

# 다중 기준틀을 사용한 회전 구조물의 진동해석

## Vibration Analysis of Rotating Structures Employing Multi-reference Frames

김 정 민\*\* · 유 흥 회†

Jung Min Kim and Hong Hee Yoo

(2004년 6월 11일 접수 : 2004년 8월 17일 심사완료)

**Key Words** : Reference Frame(기준틀), Rotating Structures(회전 구조물), Finite Element Method(유한요소법), Geometric Stiffening Effect(기하학적 강성효과), Dynamic Equilibrium(동적 평형), Velocity Transformation Matrix(속도변환행렬), Natural Frequency(고유진동수)

### ABSTRACT

In this paper, a modeling method for the vibration analysis of rotating structures employing multi-reference frames is presented. The geometric stiffening effect that results from centrifugal inertia force is considered. In most previous studies single reference frame has been employed for the analysis. In the present study, a modeling method employing multi-reference frames is presented, and the effects of employing multi-reference frames on the analysis accuracy are investigated through solving numerical examples.

### 기 호 설 명

- $\mathbf{A}^i$  : 기준틀의 자세행렬
- $\mathbf{N}^i$  : 구조물의 모드행렬
- $\omega$  : 고유진동수
- $\Omega_s$  : 정상상태 회전각속도
- $\mathbf{q}_i^f$  : 구조물의 모드좌표
- $\mathbf{R}^i$  : 기준틀 원점의 위치벡터
- $\theta^i$  : 기준틀의 자세
- $\mathbf{u}_i^f$  : 구조물의 절점 탄성변위
- $( )^i$  : 번째 기준틀이나 구조물의 성량

### 1. 서 론

최근 인공위성 등 우주구조물에 대한 해석 및 설계의 필요성이 점점하면서 대변위 강제운동을 하는 구

구조물의 동적 해석에 관한 연구가 활발히 전개되고 있다. 그것은 어떤 구조물들의 경우는 실험을 통한 동적 특성 검증이 매우 제한적으로 이루어질 수밖에 없으며, 그 대상이 초 고가라는 점에 기인하고 있다. 예를 들어 인공위성은 회전 운동과 같은 강제운동을 하는데 이 때 인공위성에 부착된 부 구조물도 강제운동을 하게 되어 이러한 구조물의 동적 반응을 정확히 파악할 필요가 발생한다. 구조물의 탄성변형 예측을 위한 모델링은 현재에도 고전적 선형 모델링<sup>(1, 5, 6)</sup> 가장 널리 쓰이고 있다. 이 모델링은 간명하며 시스템 자유도를 현격히 줄일 수 있다는 장점이 있다. 그러나 이 방법은 구조물이 회전운동과 같은 강제운동을 할 때에 발생하는 강성변화 현상을 모델링에 반영할 수 없다는 단점을 가지고 있다. 따라서 강제운동과 관련된 고전적 선형 모델링의 문제점을 극복하기 위한 여러 가지 모델링 방법들이<sup>(3, 4)</sup> 등장하였다. 그런데 이 방법들에서는 단일 기준틀을 사용하여서 진동특성을 구하는데 이와 같이 단일 기준틀을 사용하는 경우 단순한 형태의 구조물을 위한 진동 해석에는 정확도가 유지될 수 있으나 형상이 다양해질수록 해석 정확도에 문제가 발생하게 된다.

† 책임저자 : 정회원, 한양대학교 공과대학 기계공학부  
E-mail : hhyoo@hanyang.ac.kr  
Tel : (02) 2290-0446, Fax : (02) 2293-5070  
\* 정회원, 한양대학교 대학원 기계설계학과

