

이산 Wavelet 변환을 이용한 3 차원 등방성 난류속도장의 응집구조 추출

이 상 환[†], 정 재 윤^{*}

(2004년 1월 15일 접수, 2004년 6월 8일 심사완료)

Coherent Structure Extraction from 3-Dimensional Isotropic Turbulence Velocity Field Using Discrete Wavelet Transform

Sanghwan Lee and Jaeyoon Jung

Key Words : Discrete Wavelet(이산 웨이블릿), Isotropic Turbulence(등방성 난류), Coherent Structure(응집 구조), Energy(에너지), Threshold(임계치), Interactive(상호보완)

Abstract

In this study we decompose the 3-dimensional velocity field of isotropic turbulent flow into the coherent and the incoherent structure using the discrete wavelet. It is shown that the coherent structure, 3% wavelet modes, has 98% energy and 88% enstrophy and its statistical characteristics are almost same as the original turbulence structure. And it is confirmed that the role of the coherent structure is that it produces the turbulent kinetic energy at the inertia range then transfers energy to the dissipation range. The incoherent structure, with residual wavelet modes, is uncorrelated and has the Gaussian probability density function but it dissipates the kinetic energy in dissipation range. On the procedure, we propose a new but easy way to get the threshold by applying the energy partition percentage concept about coherent structure. The vorticity field extracted from the wavelet-decomposed velocity field has the same structure as the result of the precedent studies which decomposed vorticity field directly using wavelet. Therefore it has been shown that velocity and vorticity field are on the interactive condition.

기호설명

- \vec{v} : 속도 벡터
- $\vec{\omega}$: 와도(vorticity) 벡터
- ϕ : 스케일 함수
- ψ : Wavelet 함수
- N : 격자수
- ε : 임계치
- R_λ : 마이크로 스케일 레이놀즈 수

1. 서 론

2 차원 및 3 차원 등방성 난류 유동에 wavelet 변환

을 적용하여 응집 구조를 추출하는 연구는 이미 최근 5년간 Farge^(1,3)와 Schneider^(2,4) 등에 의해 수행되었다. 그들의 연구에 의하면 난류 유동의 응집 구조는 유동 대부분의 에너지와 엔스트로피(enstrophy)를 포함하고, 에너지 전이(cascade)에 크게 관여하는 유동 내 지배적 구조이다. 또한 난류 유동의 특성을 모두 가지고 있는 구조로서 실제 3% 내외의 wavelet 모드(mode) 수만을 가지고 표현 가능하다는 것이 밝혀졌다.

기존 응집 구조를 추출하는 wavelet 관련 논문들은 난류 유동의 차원에 관계 없이 와도장(vorticity field)을 wavelet 변환 및 분리하여 그것의 응집 구조를 추출하고 해석해 왔다. 이는 난류 역학적으로 와도는 난류 유동 현상을 지배하고 영향을 주는 가장 큰 성분이므로 난류 유동장 내에 다른 성분 보다 더욱 밀집(localized) 되어 더 많은 에너지와 엔스트로피를 포함할 것이라는 가정이 뒷받침 되었기 때문이다. 또한 와도장을 wavelet 변환시 분리할 때 기준이 되는 임계치(threshold)를

† 책임저자, 회원, 한양대학교 기계공학부
E-mail : shlee@hanyang.ac.kr
TEL : (02)2290-0445, FAX : (02)2290-0445
* 회원, 한양대학교 대학원 기계공학과

확보하는 과정에서 기존의 연구는 wavelet 분리된 비응집 구조가 Gaussian 형태의 확률 밀도 함수(Probability Density Function : PDF)를 갖는다는 가정을 가지고 wavelet 분리된 추정 비응집 구조의 flatness 가 3 이 만족될 때까지 임계치를 계속 수정시켜 가며 wavelet 분리를 시도하였다.

본 연구에서는 기존의 연구와 달리 3 차원 등방성 난류의 속도장을 wavelet 변환하여 응집 구조를 추출하고자 한다. 다음은 본 연구에서 시도하려는 내용이다.

(1) 와도장이 아닌 속도장에서 wavelet 분리를 통해 난류의 구조를 분석 및 해석할 수 있음을 보인다. 즉, 덜 밀집된 형태를 갖는 속도장이라도 그 파고에 적절한 고계의 필터를 이용하여 고효율의 응집 구조를 추출할 수 있음을 의미한다.

