

적응제어 기법에 의한 로봇제어

함운철 (전북대학교 전자정보공학부)

I. 서론

최근 로봇제어의 추세는 위치제어뿐만 아니라, 작업물체와의 접촉을 통한 힘의 제어를 포함하여, 기존에 비하여 좀 더 어려운 문제에도 도전하고 있다. 특별히 작업환경이나, 작업물의 불확실성에 대하여서도 좀 더 견실하게 제어 할 수 있는 제어 이론을 찾고자 하는 많은 노력이 진행되고 있다. 특별히 로봇의 힘 제어 시에는 작업물의 견고성 성질, 작업경로, 로봇의 자세구조 및 위치 등에 대한 정보도 함께 고려되어야 하기 때문에 대단히 어려운 문제 중에 하나이다. 이는 로봇 시스템 자체의 동특성 파라메타 만을 요구되는 것이 아니라, 피 작업물 자체의 동특성도 함께 고려되어야 하는 어려움이 뒤따른다. 특별히 피 작업물과의 접촉이 있기 전과 있는 후의 전체적인 동특성의 큰 변화는 더욱 더 제어문제를 어렵게 만드는 요인이 된다. 따라서 이와 같은 작업의 큰 변화에 적응 및 대처하기 위하여서는 인공지능이 활용된 상위레벨 제어기 구조가 구현될 필요가 있는 것이다. 예를 들면, 신경망제어이론 또는 퍼지 제어이론을 상위레벨 제어로 구축하여, 시스템의 동적 파라메타에 매우 큰 변화가 있

는 경우는 이들 상위레벨 제어에서 이를 보상하는 방식으로 대처하는 것이 올바른 대처법이 될 수 있는 것이다. 반면, 하위레벨 제어기에서는 적응제어이론과 같은 상위레벨제어와 비교하여 적은 동적 범위를 갖는 파라메타 불확실성에 대비한 견실성 제어를 구축하는 것이 대단히 이상적인 제어기의 설계방법이 될 수 있는 것이다. 본 고에서는 로봇제어기 설계에 있어서, 하위레벨 제어기로 많이 사용되고 있는 적응제어이론에 대하여 1980년대 중반부터 연구되어 왔던 내용들을 간략히 소개를 하기로 하며, 특별히 파라메타의 불확실성에 대한 연구에 초점을 맞추어 보기로 한다. 본 고의 많은 부분은 참고문헌[1]을 참조하였음을 밝혀둔다.

II. 동역학 방정식

로봇의 제어를 위하여서는 먼저 로봇의 동역학에 대하여 어느 정도 지식을 갖고 있어야 한다. 에너지 관점에서 볼 때, 각 관절이 중력장내에서 가장 최적인 방향으로 움직이기 때문에, 로봇 동역학 방정식의 표현식은 최적제어 문제에서 나타나는 해와 같은 형태인 Euler 식으로 표

현된다. 또한 각 관절 부분 부분에 대하여 동역학을 다룰 것이나, 아니면 전체적인 시스템 측면에서 동역학을 다룰 것이냐의 관점에 따라 Newton Euler, Lagrange Euler 방식으로 나누어지며, 이와는 별도의 접근방식으로 Hamilton 방식 등이 있으나, Euler 방식과 그 근본 내용이 대동소이하다. 본인의 경우는, 유도 과정의 개념이 명쾌하고, 비교적 간단한 Lagrange Euler 방식을 선호하고 있다. 일반적인 로봇 동역학 방정식은 다음 식으로 표현된다.

$$M(q)\ddot{q} + C(q, \dot{q})\dot{q} + g(q) = \tau \quad (1)$$

III. 제어기 설계시 주의할 점

여기서는 적용제어를 도입하는 경우에 주의할 점에 대하여 간략히 다루어 보기로 한다.

첫 번째로 주의할 점은 가급적 적은 개수의 파라메타를 이용하여 동적 방정식을 구현하는 것이다. 선형시스템에 있어서도 가장 최소의 파라메타를 갖고 가장 간결하게 표현될 수 있는 방식들, 예를 들면, 가제어성 표준형 상태방정식, 가관측성 표준형 상태방정식 등과 같은 방식들이 사용되듯이, 로봇의 동역학 모델링 식을 찾을 경우에도 가장 적은 수의 파라메타를 갖고, 가장 간결하게 표현될 수 있는 동역학 방정식을 구현하는 것이다. 로봇의 각 관절에 대한 동적 파라메타는 모두 10개이며, 이들 파라메타를 통하여 동적 방정식을 간결하게 표현하는 방식에 대하여서 본인도 연구한 바가 있다. 관심 있는 분들은 참고문헌[2]을 참조하기 바란다. 이러한 면을 간과하여, 일부 논문에서의 경우는 파라메타 개수가 5이면 충분히 표현 가능한 로봇시스템을 6, 7개의 파라메타를 갖고 모델링한 후, 적응

제어를 구현하고 있는 예를 종종 볼 수 있다.