본 연구에서는 위에서 언급한 모델링 방법의 문제점을 극복하기 위해서 회전운동을 하는 복합 구조물의 강성변화효과를 효과적으로 정확히 고려하기 위해 다중 기준틀을 사용하는 모델링 방법을<sup>(7,9)</sup> 제시했으며 기준틀이 해석결과의 정확도에 미치는 영향을 조사하였다. 제안된 방법은 우선 복잡성을 갖는 일반 구조물의 모델링을 위해 유한요소법을 기반으로 하는 모델링방법을<sup>(2,8)</sup> 채택하였다. 이때 구조물을 집중질량 모델로서 이산화 하는데 이것은 후에 운동방정식과 진동방정식의 유도를 간명하게 하는 동시에 상용의 유한요소프로그램을 통해 쉽게 얻을 수 있는 질량행렬과 강성행렬을 이용해 강제운동을 하는 탄성 구조물의 동적해석 및 진동해석을 가능케 한다. 이산화된 구조물의 질량 및 강성 행렬로 구성된 고유치 문제의 모드행렬을 이용하여 탄성변위를 근사화하며 구조물의 회전에 의한 강성변화는 축방향 힘이 굽힘 변형에 미치는 효과에 의해 나타나므로 모델링에 이 효과를 고려하였다. 이 연구에서는 해석방법에 대한 설명의 간명성을 위해 평면운동을 하는 이중 보 구조물을 해석 대상으로 선정하였다.

## 2. 진동해석 모델링

### 2.1 운동 에너지

Fig. 1은 관성기준틀  $X_1 - X_2$ 에서 관찰한 기준틀  $\bar{X}_1^i - \bar{X}_2^i$ 를 갖는 강제 및 탄성변형 운동을 하는 구조물  $i$ 에 속한 임의의 절점  $j$ 의 변형 전후 모습을 나타내고 있다. 여기서  $\mathbf{R}^i$ 는 구조물  $i$ 에 부착된 기준틀 원점의 위치를 나타내고  $\bar{\mathbf{u}}_{jj}^i$ 는 기준틀  $\bar{X}_1^i - \bar{X}_2^i$ 에서

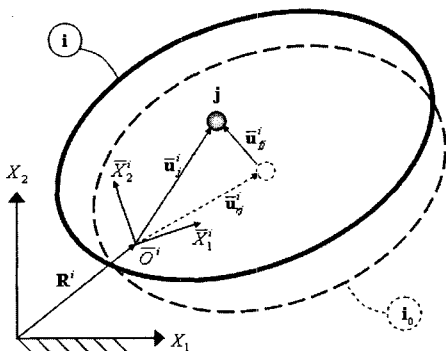


Fig. 1 Configuration of a structure undergoing rigid body motion and elastic deformation

측정한 절점  $j$ 의 변형 전 위치,  $\bar{\mathbf{u}}_j^i$ 는 변형 후의 위치, 그리고  $\bar{\mathbf{u}}_{jj}^i$ 는 탄성변형을 나타낸다. 임의의 절점의 위치벡터는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\mathbf{r}_j^i = \mathbf{R}^i + \mathbf{A}^i \bar{\mathbf{u}}_j^i = \mathbf{R}^i + \mathbf{A}^i (\bar{\mathbf{u}}_{jj}^i + \bar{\mathbf{u}}_{ff}^i) \quad (1)$$

여기서  $\mathbf{A}^i$ 는 기준틀  $\bar{X}_1^i - \bar{X}_2^i$ 의 관성기준틀에 대한 자세 행렬이다. 구조물  $i$ 의 모든 절점 탄성변위  $\bar{\mathbf{u}}_j^i$ 는 모드 행렬을 이용하여 다음과 같이 근사화 할 수 있다.

$$\bar{\mathbf{u}}_j^i = \mathbf{N}^i \mathbf{q}_f^i \quad (2)$$

여기서  $\mathbf{N}^i$ 는 모드행렬의 낮은 고유진동수에 해당하는 모드 벡터들로 구성된 축소모드행렬이며  $\mathbf{q}_f^i$ 는 모드 좌표를 나타낸다. 식 (2)를 이용하여 절점  $j$ 의 탄성변위  $\bar{\mathbf{u}}_{jj}^i$ 는 다음과 같이 표현된다.

$$\bar{\mathbf{u}}_{jj}^i = \mathbf{N}_{jj}^i \mathbf{q}_f^i \quad (3)$$

여기서  $\mathbf{N}_{jj}^i$ 는 절점  $j$ 와 관련된 축소모드행렬의 부분 행렬이다. 식 (1)과 (3)을 사용하고 위치를 시간에 대해 미분하면 속도는 다음 같이 표현된다.

