

공동 작업하는 다중 로봇 시스템의 동적 조작도

Dynamic Manipulability for Cooperating Multiple Robot Systems

이 지 홍*, 심 형 원

(Ji-Hong Lee and Hyung-Won Shim)

Abstract : In this paper, both dynamic constraints and kinematic constraints are considered for the analysis of manipulability of robotic systems comprised of multiple cooperating arms. Given bounds on the torques of each joint actuator for every robot, the purpose of this study is to derive the bounds of task-space acceleration of object carried by the system. Bounds on each joint torque, described as a polytope, is transformed to the task-space acceleration through matrices related with robot dynamics, robot kinematics, object dynamics, grasp conditions, and contact conditions. A series of mathematical manipulations including the procedure calculating minimum infinite-norm solution of linear equation is applied to get the reachable acceleration bounds from given actuator dynamic constrains. Several examples including two robot systems as well as three robot system are shown with the assumptions of complete-constraint contact model(or 'very soft contact') and insufficient or proper degree of freedom robot.

Keywords : manipulability, multiple robots, workspace analysis, contact conditions, dynamic constraints

I. 서론

인간이나 동물의 동작에서 볼 수 있듯이 복잡하고 정밀한 작업을 수행하기 위해서는 하나의 팔 보다는 두 팔을, 하나의 손가락 보다는 여러 손가락을 사용하는 것이 유리하다. 산업 공정에서도 이러한 복잡한 작업을 수행하려면 하나의 로봇 보다는 여러 대의 로봇이 협조 작업하는 것이 효율적이다. 현재 우리는 자동차 시뮬레이터나 항공기 시뮬레이터와 같이 실제 상황 같은 승차감을 재현하기 위해 여러 대의 간단한 로봇을 사용한 것이나, 복잡한 지형을 걷기 위해 바퀴 대신 여러 개의 다리 달린 로봇, 그리고 복잡한 형상의 물건을 쥐기 위해 단순한 그리퍼가 아닌 여러 개의 손가락을 가진 로봇 등이 그 예라 할 수 있다. 이러한 여러 대 로봇이 서로 연계되어 작업하는 시스템의 기술적인 내용은 여러 대의 로봇이 하나의 물건을 잡고 운반 등의 작업을 수행할 때 발생하는 상황[1, 2, 3]이나 여러 개의 다리로 바닥을 지지하여 걷거나 뛰는 상황[4, 5, 6, 7] 등에 대해 이루어지고 있다.

이 분야의 대표적인 연구로는 여러 대 로봇이 하나의 물체를 잡고 있는 경우, 로봇의 각 관절의 회전 속도가 제한되어 있는 경우 로봇이 물체를 운반할 수 있는 속도 범위를 해석한 기구학적 조작도 해석[3]과 각 관절의 회전 토크가 제한되어 있을 때 물체에 가할 수 있는 힘의 범위를 해석한 정역학적(Kineto-static) 조작도 해석[6, 8]에 대한 연구들이 있다. 이러한 연구들은 조작도 해석이라는 분야로 분류되는데 다중 로봇 분야 중에서 로봇 조작도 해석이란 로봇의 관절을 구동하는 모터 등의 액츄에이터에 주어진 운동 능력(회전 속도, 회전 토크 등)을 로봇이 물체를 지지하고 있는 여러 방법에 따라 로봇 손끝의 운동 능력(속도, 가속도 등)으로 변환시

켜 그 결과를 분석하는 연구 내용을 총칭한다. 현재까지 여러 대 로봇의 조작도 해석에 대한 연구는 기구학적 방법에 의해 로봇 각 관절의 회전 속도가 물체의 운동 속도로 변환되는 수학적인 방법($\dot{\theta} \rightarrow \dot{u}$)[1, 2, 3]이 정립되어 있으며, 각 관절의 회전 토크들을 물체에 가해지는 힘으로 변환한 연구 결과($\tau \rightarrow f$)[6, 8]까지 제시되어 있다. 한편 로봇 제어에 필수적인 동역학적 해석($\tau \rightarrow \ddot{u}$)은 로봇의 움직임에 관여하는 기구학적 제약 조건들, 동역학적 제약 조건들, 접촉 조건, 내부 힘, 접촉 마찰 등의 여러 가지 요소들이 모두 고려되어야 하는 복잡한 문제로서 현재까지 완성된 일반적으로 적용할 수 있는 수학적 모델이 발표되고 있지 않다.

이런 이유로 본 논문에서는 접촉 조건과 내부 힘에 관한 제한된 조건 하에서 회전 관절로만 구성된 하나의 물체를 잡고 있는 여러 대 로봇의 관절에 일정한 범위의 회전 토크를 주었을 때 로봇의 동역학적, 기구학적 특성에 따라 로봇 팔 끝이 잡고 있는 물체가 움직일 수 있는 최대 허용 가속도의 범위를 구하는 수학적인 모델을 유도하고 그 해를 구하는 것($\tau \rightarrow \ddot{u}$)을 목표로 한다.

이 논문은 총체적으로 제약 조건을 가한 $\|r\|_2$ 대신 각 관절의 능력을 제한하는 $\|r\|_\infty$ 을 사용한 Lee[3]의 기구학적 조작도 해석 중 선형 변환된 기구학적식을 minimum l_∞ -norm 해 [9]를 이용하여 물체를 움직일 수 있는 속도 영역을 다면체 꼴로 구한 점에 착안하여, 물체의 가속도와 로봇의 관절 토크에 대한 선형 방정식을 유도하고 minimum l_∞ -norm 해 방법을 적용하여 허용 가속도 범위를 구하는 일련을 과정을 기술한다.

이 조작도 문제를 수학적으로 좀 더 명확히 해결하기 위해 본 논문에서는 로봇 팔 끝이 물체를 완전히 구속한 형태를 가진 로봇 시스템에 대해 다루고 있으며, 로봇의 자유도가 물체의 자유도와 같은 경우와 로봇 자유도가 물체의 자유도보다 부족한 경우로 나누어 식을 유도하였다. 유도된 수식의

* 책임저자(Corresponding Author)

논문접수 : 2003. 10. 2., 채택확정 : 2004. 7. 1.

이지홍, 심형원 : 충남대학교 메카트로닉스 공학과

(jihong@cnu.ac.kr/s_shw@cnu.ac.kr)

※ 본 논문은 한국과학재단 지역대학우수과학자지원사업(과제 : R05-2003-000-10215-0)의 지원하에 이루어졌음.

타당성을 입증하기 위해 각 자유도의 경우마다 결과 예측이 가능한 형태에 대해 시뮬레이션을 하고 결과를 분석해 보았다. 이후 논문의 구성은 II장에서 선형 방정식으로 주어진 일반적인 형태의 변환 영역 해석 방법을 소개하고 III장과 IV장에서 물체와 로봇의 독립된 동역학식으로부터 결합된 동역학식을 유도하고 V장에서 적합, 부족, 여유 자유도 경우의 가속도 범위를 구하는 일련의 과정을 기술하며 VI장에서는 적용된 예제를 설명한다.

II. 작업 공간 해석 기법

협조 작업하는 여러 대 로봇에 의해 한 물체가 지지되고 있을 때 이 물체의 움직임을 기술할 수 있는 가속도 공간을 해석하는 수학적 도구인 [9]의 내용을 간단히 정리하면 다음과 같다.