(2) Wavelet 분리된 속도장의 응집 구조에서 wavelet 분리를 적용하지 않고 관계식을 이용하여 와도장을 직접 확보한 후 기존 연구의 wavelet 분리된 와도장의 응집 구조와 동일함을 보이고자 한다. 이를 통해 속도장을 통해 wavelet 추출된 응집 구조라도 기존 연구의 와도장 추출의 응집구조에 비교해 차이 없음을 확인한다.

(3) 3 차원 난류 유동에서 비응집 구조가 Gaussian 분포 형태의 확률 밀도 함수를 갖는다는 가정 하에 그것의 flatness 가 항상 3 을 만족할 것이라는 결론을 내리기엔 무리가 따른다. 최근 2 차원과 3 차원에 대한 난류 구조의 연구^(2,4)에서 Gaussian 분포를 갖는 비응집 구조의 flatness 는 2 차원일 경우 3 을 만족하지만 3 차원의 경우엔 그렇지 않은 결과를 내놓고 있기 때문이다. 이에 본 연구에서는 응집 구조의 속도장 및 와도장이 각각 90% 이상의 에너지와 80% 이상의 엔스트로피를 갖는다는 난류 역학에 착안하여 새로운 임계치 확보 방식을 제시한다.

2. 응집구조

2.1 응집구조 특성

최근 wavelet 변환 기술을 유체 역학에 접목하여 난류 유동의 응집 구조와 난동 성분을 스케일 대역에서 분석하는 연구가 줄을 잇고 있으며, 난류 가시화 실험⁽⁵⁾ 기술의 발전과 더불어 응집 구조의 특성을 파악하려는 테마가 끊이지 않고 있는 실정이다. 이러한 연구 결과로 미루어 본 응집 구조의 개략적 특성은 다음과 같다.

(1) 와도의 영향이 변형(deformation)에 비해 우세하게 작용하는 유동 영역인 와도 구조이다.

(2) 유동 대부분의 에너지와 엔스트로피를 포함하는 구조이며 유동의 전반적인 통계학적 특성이 동일하다.

(3) 큰 스케일에서 작은 스케일로 난류 에너지를 이동시키는 에너지 전이(cascade) 현상에 직접적으로 수행하는 구조이다.

(4) 넓은 범위의 스케일에 걸쳐 관찰되는 구조이다. 외력이 작용하지 않는 상태라면 그 범위는 관성(inertia) 영역 전체에 걸친다.

2.2 응집구조의 추출 가능성

실험적 혹은 수치적인 난류의 구조적 양상으로 보아 물리적으로 그 유동 현상을 지배하는 주요 핵심인 와관(vortex tube)이라는 구조가 존재하고 관 주위에서 구조적 특징을 갖지 못하는 수동적 역할의 잔여 유동이 난류 내에서 형성 될 것이다. 이러한 난류의 특징은 wavelet 변형을 적용하는데 있어 기존의 이미지 처리와 다른 없는 매우 훌륭한 데이터의 예가 된다. 따라서 난류 유동을 wavelet 스케일 대역 내에서 정량적으로 분해할 수 있는 기준치인 임계치(threshold)가 존재하고 두 영역으로 분해 가능할 것이라 예상된다.

3. Wavelet

3.1 Wavelet 변환

Wavelet 은 신호나 함수를 대표하거나 또는 구성하고 있는 빌딩 블록의 집합이다. 기존 Fourier 변환이 주파수 분석에 그치는 단점을 가지는 반면 wavelet 변환은 팽창 또는 수축으로 척도구성(scaling)하고 이동(shift)한 결과로 생기는 함수들을 빌딩 블록으로 사용하기 때문에 분석 영역이 시간-주파수축에 대해서 유연하다. 팽창은 척도계수에 의해 조절되고, 이것은 주파수 대역에 대응된다. 이동은 시간 축에 대한 것이며 이동간격은 이동계수에 따라 다르다. 이러한 wavelet 특성은 양자화를 통한 영상 압축, 축소기법을 이용한 잡음 제거, 영상 재구성 등 여러 분야에 응용이 되고 있다. 최근 보안 시스템에 이용되는지문, 안구 혈관 데이터 검색 및 압축은 이러한 wavelet 을 통해 이루어진다.