$$\dot{\mathbf{r}}_j^i = \dot{\mathbf{R}}^i + \mathbf{B}_j^i \dot{\theta}^i + \mathbf{A}^i \mathbf{N}_{jj}^i \dot{\mathbf{q}}_f^i \quad (4)$$

여기서

$$\mathbf{B}_j^i \equiv \mathbf{A}_\theta^i \bar{\mathbf{u}}_j^i \quad (5)$$

여기서  $\theta^i$ 는 기준틀  $\bar{X}_1^i - \bar{X}_2^i$ 의 관성기준틀에 대한 자세를 나타내며,  $\mathbf{A}_\theta^i$ 는  $\mathbf{A}^i$ 의  $\theta^i$ 에 대한 편미분을 나타낸다. 절점  $j$ 의 질량을  $m_j^i$ 라 하고 탄성 구조물  $i$ 가  $NG^i$ 개의 절점으로 구성되어 있다면 식 (4)를 이용하여서 탄성 구조물  $i$ 의 운동에너지는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$T^i = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} \dot{\mathbf{R}}^i \\ \dot{\theta}^i \\ \dot{\mathbf{q}}_f^i \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} \mathbf{M}_{rr} & \mathbf{M}_{r\theta} & \mathbf{M}_{rf} \\ & \mathbf{M}_{\theta\theta} & \mathbf{M}_{\theta f} \\ \text{symmetric} & & \mathbf{M}_{ff} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\mathbf{R}}^i \\ \dot{\theta}^i \\ \dot{\mathbf{q}}_f^i \end{bmatrix} = \frac{1}{2} \dot{\mathbf{q}}^{i,T} \mathbf{M}^i \dot{\mathbf{q}}^i \quad (6)$$

식 (6) 식에서 정의된 기호는 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \mathbf{M}_{rr}^i &= \sum_{j=1}^{NG^i} m_j^i \mathbf{I} & \mathbf{M}_{r\theta}^i &= \sum_{j=1}^{NG^i} m_j^i \mathbf{B}_j^i \\ \mathbf{M}_{rf}^i &= \sum_{j=1}^{NG^i} m_j^i \mathbf{A}^i \mathbf{N}_j^i & \mathbf{M}_{\theta\theta}^i &= \sum_{j=1}^{NG^i} m_j^i \mathbf{B}_j^{iT} \mathbf{B}_j^i \\ \mathbf{M}_{\theta f}^i &= \sum_{j=1}^{NG^i} m_j^i \mathbf{B}_j^{iT} \mathbf{A}^i \mathbf{N}_j^i & \mathbf{M}_{ff}^i &= \sum_{j=1}^{NG^i} m_j^i \mathbf{N}_j^i \mathbf{N}_j^{iT} \end{aligned} \quad (7)$$

$$\mathbf{q}^i = [\mathbf{R}^T \quad \theta \quad \mathbf{q}_f^T]^T \quad (8)$$

### 2.2 탄성 에너지

구조물  $i$ 의 탄성에너지는 탄성변형과 관련되므로 유한요소법에서와 동일하게 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$U^i = \frac{1}{2} \bar{\mathbf{u}}_f^i T \bar{\mathbf{K}}^i \bar{\mathbf{u}}_f^i \quad (9)$$

여기서  $\bar{\mathbf{K}}^i$ 는 유한요소법에서 구한 강성행렬을 나타낸다. 따라서 식 (2)와 (9)를 이용하면 탄성에너지는 다음과 같이 표현된다.

$$U^i = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} \mathbf{R} \\ \theta \\ \mathbf{q}_f \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \mathbf{K}_{ff} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{R} \\ \theta \\ \mathbf{q}_f \end{bmatrix} = \frac{1}{2} \mathbf{q}^{iT} \mathbf{K}^i \mathbf{q}^i \quad (10)$$

여기서  $\mathbf{K}_{ff}^i$ 는 다음같이 정의되는 대각 행렬이다.