다음과 같이 선형 방정식이 주어졌을 때

$$Ax = b \quad (A \in R^{m \times n}, x \in R^n, b \in R^m) \quad (1)$$

b 를 다음과 같이 제약하면

$$b_i^{\min} \leq b_i \leq b_i^{\max}, \quad i = 1, \dots, m \quad (2)$$

x 의 범위가 n 차원에서 주어지는데 그 영역을 구하는 수학적 도구이다. 이 점에 착안하여 본 논문에서는 물체의 가속도 다각형을 구하는데 응용하였다. 이 방법을 간단히 요약하면 다음과 같다. 먼저 선형변환과정을 거쳐 (2)의 문제를

$$-1 \leq b_i \leq 1 \quad i = 1, 2, \dots, m \quad (3)$$

로 간단화시킨 뒤, slack variable을 도입하여 이 부등식을 등식으로 변환시킨다.

$$Bz = d \quad (4)$$

$$B = \begin{bmatrix} A & E_{(2m \times 2m)} \\ -A & \end{bmatrix} \in R^{2m \times (n+2m)},$$

단,

$$z = \begin{bmatrix} x \\ \sigma \end{bmatrix} \in R^{n+2m}, \quad d = \begin{bmatrix} 1 \\ \vdots \\ 1 \end{bmatrix} \in R^{2m}$$

위 식의 $E_{(2m \times 2m)}$ 은 $2m \times 2m$ 단위행렬이고, σ 는 $2m$ 차원의 slack variable 벡터이다. 여기서 B 의 처음 열부터 n 열까지, 즉 $\begin{bmatrix} A \\ -A \end{bmatrix}$ 과 단위행렬 $E_{(2m \times 2m)}$ 중 중복되지 않게 $2m - n$ 개의 열을 선택하여 만든 정방 행렬을 B_k 라 하면, 다음과 같은 방정식을 얻을 수 있다.

$$B_k \tilde{z} = d, \quad k = 1, \dots, \binom{2m}{n} \quad (5)$$

단, $\tilde{z} = \begin{bmatrix} x_k \\ \tilde{\sigma}_k \end{bmatrix}, \quad (0 \leq \tilde{\sigma}_k^T, \quad k = 1, \dots, 2m - n)$

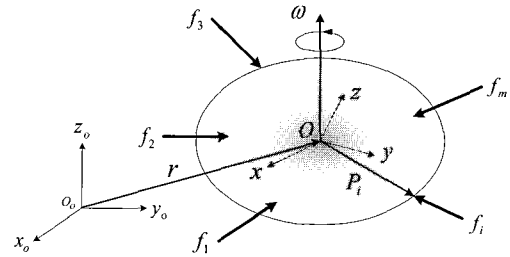


그림 1. 협조 작업하는 로봇 시스템에서 물체의 역학적 모델.
Fig. 1. Mechanical model of coordinative manipulation of a rigid object by robotic mechanisms.

여기서 $\tilde{\sigma}_k$ 는 단위행렬 $E_{(2m \times 2m)}$ 중 선택된 $2m - n$ 개의 열에 대응되는 slack variable 벡터 σ 의 요소들로 이루어진 벡터이다. B_k 가 정방 행렬이므로 위 식은 다음과 같이 전개할 수 있다.

$$\tilde{z} = \begin{bmatrix} x_k \\ \tilde{\sigma}_k \end{bmatrix} = (B_k)^{-1} d \quad (6)$$

위 식으로부터 역행렬이 존재하는 B_k 를 이용하여 구한 \tilde{z} 중, slack variable 내에 음이 아닌 요소를 가지는 x 들만이 x 영역의 꼭지점 후보해가 되며, 본 논문에서는 이 해들로부터 convex hull을 통하여 조각도 다각형을 형성한다.

III. 기본 동역학식

1. 물체 동역학식

여러 대의 로봇이 그림 1과 같이 하나의 물체를 잡고 있다고 하고, 물체 중심의 가속도를 나타내는 변수를 다음과 같이 정의하였다.

$$\ddot{u} = [\ddot{r}^T \quad \ddot{\omega}^T]^T \in R^d \quad (7)$$

여기서 \ddot{u} 은 공간 상에서의 물체 중심의 가속도를, $\ddot{r}^T \in R^s$ 는 물체 중심의 직선 가속도를, $\ddot{\omega}^T \in R^p$ 는 회전 가속도를 나타낸다(단, 3차원의 경우는 $d = 6, s = p = 3$ 이고, 2차원 평면상에서의 경우는 $d = 3, s = 2, p = 1$ 이다).

하나의 물체가 어떤 방향으로도 미끄러짐 없이 로봇 팔 끝에 완전히 구속되어 있는 형태를 갖는 시스템의 경우 즉, m 대의 각 로봇이 손끝이 잡고 있는 물체에 모든 방향으로 힘과 모멘트를 전달할 수 있다(로봇과 물체의 접촉 조건으로 firm grip 또는 complete-contact model이라고 명명되어진다[2])고 가정하면, 물체에 가해지는 힘($f_o \in R^s$)과 모멘트($n_o \in R^p$)는 다음과 같이 표시할 수 있다.

$$f_o = \sum_{i=1}^m f_i + m_o g \quad (8)$$

$$n_o = \sum_{i=1}^m (n_i + p_i \times f_i) \quad (9)$$

위 식에서 $f_i \in R^s$ 는 i 번째 로봇이 이 물체에 가하는 힘이고, $n_i \in R^p$ 는 모멘트이다. $m_o \in R^{s \times s}$ 는 물체의 질량이고, $g \in R^s$ 는 물체에 작용하는 중력가속도이다. 그리고 $p_i \in R^{s \times s}$ 는 물체 중심에서 i 로봇 손끝의 물체 접촉점까지의 위치 벡터이다.

이 물체의 움직임을 기술하는 동역학식은

$$I_o \ddot{u} + Q_o = Q \tag{10}$$

이 되며, $Q = [f_o \ n_o]^T \in R^d$ 는 물체 중심에 가해지는 힘과 모멘트이다. 여기서 $I_o \in R^{d \times d}$ 는 물체의 관성항으로

$$I_o = \begin{bmatrix} m_o E_s & 0 \\ 0 & I E_p \end{bmatrix} \tag{11}$$

와 같이 표현되며, I 는 물체의 관성 모멘텀을, E_s 는 $S \times S$ 단위행렬을, E_p 는 $p \times p$ 단위행렬을 나타낸다. $Q_o \in R^d$ 는 중력 및 회전 속도에 관련된 항으로 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$Q_o = [-m_o g^T \ [\omega \times (I \omega)]^T]^T \tag{12}$$

이 안의 기호 중에서 ω 는 물체 중심의 회전속도를 의미한다.

2. 로봇 동역학식

협조 작업하는 m 대의 로봇 중 i 번째 로봇의 동역학식을 다음과 같이 정의한다.

$$\tau_i = M_i \ddot{q}_i + J_i^T F_i + V_i \in R^s \quad (i = 1, 2, \dots, m) \tag{13}$$

여기서 M_i 는 로봇 i 의 관성항이고, \ddot{q}_i 는 관절 각가속도를 나타내며, $J_i \in R^{d \times N_i}$ (N_i 는 로봇 i 의 관절 개수)는 Jacobian 행렬이며, V_i 는 전향력, 원심력, 중력항의 조합으로 이루어진다. 그리고 F_i 는 로봇이 손끝으로 물체에 가하고 있는 힘으로 다음과 같이 나타낸다.

$$F_i = \begin{bmatrix} f_i^T & n_i^T \end{bmatrix}^T \tag{14}$$

모든 로봇의 경우를 한꺼번에 행렬식으로 표현하면 다음과 같고 이 식이 다음절의 수식 전개에 기본이 된다.

$$\begin{bmatrix} \tau_1 \\ \tau_2 \\ \vdots \\ \tau_m \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} M_1 & \dots & \dots & 0 \\ 0 & M_2 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & M_m \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{q}_1 \\ \ddot{q}_2 \\ \vdots \\ \ddot{q}_m \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} J_1^T & \dots & \dots & 0 \\ 0 & J_2^T & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & J_m^T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} F_1 \\ F_2 \\ \vdots \\ F_m \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \\ \vdots \\ V_m \end{bmatrix} \tag{15}$$

$$\tau = M \ddot{q} + J^T F + V \tag{16}$$

(15)는 (16)으로 간단한 꼴로 정리하여 다음의 전개에 활용하기로 한다.

IV. 로봇과 물체의 관계

앞에서 언급된 바와 같이 firm grip 또는 complete-contact model[2]의 형태로 로봇과 물체가 완전히 구속되어 있는 경우, 로봇과 물체의 속도와 힘의 관계는 다음과 같이 기술할 수 있다.

