reducing the uncertainties or updating long-term prediction of prestress is presented. For Bayesian analysis, prior probability distribution is developed to represent the uncertainties of creep and shrinkage of concrete and likelihood function is derived and used with data acquired in site. Posterior probability distribution is then obtained by combining prior distribution and likelihood function. The numerical results of this study indicate that more accurate long-term prediction of prestress forces due to creep and shrinkage is possible.

keywords : prestressed concrete, box girder bridge, creep, shrinkage, Bayesian method, prestress force, field measurement

1. 서 론

콘크리트 구조물의 크리프와 건조수축은 콘크리트의 재료 변동성, 주변환경인자 및 기존 모델의 예측 오차 등으로 인한 구조물 장기거동의 불확실성을 유발한다. 콘크리트의 크리프와 건조수축의 불확실성은 콘크리트 구조물의

시간에 따른 장기거동에 영향을 미치는 중요한 인자이므로 크리프와 건조수축의 불확실성에 대한 여러 연구^{1)~4)}가 진행되어 왔다. 특히, 크리프와 건조수축에 의한 프리스트레스의 변화는 프리스트레스트 콘크리트 교량의 거동에 영향을 미친다.⁵⁾ 프리스트레스의 변화는 구조물의 사용성 및 안전성에 영향을 미치며, 프리스트레스의 손실이

† 책임저자, 정회원 · 대림산업(주) 기술연구소 선임연구원
전화 : 02-572-8068 ; FAX : 02-572-2215
E-mail : ypower@dic.co.kr

• 이 논문에 대한 토론을 2004년 12월 31일까지 본 학회에 보내주
시면 2005년 3월호에 그 결과를 게재하겠습니다.

과다한 경우 교량의 공용중에 과다 처짐 또는 심각한 균열 등이 유발될 수 있다.^{6),7)} 프리스트레스의 손실이 과다한 경우 교량의 공용중에 추가의 프리스트레스를 도입하여야 한다. Steinberg⁸⁾는 부재의 기하적 변동성을 고려하여 프리스트레스의 손실을 확률적으로 추정하였다. 또한, Saiidi 등^{9),10)}의 연구는 프리스트레스의 장기예측값과 실제 구조물의 프리스트레스 측정값은 큰 차이를 나타내고 있다. 이러한 기존의 연구결과들은 프리스트레스의 장기 변화를 더욱 정확하고 합리적으로 예측하기 위한 기법이 필요하다는 것을 나타내고 있다.

프리스트레스트 콘크리트 교량의 프리스트레스 관리, 장기 처짐 관리 등의 기본적 과정은 시간에 따른 거동의 측정, 구조적 파라미터의 결정, 필요시 제어 방법 결정 및 제어 조치 등으로 이루어진다. 크리프와 건조수축에 의한 시간에 따른 거동에 대한 통계적 제어 방법은 구조물의 시간 이력에 근거하며, 일련의 예측이 수행되어진다. 구조적 거동의 한계값 또는 제어값을 미리 설정해 두고 장래 예측값이 이 값을 초과하는 시점 즉, 제어조치를 시행할 시점을 합리적으로 결정할 수 있다.^{11),12)}

따라서, 본 논문에서는 초기 예측치를 이용하여 프리스트레스트 콘크리트 교량의 프리스트레스의 장기변화를 더욱 정확하고 합리적으로 예측하기 위한 기법을 제안하였다. 콘크리트의 크리프와 건조수축의 불확실성을 모델링하였으며, 샘플링 기법을 이용하여 불확실성 해석을 수행하였다. 또한, 프리스트레스 장기예측의 불확실성 감소 즉, 업데이트를 위하여 베이시안(Bayesian)통계기법을 적용하였다. 제안 기법을 이용하여 실제 교량의 프리스트레스 장기 예측을 수행하였다.

2. 콘크리트의 크리프와 건조수축의 불확실성

콘크리트의 크리프와 건조수축 예측을 위한 제안식은 기존의 설계 코드에 제시되어 있다. 제안식들 중에서 널리 적용되는 식은 ACI 위원회 209¹³⁾의 제안식이다. ACI는 건조수축 변형률 예측을 위해 다음과 같은 식을 제안하고 있다.

$$\epsilon_{sh}(t, t_0) = \Psi_1 \frac{(t-t_0)}{f+(t-t_0)} \epsilon_{sh}^u \quad (1)$$

여기서, $\epsilon_{sh}(t, t_0)$ = 시간 t 에서의 건조수축 변형률; ϵ_{sh}^u = 실험에 의한 최종 건조수축변형률; f = 양생조건에 따른 계수 (습윤 양생 조건=35, 증기 양생 조건=55); t_0 = 콘크리트의 건조시작시점(일); t = 현재 시점; Ψ_1 = 건조수축 모델의 불확실성 계수이다. 또한, 크리프 계수는 다음과 같이 표현된다.

$$C(t, \tau) = \Psi_2 \frac{(t-\tau)^{0.6}}{10+(t-\tau)^{0.6}} C_u \quad (2)$$

여기서, $C(t, \tau)$ = 시간 t 에서의 크리프 계수; C_u = 실험에 의한 최종 크리프 계수; τ = 하중 재하시 콘크리트의 재령 (일); t = 현재 시간 (일); Ψ_2 = 크리프 모델의 불확실성 계수이다. 사용되는 재료에 대한 크리프와 건조수축에 대한 자료가 없을 경우, 최종 크리프계수 (C_u)와 최종 건조수축변형률 (ϵ_{sh}^u)의 평균값은 각각 다음과 같다.

$$C_u = 2.35 \gamma_c \text{ 및 } \epsilon_{sh}^u = 780 \times 10^{-6} \gamma_{sh} \text{ (m/m)} \quad (3)$$

여기서, γ_c 와 γ_{sh} 는 보정계수를 나타낸다.