두 번째로 주의할 점은 실제 유도된 동적 모델링 식 가운데, 실제 작동되는 동적방정식의 형태가 포함되어야만 하는 것이다. 예를 들어, 식 (1)로 주어진 비선형 동적방정식의, 비선형 함수를 모델링 할 때 방식 1)과 같은 모델링 식을 탈피하고 방식 2)와 같은 모델링 식이 도입되어야 한다는 것이다. 이러한 동적 모델링 시에 선정되는 Regressor 들은 전체시스템의 안정도는 물론, 과도응답특성, 정상상태응답특성에도 큰 영향을 미치므로, 가급적 로봇의 동특성을 잘 나타낼 수 있는 모델링 식을 찾는 것이 중요하며, 바로 이것이 로봇 동특성에 대한 전문지식이 필요한 이유가 된다.

$$\dot{x} = f(x), \quad f(x) = 1 + 2x + 3x^2 + \epsilon$$

$$\text{방식 1: } \dot{x} = [1 \ x] \begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix}$$

$$\text{방식 2: } \dot{x} = [1 \ x \ x^2] \begin{bmatrix} a \\ b \\ c \end{bmatrix}$$

IV. 로봇 동특성의 성질들

로봇 제어에 있어서, 좀 더 과도응답이나, 정상상태 응답특성이 좋은 제어 이론을 개발하기 위하여서는, 먼저 제어하려는 대상인 로봇의 동특성에 대하여 전문적인 지식을 갖고 있어야 한다. 여기서는 일반적인 강성로봇이 갖고 있는 보편적인 동특성에 대하여 고찰하기로 한다.

성질 1. 관성행렬의 유한성

동특성방정식(1) 가운데, 관성행렬 $M(q)$ 는 대칭이며 강정실한 행렬로써, 어떠한 벡터 $\xi \in \mathbb{R}^n$

에 대하여서도, 양의 값을 갖는 적절한 함수, $\mu_1(q), \mu_2(q)$ 에 대하여, 다음 부등식을 만족한다.

$$\mu_1(q) |\xi| \leq \xi^T M(q) \xi \leq \mu_2(q) |\xi|$$

단, 여기서 $\|\cdot\|$ 는 R^n 상에서의 벡터 노름을 나타내며, 일반적인 로봇인 경우, 함수 $\mu_1(q), \mu_2(q)$ 는 상수 값으로 설정할 수 있다.

성질 2. Skew Symmetric 성질

동적방정식 중에서 코리올리스 항을 나타내는 $C(q, \dot{q})$ 의 표현방식은 무수히 많으며, 적절하게 선택할 경우, 행렬 $W(q, \dot{q}) = \dot{M}(q) - 2C(q, \dot{q})$ 가 Skew Symmetric 한 성질을 갖으며⁶⁾, 이러한 성질은 로봇이 갖고 있는 동특성의 Passivity에 기인한다.

성질 3. Passivity

인간이 만든 모든 기계적 제어시스템이 항상 그러하듯이 로봇의 동특성 상에서도 입력구동 토크 τ 와 관절의 출력 각속도 \dot{q} 사이에 Passivity가 성립된다. 즉, 임의의 양수 β 에 대하여 다음과 같은 부등식이 성립한다.

$$\int_0^T \tau(\lambda) \dot{q}(\lambda) d\lambda \geq -\beta, \quad \forall T > 0$$

성질 4. 선형화 표현

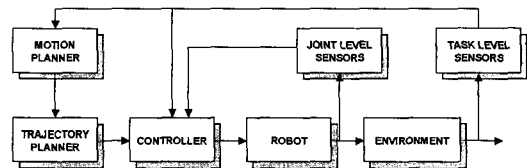
동특성 방정식은 각 관절마다 10개 이내의 파라메타로 구성되는 Inertia 파라메타들에 대하여 선형적으로 표현될 수 있다. 즉, 동적 방정식(1)은 상수벡터 $\theta \in R^p$ 와 Regressor 라 명명된 비선형함수 행렬 $Y(q, \dot{q}, \ddot{q}) \in R^{n \times p}$ 에 대하여 다음과 같이 표현될 수 있다.

$$M(q, \dot{q}) \ddot{q} + C(q, \dot{q}) \dot{q} + g(q) = Y(q, \dot{q}, \ddot{q}) \theta$$

특별히 위의 성질들 가운데, 1980년대 중반에 성질 3과 성질 4가 발표됨에 따라, 로봇에 대한 적응제어이론은 물론, 다른 제어 알고리즘의 안정도 분석에 큰 전기를 마련하게 되었으며, 따라서 1980년도 중반 이후 부터안정도가 완벽하게 증명된 많은 로봇 제어 이론들이 발표되게 되었다.

V. 제어방식들

로봇제어 문제를 접근하는 경우, 다음 그림 1에서 보듯이 대략, Motion Planning, Trajectory Generation, Trajectory Tracking 과 같이 크게 3 단계로 나누어 진행될 수 있다. Motion Planning에서는 작업공간, $SE(3)$,에서의 작업을 위한 기하학적인 경로를 구하는 단계로써, End Effector의 작업구간 내에서의 속도 등과 같은 시간적인 개념이 필요하지 않으며, 다만 작업공간 내에서의 작업시 장애물을 회피할 수 있는 경로를 찾는 등, 작업공간 주변 환경을 고려한 기하학적인 경로를 찾는 단계이다.



〈그림 1〉 로봇제어기의 블록 구성도

Trajectory Generation 단계에서는 앞서 Motion planning 단계에서 구한 경로의 각 구간 구간에서 작업시에 가장 최적인 End-Effector의 움직임 찾는 단계로, 작업공간내의 각 구간 구간에서의 Joint 관절의 시간상의 궤적을 구하거나, 작업공간내의 각 구간 구간에서의 End-Effector