1. 속도 관계

기준 좌표계에서 물체 무게중심점까지의 위치 벡터를 $r \in R^s$, 물체의 좌표계 중심에서 로봇 팔 끝까지의 위치 벡터를 p_i , 그리고 기준 좌표계에서 로봇 팔 끝까지의 위치 벡터를 h_i 라 하면 $r + p_i = h_i$ 의 관계가 성립한다. 이들의 속도 가속도 관계는

$$\dot{h}_i = \dot{r} \quad \ddot{h}_i = \dot{\omega} \times p_i + \ddot{r} \tag{17}$$

로 표시된다. 위 식으로부터 로봇 팔 끝의 가속도는 다음과 같이 표현될 수 있다.

$$\ddot{h}_i = [E_s \quad -P_i] \begin{bmatrix} \ddot{r} \\ \dot{\omega} \end{bmatrix} = [E_s \quad -P_i] \ddot{u} \tag{18}$$

P_i 는 p_i 벡터의 x, y, z 성분으로 이루어진 행렬로 다음과 같이 표현하며, cross-product를 행렬 계산을 위한 형태를 변환한 것이다.

$$P_i = \begin{bmatrix} 0 & -p_{i3} & p_{i2} \\ p_{i3} & 0 & -p_{i1} \\ -p_{i2} & p_{i1} & 0 \end{bmatrix} \tag{19}$$

여기서 물체의 무게 중심의 각 가속도와 로봇 팔 끝의 각 가속도($\dot{\rho}_i \in R^p$)는 접촉 조건에 의해 같기 때문에 로봇 팔 끝의 가속도($\ddot{x}_i \in R^p$)는 다음과 같이 표현된다.

$$\ddot{x}_i = \begin{bmatrix} \ddot{h}_i \\ \dot{\rho}_i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} E_s & -P_i \\ 0 & E_p \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{r} \\ \dot{\omega} \end{bmatrix} = B_i \ddot{u} \in R^d \tag{20}$$

$$\ddot{x} = \begin{bmatrix} \ddot{x}_1 \\ \vdots \\ \ddot{x}_m \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} E_s & -P_1 \\ 0 & E_p \\ \vdots & \vdots \\ E_s & -P_m \\ 0 & E_p \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{r} \\ \dot{\omega} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} B_1 \\ B_2 \\ \vdots \\ B_m \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{r} \\ \dot{\omega} \end{bmatrix} = B \ddot{u} \tag{21}$$

로봇 관절의 각 가속도와 팔 끝의 가속도는 로봇 i 의 Jacobian 행렬 J_i 에 의한 속도 관계식 $\dot{x}_i = J_i \dot{q}_i$ 로부터 $\ddot{x}_i = \dot{J}_i \dot{q}_i + J_i \ddot{q}_i$ 의 관계를 갖는다. 여기서 로봇이 정지해 있다고 가정하면 $\dot{q}_i = 0$ 이 되어 $\ddot{x}_i = J_i \ddot{q}_i$ 와 같이 간단한 관계가 성립한다. 따라서 물체 중심의 가속도와 로봇 각 관절의 각 가속도는 다음과 같은 관계가 성립한다.

$$\ddot{x}_i = B_i \ddot{u} = J_i \ddot{q}_i \tag{22}$$

2. 힘 관계

로봇 팔 끝이 물체에 가하고 있는 힘(F_i)과 물체의 무게 중심이 받고 있는 힘(Q) 사이의 관계를 기술하기로 한다. 로봇이 물체에 가하고 있는 힘은

$$f = \sum_{i=1}^m f_i \quad (23)$$

과 같이 표현할 수 할 수 있으며, 로봇과 물체가 갖는 접촉 조건에 의해 힘 f 는 임의의 방향으로 물체의 중심에 모멘트를 가할 수 있으므로, 로봇 i 로부터 물체가 받는 힘은 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$Q = \begin{bmatrix} f_o \\ n_o \end{bmatrix} = \sum_{i=1}^m \begin{bmatrix} E_s & 0 \\ P_i & E_p \end{bmatrix} \begin{bmatrix} f_i \\ n_i \end{bmatrix} = \sum_{i=1}^m W_i F_i, \quad (24)$$

모든 로봇의 경우를 한번에 표시하면

$$Q = \begin{bmatrix} E_s & 0 & E_s & 0 & \dots & E_s & 0 \\ P_1 & E_p & P_2 & E_p & \dots & P_m & E_p \end{bmatrix} \begin{bmatrix} f_1 \\ n_1 \\ \vdots \\ f_m \\ n_m \end{bmatrix} \equiv WF \quad (25)$$

이 되는데 이 식에 (10)을 적용하고 내부 힘이 0 이라는 수학적 조건을 가정하면 f 는 물체에 가해지는 힘과 다음의 식으로 정리된다.

$$F = W^{\#}(I_o \ddot{u} + Q_o) + N(W) \varepsilon_F \quad (26)$$

단, 여기서 $W^{\#}$ 는 W 의 유사역행렬이고 (26)의 일반적인 역변환으로 추가된 $N(W) \varepsilon_F$ 항은 내부 힘에 관계된 항으로 본 연구에서는 다루지 않기로 한다.

V. 협조 작업하는 로봇들에 의해 운반되는 물체의 가속도 범위 해석

하나의 물체를 여러 대의 로봇이 firm grip[2]의 접촉 조건으로 잡고 있을 때 이 물체가 운동할 수 있는 직선 가속도(힘과 관련)와 회전 가속도(모멘텀과 관련)의 범위를 구할 수 있는 선형 방정식의 형태를 갖는 동역학식을 구하는 것이 본 장의 내용이다. 최종적으로 정리되어야 하는 수식의 형태는 (로봇 관절 토크 = 선형 행렬 \times 물체의 운동 가속도) 꼴이다.

물체의 동역학식과 로봇의 동역학식을 기반으로 여러 대 로봇의 조작도를 해석하기 위한 한 방법으로, (16)의 우변 \ddot{q} (로봇 관절의 회전 가속도)와 F 를 물체 중심의 가속도 \ddot{u} 로 변환하여 로봇 관절에 주어지는 토크(τ)의 제약 조건으로부터 물체의 허용 운동 가속도(\ddot{u})의 범위를 구하기로 한다.

1. 적합 자유도의 경우

적합 자유도란 그림 2과 같이 로봇의 자유도와 물체의 자

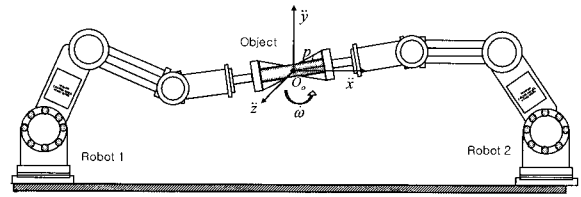


그림 2. 협조 작업하는 두 대의 3축 로봇.

Fig. 2. Two 3-axis cooperating robot system.

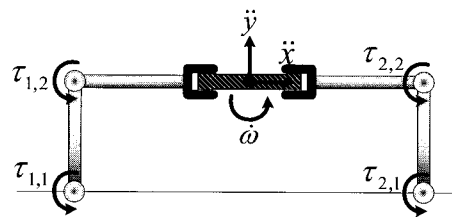


그림 3. 협조 작업하는 두 대의 2축 로봇.

Fig. 3. Two 2-axis cooperating robot system.

유도가 같은 경우를 말한다. 그림 2의 경우는 각 로봇의 자유도가 3, 물체의 자유도가 3이며 PUMA560 같은 6 자유도 로봇 여러 대가 일반적인 3차원 공간에서 물체를 공동 운반하는 경우도 이 경우에 포함된다.