$$\mathbf{K}_{ff}^i = \mathbf{N}^{iT} \bar{\mathbf{K}}^i \mathbf{N}^i \quad (11)$$

### 2.3 기하학적 비선형성에 의한 일반력

보 요소로 구성된 시스템의 강제 운동에 의한 강성 변화 효과를 고려하기 위해서는 보 요소의 축력이 굽힘변형에 미치는 영향을 고려해야 한다. 이러한 영향에 의한 가상 일은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\delta W_g^i = - \left[ \sum_{k=1}^{NE^i} \int_{\Omega_k} P_k \left( \frac{\partial v_k}{\partial x} \right) \delta \left( \frac{\partial v_k}{\partial x} \right) dx \right]^i = (\mathbf{Q}_g^i)^T \delta \mathbf{q}_f^i \quad (12)$$

여기서  $NE^i$ 는 구조물  $i$ 의 보 요소 개수를  $P_k$ 는  $k$ 번

째 요소에 작용하는 축력을  $v_k^i$ 는 처짐 양을 각각 나타내며,  $(\mathbf{Q}_g^i)_f$ 는 모드 좌표와 관련된 기하학적 비선형성에 의한 일반력을 나타낸다. 보 요소의 형상함수, 변환행렬  $\mathbf{C}_k^i$ 와 Boolean 행렬  $\mathbf{L}_k^i$ , 모드행렬  $\mathbf{N}^i$ 을 이용하고 재료 구성방정식을 이용하면 기하학적 비선형성에 의한 일반력은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$(\mathbf{Q}_g^i)_f = -\mathbf{K}_G^i \mathbf{q}_f^i \quad (13)$$

여기서  $\mathbf{K}_G^i$ 는 기하강성행렬이며 다음과 같다.

$$\mathbf{K}_G^i \equiv \left[ \sum_{k=1}^{NE} \left( \frac{E_k a_k}{l_k^2} \mathbf{H}_{k,41} \mathbf{q}_f \right) \mathbf{H}_k^T \mathbf{G}_k \mathbf{H}_k \right]^i \quad (14)$$

식 (14)에서  $E_k$ 는 탄성계수,  $a_k$ 는 단면적,  $l_k$ 는 보 요소의 길이를 나타내며  $\mathbf{H}_k^i$ 와  $\mathbf{G}_k^i$ 는 다음과 같이 정의된다.

$$\mathbf{H}_k^i = (\mathbf{C}_k \mathbf{L}_k \mathbf{N})^i \quad (15)$$

$$\mathbf{G}_k^i = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 6 & l & 0 & -6 & l \\ 5 & 10 & 0 & -5 & 10 \\ & \frac{2l^2}{15} & 0 & -\frac{l}{10} & -\frac{l^2}{30} \\ & & 0 & 0 & 0 \\ \text{symmetric} & & & \frac{6}{5} & -\frac{l}{10} \\ & & & & \frac{2l^2}{15} \end{bmatrix}_k \quad (16)$$

또한, 축력  $P_k^i$ 는 재료 구성방정식에 의하여 탄성계수와 단면적, 인장변형률의 곱으로 표현된다.

여기서 인장변형률을 구하기 위해 필요한  $\mathbf{H}_{k,41}^i$ 은  $\mathbf{H}_k^i$ 의 4번째 행에서 1번째 행을 뺀 행벡터이다. 따라서 구조물  $i$ 의 기하학적 비선형성에 의한 일반력은 다음과 같다.

$$\mathbf{Q}_g^i = [\mathbf{0}, 0, (\mathbf{Q}_g^i)_f^T]^T \quad (17)$$

### 2.4 운동 방정식

앞 절에서 구해진 운동에너지 및 탄성에너지와 기하학적 비선형성에 의한 일반력을 이용하면  $nb$ 개의 구조물들로 이루어진 시스템의 운동방정식은 다음과 같

이 나타낼 수 있다.