의 $SE(3)$ 상의 시간적 궤적을 구하거나, 또는 End-Effector 의 Orientation 정보, $SO(3)$ 로 부터, 3개의 정보로 추출하고, 여기에 End-Effector 의 공간의 위치 정보를 더한 도합 6개의 정보에 대한 시간적 궤적을 구하는 단계이다. 이 단계에서는 Joint 공간상의 궤적을 구하기 위하여, 기준모델이 적용되기도 하며, 로봇의 Inverse Kinematic 및 Spline Interpolation 등의 기법이 도입되기도 한다. 특별히 이 단계에서 고려할 점은 실제로 로봇의 속도 및 가속도의 값이 유한하다는 점이며, 이 한계값 이내에서 적절하게 구하여진 경로에 대한 각 관절에서의 시간적 궤적이 구해져야 한다. Trajectory Tracking 단계에서는 이전단계에서 찾은 각 관절의 시간적인 궤적을, 구체적으로 추종할 수 있는 각 관절의 제어 기법을 찾는 단계로, 본 논문에서는 이 단계에 대한 기존의 제어기법들 중에서도 적용제어 기법에 대하여 초점을 맞추어 소개하기로 한다. 물론 Trajectory Tracking 단계의 각 관절에 대한 제어기에서는 각위치센서, 각속도센서, 힘/토크센서는 물론, 상위레벨 센서인 컴퓨터 비전, 힘 센서들의 정보도 활용하기도 한다.

VI. Feedback Linearization 방식

로보틱스에서의 비선형 Feedback에 의한 선형화 방식은, 후에 이와 관련한 정형화된 Feedback Linearization 이론이 소개되기 이전부터 "Feedforward Computed Torque"^[4] 라는 이름으로 이미 사용되어 왔다. 로보틱스 연구분야에서는 비선형 Feedback Linearization 방식은 "Inverse Dynamics" 또는 "Computed Torque Method" 로 더욱 더 잘 알려져 있다^[3]. 기본적인 내용의 골자는, Joint 공간상에서나, Task 공간

상에서 로봇 동역학 방정식의 코리올리스 힘/토크, 중력항 등과 같은 비선형적인 항들을 보상함으로써 얻은 선형화된 시스템에 대하여, 기존에 개발된 제어방식을 적용하는 것이다

1. Joint 공간상의 Inverse Dynamics 제어방식

Joint 공간상에서 로봇 동역학방정식은 다음과 같이 표현될 수 있으며,

$$M(q, \dot{q})\ddot{q} + C(q, \dot{q})\dot{q} + g(q) = \tau$$

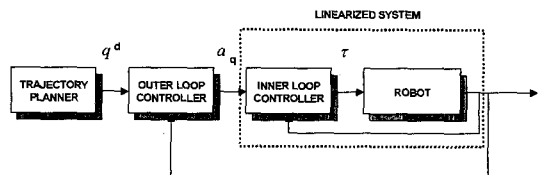
여기에 다음과 같은 Inverse Dynamics 제어방식을 적용한다.

$$\tau = M(q, \dot{q})a_q + C(q, \dot{q})\dot{q} + g(q)$$

물론 여기서 a_q 항에 대하여서는 후에 설계를 하기로 한다. 위와 같은 Inverse Dynamics 제어방식을 사용할 경우, 다음과 같은 식을 얻게 되며, 이는 순수한 선형시스템이 된다.

$$\ddot{q} = a_q$$

편의상 a_q 를 outer loop 제어입력으로, 그리고 실제 로봇의 인가 토크 τ 를 inner loop 제어입력이라고 명명하기로 한다. 다음 그림2는 위에서 명명한 Inner loop 과 outer loop 제어입력 개념을 도식화한 그림이다.



〈그림 2〉 내부/외부 제어기 구조

a_q 로부터 τ 를 만들어 내는 inner loop 제어는 우리가 설계도 하여야 하겠지만, 동적 파라메타 등, 많은 부분이 로봇 동역학방정식에 이미 결정되어 있음을 알 수 있다. 따라서 바로 이러한 사실이 로봇 동역학에 대한 표현식 및 동역학 파라메타 값들에 대한 정확한 사전 지식이 필요한 이유가 된다.

시간축 상에서 2번 미분 가능한, 관절 공간상의 기준궤적 $q^d(t)$ 을 찾아 $a_q = \ddot{q}^d + v$ 로 설정하고, 다음과 같이 각관절의 각위치 오차와 각속도오차를 정의할 하면

$$e(t) = \begin{bmatrix} e_1 \\ e_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} q^d(t) - q(t) \\ \dot{q}^d(t) - \dot{q}(t) \end{bmatrix}$$

다음과 같은 오차방정식을 얻을 수 있다.

$$\dot{e} = Ae + Bv, \quad A = \begin{bmatrix} 0 & I \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 0 \\ I \end{bmatrix}$$

이 경우 v 에 대한 일반적인 선형제어법칙은 다음과 같은 상태방정식으로 표현 가능하며

$$\dot{z} = Fz + Ge, \quad v = Hz + Ke$$

따라서 제어의 문제는 전체적인 시스템의 안정도를 보장하는 행렬 F, G, H, K 를 찾는 문제로 변환된다. 위에서 언급한 내용을 블록도로 표시하면 그림 3과 같다. 단, 여기서 $G(s)$ 와 $C(s)$ 는 다음과 같다.

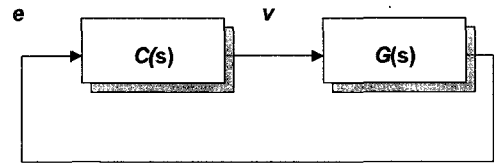
$$G(s) = (sI - A)^{-1}B$$

$$C(s) = H(sI - F)^{-1} + K$$

예를 들어 $F=G=H=0$ 이고, $K=[K_p, K_v]$ 인 경우 다음식이 성립되며,

$$a_q = \ddot{q}^d(t) + v$$

$$= \ddot{q}^d(t) + K_p(q_d - q) + K_v(\dot{q}^d - \dot{q})$$



〈그림 3〉 오차방정식에 대한 블록도

따라서 다음과 같은 오차방정식을 얻는다.

$$\ddot{e} + K_v\dot{e} + K_p e = 0$$

만일 K_p, K_v 를 강정실 대각행렬로 설정하게 되면, 전체시스템의 안정도를 보장하게 되며, 또한 원하고자 하는 임의의 과도상태, 및 정상상태를 같도록 하는 K_p, K_v 의 선택이 가능함을 알 수 있다.