불확실성 계수 Ψ_1 과 Ψ_2 는 모델의 불확실성 계수이다. 모델의 불확실성은 Bazant와 Baweja⁴⁾의 연구로부터 산정할 수 있다. Bazant와 Baweja의 연구결과는 건조수축과 크리프의 변동계수는 각각 55.3% 및 52.8%를 나타낸다. 불확실성 계수 Ψ 의 평균값 및 변동계수는 각각 다음과 같다.

$$\text{건조수축 : } E[\Psi_1^*] = 1, V_{\Psi_1^*} = 0.553 \quad (4a)$$

$$\text{크리프 : } E[\Psi_2^*] = 1, V_{\Psi_2^*} = 0.528 \quad (4b)$$

계수 Ψ_1^* 와 Ψ_2^* 는 이론 모델식의 불확실성, 재료 변동성, 환경인자 등에 기인하는 예측의 오차를 나타내며 식 (4)의 불확실성 계수는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\Psi_i^* = \Psi_i \Psi_\alpha \Psi_\beta \quad (i=1,2) \quad (5)$$

여기서, Ψ_i = 예측 모델식의 불확실성; Ψ_α = 재료 변동성에 의한 불확실성; Ψ_β = 외부 환경조건에 의한 불확실성을 나타낸다. 재료의 변동성은 콘크리트 배합시에 반영되는 불확실성 영향인자이며, 외부 환경조건은 변동은 콘크리트 타설후 반영되는 불확실성 영향인자이다. 또한, 콘크리트의 압축강도는 외부의 상대습도에 영향을 받으나, 이들의 실제적 관계를 나타내는 통계적 연구 자료는 거의 없는 실정이다. 따라서, 본 연구에서는 불확실성을 독립적으로 가정하였으며, 이때 변동계수의 관계식은 다음과 같다.¹⁷⁾

$$(1 + V_{\Psi_i^*}^2) = (1 + V_{\Psi_i}^2)(1 + V_{\Psi_\alpha}^2)(1 + V_{\Psi_\beta}^2) \quad (i=1,2) \quad (6)$$

Reinhardt 등¹⁴⁾의 연구결과는 변동계수 V_{Ψ_α} 는 0.06과 0.10 사이의 값을 나타낸다. Madsen과 Bazant¹⁾의 연구결과는 변동계수 V_{Ψ_β} 는 0.05를 나타내고 있다. 따라서, 식 (4) 및 식(6)을 적용하여 Oh와 Yang¹⁵⁾은 모델

불확실성 Ψ_i 의 평균값 및 변동계수를 다음과 같이 산정하였다.

$$\text{건조수축} : E[\Psi_1] = 1, V_{\Psi_1} = 0.542 \quad (7a)$$

$$\text{크리프} : E[\Psi_2] = 1, V_{\Psi_2} = 0.517 \quad (7b)$$

식 7(a)의 Ψ_1 는 기존의 ACI 위원회의 건조수축 예측식의 불확실성을 나타내는 불확실성 계수이며, 식 7(b)의 Ψ_2 는 크리프 예측식의 불확실성을 나타내는 불확실성 계수이다. 두 값의 평균값과 변동계수를 이용하여 3장의 확률적 해석기법에 의해 5장에서의 프리스트레스 장기 예측의 불확실성 해석을 수행한다.

3. 확률적 해석 기법

구조계의 거동 또는 응답을 확률적으로 예측하기 위해서 Monte Carlo 시뮬레이션 기법이 주로 사용되어 왔다. 하지만, 프리스트레스 콘크리트 박스 거더와 같이 순차적 시공단계별로 구조계를 모사하는 복잡한 해석 단계를 갖는 경우에 Monte Carlo 시뮬레이션 기법을 적용할 때는 막대한 프로그램 운영시간 등의 비경제적 측면이 있다. 이와 같이 Monte Carlo 시뮬레이션 기법이 한계를 가질 수 있는 경우의 대안으로써 샘플링 기법을 적용할 수 있으며, Iman 등¹⁶⁾은 Latin Hypercube(LH) 샘플링 기법을 제안한 바 있다.

LH 샘플링 기법은 N 행 K 열 ($N \times K$)의 입력행렬을 구성하기 위한 두 단계로 이루어진다. 첫 번째 단계에서는 각 입력변수의 확률밀도함수를 N 개의 구간으로 분할한다. 두 번째 단계에서는 확률변수를 순위에 의해 조합한다. 각 입력변수 θ_k ($k=1, 2, \dots, K$)는 통계적 파라미터를 사용하여 누적분포함수 $f(\theta_k)$ 로 나타낼 수 있다. 누적분포함수의 영역은 동일한 확률 $1/N$ 을 갖는 N 개의 구간으로 분할된다. K 개의 입력변수를 N 개의 구간으로 분할할 때, 이 값들은 $N \times K$ 형태를 갖는 순위 배열표에 배열된다. 각 행에 배열되어 있는 입력변수들은 하나의 변수조합을 나타내며, 전산해석을 위한 입력인자를 의미한다. 또한, 각 구간의 대표값은 일회의 전산해석에 사용된다. 본 논문에서는 LH 샘플링 기법을 적용할 때, 2장에서 건조수축 모델의 불확실성 계수 Ψ_1 과 크리프 모델의 불확실성 계수 Ψ_2 등은 불확실성 해석시 확률변수 θ_k 로 고려된다. 확률변수의 평균값과 변동계수를 이용한 확률밀도함수로부터 샘플링이 이루어진다. 각 샘플링 값들의 조합을 입력변수로 하여 대응하는 출력값 Y_n 을 산정한다. N 회의 전산해석 수행 후 통계 자료 $\{Y\} = [Y_1, Y_2, \dots, Y_N]$ 을 계산한다. 이 값들을 이용하여 구조거동 응답의 평균값과 변동계수와 같

은 통계적 특성값을 산정한다.

4. 업데이트 이론

4.1 베이시안 기법

베이시안(Bayesian)기법을 이용한 통계학적 예측 기법에서 고려 대상이 되는 확률변수는 특정한 확률군(예를 들면, 정규 분포, 대수-정규 분포 등)에 속하는 확률 분포에 의해 모델링 된다. 이용 가능한 모든 지식은 이러한 확률 분포에 의해 고려된다. 베이시안 업데이트에 의해 확률 분포는 새로운 정보의 획득에 의해 변화된다. 베이시안 기법은 일부 연구자들에 의해 불확실성 감소 문제에 적용된 바 있다. Geyskens 등¹⁷⁾은 콘크리트의 탄성계수 추정을 개선하기 위하여 베이시안 기법을 적용하였다. 또한, Enright와 Frangopol¹⁸⁾은 콘크리트 교량의 성능저하 평가를 위해 베이시안 기법을 도입하였으며, Singhal과 Kiremidjian¹⁹⁾은 지진에 의한 지반운동과 구조물의 손상관계를 업데이트하기 위하여 베이시안 기법을 적용한 바 있다.