3.2 Wavelet 종류

정의 방법에 따라 연속 wavelet 변환 (Continuous Wavelet Transformation : CWT)과 이산 wavelet 변환 (Discrete Wavelet Transformation : DWT)으로 분류되는데 이는 변환 시 적용되는 wavelet 성질과 스케일의 정의에 따른 것이다.

임의의 시그널에 CWT 변환을 적용하면 최소에서 최대 영역까지 연속된 스케일 분포와 더불어 여러 시간 대역에서 각각의 스케일에 해당되는 wavelet 계수를 결과로서 볼 수 있다. 이 경우 각각의 시간에 대한 스케일과 그에 해당되는 wavelet 계수를 연산 및 기억해야 하므로 컴퓨터의 빠른 연산 능력과 큰 메모리 용량이 요구된다. 따라서 2 차원이나 3 차원 확장에 많은 제약이 따르게 마련이다. 그런데 확보하고자 하는 wavelet 계수의 위치가 현재 확보한 스케일 대역의 하부에 존재한다는 것을 알고 있다면 모든 스케일 대역에 대해서 wavelet 계수를 연산할 필요는 없다. 그럴 경우 컴퓨터의 연산 횟수 및 메모리 용량 감소와 더불어 에러를 수반하는 wavelet 과정을 줄일 수 있게 되므로 정교한 계산이 수행될 수 있다. 이러한 배경을 기본 개념으로 개발된 것이 DWT 이다. 본 연구는 DWT 를 3 차원 확장하여 응집구조를 추출한다.

3.3 3차원 이산 wavelet

본 연구에서 사용된 3 차원 wavelet 변환은 2 차원 wavelet 변환과 동일하게 필터링을 기반으로 하는 확장된 알고리즘을 따른다. 그러나 평면 형태의 데이터 분해인 2 차원 wavelet 과 달리 3 차원 wavelet 은 Fig. 1 에서 보듯이 체적 형태의 데이터를 8 조각의 주파수 대역으로 분리하여 스케일 차원의 wavelet 상수로 변환시켜 분해한다. 이 때 변환된 wavelet 계수를 줄이거나 임의의 기준에 따라 분리하면 주어진 3 차원 체적 데이터의 분리 및 압축이 수행된다. Fig. 2 는 3 차원 이산 wavelet 알고리즘에 대한 개략도이다.

3.4 3차원 이산 wavelet 의 다중 해상도 분석

3 차원 다중 해상도 분석⁽⁶⁾ (Multi Resolution Analysis : MRA)은 2 차원 다중 해상도 분석과 동일한 방식으로 확장되어 수행된다. Fig. 3 는 3 차원 다중 해상도 분석의 개략으로서, 체적 형태의 입력 데이터를 8 가지의 고주파와 저주파 영역으로 분리하고, 분해된 저주파 영역을 다시 고, 저주파의 8 가지의 영역으로 분리하여 wavelet 계수화 한다. 이를 데이터 개수 $N = 2^{3j}$ 인 임의의 3 차원 체적 신호 - 예를 들어 홀로 그램의 픽셀 색감 수치 - $C(x, y, z)$ 에 3 차원 다중 해상도 분석을 적용하면 다음과 같다.

$$C(x, y, z) = \bar{C}_{0,0,0} \phi_{0,0,0}(x, y, z) +$$

$$\sum_{j=0}^{J-1} \sum_{i_x=0}^{2^j-1} \sum_{i_y=0}^{2^j-1} \sum_{i_z=0}^{2^j-1} \sum_{\mu=1}^7 \tilde{C}_{j,i_x,i_y,i_z}^{\mu} \psi_{j,i_x,i_y,i_z}^{\mu}(x, y, z) \quad (1)$$