2. 작업공간상의 Inverse Dynamics 제어방식

이 경우의 제어방식에 있어서도, 앞서 관절공간상의 Inverse Dynamics 제어방식에서 다루어진 내용과 같이 inner loop 제어방식은 그대로 기존의 것을 사용하고, 단지 outer loop 제어법칙만을 설계하면 된다. 작업공간상의 End-Effector의 위치 및 자세를 나타내는 6개의 변수로 구성된 벡터를 X 로 나타내기로 하며, 이 때 관절공간상의 벡터 q 와 다음과 같은 관계식을 갖는다

$$\dot{X} = J(q)\dot{q}, \quad \ddot{X} = J(q)\ddot{q} + \dot{J}(q)\dot{q}$$

따라서 각관절에서의 a_q 를 다음과 같이 선택하게 되면

$$a_q = J^{-1}(a_X - \dot{J}\dot{q})$$

작업공간상에서 다음과 같은 식이 성립됨을

알 수 있다.

$$a_q = J^{-1}(a_x - \dot{J}\dot{q})$$

따라서 각관절 공간에서의 방식과 유사하게, 적절한 미분가능한 $X^d(t)$ 를 선택하여 a_x 를 다음과 같이 설정함으로써

$$\begin{aligned} a_x &= \ddot{X}^d(t) + v \\ &= \ddot{X}^d(t) + K_v(X^d - X) + K_p(\dot{X}^d - \dot{X}) \end{aligned}$$

적절한 K_p , K_v 의 설정에 따라 안정도를 보장할 뿐 아니라, 원하는 과도응답특성 및 정상상태 응답특성을 얻을 수 있다. 물론 위의 제어방식이 성립되기 위하여서는, Jacobian 행렬 $J(q)$ 의 역행렬이 존재하여야 하나, 대부분의 로봇 구조에서는 jacobian 행렬이 비정방행렬이기 때문에 당연히 역행렬이 존재하지 않거나, 정방행렬인 경우에도 Singular 라고 명명하는 특이 자세에서는 역행렬이 존재하지 않는 경우가 있다. 특별히 작업공간의 자유도 보다 더 많은 관절을 갖는 로봇의 경우는 당연히 해당되는 Jacobian 행렬이 정방행렬이 아니므로, 역행렬이 존재하지 않으며, 이 경우의 로봇들을 총칭하여 Redundant 로봇이라고 한다. 이러한 Redundant 로봇에 대한 연구의 초점은 Inverse Kinematics 가 무수한 해를 갖는 데 기인하므로, 따라서 무수한 해 가운데서도 적절한 평가함수를 설정하여, 이를 최소화하는 해를 찾는 방식으로 문제를 해결하는 것이다. 이 경우, 평가함수로는 로봇의 위치에너지가 많이 사용되고 있다.

VII. Robust Feedback Realization

로봇 동역학방정식에서 비선형항에 대한 완벽한 보상이 있어야지만 앞 절에서 다른

Feedback Linearization 방식이 성립된다. 그러나 실제 로봇의 제어에 있어서는 모델링오차, 부하에 대한 정보부족, 계산오차등과 같은 여러 가지 불확실한 요인들에 대하여, 사실상 비선형항에 대한 완벽한 보상이 이루어 지기 힘들다. 따라서 실제 경우에는 다음과 같은 제어법칙이 사용되게 된다.

$$\tau = \hat{M}(q)(\ddot{q}^d + v) + \hat{C}(q, \dot{q})\dot{q} + \hat{g}(q) \quad (2)$$

여기서 $(\hat{\cdot})$ 은 (\cdot) 에 대한 사전 추정치나 대표적 값을 의미하며, 일반적으로 로봇 시스템의 동역학에 대한 불확실한 항들로 인하여, 정확한 추정치를 찾는 것은 사실상 불가능하다. 따라서 이들 값에 대한 추정오차 $(\tilde{\cdot}) = (\hat{\cdot}) - (\cdot)$ 은 로봇 시스템에 대한 부정확한 량의 크기를 나타낸다. 위와 같은 제어법칙을 적용할 경우, 다음과 같은 식이 성립됨을 알 수 있다.

$$\ddot{q} = \ddot{q}^d + v + \eta(q, \dot{q}, \ddot{q}, v)$$

단, 여기서 η , E , y 는 다음과 같이 정의된다.

$$\begin{aligned} \eta &= (M^{-1}\hat{M} - I)(\ddot{q}^d + v) + M^{-1}(\tilde{C}\dot{q} + \tilde{g}) \\ &=: Ev + y \end{aligned}$$

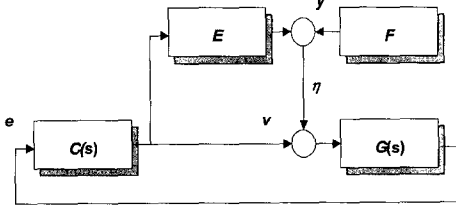
$$E = (M^{-1}\hat{M} - I)$$

$$y = F(e, t) = E\ddot{q}^d + M^{-1}(\tilde{C}\dot{q} + \tilde{g})$$

이 경우, 다음과 같은 오차방정식을 얻을 수 있다. 그림 4는 이 경우에 대한 시스템 블록도를 나타내며, 파라메타의 불확실한 항에 근거한 η 항이 기존 블록도에 추가된 사실에 주목을 하기 바란다.