베이시안 기법의 적용에서 실제 정보의 획득 이전의 확률분포는 사전 확률분포(prior probability distribution)로 표현되며, 획득된 정보로 인해 업데이트된 확률 분포는 사후 확률분포(posterior probability distribution)로 표현된다. 베이시안 이론은 사전 확률 분포에 새로운 정보를 조합하므로써 새로운 확률 분포 즉, 사후 확률 분포를 나타내는 기법을 제공하며, 다음과 같이 정의된다.

$$P(R_i | E_j) = \frac{P(E_j | R_i) P(R_i)}{P(E_j)} \quad (8a)$$

$$= \frac{P(E_j | R_i) P(R_i)}{\sum_i P(E_j | R_i) P(R_i)} \quad (8b)$$

여기서, R_i 는 미리 예측된 시스템의 거동 응답이며, E_j 는 새로 계측된 시스템의 추가 사건을 나타낸다. $P(R_i)$ 는 계측값을 획득하기 전의 확률이고 $P(E_j)$ 는 시스템의 거동 응답에 관계없이 사건이 발생할 확률이다. 조건부 확률 $P(R_i | E_j)$ 는 계측값 E_j 가 발생했다는 조건하에서 시스템의 거동 응답 R_i 가 발생할 확률이다. 따라서, 식 (8)의 각 항에서, $P(R_i)$ =사전 확률(prior probability), $P(E_j | R_i)$ =우도함수(likelihood function), $P(R_i | E_j)$ =사후 확률(posterior probability), $\sum_i P(E_j | R_i) P(R_i)$ =주변 확률(marginal probability)로 정의된다. 사전 확률은 현장에서의 계측값을 획득하기 전의 구조물 거동 응답의 정보를 나타낸다. 우도 함수는 현장 계측치로부터 얻는 정보를 나타낸다. 사후 확률은 사전 확률과 현장에서의

계측치를 조합하여 얻는 정보이며, 이는 업데이트 되어진 정보이다. 베이시안 기법을 사용한 업데이트 과정을 그림 1에 나타내었다. 구조물의 시간의존적 특성은 시간과 더불어 계속 진행되는 현상이다. 주어진 시간에 대하여 사전 확률은 계속 업데이트되어지며, 이는 순차적인 베이시안 예측을 필요로 한다.

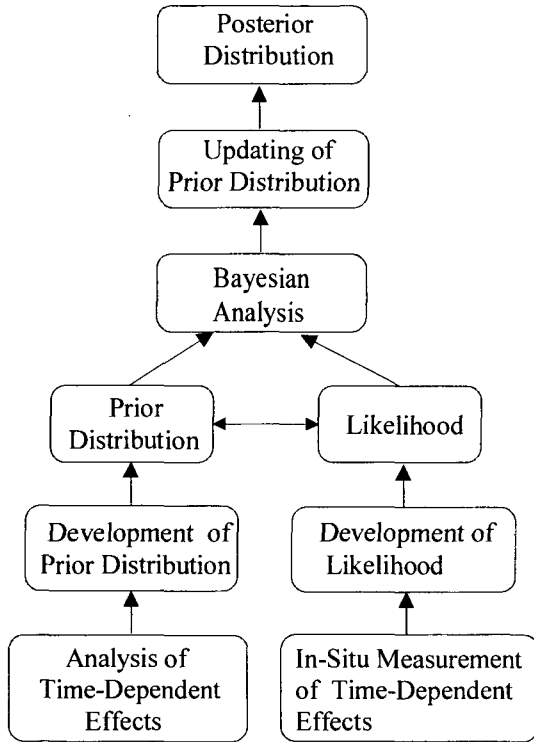


그림 1 Bayesian updating procedure

4.2 사전확률분포

시간 t_i 에서의 장기 프리스트레스를 Y_i ($i=1, \dots, I$), 시간 t_m 에서의 단기 프리스트레스를 X_m ($m=1, \dots, M$)으로 나타낼 때, 초기의 측정치를 이용하여 Y_i 의 예측을 향상시키는 문제를 고려한다. 사전 확률분포 및 사후 확률분포의 통계학적 특성을 고려하기 위하여 LH 샘플링 기법을 도입하였다. 예측치의 사전 확률분포 특성값을 계산하는 과정은 다음과 같다. 먼저, 정수 1, 2, ..., N 의 무작위 순열에 대응하여 각 확률변수에서 $\theta_k^{(n)}$ 를 샘플링하며, 샘플링의 편의(bias)를 방지하기 위하여 Spearman 상관계수를 사용한다. 각 샘플 $\theta_k^{(n)}$ ($k = 1, 2, \dots, K$)에 대해, 콘크리트의 크리프와 건조수축에 따른 시간의존적 거동을 모사할 수 있는 유한요소 구조해석에 의해 단기 효과 $X_m^{(n)}$ 과 장기 효과 $Y_i^{(n)}$ 등을 계산한다. 초기 측정값 X_m 에 대응하는 단기 효과의 사전 예측 평균값 \overline{X}_m' 과 장

기 효과의 사전 예측 평균값 \overline{Y}_i' 및 이들의 표준편차는 다음과 같다.

$$\overline{X}_m' = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N X_m^{(n)}$$

$$s_{X_m'} = \left[\frac{1}{N} \sum_{n=1}^N (X_m^{(n)} - \overline{X}_m')^2 \right]^{\frac{1}{2}} \quad (m=1, 2, \dots, M) \quad (9)$$

$$\overline{Y}_i' = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N Y_i^{(n)}$$

$$s_{Y_i'} = \left[\frac{1}{N} \sum_{n=1}^N (Y_i^{(n)} - \overline{Y}_i')^2 \right]^{\frac{1}{2}} \quad (i=1, 2, \dots, I) \quad (10)$$