로봇이 초기에 정지($\dot{q}_i = 0$)하고 있다고 가정하고, 토크가 가해지는 순간의 가속도만을 고려한다고 하면, (16)의 V 는 중력항만 남게 된다. 여기서 중력항은 일종의 바이어스 항으로 수식 전개에서 생략하여도 언제나 다시 고려할 수 있으므로 간단히 정리를 위해 여기서는 생략하기로 한다. 그러면, (16)은 다음과 같이 표현될 수 있다.

$$\tau = M\ddot{q} + J^T F \quad (27)$$

Jacobian 행렬 J_i 는 적합 자유도의 경우에 로봇 팔 끝의 운동 성분과 로봇의 관절의 개수가 같게 되므로 정방 행렬이 된다. 따라서 (22)의 $\ddot{x}_i = J_i \ddot{q}_i$ 에서 $\ddot{q}_i = J_i^{-1} \ddot{x}_i$ 가 성립하므로 위 식은 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$\tau = MJ^{-1} \ddot{x} + J^T F \quad (28)$$

초기 물체가 갖고 있는 속도가 없으며, 중력항을 무시하면 $Q_o = 0$ 이므로 위 식에 (22)의 $\ddot{x}_i = B_i \ddot{u}$ 과 (26)의 $F = W^{\#} I_o \ddot{u}$ 을 적용하면, 로봇 동역학식에 물체의 동역학식을 결합한 식을 얻을 수 있다.

$$\tau = MJ^{-1} B \ddot{u} + J^T (W^{\#} I_o \ddot{u}) = [MJ^{-1} B + J^T W^{\#} I_o] \ddot{u} \quad (29)$$

2. 부족 자유도의 경우

부족 자유도의 경우란 그림 3과 같이 로봇의 자유도(2 자유도)가 물체의 자유도(3 자유도)보다 적은 경우를 말한다. 이 경우는 물체의 독립적인 운동 성분이 정해지면 종속적인 운동 성분은 그로부터 결정되는 경우이다.

물체의 자유도가 각 로봇의 자유도보다 작은 경우 물체의 가속도를 표현하는데 있어 기구학적 조작도[3]의 경우와 마찬가지로 독립적인 부분과 종속적인 부분으로 나누어 생각할 수 있다. 여기서 물체의 독립적인 운동 성분이 정해지면 물체의 종속적인 운동 성분은 항상 그로부터 구해질 수 있음을 주목할 필요가 있다. 이렇게 물체의 운동 성분을 두 가지 경우로 구분하는 목적은 독립적인 운동 성분만으로 표현되는 동역학 수식을 유도하여 부족 자유도를 갖는 그림 3과 같은 시스템에서 발생하는 Jacobian 행렬의 역변환 문제를 해결하기 위함이다.

동역학 수식을 유도하기 앞서 독립적인 운동 성분의 차원은 각 로봇의 자유도와 같음을 주목할 필요가 있다. 로봇 팔 끝의 가속도를 독립적인 운동 성분 \ddot{X}'_i 와 종속적인 운동 성분 \ddot{X}^D_i 로 나누어 표시하면, 각 성분은 다음과 같은 차원을 갖는다.

$$\ddot{X}'_i \in R^{d_i}, \quad \ddot{X}^D_i \in R^{d-d_i} \quad (30)$$

단, 여기서 d_i 은 각 로봇의 자유도이다. 각 로봇 팔 끝의 가속도와 관절 각 가속도의 관계의 관계를 Jacobian 행렬을 이용하여 표현하면 다음과 같다.

$$\begin{bmatrix} \dot{X}'_i \\ \dot{X}^D_i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} J'_i \\ J^D_i \end{bmatrix} \dot{q}_i \quad (31)$$

여기서 J'_i 는 로봇 팔 끝의 독립적인 운동 성분을 결정하는데 직접적으로 관여하는 Jacobian 행렬이며, J^D_i 는 로봇 팔 끝의 종속적인 운동 성분과 관계된 Jacobian 행렬이다. 또한 로봇 팔 끝의 독립적인 운동 성분은 로봇 관절의 개수에 의해 결정되므로 J'_i 는 정방 행렬을 갖게 된다. 따라서, (31)을 독립적인 부분과 종속적인 부분으로 나누어 표현하면 다음과 같다.

$$\dot{q}_i = [J'_i]^{-1} \dot{X}'_i \quad (32)$$

$$\dot{X}^D_i = J^D_i \dot{q}_i = J^D_i [J'_i]^{-1} \dot{X}'_i \quad (33)$$

물체의 가속도 중 독립적인 성분을 \ddot{u}' , 종속적인 성분을 \ddot{u}^D 라 하면, 물체 가속도와 로봇의 가속도의 관계는 적합 자유도의 경우에서 언급된 B_i 에 의해 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\ddot{u} \equiv \begin{bmatrix} \ddot{u}' \\ \ddot{u}^D \end{bmatrix} = B_i^{-1} \begin{bmatrix} \dot{X}'_i \\ \dot{X}^D_i \end{bmatrix} \quad (34)$$

여기서 B_i^{-1} 을 D_i 로 표시하고, 행렬 D_i 중 직선가속도 성분과 관련된 독립적인 부분을 D^I_i , 회전 가속도 성분과 관련된 종속적인 부분을 D^D_i 라 하면 (34)는 (33)을 적용하

여 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\ddot{u} = \begin{bmatrix} D^I_i & D^D_i \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{X}'_i \\ \dot{X}^D_i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} D^I_i + D^D_i J^D_i [J'_i]^{-1} \end{bmatrix} \dot{X}'_i \equiv C_i \dot{X}'_i \quad (35)$$

위 식의 $[D^I_i + D^D_i J^D_i [J'_i]^{-1}]$ 을 C_i 로 대치하고 독립적인 부분을 C^I_i , 종속적인 부분을 C^D_i 라 하면

$$\ddot{u} = \begin{bmatrix} \ddot{u}' \\ \ddot{u}^D \end{bmatrix} \equiv \begin{bmatrix} C^I_i \\ C^D_i \end{bmatrix} \dot{X}'_i \quad (36)$$

로 표현할 수 있다. 이 (36)의 독립적인 운동 성분만을 표시하면 다음과 같다.

$$\dot{X}'_i = [C^I_i]^{-1} \ddot{u}' \quad (37)$$

(36)과 (37)을 이용하여 물체 가속도 중 종속적인 성분인 \ddot{u}^D 을 독립적인 성분 \ddot{u}' 로 표현하면 다음과 같다.

$$\ddot{u}^D = C^D_i \dot{X}'_i = C^D_i [C^I_i]^{-1} \ddot{u}' \quad (38)$$

여기서도 적합 자유도의 경우와 마찬가지로 로봇이 초기에 정지($\dot{q}_i = 0$)하고 있고, 중력을 무시하면 로봇 동역학식은 (27)과 같이 표현될 수 있다.

(32)와 (37)로부터 식 $\dot{q}_i = [J'_i]^{-1} [C^I_i]^{-1} \ddot{u}'$ 을 유도할 수 있고, 이 식을 (27)에 적용하여 로봇 동역학식을 물체의 운동 변수로 나타내면 다음과 같다.

$$\tau_i = M_i [J'_i]^{-1} [C^I_i]^{-1} \ddot{u}' + J^T_i F_i \quad (39)$$

위 식에 (26)의 $F = W^{\#} I_o \ddot{u}$ (초기에 물체에 작용하는 힘은 없다($Q_o = 0$))를 적용하여 \ddot{u}' 에 대해 정리하면 아래와 같은 동역학식이 나온다.

$$\begin{bmatrix} \tau_i \\ \vdots \\ \tau_m \end{bmatrix} = \left\{ \begin{bmatrix} M_i [J'_i]^{-1} [C^I_i]^{-1} \\ \vdots \\ M_m [J'_m]^{-1} [C^I_m]^{-1} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} J^T_i & \cdots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & J^T_m \end{bmatrix} W^{\#} I_o \begin{bmatrix} E_{d_i \times d_i} \\ C^D_i [C^I_i]^{-1} \end{bmatrix} \right\} \ddot{u}' \quad (40)$$