여기서

$$\phi_{j,i_x,i_y,i_z}(x, y, z) = \phi_{j,i_x}(x) \phi_{j,i_y}(y) \phi_{j,i_z}(z) \quad (2)$$

$$\psi_{j,i_x,i_y,i_z}^{\mu}(x, y, z)$$

$$= \begin{cases} \psi_{j,i_x}(x) \phi_{j,i_y}(y) \phi_{j,i_z}(z) ; & \mu = 1 \\ \phi_{j,i_x}(x) \psi_{j,i_y}(y) \phi_{j,i_z}(z) ; & \mu = 2 \\ \phi_{j,i_x}(x) \phi_{j,i_y}(y) \psi_{j,i_z}(z) ; & \mu = 3 \\ \psi_{j,i_x}(x) \phi_{j,i_y}(y) \psi_{j,i_z}(z) ; & \mu = 4 \\ \psi_{j,i_x}(x) \psi_{j,i_y}(y) \phi_{j,i_z}(z) ; & \mu = 5 \\ \phi_{j,i_x}(x) \psi_{j,i_y}(y) \psi_{j,i_z}(z) ; & \mu = 6 \\ \psi_{j,i_x}(x) \psi_{j,i_y}(y) \psi_{j,i_z}(z) ; & \mu = 7 \end{cases} \quad (3)$$

이때 식 (2)는 1 차원 스케일 함수의 3 차원 확장을 의미한다.

4. 3 차원 난류 속도장에 wavelet 적용

4.1 난류 데이터의 확보

격자 $N = 128^3$, 미소 척도 레이놀즈 수(micro-

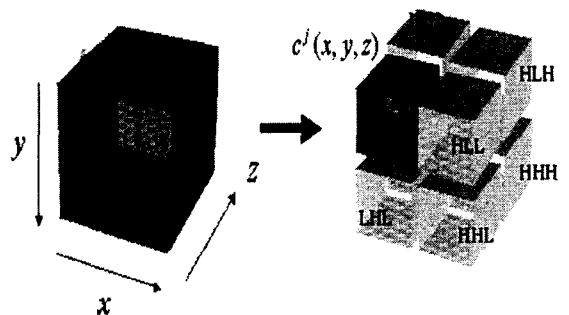


Fig. 1 3-Dimensional discrete wavelet transform

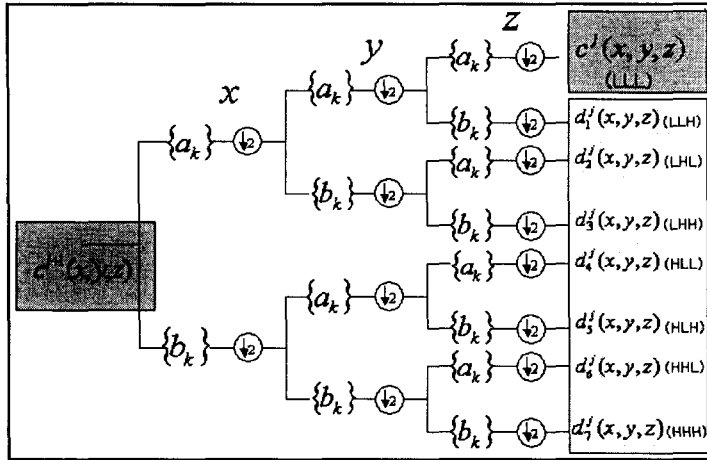


Fig. 2 Block diagram of a 3-dimensional DWT algorithm

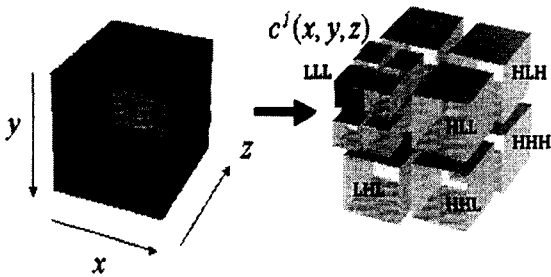
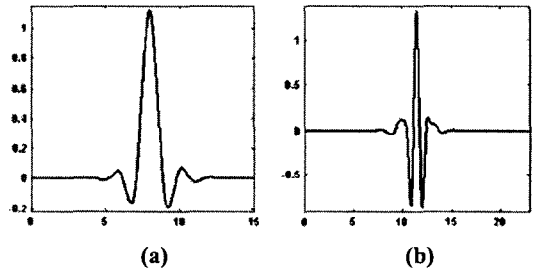