4.3 우도 함수와 사후확률분포

무작위 추출값 $\theta^{(n)} = (\theta_1^{(n)}, \dots, \theta_K^{(n)})$ 에 대해 $Y_i^{(n)}$ 을 계산하므로 $Y_i^{(n)} = y_i(\theta^{(n)})$ 으로 표현된다. 여기서, 함수 $y_i(\cdot)$ 은 비선형이며, 이는 프리스트레스드 콘크리트 교량에서의 시간 의존적 효과의 해석을 위한 유한요소해석 프로그램으로 정의된다. $Y_i^{(n)}$ 의 사후 확률과 $\theta^{(n)}$ 의 사후 확률은 동일하다. 즉,

$$P''(Y_i^{(n)}) = P''(\theta^{(n)}) \quad (11)$$

LH 샘플 $\theta^{(n)}$ 과 그에 대응하는 $X_m^{(n)}$ 및 $Y_i^{(n)}$ 의 확률은 같다. 사후 확률은 측정값 X_1, \dots, X_m 의 획득 조건하에서의 조건부 확률이다.

$$P'(X_m^{(n)}) = P'(Y_i^{(n)}) = P''(\theta^{(n)}) = P(\theta^{(n)} | \mathbf{X}) \quad (12)$$

여기서, $\mathbf{X} = (X_1, X_2, \dots, X_M)$ 는 측정된 크리프와 건조수축 효과이며, 이에 근거하여 업데이트를 시행한다. 베이즈 정리(Bayes' theorem)에 의해 사후 확률은 다음과 같다.

$$P''(X_m^{(n)}) = P''(Y_i^{(n)}) = P''(\theta^{(n)}) = P(\theta^{(n)} | \mathbf{X}) = c_1 L(\mathbf{X} | \theta^{(n)}) P'(\theta^{(n)}) \quad (13)$$

여기서, c_1 은 정규화 상수로서 다음 조건으로부터 결정한다.

$$\sum_{n=1}^N P''(Y_i^{(n)}) = 1 \quad (14)$$

각 샘플의 사전 확률은 다음과 같다.

$$P'(\theta^{(n)}) = P'(X_m^{(n)}) = P'(Y_i^{(n)}) = 1/N \quad (15)$$

함수 $L(\mathbf{X} | \theta^{(n)}) = L(X_1, X_2, \dots, X_M | \theta_1^{(n)}, \theta_2^{(n)}, \dots, \theta_K^{(n)})$ 는 우도 함수(likelihood function)로서 확률변수 벡터 θ 가 n 번째 샘플 $\theta^{(n)} = (\theta_1^{(n)}, \dots, \theta_K^{(n)})$ 과 적합할 조건하에서 측정치 X_1, X_2, \dots, X_M 를 관찰할 조건부 결합 확률을 나타내며, 우도 함수는 다음과 같다.

$$\begin{aligned} L(\mathbf{X} | \theta^{(n)}) &= L(X_1, X_2, \dots, X_M | \theta^{(n)}) \\ &= \prod_{i=1}^M f_{X_m}(X_m | \theta^{(n)}) \end{aligned} \quad (16)$$

식 (15)와 (16)을 식 (13)에 대입하면, 사후 확률은 다음과 같다.

$$P''(Y_i^{(n)}) = P''(\theta^{(n)}) = c_0 p_n \quad (17)$$

이고,

$$p_n = \prod_{i=1}^M f_{X_m}(X_m | \theta^{(n)}) \quad (18)$$

여기서, $c_0 = c_1/N$ 이며, 식 (17)로부터 $c_0 = (\sum p_n)^{-1}$ 로 정의된다.

확률변수의 분포가 정규 분포를 따를 때, 공액 분포(conjugate distribution)로서 사전 및 사후 확률분포는 정규 분포를 따른다. 따라서, 사전 확률분포 함수와 우도 함수는 다음과 같다.

$$f_{X_m'}(X_m') = \frac{1}{s_{X_m'} \sqrt{2\pi}} \exp \left[-\frac{1}{2} \left(\frac{X_m' - \bar{X}_m'}{s_{X_m'}} \right)^2 \right] \quad (19)$$

$$f_{X_m}(X_m | \theta^{(n)}) = \frac{1}{s_{X_m} \sqrt{2\pi}} \exp \left[-\frac{1}{2} \left(\frac{X_m - X_m^{(n)}}{s_{X_m}} \right)^2 \right] \quad (20)$$

여기서, $X_m^{(n)}$ 는 n 번째 샘플 $\theta^{(n)}$ 으로부터 계산한 값이다. 식 (20)을 식(18)에 대입하면 다음과 같다.

$$p_n = \exp \left[-\sum_{m=1}^M \frac{1}{2} \left(\frac{X_m - X_m^{(n)}}{s_{X_m}} \right)^2 \right] \quad (21)$$

모든 샘플 $\theta^{(n)}$ 에 대하여 계산된 $p_n X_m^{(n)}$ 와 $p_n Y_i^{(n)}$ 으로부터 사후 확률 분포 함수 $f_{X_m''}(X_m'')$ 와 $f_{Y_i''}(Y_i'')$ 를 산출한다. 사후 예측값 X_m'' 와 Y_i'' 의 평균값 및 표준편차

는 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \bar{X}_m'' &= \frac{1}{\sum_n p_n} \sum_n p_n X_m^{(n)} \\ s_{X_m''} &= \left[\frac{1}{\sum_n p_n} \sum_n p_n (X_m^{(n)} - \bar{X}_m'')^2 \right]^{\frac{1}{2}} \end{aligned} \quad (22)$$

$$\begin{aligned} \bar{Y}_i'' &= \frac{1}{\sum_n p_n} \sum_n p_n Y_i^{(n)} \\ s_{Y_i''} &= \left[\frac{1}{\sum_n p_n} \sum_n p_n (Y_i^{(n)} - \bar{Y}_i'')^2 \right]^{\frac{1}{2}} \end{aligned} \quad (23)$$

5. 실제 적용

5.1 프리스트레스 힘의 현장 계측

본 연구에서는 실제의 프리스트레스트 콘크리트 박스 거더 교량의 시공 및 가설단계에서 측정된 프리스트레스 힘의 계측자료를 이용하여 공용중의 장기예측을 수치 해석으로서 수행하였다. 프리캐스트 세그멘탈 공법에 의해 실제로 가설되고 있는 박스 거더 교량의 시간에 따른 프리스트레스 힘을 텐던 긴장후 일정 기간 동안 측정하였다. 텐던의 정착후 프리스트레스 힘의 시간에 따른 손실의 변동은 주로 콘크리트의 크리프와 건조수축의 영향과 프리스트레싱 강재의 이완때문이며, 이는 콘크리트의 크리프와 건조수축효과에 의한 시간에 따른 장기거동으로 모델링할 수 있다.