이 식과 적합 자유도 경우의 (29)를 비교하면 적합 자유도의 경우는 모든 로봇이 동등한 조건으로 합하여져 (29)를 이룬 반면, 부족 자유도의 경우인 (40)은 끝 부분의 $\begin{bmatrix} E_{d_i \times d_i} \\ C^D_i [C^I_i]^{-1} \end{bmatrix}$ 항에서 각 로봇 별로 따로 적용되어야 하는 C_i 항이 있다. 그러므로 여기서 실현 가능한 물체의 운동 가속도 \ddot{u} 는 먼저 각 로봇의 C_i 를 (40)에 대입하여 \ddot{u}' 을 구한 뒤 (38)을 이용

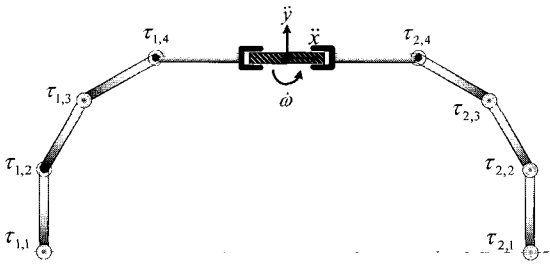


그림 4. 협조 작업하는 두 대의 4축 로봇.
Fig. 4. Two 4-axis cooperating robot system.

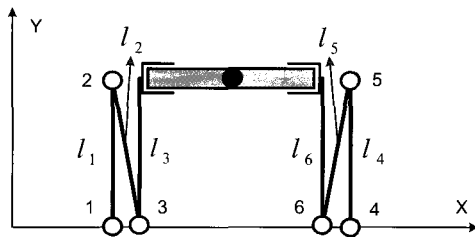


그림 5. 예제 I의 로봇 형상.
Fig. 5. Robot configuration of example I.

표 1. 예제 I의 로봇과 물체의 변수값들.

Table 1. Parameters of robots and object of example I.

로봇의 변수값	
관절 각도(°)	$\theta_1 = 90, \theta_2 = -177, \theta_3 = 177$ $\theta_4 = 90, \theta_5 = 177, \theta_6 = -177$
링크의 질량(kg)	$m_{1,2,3,4,5,6} = 1$
링크의 길이(m)	$l_{1,2,3,4,5,6} = 1$
물체의 변수값	
질량(kg)/ 길이(m)	$m_o = 1 / l_o = 1$

하여 \ddot{u}^D 을 구한다. 이러한 과정을 모든 로봇의 C_i 를 대입하여 구한 뒤 그 결과 해 중에서 \ddot{u} 의 각 성분이 모두 일치하는 것들로 꼭지점을 갖는 다면체 영역이 구현 가능한 가속도 영역이 된다.

3. 여유 자유도의 경우

여유 자유도란 그림 4처럼 물체의 자유도(3 자유도)보다 로봇의 자유도(4 자유도)가 더 많은 경우를 말한다.

여유 자유도의 경우는 로봇 팔 끝의 자유도 개수보다 로봇 관절의 개수가 많은 경우이다. 여기서도 적합 자유도의 경우와 마찬가지로 로봇이 초기에 정지($\dot{q}_i = 0$)해 있다고 가정하면 (22)의 $\ddot{x}_i = J_i \ddot{q}_i$ 로부터 다음의 관계가 성립한다.

$$\ddot{q}_i = J_i^\# \ddot{x}_i + N(J_i) \epsilon_q \tag{41}$$

위 식은 \ddot{x}_i 보다 \ddot{q}_i 의 차원이 크기 때문에 Jacobian 행렬의 역행렬이 존재하지 않아서 Jacobian 행렬의 pseudoinverse 를 이용하여 관절의 각가속도를 로봇 팔 끝의 가속도로 표현

한 것이다. $N(J_i) \epsilon_q$ 항은 Jacobian 행렬의 역변환으로 발생한 항으로 일정한 로봇 팔 끝의 가속도에 대해 로봇 관절의 움직임을 결정한다.

로봇 시스템의 초기 조건을 적합 자유도의 경우와 동일하다고 가정하면, (27)은 (41)식에 의해 다음과 같이 표현될 수 있다.

$$\tau = MJ^\# \ddot{x} + J^T F + MN(J) \epsilon_q \tag{42}$$

위 식에 (22)의 $\ddot{x}_i = B_i \ddot{u}$ 과 (26) $F = W^\# I_o \ddot{u}$ 을 적용하면, 여유 자유도의 경우에 대한 동역학식을 얻을 수 있다.

$$\tau = \left[MJ^\# B + J^T W^\# I_o \quad MN(J) \right] \begin{bmatrix} \ddot{u} \\ \epsilon_q \end{bmatrix} \tag{43}$$

앞에서 유도된 각각의 자유도에 대한 식들은 전체 시스템을 구성하는 모든 로봇의 자유도가 같다는 가정 하에 유도된 수식들이다. 두 대의 로봇 중에서 한쪽이 적합자유도, 한쪽은 부족 자유도인 경우처럼 시스템을 구성하고 있는 로봇의 자유도가 다른 경우는 자유도가 적은 로봇에 의해 자유도가 많은 로봇의 운동능력이 제약된다. 이런 경우는 참고 문헌 [3]의 (45)처럼 자유도가 많은 로봇에 등가 Jacobian 행렬을 적용하면 자유도가 적은 쪽의 로봇 시스템 해석 방법으로 물체의 가속도 영역을 구할 수 있다.

VI. 예제 적용

위에서 구한 최종식의 형태가 (1), (2)와 같은 형태로 선형 방정식의 형태를 취하고 있기 때문에 수학적으로 일반화가 가능하므로 물체의 운동 가속도 \ddot{u} 를 구하기 위해 각 관절에 걸리는 토크를 $\|\tau\|_\infty \leq 1$ 로 제한하여 가속도 영역을 구하기로 한다. 임의의 값으로 제한되는 경우도 간단한 선형 변환으로 $\|\tau\|_\infty \leq 1$ 의 제약조건으로 변환되어 해를 구한 뒤 다시 원래의 영역으로 변환될 수 있으므로[3], PUMA560 로봇을 제외한 모든 예제에서는 간단한 수학적 정리 위해 단위 제약조건을 사용하기로 한다. 무한대 norm 제약조건하에서는 최대 허용 가속도의 범위가 추출된 꼭지 점들에 의해 조각도 다면체와 다각형을 형성한다.

1. 적합 자유도의 경우(두 대 로봇 시스템)

1.1 예제 I

그림 5와 같은 자세로 로봇이 물체를 잡고 있다고 가정했을 때 각 로봇과 물체의 자유도가 모두 3-자유도를 갖는 적합 자유도인 경우에 해당하는 예로 물체가 갖는 최대 허용 가속도는 다음과 같이 계산된다.

아래 값들로부터 최대 허용 가속도 다면체와 다각형을 나타내면 다음과 같다.

예제 I을 물리적 직관으로 살펴보면 로봇과 물체의 접촉 조건에 의해 3, 6번 링크와 물체가 ‘C’자 형태의 하나의 프레임을 형성한다. 프레임의 형상과 로봇의 위치, 자세를 고려하면 각 관절 각이 변하더라도 물체의 회전이 작게 일어남을

$$\ddot{u} = \begin{Bmatrix} \begin{bmatrix} 0.9688 & 0.9804 & 0.9688 & -0.9333 & 0.9219 \\ 0 & -0.0000 & 0 & 0.0000 & 0 \\ 0.0625 & 0.1474 & 0.1250 & -0.4999 & 0.4375 \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} 0.9568 & -0.9296 & -0.9568 & -0.9844 & 0.9219 \\ -0.0780 & 0.0000 & -0.0780 & 0 & 0 \\ 0.3236 & -0.4888 & -0.3236 & -0.1875 & 0.5000 \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} 0.9568 & -0.9568 & 0.9333 & -0.9804 \\ 0.0780 & 0.0780 & -0.0000 & 0.0000 \\ 0.3236 & -0.3236 & 0.4999 & -0.1474 \end{bmatrix} \end{Bmatrix} \quad (44)$$

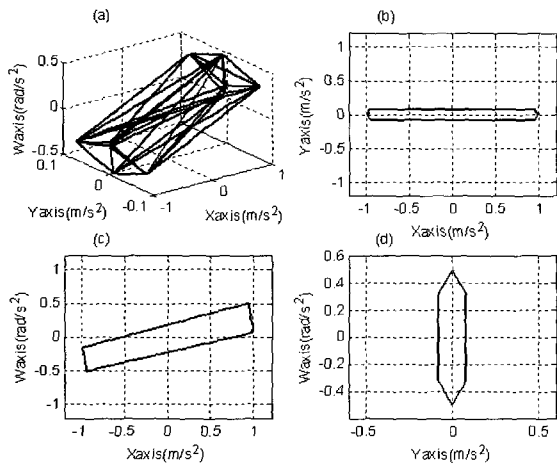


그림 6. 예제 I에 대한 조작도 다각형.
Fig. 6. Manipulability polytope for example I.