Fig. 3 3-Dimensional multi resolution analysis



(a) Scaling Function (b) Wavelet Function

Fig. 5 Coiflets N=4 filter

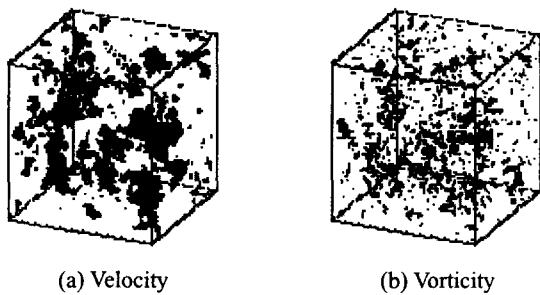


Fig. 4 Isotropic turbulent flow contour

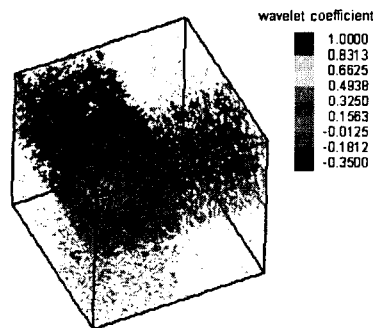


Fig. 6 Multi resolution analysis at level 7

scale Reynolds number) $R_\lambda = 59.3$ 의 환경에서 직접 수치 모사 (Direct Numerical Simulation : DNS) 로 3 차원 등방성 난류의 속도장을 확보하여 wavelet 변환을 적용한다. Fig. 4 는 확보된 데이터의 속도장과 와도장을 표준편차 σ 의 1.5 배 등선 표시한 것이다.

4.2 Wavelet 필터의 선정

주어진 데이터를 wavelet 스케일 분석할 경우 가장 중요한 것이 필터의 선정이다. 필터의 특성에 따라서 주어진 데이터의 압축 성향이나 특징을 전혀 고려하지 못한 결과를 낼 수 있기 때문이다. 일반적으로 wavelet 필터를 선택할 때 가장 고려해야 할 점은 선택될 필터의 wavelet 함수와

wavelet 변환될 데이터의 파고가 얼마나 닮았는지의 여부이다. 이에 본 연구에서 wavelet 변환이 적용될 3 차원 등방성 난류의 속도장을 공간적으로 재배치하였고 그것의 파고와 가장 닮은 wavelet 함수의 필터를 찾기 위해 많은 시행착오를 경험하였다. 그 결과, 직교 wavelet 환경 중 하나인 Coiflets 계열 $N=4$ 필터⁽⁷⁾를 선택한다. Coiflets 계열의 필터는 거의 대부분이 대칭성을 갖고 wavelet 대응되는 스케일 함수가 wavelet 함수와 동일한 $2N$ 의 vanishing 모멘트를 갖는다. Fig. 5은 Coiflets $N=4$ 필터에 대한 스케일 함수와 그에 대응되는 wavelet 함수를 보여준다.

4.3 3 차원 다중 해상도 분석 적용

격자 개수 $N = 128^3$ 인 3 차원 등방성 난류의 응집구조 추출 과정으로서 3 차원 다중해상도 분석 MRA를 난류 속도 벡터인 u, v, w 에 각각 적용한다. 한 예로서 속도 벡터 u 에 대한 MRA를 적용하면 3 차원 MRA의 특성으로 인해 50 조각 ($7n+1, n=7$)의 주파수 대역으로 분해되고 그 대역 공간에서 wavelet 변환된 속도 벡터 u 의 wavelet 계수를 볼 수 있다. Fig. 6은 속도 $u(x, y, z)$ 에 대한 3 차원 MRA를 적용하여 주파수 대역 공간에서 wavelet 변환된 계수의 크기를 보여주고 있다.

4.4 임계치(threshold)의 결정

난류를 응집 구조와 비응집 구조로 분리할 때 기준이 되는 값이 임계치이다. 본 연구는 임계치를 확보하기 위해 다음의 알고리즘을 제안한다.

(1) Donoho⁽⁸⁾가 제안한 wavelet 축소 계수법을 이용하여 MRA 후 속도장의 wavelet 계수를 분리할 때 필요한 초기의 개략적인 임계치를 마련한다.

$$\varepsilon_{mi} = \sqrt{\frac{4}{3} E \log N} \quad (4)$$

여기서 E 는 총량 에너지이고 $N = 128^3$ 격자 개수이다.