교량은 7경간 연속형태로 이루어졌으며, 각 경간의 길이는 50m이다. 연속교 시스템에서 50m의 대표경간 및 대표단면을 그림 2에 나타내었다. 교량은 경간중앙에서 연결 세그먼트를 타설한 다음, 동일 경간내에서의 두 개의 캔틸레버는 하부슬래브에서의 4개의 연속텐던에 의해 연결된다. 프리스트레스 측정은 프리스트레스 도입후 교통개방 전까지 수행되었다.(그림 3)

5.2 유한요소해석 모델 및 입력변수

콘크리트의 크리프와 건조수축에 의한 시간에 따른 효과의 확률해석을 통하여 시간에 따른 사전 확률분포를 획득하며, 확률해석을 위해 LH 샘플링 기법을 적용하였다.

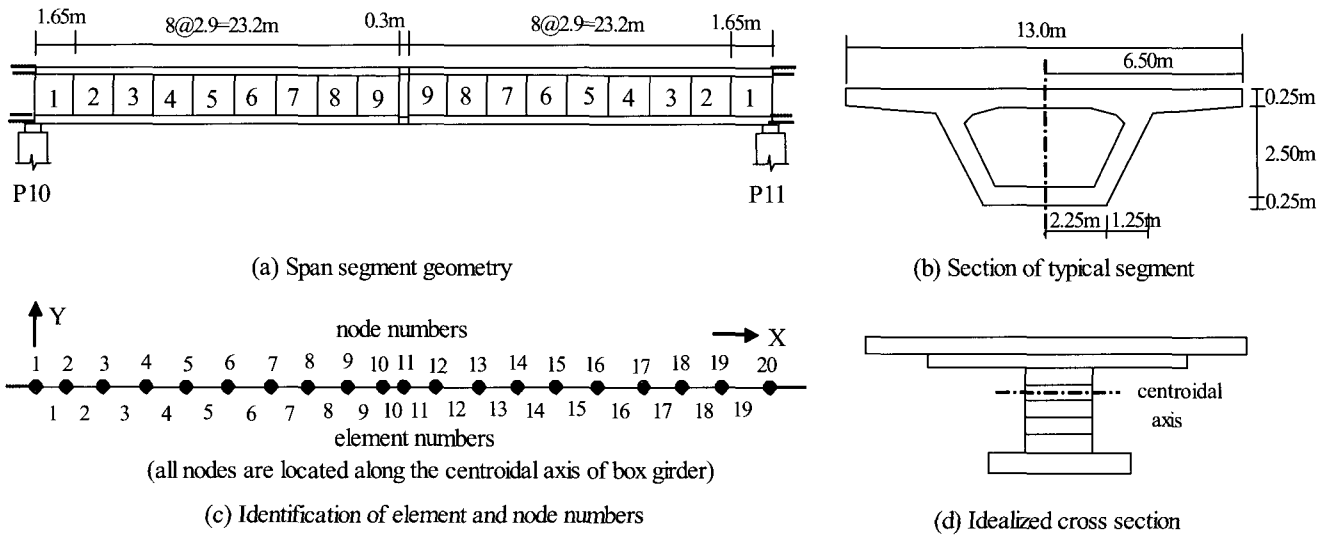


그림 2 Bridge geometry and analytical model

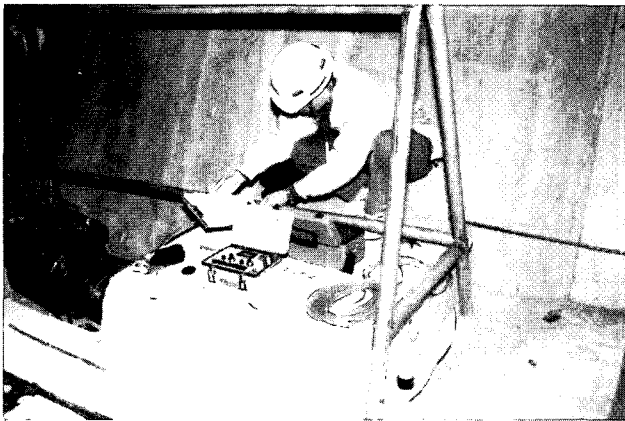


그림 3 Measurement of prestress force inside box girder

확률해석시 콘크리트의 크리프와 건조수축과 관련된 확률변수를 표 1에 나타내었다. 확률변수의 통계학적 특성은 평균값과 변동계수로 표현된다. 표 1에서 ψ_1 과 ψ_2 는 각각 ACI 건조수축 모델 및 크리프 모델의 모델 불확실성을 나타내며, 이는 확률해석시 고려되는 모델 자체의 불

확실성이다. 확률변수의 분포는 정규분포로 가정하였으며, 확률변수 중 콘크리트의 압축강도와 상대습도는 측정치를 사용하였다. 콘크리트 압축강도(f'_c)의 통계적 특성치는 교량에 사용된 콘크리트의 실린더형 공시체의 통계적 분석을 통하여 획득하였으며, 상대습도(h)의 확률분포함수는 교량에서 약 3km정도 거리에 위치하고 있는 기상관측소의 자료를 분석하여 획득하였다. 또한, 측정 확률변수의 통계학적 특성치는 5% 유의수준하에서의 Lilliefors 시험²⁰⁾에 의해 수치적으로 분석하여 정규분포를 검정하였다.

유한요소 해석을 위한 해석모델을 그림 2에 나타내었다. 각 유한요소 절점은 박스 거더의 단면의 중심축에 위치하며, 한개의 경간은 전체 20개의 절점과 19개의 뼈대 요소로 모델링하였다. 경간의 캔틸레버 텐던은 18개의 프리스트레싱 긴장재로 모델링하였으며, 연속텐던은 4개의 프리스트레싱 긴장재로 모델링하여 텐던을 전체 22개의 프리스트레싱 긴장재로 모델링하였다.(그림 4) 유한요소 해석을 통하여 구조물의 시간에 따른 변형, 응력 및 프리스트레스 손실을 산출하였다.