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{q}} + \Phi_{\mathbf{q}}^T \boldsymbol{\lambda} = -\mathbf{K}\mathbf{q} + \mathbf{Q}_v + \mathbf{Q}_g \quad (18)$$

식 (18)에서  $\mathbf{M}$ 은 질량행렬로서 기준틀의 자세를 나타내는 좌표와 모드좌표의 함수이고  $\mathbf{K}$ 는 강성행렬을 나타내며 다음과 같이 표현된다.

$$\mathbf{M} = \text{diag}(\mathbf{M}^1, \dots, \mathbf{M}^{nb}) \quad (19)$$

$$\mathbf{K} = \text{diag}(\mathbf{K}^1, \dots, \mathbf{K}^{nb}) \quad (20)$$

또한  $\mathbf{q}$ 는 시스템의 일반좌표이며,  $\Phi_{\mathbf{q}}$ 와  $\boldsymbol{\lambda}$ 는 구속조건식의 자코비안 행렬과 구속조건에 의해 발생하는 반력을 나타내는 라그랑지 승수 벡터를 각각 나타낸다. 또한  $\mathbf{Q}_v$ 는 구심 및 코리올리 가속도에 의한 일반력을 나타내며 다음과 같다.

$$\mathbf{Q}_v = [\mathbf{Q}_v^1, \dots, \mathbf{Q}_v^{nb}]^T \quad (21)$$

여기서  $\mathbf{Q}_v^i$ 는 다음과 같이 정의 된다.

$$\mathbf{Q}_v^i = -\dot{\mathbf{M}}^i \dot{\mathbf{q}}^i + \frac{1}{2} \left[ \frac{\partial}{\partial \dot{\mathbf{q}}^i} (\dot{\mathbf{q}}^{iT} \mathbf{M}^i \dot{\mathbf{q}}^i) \right]^T \quad (22)$$

시스템의 기하학적 비선형에 의한 일반력  $\mathbf{Q}_g$ 는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\mathbf{Q}_g = [\mathbf{Q}_g^1, \dots, \mathbf{Q}_g^{nb}]^T \quad (23)$$

### 2.5 진동 방정식

회전운동을 하는 시스템의 진동해석을 위해서는 먼저 동적 평형상태 위치를 구한 후 이 위치에서 운동방정식을 선형화한다. 다음은 선형화된 운동방정식으로부터 질량행렬과 강성행렬을 구성하여 진동해석을 수행한다. 식 (18)은 독립좌표와 종속좌표로 표현되는데 독립좌표는 동적 평형상태에서 일정한 값을 가지며 종속좌표는 시간에 따라 변화하는 값이다. 따라서 동적 평형상태 위치를 구하기 위해서는 식 (18)을 독립좌표만으로 표현해야 하며 이 연구에서는 이를 위해 순환공식(recursive formulation)을 사용하였다. 먼저 일반좌표는 다음과 같이 분할할 수 있다.

$$\mathbf{q} = [\mathbf{q}_d^T \quad \mathbf{q}_i^T]^T \quad (24)$$

여기서  $\mathbf{q}_d$ 는 종속좌표를  $\mathbf{q}_i$ 는 독립좌표를 각각 나타낸다. 순환공식을 이용하면 일반좌표의 가속도는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\ddot{\mathbf{q}} = \mathbf{B}_i \ddot{\mathbf{q}}_i + \boldsymbol{\gamma}_i \quad (25)$$

여기에서  $\mathbf{B}_i$ 는 속도변환행렬이며  $\boldsymbol{\gamma}_i$ 는 독립좌표의 속도의 이차 항으로 구성된 벡터이다.

식 (25)을 식 (18)에 적용하고  $\mathbf{B}_i^T$ 를 전적하고  $\mathbf{B}_i$ 가 구속조건식의 자코비안 행렬의 널 공간(null space)인 성질을 이용하면 운동방정식은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\mathbf{B}_i^T \mathbf{M} \mathbf{B}_i \ddot{\mathbf{q}}_i + \mathbf{B}_i^T (\mathbf{M} \boldsymbol{\gamma}_i - \mathbf{Q}) = \mathbf{0} \quad (26)$$