(2) 초기 임계치 ε_{mi} 를 이용하여 분리된 wavelet 계수를 wavelet 역변환 한다. 추출된 추정 응집구조에서 wavelet 분리 전 에너지 대비 백분율 P_{mi} 를 확보한다.

(3) (2)와 동일한 방식으로 임의의 임계치 $\varepsilon_a = \varepsilon_{mi} - 0.7\% \varepsilon_{mi}$ 를 만들어 wavelet 계수를 분

리한 후 그에 해당되는 에너지 백분율 P_a 를 확보한다. 이 때 임계치 변화에 따른 에너지 백분율의 변화가 비선형임을 고려하여 ε_a 를 ε_{mi} 에 비해 작은 값으로 설정해야 한다. 본 연구에서는 응집 구조의 엔스트로피 에너지를 참고하여 ε_a 를 설정한다(Table 1 참조).

(4) $(\varepsilon_{mi}, P_{mi})$ 와 (ε_a, P_a) 두 점을 이용하여 기울기 m 과 새로운 임계치 ε_b 를 구한다.

$$m = \frac{P_a - P_{mi}}{\varepsilon_a - \varepsilon_{mi}} \quad (5)$$

$$\varepsilon_b = \varepsilon_a + \frac{P - P_a}{m} \quad (6)$$

여기서, P 는 추출된 응집 구조가 함유하리라 추측되는 에너지 백분율로서 본 연구에서는 95% 이상을 기준으로 한다.

(5) 새로운 임계치 ε_b 를 이용하여 응집구조를 추출하고 해당되는 에너지 백분율 P_b 를 확보한다.

(6) 임계치와 에너지 백분율의 관계가 비선형이므로 $\varepsilon_{mi} \leftarrow \varepsilon_a$, $\varepsilon_a \leftarrow \varepsilon_b$ 그리고 $P_a \leftarrow P_b$ 로 대입하여 (4)와 (5)의 과정을 $P_b = P$ 가 될 때까지 반복한다.

(7) $P_b = P$ 가 만족될 때 기준 임계치는 ε_b 이고, 추출된 응집 구조가 포함하는 에너지는 전체 대비 $P\%$ 가 된다.

4.5 Wavelet를 이용한 응집 구조의 추출

난류 속도장에 3 차원 확장된 다중 해상도 분석 MRA를 적용하여 wavelet 계수를 확보하고 임계치를 기준으로 큰 수와 작은 수의 집합으로 각각 분리한 후 wavelet 역변환 한다. 전자가 속도장에서 분리된 응집구조 \vec{v}_c 이며 후자는 비응집 구조인 \vec{v}_l 가 된다. 관계식 $\vec{\omega} = \nabla \times \vec{v}$ 를 이용하여 wavelet 추출된 속도장의 응집 구조 \vec{v}_c 와 비응집 구조 \vec{v}_l 에 대응되는 와도장 $\vec{\omega}_c$ 와 $\vec{\omega}_l$ 를 직접적으로 추출한다.

5. 결과 및 고찰

5.1 Wavelet 모드와 에너지 및 엔스트로피

전체 $N = 128^3$ wavelet 모드 대비 백분율과 그에 대응되는 속도장의 에너지 비율을 Fig. 7에 도시함과 동시에 본 연구가 수행한 wavelet 모드의 임계치 위치를 그래프 곡선 위에 별표로 표시하고 있다. Fig. 7에서 난류의 에너지는 wavelet 모드 5% 이내에서 급격히 99.9%에 도달함을 볼 수 있다. 속도장의 응집 구조 \bar{v}_c 는 별표 지점의 3.19%의 wavelet 모드 수만을 가지고 wavelet 역변환 되어 추출된 에너지 98.23%의 데이터이며, 비응집 구조 \bar{v}_i 의 경우에는 나머지 96.81%의 wavelet 모드에 대하여 1.76%의 에너지만을 함유하는 데이터임을 나타낸다. 또한 속도장의 응집, 비응집 구조에서 관계식을 이용하여 와도장으로 전환한 결과, 와도장의 응집 구조 $\bar{\omega}_c$ 는 83.33%, 그리고 비응집 구조 $\bar{\omega}_i$ 는 16.74%의 엔스트로피를 각각 포함하고 있다. 그런데 엔스트로피의 경우에는 응집 구조와 비응집 구조의 엔스트로피의 합이 wavelet 분리 전 난류의 엔스트로피 대비 0.7%를 초과하는 수치를 보여주고 있다. (Table 1 참조) 이러한 이유는 wavelet 변환 및 역변환은 수치적 에러를 수반하는 연산 과정이기 때문이다. 또한 높은 정확도를 갖는 wavelet 필터를 적용하여 속도장의 응집, 비응집 구조를 추출하였다더라도 관계식 $\bar{\omega} = \nabla \times \bar{v}$ 를 이용하여 와도장을 확보하는 과정에서 한번 더 에러를 수반하기 때문에 속도장의 응집, 비응집 구조 보다도 와도장의 응집, 비응집 구조의 에러가 더 클 수 밖에 없는 것이다.