$$\dot{e} = Ae + B(v + \eta)$$

이러한 파라메타의 불확실성이 내포되어 있는 시스템에 대하여, 전체 안정도를 보장함은 물론,



〈그림 4〉 Robust 오차방정식 블록도

파라메타에 의한 불확실한 항 η 가 시스템의 출력에 가급적 적게 반영이 되는 제어법칙을 찾는 것, 즉, outer loop에서 가장 최적인 전달함수 $C(s)$ 를 찾는 것이 Robust Feedback Realization 제어 방식의 주된 제어 문제인 것이다. 다음은 이 문제에 대하여 기존에 연구되어 왔던 주된 제어 방식들에 대하여 소개를 하겠다.

1. Stable Factorizations

참고문헌 [5][6]에서 처음으로, Stable Factorization 방식이 위에서 소개한 Robust Feedback Linearization 문제에 시도되었으며, 문제의 접근방식 내용 중에서, 소위 Youla-Parameterization 방식이 도입되었다. 물론 이 때는 $\eta = 0$ 이라는 가정하에, 제어방식이 도입되었다. 후에 Small Gain Theorem을 이용하여, $\eta \neq 0$ 인 Perturbed 된 시스템에 대하여서도 안정도를 보장할 수 있는 $C(s)$ 를 찾는 제어방식이 소개되기도 하였다. 이 무렵의 제어문제에서는 한가지 흥미로운 사실이 발견되었는데, 그것은 불확실한 항을 나타내는 η 가 시간이 경과 되어도 0으로 수렴하지 않는다는 점이었으며, 따라서 η 항이 L_2 가 아닌 L_∞ 에 속한다는 사실이었으며, 따라서 L_∞ 안정도를 보장할 수 있는 이론들이 접근

되는 되었는데, 그 중에 대표적인 접근 방식 중에 하나는 η 에 대한 시스템 출력 전달함수의 임펄스 응답에 대한 L_1 노음을 최소화 하는 것이었다. 후에 이것은 L_1 최적제어문제로 정착되었다^[6]. 따라서 이 문제에 대하여 간략히 다루어 보기로 한다. 먼저 불확실한 항 η 이 유한하다는 성질로부터, 다음과 같은 가정을 한다. 즉, $0 < \alpha < 1$ 을 만족하는 α 에 대하여 다음과 같은 부등식이 만족한다고 가정한다

$$|\eta| \leq \alpha|v| + \delta_1|e| + \delta_2|e|^2 + b$$

또한 적당한 e 구간 내에서 다음 조건이 만족되는 δ 가 존재한다고 가정한다.

$$\delta_1|e| + \delta_2|e|^2 \leq \delta|e|$$

이 경우, η 는 다음 부등식을 만족함을 알 수 있다.

$$|\eta| \leq \alpha|v| + \delta|e| + b$$

비록 위와 같은 가정들로 인하여, 초기 파라메타의 설정에 대한 정확성이 요구된다는 다소 구속력이 주어졌다고는 하나, δ 의 값을 크게 설정할 경우에는, 사실상 위의 구속력이 다소 완화될 수 있음을 알 수 있다. 그림 4를 통하여, 다음과 같은 식이 성립된다.

$$e = G(I - CG)^{-1}\eta =: P_1\eta$$

$$v = CG(I - CG)^{-1}\eta =: P_2\eta$$

따라서 $(I - CG)^{-1}$ 이 안정하다면, 다음과 같이 정의된 적절한 양의 상수 β_1, β_2 에 대하여, 다음과 같은 부등식이 성립된다.

$$|e| \leq \beta_1|\eta|, \quad |v| \leq \beta_2|\eta|$$

$$\beta_i = \sup_{x \in L_\infty^N} \frac{|P_i x|_\infty}{|x|_\infty}$$

이 경우, 다음과 같은 부등식이 유도된다.

$$|\eta| \leq (\alpha\beta_2 + \delta\beta_1)|\eta| + b$$

따라서 다음과 같은 부등식이 만족한다고 가정하면

$$(\alpha\beta_2 + \delta\beta_1) < 1 \quad (3)$$

제어기에 나타나는 모든 신호들이 다음과 같이 표현되는 유한한 L_∞ 노음을 갖는 것을 알 수 있다.

$$|\eta|_\infty \leq \frac{b}{1 - (\alpha\beta_2 + \delta\beta_1)}$$

$$|e|_\infty \leq \frac{\beta_1 b}{1 - (\alpha\beta_2 + \delta\beta_1)}$$

$$|v|_\infty \leq \frac{\beta_2 b}{1 - (\alpha\beta_2 + \delta\beta_1)}$$

따라서 부등식(3)이 만족되도록 $C(s)$ 를 설계하는 것이, 이 제어방식의 골자인 것이다. 참고 문헌[6]에서는 β_1 을 0, β_2 를 1에 가깝게 보내도록 $C(s)$ 를 설계하는 기법에 대하여 다루고 있다.

2. Lyapunov 방식

Robust 제어 방식은 두 번째 접근 방식으로는, Lyapunov의 두 번째 방식에 근거한 일명 Corless-Leitmann 방식^[9]이 있다. 이 방식에서는 Outer Loop 제어방식에 대하여 비선형 보상방식이 아닌, 상태방정식을 이용한 궤환방식을 사용하여 접근하고 있다.