표 1 Statistical properties of input random variables

Variables	Mean Value	Coefficient of variation	Sources
ψ_1 (θ_1) uncertainty factor for shrinkage	1.0	0.542	Reference 6
ψ_2 (θ_2) uncertainty factor for creep	1.0	0.517	Reference 6
h (θ_3) relative humidity (%)	61.6	0.269	Observed
f'_c (θ_4) 28-day concrete strength (MPa)	49.2	0.066	Observed
s/a (θ_5) sand-aggregate ratio	0.41	0.10	Reference 4
S (θ_6) slump (m)	0.15	0.10	Assumed
c (θ_7) cement contents (kg/m ³)	500	0.10	Reference 1

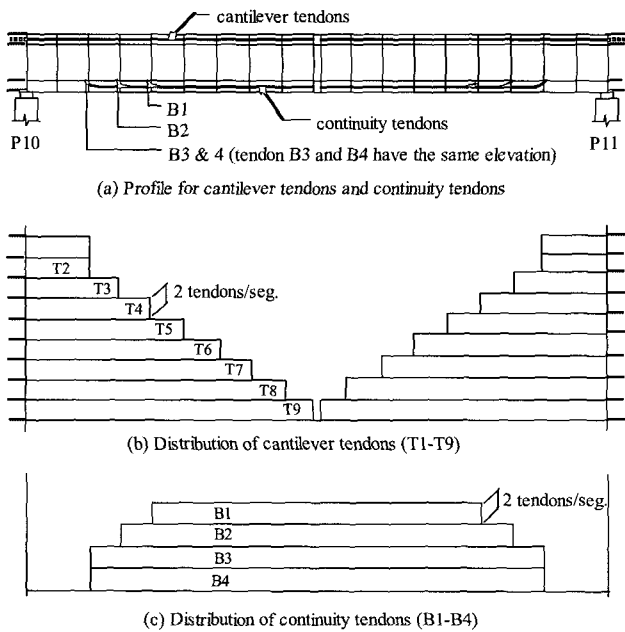


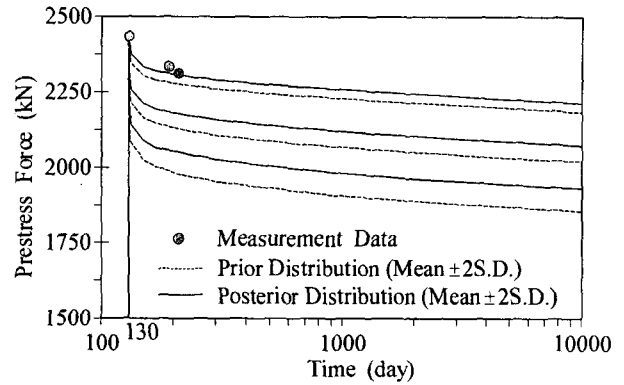
그림 4 Prestressing tendon geometry and analytical model

5.3 불확실성 및 업데이트 해석 결과

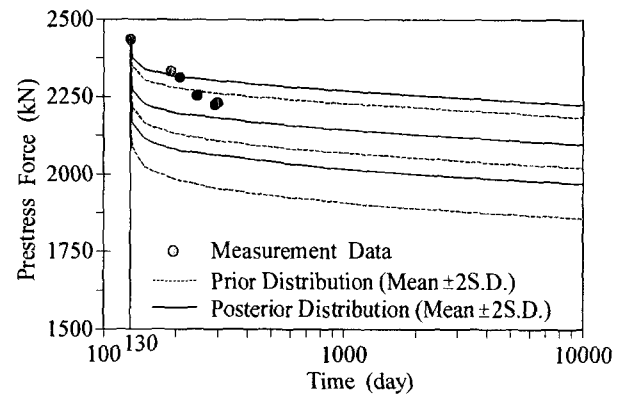
현장에서 계측한 4개의 텐던의 프리스트레스 힘의 베이시안 해석을 통한 장기예측을 수행하였으며, 텐던 B1, B2 및 B3의 장기예측 결과를 그림 5, 그림 6 및 그림 7에 각각 나타내었다. 그림에서 점선은 현장에서의 계측을 수행하기 전의 사전 정보에 근거한 프리스트레스 힘의 사전 확률분포의 평균값과 95% 신뢰구간을 나타낸다. 실선은 사전 확률분포와 현장 계측값을 사용한 우도함수를 조합하여 얻어진 사후 확률분포의 평균값과 95% 신뢰구간을 나타낸다. 베이시안 업데이트 기법의 유용성을 나타내기 위하여 서로 다른 횟수의 계측값을 이용한 사후확률분포를 나타내었다. 3회의 계측값을 획득한 후의 사후확률분포를 그림 5(a), 그림 6(a) 및 그림 7(a)에 각각 나타내었다. 6회의 계측값을 획득한 후의 사후확률분포를 그림 5(b), 그림 6(b) 및 그림 7(b)에 각각 나타내었다. 또한, 마지막으로 9회의 계측값을 획득한 후의 사후확률분포를 그림 5(c), 그림 6(c) 및 그림 7(c)에 각각 나타내었다.

실제 구조물의 계측치가 증가할수록 예측정확도는 증가하며 예측의 신뢰한계구간은 감소하여 구조물의 장기거동을 보다 정확하게 예측할 수 있는 것으로 나타나고 있다. 사전 확률분포의 평균값은 실제의 계측치보다 과소평가된 것으로 나타나고 있으나, 본 연구 기법으로 얻어진 사후 확률분포의 평균값은 계측값에 접근하고 있으며, 계측치의 시간에 따른 경향을 효과적으로 반영하고 있는 것으로 나타나고 있다. 또한 예측치의 사후 확률분포의 변동폭(신뢰구간)은 사전 확률분포의 그것 보다 상당히 좁으며,

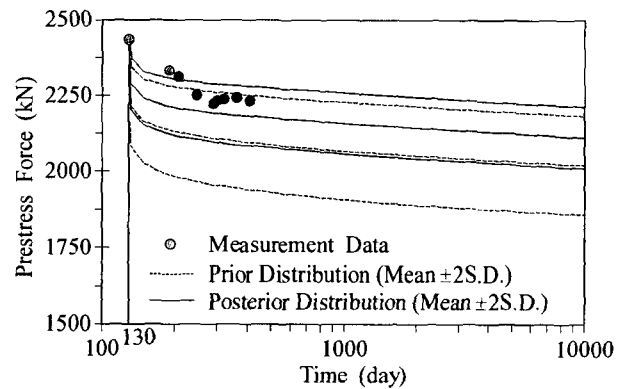
이는 계측치를 통한 장기 예측의 정확성이 상당히 향상되었음을 나타낸다.