5.2 Wavelet 분리전과 후의 정량적 비교

Wavelet 분리 전의 3차원 등방성 난류와 분리 후 응집 구조와 비응집 구조의 정량적 특성을 Table 1을 통해 비교한다. 응집구조의 속도장과 와도장은 분리전의 등방성 난류의 skewness 및 flatness와 거의 일치하는 경향을 보여 통계학적 정량적 관점에서 그 성향이 매우 비슷하다. 그러나 비응집 구조의 경우에는 분리 전의 등방성 난류의 성향과 동일함을 찾을 수 없을 뿐 아니라 skewness가 거의 0에 가까와 지배적인 난동성분의 방향을 알아볼 수 없다.

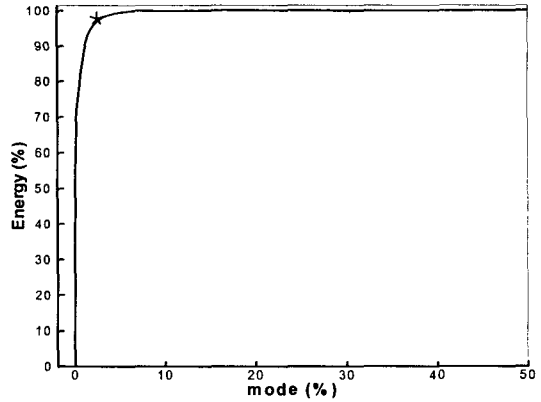
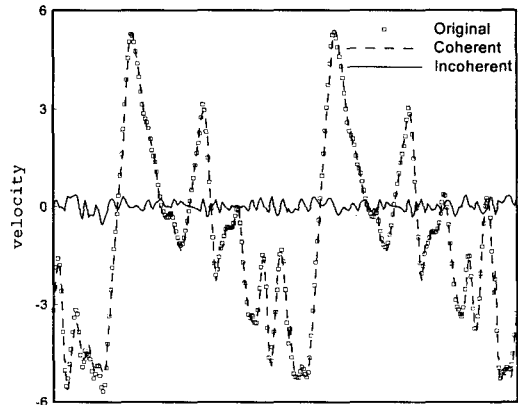
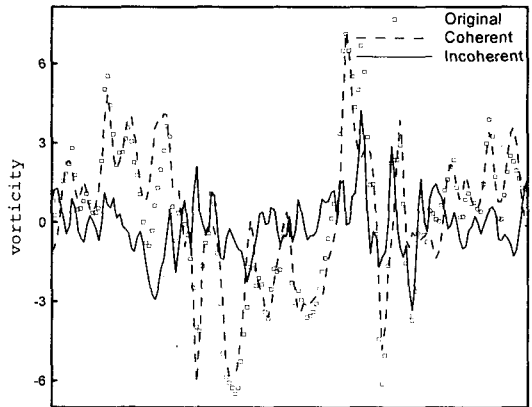


Fig. 7 Compression curve



(a) Velocity



(b) Vorticity

Fig. 8 Signal profile comparison

Table 1 Statistical properties, velocity and vorticity

Quantity	Original	Coherent	Incoherent
Mode %	100%	3.19%	96.81%
	\bar{v}	\bar{v}_c	\bar{v}_I
Energy	38.10	37.43	0.67
%	100%	98.23%	1.76%
Skewness	-0.051	-0.051	-0.003
Flatness	2.921	2.924	3.45
	$\bar{\omega}$	$\bar{\omega}_c$	$\bar{\omega}_I$
Enstrophy	3597	2997	602
%	100%	83.33%	16.74%
Skewness	0.030	0.034	0.003
Flatness	4.811	4.714	4.36