여기서

$$\mathbf{Q} = -\mathbf{K}\mathbf{q} + \mathbf{Q}_v + \mathbf{Q}_g \quad (27)$$

식 (26)에서  $\dot{\mathbf{q}}_i = \ddot{\mathbf{q}}_i = \mathbf{0}$ 을 고려하면 동적 평형 방정식을 얻을 수 있는데 이는 일반적으로 비선형 방정식이므로 Newton-Raphson 방법을 이용하여 동적 평형 상태의 위치를 결정한다. 이 위치에서 운동방정식을 선형화하면 다음과 같이 질량행렬과 강성행렬을 얻을 수 있다.

$$\mathbf{M}^* = \mathbf{B}_i^T \mathbf{M} \mathbf{B}_i \Big|_{\mathbf{q}_i = \mathbf{q}_i^*} \quad (31)$$

$$\mathbf{K}^* = \left[ \frac{\partial}{\partial \mathbf{q}_i} (\mathbf{B}_i^T \mathbf{M} \boldsymbol{\gamma}_i - \mathbf{B}_i^T \mathbf{Q}) \right]_{\mathbf{q}_i = \mathbf{q}_i^*} \quad (32)$$

여기서  $\mathbf{q}_i^*$ 는 구해진 동적 평형상태의 독립좌표를 나타낸다. 따라서 진동방정식은 다음과 같다.

$$\mathbf{M}^* \delta \ddot{\mathbf{q}}_i + \mathbf{K}^* \delta \mathbf{q}_i = \mathbf{0} \quad (33)$$

### 3. 수치해석 및 결과

앞서 유도된 진동방정식을 사용하여 수치해석을 수행하였다. Fig. 2는 수치해석에 사용된 일정각속도

$\Omega$ 로 회전하는 이중 보를 나타낸다. 이중 보의 수학적 모델은 참고문헌 (8)을 참조하고 2.3절에 소개된 기하학적 강성변화를 고려하여 유도될 수 있다.

Table 1은 해석에 사용된 보의 제원을 나타내고 있으며 수치해석 시 모두 32개의 보 요소를 사용하였다.

### 3.1 동적 평형상태

진동 해석을 수행하기 전에 격인각  $\beta$ 가  $90^\circ$ 인 경우에 대해 단일 기준틀과 다중 기준틀(8개)을 사용하여 자유단의 동적 평형위치를 구하고 비교하였다. 이는 고유진동수 해석 시 어떤 방법이 더 정확한 결과를 줄 것인지를 미리 알아보기 위한 것이다. 이를 위해 상용유한요소 프로그램인 ANSYS에서 완전한 비

선형 해석이 가능한 평면 보요소를 사용하여 동적 평형 상태의 변형 형상을 먼저 구한 후 그 결과에 단일 기준틀을 사용한 경우의 결과와 다중 기준틀을 사용한 경우의 결과를 비교하였다. Fig.3과 Fig.4는 첫 번째 보 기준 틀에 대해 측정된 회전각속도 변화에 따른 자유단(P)의  $\bar{X}_1^1$ 과  $\bar{X}_2^1$  방향 변위를 각각 나타내고 있다. Fig. 3, 4에서 다중 기준틀을 사용한 경우가 단일 기준틀을 사용한 경우보다 훨씬 더 ANSYS를 이용한 완전 비선형 해석결과와 근접한 것을 알 수 있다. 그런데 진동 해석은 이 동적 평형위치에 대해 선형화된 방정식을 이용하여 수행되므로 진동 해석의 결과도 당연히 다중 기준틀을 사용한 경우가 단일 기준틀을 사용한 경우보다 정확할 것이라는 것을 예측할 수 있다.