(a) Long-term prediction based on three measurement data



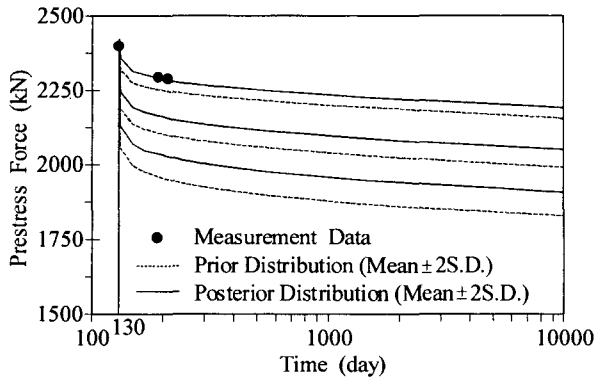
(b) Long-term prediction based on six measurement data



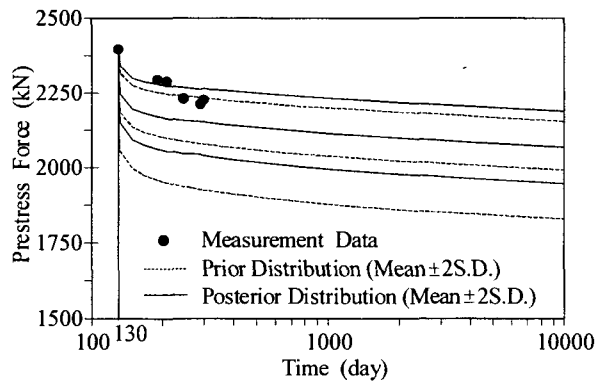
(c) Long-term prediction based on nine measurement data

그림 5 Long-term prediction of prestress force of tendon B1

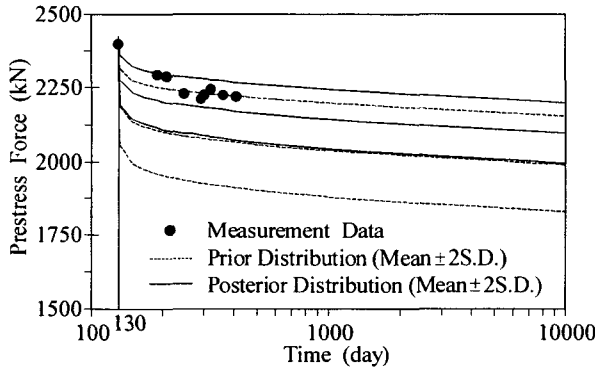
제안기법에 의해 교량의 공용중 유지관리를 위한 한계값을 벗어나는 시간을 더욱 합리적으로 예측할 수 있다. 따라서, 교량의 프리스트레스 값이 한계값을 벗어날 때, 유지관리를 위한 제어조치를 취하는 경우, 본 기법은 효율적으로 활용될 수 있다고 판단된다. 반면에, 한계값의 설정 및 최적의 제어 방법 결정은 본 연구의 연구범위를 벗



(a) Long-term prediction based on three measurement data

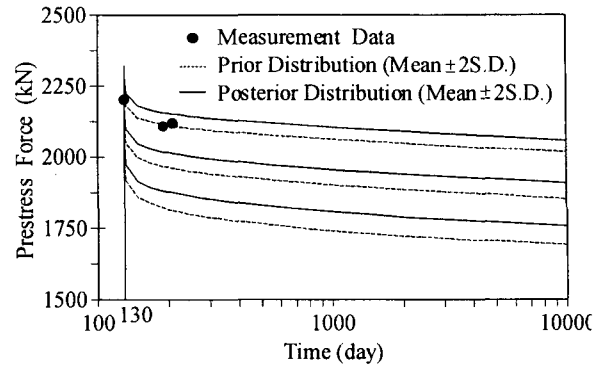


(b) Long-term prediction based on six measurement data

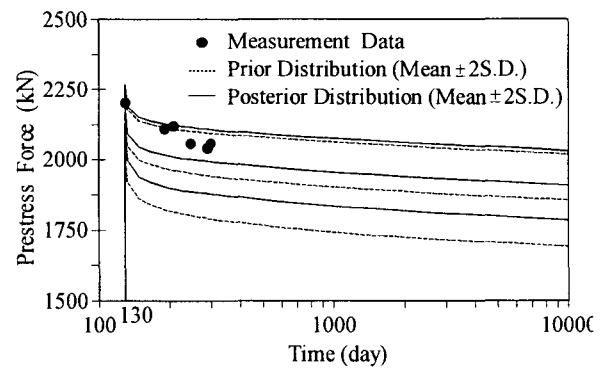


(c) Long-term prediction based on nine measurement data

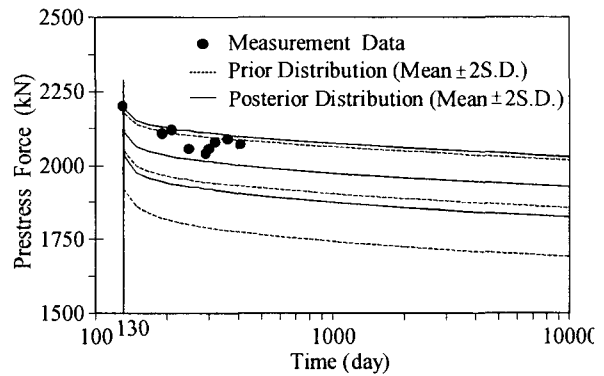
그림 6 Long-term prediction of prestress force of tendon B2



(a) Long-term prediction based on three measurement data



(b) Long-term prediction based on six measurement data



(c) Long-term prediction based on nine measurement data

그림 7 Long-term prediction of prestress force of tendon B3

어난다. 또한, 본 논문에서는 제안 기법을 프리캐스트 세그먼트 교량에 적용하였으나, 추후에는 콘크리트를 현장타설하는 교량 적용 연구도 의미가 있으리라고 사료된다.