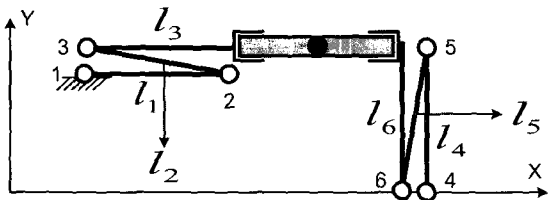


그림 7. 예제 II의 로봇 형상.
Fig. 7. Robot configuration of example II.

예측할 수 있다. 또한, 로봇이 취하고 있는 자세에 의해 각 관절이 각도가 조금만 변해도 물체가 x축 방향으로 쉽게 움직일 수 있는 반면 y축 방향에 대해서는 각 관절 각도가 많이 변한다 해도 조금밖에 움직일 수 없다는 사실을 예측할 수 있다. 이런 물리적 직관과 실제 동역학식을 통하여 얻은 시뮬레이션의 결과가 일치함을 그림 6을 통해 알 수 있다. 덧붙여 그림 6의 (c)가 비대칭인 이유는 주어진 로봇의 자세에서 양의 x축 방향으로 로봇이 물체를 움직일 경우 물체는 양의 회전 운동(반 시계 방향)이 자연스럽게 음의 x축 방향으로 로봇이 물체를 움직일 경우 물체는 음의 회전 운동(시계 방향)이 자연스럽게 관찰하면 쉽게 이해 될 수 있다.

1.2 예제 II

예제 II는 예제 I에서 물체를 잡는 방향만을 달리한 것으로

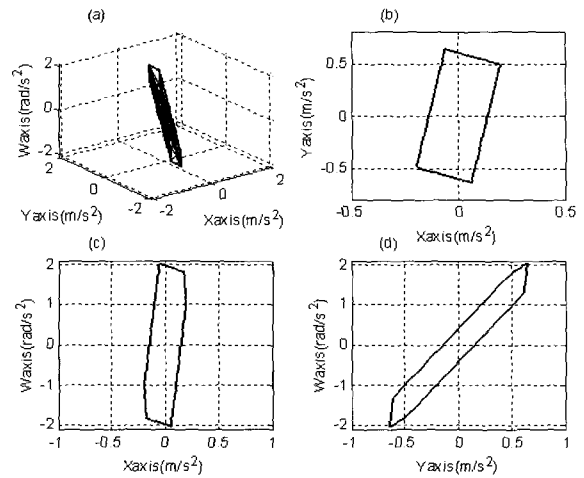


그림 8. 예제 II에 대한 조작도 다각형.

Fig. 8. Manipulability polytope for example II.

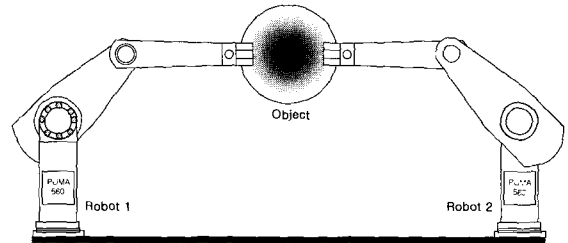


그림 9. 예제 III(PUMA560)의 로봇 형상.

Fig. 9. Robot configuration of example III(PUMA560).

로봇의 각 관절각은 $\theta_1 = 0, \theta_2 = 175, \theta_3 = -175, \theta_4 = 90, \theta_5 = 175, \theta_6 = -175$ (단위:°)이다.

예제 II는 예제 I과 달리 좌측 로봇과 우측 로봇이 비대칭되는 자세를 취하고 있기 때문에 시뮬레이션 결과가 비대칭으로 나올 것이라는 사실을 쉽게 예측할 수 있다. 덧붙여 좌측 로봇은 변하는 관절각에 따라 y축 방향으로의 움직임이 x축 방향으로의 움직임보다 크게 나타난다는 사실과 우측 로봇은 좌측 로봇과 반대되는 움직임이 일어난다는 사실을 각각의 로봇 자세로부터 예측할 수 있다. 각각의 로봇의 움직임과 두 대 로봇이 물체를 잡고 있는 자세로부터 우측 로봇의 x축 방향으로의 움직임을 좌측 로봇이 제약하고 있음을 고려할 때 물체의 가속도는 x축 방향보다 y축 방향으로 더 큰 값을 가짐을 예측할 수 있다. 이런 물리적 직관으로 예측되는 사실과 시뮬레이션 결과가 일치함을 그림 8을 통해 알 수 있다.

1.3 예제 III

예제 III는 PUMA560[14] 로봇으로 구성된 실제 시스템에 적용한 예이다. 이 로봇 시스템의 작업 공간은 3차원의 직선 가속도 공간과 3차원의 회전 가속도 공간으로 구성된다. 여기서 모든 로봇의 관절 토크를 $\|\tau\|_{\infty} \leq 10$ (Nm) 로 제한하여 물체의 가속도 영역을 구한다.

그림 10에서 볼 수 있듯이 PUMA560 로봇이 표 2와 같은 자세로 물체를 잡고 있을 때 물체의 가속도 영역이 $\ddot{x}-\ddot{y}$

표 2. 예제 III의 로봇과 물체의 변수값들.

Table 2. Parameters of robots and object of example III.

로봇의 변수값		
관절 각도(°)	로봇 1	$\theta_{11} = 0.1, \theta_{12} = 45, \theta_{13} = -134$ $\theta_{14} = 1, \theta_{15} = -1, \theta_{16} = -1$
	로봇 2	$\theta_{21} = -179.9, \theta_{22} = 45, \theta_{23} = -134$ $\theta_{24} = 1, \theta_{25} = -1, \theta_{26} = -1$
물체의 변수값		
질량(kg)/ 직경(m)	$m_o = 1 / r_o = 1$	

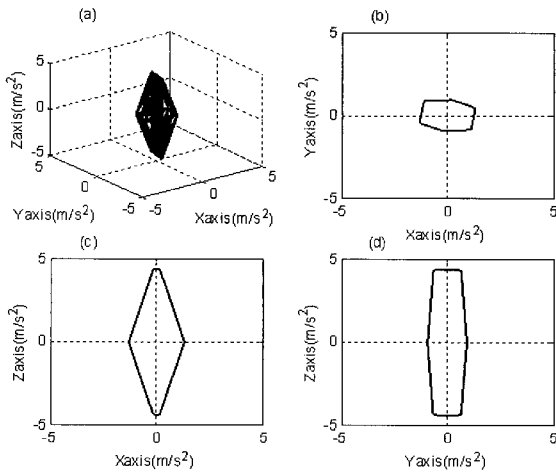


그림 10. 예제 III에 대한 조작도 다각형.

Fig. 10. Manipulability polytope for example III.