Table 1 Properties of the beam

$E$ (N/m <sup>2</sup> )	$\rho$ (kg/m)	$I$ (m <sup>4</sup> )	$A$ (m <sup>2</sup> )	$l^1$ (m)	$l^2$ (m)
$7 \times 10^{10}$	1.2	$7 \times 10^{-7}$	$4 \times 10^{-4}$	5	5

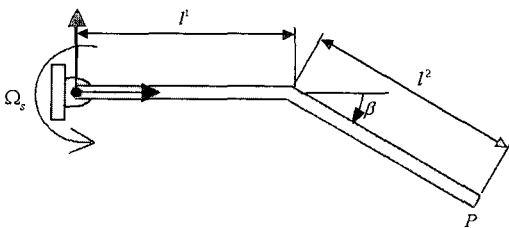


Fig. 2 Configuration of rotating multi-beam

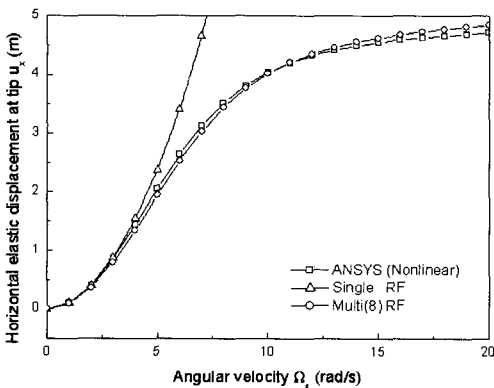


Fig. 3 Comparison of horizontal displacement at free end ( $\beta = 90^\circ$ )

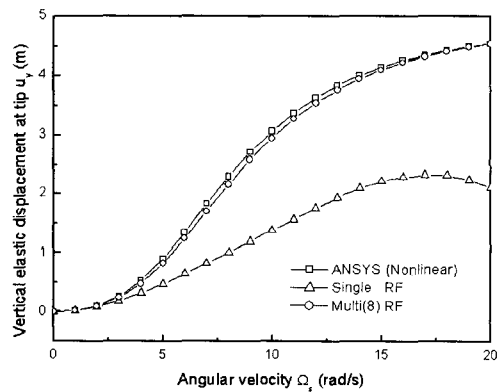


Fig. 4 Comparison of vertical displacement at free end ( $\beta = 90^\circ$ )

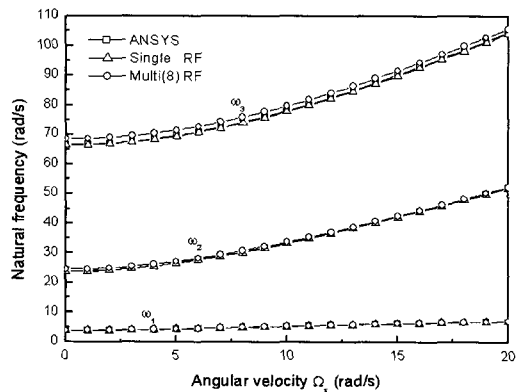


Fig. 5 Lowest three natural frequency variations versus angular velocity ( $\beta = 0^\circ$ )

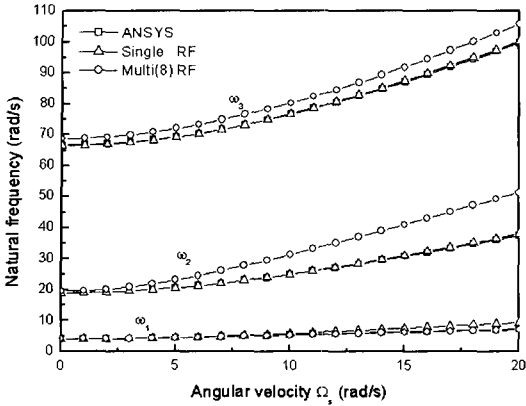


Fig. 6 Lowest three natural frequency variations versus angular velocity ( $\beta = 45^\circ$ )

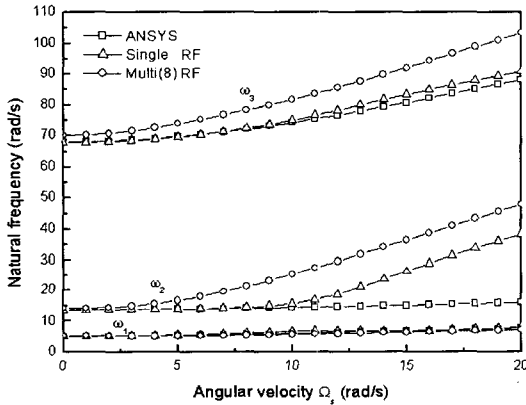


Fig. 7 Lowest three natural frequency variations versus angular velocity ( $\beta = 90^\circ$ )