앞 절에서 소개한 제어법칙과 동일하게 a_q 를 다음과 같이 설정할 경우,

$$a_q = \ddot{q}^d(t) + K_p(\dot{q}^d - \dot{q}) + K_d(\dot{q}^d - \dot{q}) + \delta a$$

다음과 같은 오차방정식을 얻게 된다

$$\dot{e} = Ae + B(\delta a + \eta)$$

$$A = \begin{bmatrix} 0 & I \\ -K_p & -K_v \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 0 \\ I \end{bmatrix}$$

따라서 K_p, K_v 를 적절하게 설정하여, 전체 시스템을 안정화 시키고, 또한 불확실한 항 η 의 효과를 완화시킬 수 있는, 다시 말하면, e 의 크기를 유한하게 만드는, δa 를 찾는 것이 이 접근방식의 골자이다. 이 문제를 해결하기 위하여 다음과 같은 부등식을 만족하는 $\rho(e, t)$ 함수가 존재한다고 가정을 한다.

$$|\eta| \leq \rho(e, t)$$

이 경우, 불확실한 항 η 에 대하여 다음 식들이 성립됨을 알 수 있다.

$$\eta = Ea_q + M^{-1}(\tilde{C}\dot{q} + \tilde{g})$$

$$= E\delta a + e(\ddot{q}^d - K_p e - K_v \dot{e}) + M^{-1}(\tilde{C}\dot{q} + \tilde{g})$$

이 경우 다음식이 만족된다

$$|\eta| \leq \alpha|\delta a| + \gamma_1|e| + \gamma_2|e|^2 + \gamma_3$$

후에 반드시 체크를 하여야 하겠지만, 우선 지금 $|\delta a| \leq \rho(e, t)$ 를 만족한다고 한다. 그러면 다음과 같은 부등식이 성립됨을 알 수 있으며,

$$|\eta| \leq \alpha\rho(e, t) + \gamma_1|e| + \gamma_2|e|^2 + \gamma_3$$

$$=: \rho(e, t)$$

따라서 $\rho(e, t)$ 를 다음과 같이 정의할 수 있다.

$$\rho(e, t) = \frac{1}{1-\alpha}(\gamma_1|e| + \gamma_2|e|^2 + \gamma_3)$$

앞에서 K_p, K_v 를 행렬 A 가 안정한 행렬이 되도록 선택하였기 때문에, 임의의 행렬 $Q > 0$ 에 대하여 다음과 같은 부등식을 만족하는 행렬 $P > 0$ 을 얻을 수 있다.

$$A^T P + PA = -Q$$

따라서 위에서 얻은 행렬 P 를 이용하여, 다음과 같은 δa 와 관한 제어법칙을 도입한다

$$\delta a = \begin{cases} -\rho(e, t) \frac{B^T P e}{|B^T P e|}, & \text{if } |B^T P e| \neq 0 \\ 0, & \text{if } |B^T P e| = 0 \end{cases}$$

이 경우, 시스템에 대한 Lyapunov 함수 $V=e^T p e$ 로 설정할 경우, 다음식이 성립되며, 따라서 e 가 0으로 수렴된다.

$$\begin{aligned} \dot{V} &= -e^T Q e + 2E^T P B(\delta a + \eta) \\ &\leq -e^T Q e - |w|(\rho - |\eta|) < 0 \end{aligned}$$

단, 여기서 $w=B^T P e$ 이다.

VIII. Adaptive Feedback Linearization

로봇 동역학 방정식이 동적 파라메타에 대하여 선형적 표현이 가능하다는 사실이 알려진 1980년대 중반부터, 로봇제어에 대한 적응제어 문제에서 전역 안정성을 보장하는 이론들이 발표되기 시작하였다. 이 무렵의 초기 논문들은 대부분 Inverse Dynamics 방식에 기초를 두고 제안이 되었으며, 여기서 이에 대한 이론을 소개하도록 한다.

앞 절 식(2)에서 다른 제어법칙을 도입하기로 한다. 단, 여기서 a_q 를 다음과 같이 설정하기로 한다.

$$a_q = \ddot{q}^d + K_d(\dot{q}^d - \dot{q}) + K_p(q^d - q)$$

이 경우, 로봇 동역학의 선형적 표현방식을 도입하면, 다음과 같은 오차방정식을 얻을 수 있다.

$$\ddot{e} + K_d \dot{e} + K_p e = \widehat{M}^{-1} Y(q, \dot{q}, \ddot{q}) \tilde{\theta}$$

여기서 Y 를 Regressor 함수라 명명을 하며, $\tilde{\theta} = \hat{\theta} - \theta$ 로 여기서 $\hat{\theta}$ 는 θ 의 추정치를 의미한다. 이 경우 오차방정식은 다음과 같이 상태방정식으로 재 표현이 가능하다.

$$\begin{aligned} \dot{e} &= Ae + B\tilde{\theta} \\ A &= \begin{bmatrix} 0 & I \\ -K_p & -K_v \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 0 \\ I \end{bmatrix} \\ \Phi &= \widehat{M}^{-1} Y(q, \dot{q}, \ddot{q}) \end{aligned}$$

K_p, K_v 를 행렬 A 가 안정한 행렬이 되도록 하여, 임의의 행렬 $Q > 0$ 에 대하여 다음과 같은 부등식을 만족하는 행렬 $P > 0$ 을 얻는다.

$$A^T P + PA = -Q$$

임의의 행렬 $\Gamma > 0$ 을 설정하고, 또한 위에서 얻은 행렬 P 를 이용하여, 다음과 같은 파라메타 추정법칙을 도입한다.

$$\dot{\hat{\theta}} = -\Gamma^{-1} \Phi^T B^T P e$$

이 경우, 다음과 같은 Lyapunov 함수 V 를 통하여, 전체시스템이 안정화됨을 증명할 수 있다.