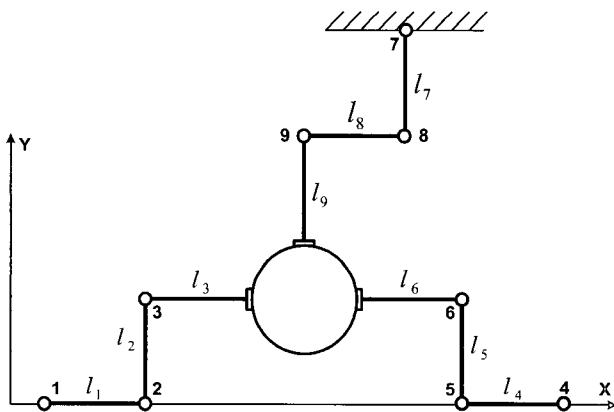


그림 11. 예제 IV의 로봇 형상.

Fig. 11. Robot configuration of example IV.

영역에서는 비대칭 구조를, $\ddot{x} - \ddot{z}$ 와 $\ddot{y} - \ddot{z}$ 영역에서는 대칭 구조를 갖는 것을 볼 수 있다. $\ddot{x} - \ddot{y}$ 영역에서 비대칭 구조를 갖는 것은 로봇의 관절 각도 중 $\theta_{11} = 0.1^\circ$ 과 $\theta_{21} = -179.9^\circ$ 의 영향 때문이라고 쉽게 예측할 수 있다.

1.4 예제 IV

다음은 예제 I, II의 시스템에 동일한 로봇을 한대 더 추가한 경우로 로봇의 자세는 $\theta_1 = 0, \theta_2 = 90, \theta_3 = -90,$

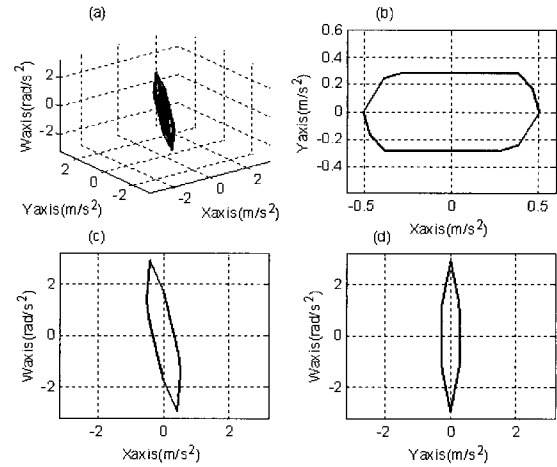


그림 12. 예제 VI에 대한 조작도 다각형.

Fig. 12. Manipulability polytope for example VI.

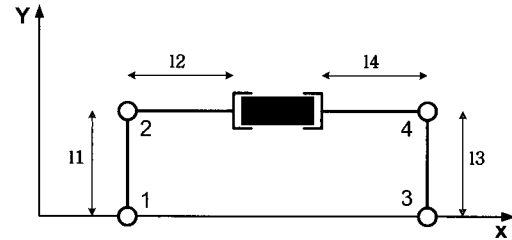


그림 13. 예제 V의 로봇 형상.

Fig. 13. Robot configuration of example V.

표 3. 예제 V의 로봇과 물체의 변수값들.

Table 3. Parameters of robots and object of example V.

로봇의 변수값	
관절 각도(°)	$\theta_1 = 90, \theta_2 = -90, \theta_3 = 90, \theta_4 = 90$
링크의 질량(kg)	$m_{1,2,3,4} = 1$
링크의 길이(m)	$l_{1,2,3,4} = 1$
물체의 변수값	
질량(kg)/ 길이(m)	$m_o = 1 / l_o = 1$

$\theta_4 = 180, \theta_5 = -90, \theta_6 = 90, \theta_7 = 90, \theta_8 = -90, \theta_9 = 90$ (단위:°)이다.

이 형상에 대한 조작도 다각형은 그림 12와 같다.

2. 부족 자유도의 경우(두 대 로봇 시스템)

그림 13과 같은 자세로 로봇이 물체를 잡고 있다고 가정했을 때 각 로봇의 자유도는 2 자유도인 반면 물체는 3 자유도를 갖는 부족 자유도인 경우에 해당하는 예로 로봇의 각 관절에 일정한 범위의 토크가 걸릴 때 물체의 움직임을 예상하기 쉬운 형상을 취하고 있다. 이 경우 독립적인 부분과 종속적인 부분의 값들을 살펴보면 로봇 1,2의 Jacobian 행렬이

$$J_1 = \begin{bmatrix} -l_1 \sin \theta_1 - l_2 \sin(\theta_1 + \theta_2) & -l_2 \sin(\theta_1 + \theta_2) \\ l_1 \cos \theta_1 + l_2 \cos(\theta_1 + \theta_2) & l_2 \cos(\theta_1 + \theta_2) \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \quad (45)$$

$$J_2 = \begin{bmatrix} -l_3 \sin \theta_3 - l_4 \sin(\theta_3 + \theta_4) & -l_4 \sin(\theta_3 + \theta_4) \\ l_3 \cos \theta_3 + l_4 \cos(\theta_3 + \theta_4) & l_4 \cos(\theta_3 + \theta_4) \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \quad (46)$$

로 주어지고 이 중에서 독립적인 부분과 종속적인 부분을 나누면 다음과 같아진다.

$$J_1' = \begin{bmatrix} -l_1 \sin \theta_1 - l_2 \sin(\theta_1 + \theta_2) & -l_2 \sin(\theta_1 + \theta_2) \\ l_1 \cos \theta_1 + l_2 \cos(\theta_1 + \theta_2) & l_2 \cos(\theta_1 + \theta_2) \end{bmatrix} \quad (47)$$

$$J_1^D = [1 \quad 1]$$

$$J_2' = \begin{bmatrix} -l_3 \sin \theta_3 - l_4 \sin(\theta_3 + \theta_4) & -l_4 \sin(\theta_3 + \theta_4) \\ l_3 \cos \theta_3 + l_4 \cos(\theta_3 + \theta_4) & l_4 \cos(\theta_3 + \theta_4) \end{bmatrix} \quad (48)$$

$$J_2^D = [1 \quad 1]$$

언급한 방법을 적용하면 로봇 1의 C_1 으로

$$\ddot{u}_1 = \left\{ \begin{bmatrix} 0.5455 \\ 0.0000 \\ 0.0000 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 \\ -0.7692 \\ -1.5385 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} -0.1119 \\ -0.7692 \\ -1.5385 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0.1119 \\ 0.7692 \\ 1.5385 \end{bmatrix}, \right. \quad (49)$$

$$\left. \begin{bmatrix} -0.5455 \\ 0.0000 \\ 0.0000 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 \\ 0.7692 \\ 1.5385 \end{bmatrix} \right\}$$

의 꼭지점이 구해지고 로봇 2의 C_2 로

$$\ddot{u}_2 = \left\{ \begin{bmatrix} 0 \\ 0.7692 \\ -1.5385 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0.5455 \\ 0.0000 \\ 0.0000 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0.1119 \\ -0.7692 \\ 1.5385 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 \\ -0.7692 \\ 1.5385 \end{bmatrix}, \right. \quad (50)$$

$$\left. \begin{bmatrix} -0.1119 \\ 0.7692 \\ -1.5385 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} -0.5455 \\ 0.0000 \\ 0.0000 \end{bmatrix} \right\}$$

의 꼭지점이 구해져서 세 성분이 모두 일치하는 해는

$$\ddot{u} = \left\{ \begin{bmatrix} 0.5455 \\ 0.0000 \\ 0.0000 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} -0.5455 \\ 0.0000 \\ 0.0000 \end{bmatrix} \right\} \quad (51)$$

뿐이므로 이를 도형으로 나타내면 그림 14와 같다.

그림 14를 통해 예측할 수 있는 바와 같이 x축의 방향으로만 물체의 가속도가 발생하는 것을 볼 수 있다.

3. 여유 자유도의 경우(두 대 로봇 시스템)

예제 VI는 링크와 물체가 ‘—’자 형태의 하나의 막대 형상을 하고 있어, 각 관절각이 조금만 변해도 물체의 회전이크게 일어남을 예측할 수 있다. 또한 로봇의 자세와 위치를 고려하면 y축 방향으로 잘 움직일 수 있음을 예측할 수 있다. 이 물리적 직관에 의한 예측 결과와 시뮬레이션의 결과가 일치함을 그림 16을 통해 알 수 있다.