6. 결 론

본 논문에서는 프리스트레스트 콘크리트 교량의 프리스트레스 장기 예측의 불확실성을 줄이고 더욱 정확하고 합리적으로 예측하기 위하여 현장에서의 초기 계측치를 사용하는 베이시안 통계 이론을 적용하는 기법을 연구하였

다. 사전 확률분포는 콘크리트의 크리프와 건조수축의 불확실성을 고려하여 나타내었으며, 우도 함수는 현장에서의 계측치로부터 획득한 정보에 근거하여 나타내었다. 장기 거동의 사후 확률분포는 사전 확률분포와 우도 함수를 조합하여 나타내었다. 계측치를 사용한 사후 확률 분포 특성은 샘플링 방법과 조합하여 획득하였다. 이러한 기법은 확률적 구조해석 문제를 크리프와 건조수축 예측식에서의 일련의 확률 변수의 샘플에 대한 일반적인 구조해석 문제로 귀결시켜 해결할 수 있도록 하고 많은 수의 확률변수를 고려할 수 있는 장점이 있다.

본 연구에서 제시된 기법을 실제로 시공중인 PSC 박스 거더 교량에서 시간에 따른 프리스트레스 힘의 장기 예측에 적용하여 수치예제를 해석하였다. 본 연구결과 실제 구조물(교량)의 계측치가 증가할수록 예측정확도는 증가하며 예측의 신뢰한계구간은 감소하여 프리스트레스의 장기 예측을 보다 정확하게 수행할 수 있는 것으로 나타났다. 장기예측의 사후 확률분포의 변동폭은 사전 확률분포의 그것의 약 절반 정도로서 예측 정밀도의 향상을 나타내었다. 따라서, 본 연구에서의 프리스트레스 예측기법은 프리스트레스트 콘크리트 박스 거더 교량의 프리스트레스 힘을 보다 정확하게 예측할 수 있으며, 이들 교량의 효율적이고 안전한 유지관리에 크게 기여할 수 있을 것으로 사료된다.

참 고 문 헌

- Madsen, H. O. and Bazant, Z. P., "Uncertainty analysis of creep and shrinkage effects in concrete structures," *ACI Journal*, Vol. 80, No. 2, 1983, pp. 116~127
- Bazant, Z. P. and Liu, K. L., "Random creep and shrinkage in structures : Sampling," *Journal of Structural Engineering*, ASCE, Vol. 111, No. 5, 1985, pp. 1113~1134
- Li, C. Q. and Melchers, R. E., "Reliability analysis of creep and shrinkage effects," *Journal of Structural Engineering*, ASCE, Vol. 118, No. 9, 1992, pp. 2323~2337
- Bazant, Z. P. and Baweja, S., "Justification and refinement of Model B3 for concrete creep and shrinkage - 1. Statistics and sensitivity," *Materials and structures*, Vol. 28, No. 181, 1995, pp. 415~430
- 곽효경, 손제국, "MSS공법으로 시공되는 교량의 설계 모멘트 결정", 한국전산구조공학회논문집, 제14권, 제3호, 2001, pp. 317~327.
- Zollman, C. C. and Barbaux, S. H., "Rehabilitation of the Boivre Viaduct - A multispan prestressed box girder bridge," *PCI Journal*, Vol. 30, No. 3, 1985, pp. 22~47.
- Massicotte, B., Picard, A., Gaumond, Y. and Ouellet, C., "Strengthening of a long span prestressed segmental box girder bridge," *PCI Journal*, Vol. 39, No. 3, 1994, pp. 52~65
- Steinberg, E. P., "Probabilistic assessment of prestress loss in pretensioned prestressed concrete," *PCI Journal*, Vol. 40, No. 6, 1995, pp. 76~85
- Saiidi, M., Hutchens, E. and Gardella, D., "Bridge prestress losses in dry climate," *Journal of Bridge Engineering*, ASCE, Vol. 3, No. 3, 1998, pp. 111~116.
- Saiidi, M., Shields, J. and O'Connor, D. and Hutchens, E., "Variation of prestress force in a prestressed concrete bridge during the first 30 months," *PCI Journal*, Vol. 41, No. 5, 1996, pp.66-72
- Fu, C. C. and Daye, M., "Statistical prediction of post-tensioning system relaxation based on the in-service surveillance," *Structural Safety*, Vol. 9, 1990, pp. 129~137.
- Chiu, H. S., Chern, J. C. and Chang, K. C., "Long-term deflection control in cantilever prestressed concrete bridges I : Control method," *Journal of Engineering Mechanics*, ASCE, Vol. 122, No. 6, 1996, pp. 489~494.
- ACI 209R-92, "Prediction of creep, shrinkage and temperature effects in concrete structures," *ACI Manual of Concrete Practice*, Part 1, American Concrete Institute, Detroit, 1992
- Reinhardt, H. W., Pat, M. G. M. and Wittman, F. H., "Variability of creep and shrinkage of concrete," *Symposium on Fundamental Research on Creep and Shrinkage of Concrete*, M. Nijhoff, The Hague, 1982, pp. 75~94.
- Oh, B. H. and Yang, I. H., "Sensitivity analysis of time-dependent behavior in PSC box girder bridges," *Journal of Structural Engineering*, ASCE, Vol. 126, No. 2, 2000, pp. 171~179.
- Iman, R. L. and Helton, J. C., "A comparison of uncertainty and sensitivity analysis techniques for computer models," *Report NUREG/CR-3904, SAND84-1461*, Sandia National Laboratories, Albuquerque, 1985
- Geyskens, P., Der Kiureghian, A. and Monteiro, P., "Bayesian prediction of elastic modulus of concrete," *Journal of Structural Engineering*, ASCE, Vol. 124, No. 1, 1998, pp. 89~95
- Enright, M. P. and Frangopol, D. M., "Condition prediction of deteriorating concrete bridges using Bayesian updating," *Journal of Structural Engineering*, ASCE, Vol. 125, No. 10, 1999, pp. 1118~1125
- Singhal, A. and Kiremidjian, S., "Bayesian updating of fragilities with application to RC frames," *Journal of Structural Engineering*, ASCE, Vol. 124, No. 8, 1998, pp. 922~929
- Dallal, G. E. and Wilkinson, L., "An analytic approximation to the distribution of Lilliefors's test statistic for normality," *The American Statistician*, Vol. 40, No. 4, 1986, pp. 294~296.