$$V = e^T P e + \frac{1}{2} \tilde{\theta}^T \Gamma \tilde{\theta}$$

즉, 이 경우 θ 가 상수인 조건하에서, 다음과 같은 식이 성립되며

$$\dot{V} = -e^T Q e + \tilde{\theta}^T (\Phi^T B^T P e + \Gamma \dot{\tilde{\theta}})$$

따라서 위에서 제안한 파라메타 추정방식을 사용할 경우

$$\dot{V} = -e^T Q e \leq 0$$

가 되어 추종오차 e 가 0으로 수렴함을 알 수 있다. 그러나 위의 방식에서는 파라메타의 추정값이 실제 참값에 수렴하는 것은 보장하지 못한다. 그러나 만일 기준궤적 파형 \dot{q}^d 가 모든 임의

의 초기시각 t_0 , 임의의 시간 T 에 대하여, 다음과 같은 Persistency Excitation 조건을 만족한다면,

$$\alpha I \leq \int_{t_0}^{t_0+T} Y^T(q^d, \dot{q}^d, \ddot{q}^d) Y(q^d, \dot{q}^d, \ddot{q}^d) dt \leq \beta I$$

파라메타의 추정치도 자신의 참값에 수렴하게 된다. 이 방식에서의 결점은 \ddot{q} 의 정보를 활용해야만 한다는 점이다. 다음 절에서 이를 보완한 제어법칙에 대하여 소개를 한다.

IX. Passivity Based Robust Control

로봇 동역학이 갖고 있는 Passivity 성질을 이용하여, 강인성을 갖는 적용제어 법칙을 찾으려는 연구가 일부 학자들 사이에서 진행되었으며, 여기서는 Feedback realization 접근 방식에서와는 전혀 다른, 다음과 같은 inner loop 제어방식을 채택하였다.

$$\tau = \hat{M}(q)a + \hat{C}(q, \dot{q})v + \hat{g} - Kr$$

여기서 v, a, r 은 다음과 같이 정의되어 있다

$$v = \dot{q}^d - \Lambda e, a = \ddot{q}^d - \Lambda \dot{q}$$

$$r = \dot{q}^d - v = \dot{e} + \Lambda e$$

따라서 파라메타 선형화를 이용할 경우, 위에서 제안된 inner loop 제어방식은 다음과 같이 표현될 수 있다

$$\tau = Y(q, \dot{q}, a, v)\hat{\theta} - Kr$$

위의 Inner loop 제어법칙을 적용할 경우, 다음 식이 성립됨을 알 수 있다.

$$M(q)\dot{r} + C(q, \dot{q})r + Kr = Y\hat{\theta}$$

따라서 이 경우는, 앞에서 소개한 Inverse

Dynamics와는 전혀 다른 형태의 식이나, 중요한 점은 regressor Y 에 \ddot{q} 가 포함되어 있지 않은 점이다. 바로 이점이 Inverse Dynamics 방식에 비교하여 우수한 점이 될 수 있는 것이다.

1. Robust 제어방식

다음과 같이 파라메타 추정치 $\hat{\theta}$ 를 다음과 같이 표현하기로 한다. 단, 여기서 θ_0 는 파라메타에 대한 평균적인 상수 수치값을 의미한다.

$$\hat{\theta} = \theta_0 + u$$

이 경우, 다음식이 성립한다

$$\begin{aligned} M(q)\dot{r} + C(q, \dot{q})r + Kr \\ = Y(a, v, q, \dot{q})(\tilde{\theta} + u) \end{aligned}$$

여기서 $\tilde{\theta} = \theta_0 - \theta$ 로, 이 값은 실제 파라메타의 불확실한 크기를 나타내는 상수 벡터이다. 만일 파라메타에 대한 불확실 정도가 유한하다면, 임의의 양수 ρ 에 대하여 다음 부등식이 성립된다.

$$|\tilde{\theta}| = |\theta_0 - \theta| \leq \rho$$

따라서 u 에 대하여, 다음과 같은 제어법칙을 도입할 경우, 전체시스템이 안정하게 됨을 증명하기로 한다.

$$u = \begin{cases} -\rho \frac{Y^T r}{|Y^T r|}, & \text{if } |Y^T r| > \epsilon \\ 0, & \text{if } |Y^T r| \leq \epsilon \end{cases}$$

다음과 같은 Lyapunov 함수 V 를 정의한다.

$$V = \frac{1}{2} r^T M(q)r + e^T \Lambda K e$$

이 경우, 다음 식이 성립한다.

$$\begin{aligned}\dot{V} &= r^T \dot{M}r + \frac{1}{2}r^T \dot{M}r + 2e^T \Lambda K e \\ &= -r^T K r + 2e^T \Lambda K \dot{e} \\ &\quad + \frac{1}{2}r^T (\dot{M} - C)r + r^T Y(\tilde{\theta} + u)\end{aligned}$$

또한, 로봇 동역학에서 항상 성립되는 passivity 성질인 $\dot{M} - 2C$ 가 Skew Symmetric 이다는 성질을 이용하면, 위 식은 다음과 같이 표현될 수 있다.

$$\dot{V} = -e^T \Lambda K e - \dot{e}^T K \dot{e} + r^T Y(\tilde{\theta} + u)$$

따라서 위에서 u 에 대하여 제안한 제어법칙을 적용할 경우, $\dot{V} < 0$ 임을 알 수 있으며, 따라서 전체적인 시스템이 안정하게 된다.