### 3.2 고유 진동수

Fig. 5~7은 각인각  $\beta$ 가  $0^\circ$ ,  $45^\circ$ ,  $90^\circ$ 일 때의 회전 각속도 변화에 따른 고유진동수 변화를 보여준다. 여기서 ANSYS에서 동적 평형위치를 구하기 위해 사용된 비선형요소를 사용해서는 진동해석을 수행할 수 없으므로 선형 보요소를 사용하여 진동해석을 수행하였다.  $\beta$ 가  $0^\circ$ 일 때는 ANSYS, 단일 기준틀, 다중 기준틀(8개)을 사용한 방법의 결과 모두 거의 일치하나  $\beta$ 값이 커질수록 그리고 회전각속도가 증가할수록 ANSYS를 이용한 결과와 단일 기준틀을 사용한 결과는 다중 기준틀을 사용한 결과와 더 큰 차이를 나타내고 있다.

## 4. 결 론

이 연구에서는 기존 모델링 방법의 단점들을 극복하기 위하여 복잡한 형상을 가진 보 구조물의 강체운동에 의한 강성변화효과를 고려할 수 있는 다중 기준틀을 사용한 모델링 방법을 제시하였다. 단일 기준틀과 다중 기준틀을 사용한 동적 평형상태 비교를 통해 기준틀의 선정이 진동해석 결과에 미치는 영향을 조사하였으며 그 결과 구조시스템의 편심도와 회전속도가 증가할수록 다중 기준틀을 사용하는 방법이 단일 기준틀을 사용한 방법에 비해 더 정확한 진동해석 결과를 나타냄을 규명하였다. 또한 제시된 모델링 방법은 상용프로그램에 사용되는 회전 구조물을 위한 진동 해석 결과보다도 훨씬 정확한 결과를 제공할 수 있다는 사실을 보여주었다.

## 후 기

이 연구는 한국과학재단 지정 한양대학교 최적 설계 신기술 연구센터의 연구비 지원으로 수행되었습니다.

## 참 고 문 헌

- (1) Ho, J., 1977, Direct Path Method for Flexible Multibody Spacecraft Dynamics, Journal of Spacecraft and Rockets, Vol. 14, pp. 102~110.
- (2) Christensen, E. and Lee, S., 1986, Nonlinear Finite Element Modeling of the Dynamics of Unrestrained Flexible Structures, Computer and Structures, 23, pp. 819~829.
- (3) Kane, T., Ryan, R. and Banerjee, A., 1987, Dynamics of Cantilever Beam Attached to a Moving Base, Journal of Guidance, Control, and Dynamics, 10, pp. 139~151.
- (4) Yoo, H. H., Ryan, S. R. R. and Scott, R. A., 1995, Dynamics of Flexible Beams Undergoing Overall Motions, Journal of Sound and Vibration, 181(2), pp.261~278.
- (5) Shabana, A. A., 1986, Dynamics of Inertia

Variant Flexible Systems Using Experimentally Identified Parameters, *Journal of Mechanism, Transmissions, and Automation in Design*, Vol. 108, pp. 358~366.

(6) Shabana, A. A. and Wehage, R. A., 1982, Variable Degree of Freedom Component Mode Analysis of Inertia Variant Flexible Mechanical Systems, *Journal of Mechanical Design*, No. 82-DET-93, pp. 1~8.

(7) Park, E. M. and Yoo, H. H., 1997, Dynamic

Analysis of Multi-Beam Structures Considering Stiffening Effects Induced By Large Overall Rigid Body Motion, *Korean Society for Aeronautical and Space Science*, Vol. 26, No. 2, pp. 40~46.

(8) Shabana, A. A., 1988, *Dynamics of Multibody Systems*, John Wiley & Sons.

(9) Choi, D. H., and Park, J. H. and Yoo, H. H., 2003, Modal Analysis

of Constrained Multibody Systems Undergoing Rotational Motion, *Journal of Sound and Vibration*.