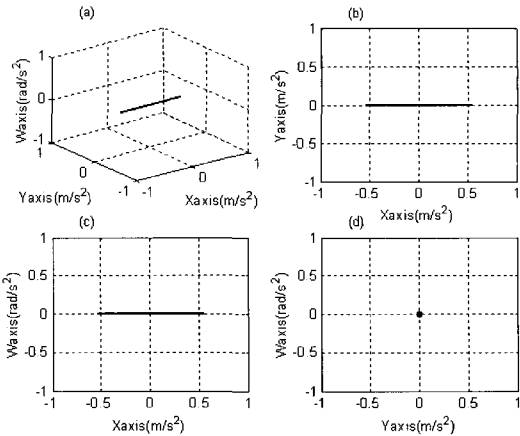


그림 14. 예제 V에 대한 조작도 다각형.

Fig. 14. Manipulability polytope for example V.

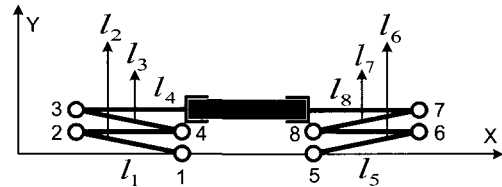


그림 15. 예제 VI의 로봇 형상.

Fig. 15. Robot configuration of example VI.

표 4. 예제 VI의 로봇과 물체의 변수값들.

Table 4. Parameters of robots and object of example VI.

로봇의 변수값	
관절 각도(°)	$\theta_1 = 179, \theta_2 = -179, \theta_3 = 179, \theta_4 = -179$ $\theta_5 = 1, \theta_6 = 179, \theta_7 = -179, \theta_8 = 179$
링크의 질량(kg)	$m_{1,2,3,4,5,6,7,8} = 1$
링크의 길이(m)	$l_{1,2,3,4,5,6,7,8} = 1$
물체의 변수값	
질량(kg)/ 길이(m)	$m_o = 1 / l_o = 1$

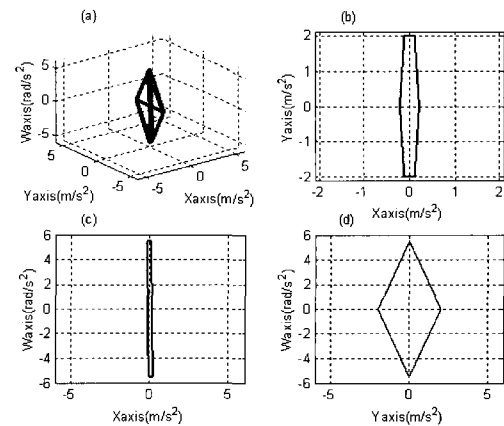


그림 16. 예제 VI에 대한 조작도 다각형.

Fig. 16. Manipulability polytope for example VI.

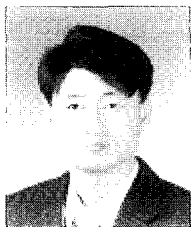
VI. 결론

본 논문은 여러 대의 로봇이 각 액츄에이터에 주어지 있는 구동기 제약 조건(각 관절에 걸리는 토크) 하에서 하나의 물체를 잡고 있을 때 로봇과 물체의 접촉 조건(complete-contact model) 및 자유도(적합, 부족, 여유)를 고려하여 이 물체가 운동할 수 있는 직선 가속도(힘)와 회전 가속도(모멘텀)의 범위를 구하는 수학적 체계에 대한 내용을 다루었다. 또한, 최종적으로 유도된 동역학식이 물리적으로 납득할 수 있는 결과를 산출한다는 사실을 예제를 통해 확인하였다.

현재 본 논문에서 가정한 로봇과 물체의 접촉 조건 이외의 다양한 접촉 조건에 대해서도 연구 진행 중이며, 본 논문의 연구 결과로부터 다족보행 로봇의 동적 조작성 문제[14]와 마찰 개념을 도입한 여러 로봇의 물체 운반 문제로 확장 연구되고 있다. 더 나아가 여러 개의 손가락으로 물건을 집는 상황의 동역학적 해석으로 확장 연구할 수 있다고 판단된다.

참고문헌

- [1] T. Yoshikawa, "Manipulability of robotic mechanisms," *The International Journal of Robotics Research*, vol. 4, no. 2, 1985, Also appearing *Robotics Research, The Second International Symposium*.
- [2] A. Bicchi, C. Melchiorri, and D. Balluchi, "On the mobility and manipulability of general multiple limb robots," *IEEE Transactions on Robotics and Automation*, vol. 11, no. 2, pp. 215-228, 1995.
- [3] J. H. Lee, "Velocity workspace analysis for multiple arm robot systems," *Robotica* vol. 19, no. 5, pp. 581-591, Sep, 2001.
- [4] F. B. Ouezdou, O. Bruneau, J. C. Guinot, "Dynamic analysis tool for legged robots," *Multibody System Dynamics* 2, pp. 369-391, 1998.
- [5] 이지홍, 전봉환, "다족 보행 로봇의 속도 작업 공간 해석," 제어·자동화·시스템공학 논문지, vol. 8, no. 6, 2002.
- [6] O. Khatib and J. Burdick, "Optimization of dynamics in manipulator design: The operational space formulation," *The International Journal of Robotics and Automation*, vol. 2, no. 2, pp. 90-98, 1987.
- [7] 이지홍, 조복기, "다족 보행로봇의 동적 조작성 해석," 제어·자동화·시스템공학 논문지, vol. 10, no. 4, 2004.
- [8] T. Yoshikawa, "Dynamic manipulability of robot manipulators," in *Proceedings 1985 IEEE International Conference on Robotics and Automation*, St. Louis, Missouri, pp. 1033-1038, 1985.
- [9] J. H. Lee, "A structured algorithm for minimum l_{∞} -norm solutions and its application to a robot velocity workspace analysis," *Robotica* vol. 19, no. 3, pp. 343-352, May, 2001.
- [10] I. S. Ha and J. H. Lee, "Analysis on a minimum Infinity-norm solution for kinematically redundant manipulators," *Trans. on Control, Automation, and System Engineering*, vol. 4, no. 2, Jun., 2002.
- [11] Y. Nakamura, "Advanced robotics redundancy and optimization," Addison-Wesley Publishing Company, 1991.
- [12] I. C. Shim and Y. S. Yoon, "Stability constraint for torque optimization of a redundant manipulator," *Proc. IEEE Conf. Robotics and Automation, Albuquerque NM*, pp. 2403-2408, April, 1997.
- [13] I. C. Shim and Y. S. Yoon, "Stabilized minimum infinity-norm torque solution for redundant manipulators," *Robotica*, vol. 16, pt. 2, pp. 193-205, 1998.
- [14] B. Armstrong, O. Khatib, and J. Burdick, "The explicit model and inertial parameters of the puma 560 arm," in *Proceedings IEEE International Conference on Robotics and Automation*, vol. 1, pp. 510-518, 1986.



이지홍

1960년 4월 21일 출생. 1983년 서울대 전자공학과 졸업. 한국과학기술원 전기 및 전자공학과 석사(1985). 한국과학기술원 전기 및 전자공학과 박사(1991). 1983년~1988년 현대중공업 로봇사업부 연구원. 1991년 한국과학기술원 연수연구원. 1994년~현재 충남대학교 메카트로닉스공학과 교수. 관심분야는 로봇틱스, 지능제어, 전자파 차폐, 컴퓨터 기반 신호처리 시스템.



심형원

1978년 1월 25일 출생. 2003년 충남대 메카트로닉스공학과 졸업. 2003년~현재 동대학원 석사과정. 관심분야는 로봇틱스, 지능제어, 컴퓨터 네트워크, DSP를 이용한 실시간 제어 시스템.