2. Passive Based 적응제어

적응제어에 있어서는 앞서 Passivity Based Robust 제어에서 제안한 Inner loop를 그대로 적용함으로써, 다음과 같은 식은 여전히 성립된다.

$$M(q)\dot{r} + C(q, \dot{q})r + Kr = Y\hat{\theta}$$

다만, 파라메타 추정치 $\hat{\theta}$ 를 θ_0 와 u 로 나누어 구현하지 않고, θ 자체를 추정하는 법칙을 제안한다. 즉, 다음과 같은 파라메타 추정방식을 도입함으로써, 전체적인 안정도를 보장하고 있다.

$$\dot{\hat{\theta}} = -\Gamma^{-1}Y^T(q, \dot{q}, a, v)r$$

이에 대한 안정도 증명은 다음과 같다. 먼저 다음과 같은 Lyapunov 함수 V 를 정의한다.

$$V = \frac{1}{2}r^T M(q)r + e^T \Lambda K e + \frac{1}{2}\tilde{\theta}^T \Gamma \tilde{\theta}$$

이 경우, 다음식이 성립하며, 따라서 전체적인 시스템이 안정함을 알 수 있다.

$$\dot{V} = -e^T \Lambda K e - \dot{e}^T K \dot{e} + \tilde{\theta}^T (\Gamma \dot{\tilde{\theta}} + Y^T r)$$

X. 결론

이상에서 우리는 여러 가지 제어이론분야 중에서, 적응제어이론이 로봇제어에 어떠한 이유로 도입되었으며, 어떠한 제어 구조를 갖고 접근되었는지에 대하여 살펴보았다. 또한 전체적인 안정도를 보장하는 여러 가지 방식들 중에서, 크게 두 가지 접근방식에 대하여 고찰하여 보았다. 비선형보상을 이용한 방식이 그 하나이며, 다른 하나는 인간이 만든 모든 기계적인 시스템이 그러하듯이, 로봇 자체의 동역학이 갖고 있는 Passivity를 활용한 방식이 나머지 하나이다. 물론 이론적으로 로봇의 동역학을 자세히 서술하고, 이에 근거한 제어이론을 도입하는 것이 가장 올바른 제어이론을 추구하는 방식이라고는 단정할 수는 없지만, 로봇동역학에 대한 자세한 이해, 또는 지식(예를 들면 Passivity 성질 등)이 결여된 상태에서는 좋은 제어방식을 찾는 것은 불가능한 일이거나, 적어도 무모한 일이라고 사료된다. 종종 이러한 지식이 없는 상태에서, 퍼지, 신경망, 인공지능 제어를 이용하여 제어하려는 무모한 경우를 종종 보게 된다. 물론 이들 제어이론들도 나름대로의 이론적 장점을 갖고 있음은 사실이나, 무엇보다도, 제어를 하려는 대상에 대한 전문적인 지식을 토대로 한 제어이론이야 말로, 업그레이드가 가능한, 현실성을 갖는 제어가 될 수 있는 것이다. 따라서 로봇제어에 관하여 연구하고자 하는 사람은 제어이론을 로봇에 도입하기 이전에, 로봇에 대한 동역학에 먼저 정통하여야 한다. 여기서는 소개를 하지 않았지만, 특별히 유연성로봇의 경우는 비위상 특

성과 같은 특이한 동역학 특성을 갖고 있음에 유념하여야 하며, 따라서, 기존의 최소위상제어이론을 도입하려는 발상은 대단히 위험한 결과를 초래할 수도 있다. 본 연구는 전북대학교 메카트로닉스 연구센터 및 전북대학교 교수해외연구지원에 의하여 수행되었음을 밝힌다.

참고문헌

- [1] Spong, M.W., "Motion Control of Robot Manipulators," in Handbook of Control, CRC Press, W. Levine, editor, 1996.
- [2] Woonchul Ham, "Adaptive control based on explicit model of robot manipulator," , IEEE Trans. Automatic Control, Vol. AC-38, no.4, 1993.
- [3] Spong, M.W., and Vidyasagar, M., Robot Dynamics and Control, John Wiley Sons, Inc., New York, 1989.
- [4] Paul, R.C., "Modeling, Trajectory Calculation, and Servoing of a Computer Controlled Arm," Stanford A.I. Lab, Stanford, CA, 1972.
- [5] Spong, M.W., and Vidyasagar, M., "Robust Nonlinear Control of Robot Manipulators", Proceedings of the 24th IEEE Conference on Decision and Control, 1985.
- [6] Spong, M.W., and Vidyasagar, M., "Robust Linear Compensator Design for Nonlinear Robotic Control," IEEE J. of Robotics and Automation, vol. RA-3, 1987.
- [7] Dahleh, M.A., and Pearson, J.B., " -Optimal Compensators for Continuous-Time Systems," IEEE Trans. Automatic Control, Vol. AC-32, 1987.
- [8] Vidyasagar, M., "Optimal Rejection of Persistent Bounded Disturbances," IEEE Trans. Automatic Control, Vol. AC-31, 1986.
- [9] CoreLess, M., and Leitmann, G., "Continuous State Feedback Guaranteeing Uniform Ultimate

Boundedness for Uncertain Dynamic Systems," IEEE Trans. Automatic Control, Vol. 26, 1981.

저자소개



함운철

1979년 서울대학교 전자공학과 공학사
 1979년-1980년 금성사 중앙연구소 연구원
 1982년 서울대학교 전자공학과 공학석사
 1988년 서울대학교 전자공학과 공학박사
 1982년-현재 전북대학교 전자정보공학부 교수
 주관심분야 로봇제어, 비선형제어, 컴퓨터 하드웨어 인터페이스, 디바이스 드라이버