5.3 속도 및 와도의 파고 비교

임의의 동일 공간 위치에 대하여 wavelet 분리 전의 등방성 난류의 파고와 응집 구조 및 비응집 구조의 파고를 Fig. 8 에 나타내었다. Fig. 8 을 통해 응집구조의 파고는 wavelet 분리 전의 난류 유동의 신호와 거의 흡사한 모습으로 전개 됨을 확인할 수 있다. 또한 비응집 구조는 성향을 알 수 없는 무질서한 작은 진폭을 가지며 진동하고 있는 것을 볼 수 있다. 이는 분리전의 난류 구조와 응집 구조는 그 통계학적 성향이 매우 동일 할 수 밖에 없음을 뒷받침한다.

5.4 응집, 비응집 속도장과 와동장의 등선

Fig. 9 와 Fig. 10 은 속도장 및 와도장의 응집 구조와 비응집 구조를 표준 편차의 1.5 배 등선 표시한 것이다. Fig. 4 와 비교하여 wavelet 분리전 등방성 난류의 등선 위치와 응집 구조의 등선 위치가 거의 동일하다. 또한 공간 내 등선의 위치가 밀집된 구조를 이루고 있어 연관(correlated) 관계에 있다고 볼 수 있다. 하지만 비응집 구조는 그 등선이 무질서하게 발산하는 형태를 보이고 있어 비연관(uncorrelated) 관계에 있다고 판단되며 이러한 점에서 비응집 구조는 자연적 분포 형태인 Gaussian 양상의 확률 밀도 함수의 형태를 가질 것으로 예상된다. 확률밀도 함수는 5.6 에서 자세히 설명한다.

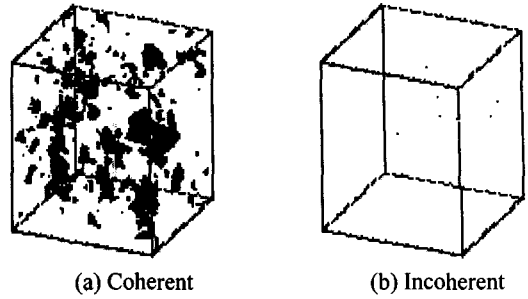


Fig. 9 Velocity field contour

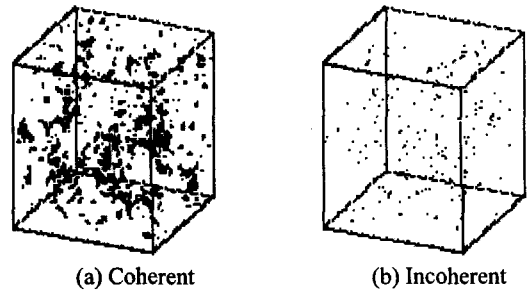


Fig. 10 Vorticity field contour

5.5 응집, 비응집 구조의 에너지 스펙트럼

3차원 등방성 난류의 에너지 스펙트럼과 wavelet 분리 후의 응집 구조, 비응집 구조의 그것을 Fig. 11에 도시하였다. 웨이브 수 k (wave number)가 작은 난류 에너지 발생 영역에서 응집 구조의 에너지 스펙트럼 곡선이 wavelet 분리 전의 난류의 그것과 $k^{-5/3}$ 의 비율로 일치하는 것을 확인할 수 있다. 이는 난류 에너지 발생 영역에서는 응집구조의 영향이 난류 유동에 지배적이라는 것을 의미한다. 웨이브 수가 큰 소산 영역에서 응집구조의 에너지는 비응집 구조의 에너지 곡선에 비해 더욱 급격히 감소하고 있다. 이로 미루어 난류의 소산 영역 내 응집구조의 에너지는 비응집 구조의 에너지로 전환되어 소산한다고 판단된다. 비응집 구조의 에너지 스펙트럼 곡선은 wavelet 분리 전의 난류 에너지에서 응집 구조의 에너지를 감한 만큼의 수치를 가지는 비 응집 구조의 에너지 스펙트럼 곡선은 k^2 의 비례 양상을 보인다. 이는 기존의 3차원 난류 이론에 부합하는 결과이다.

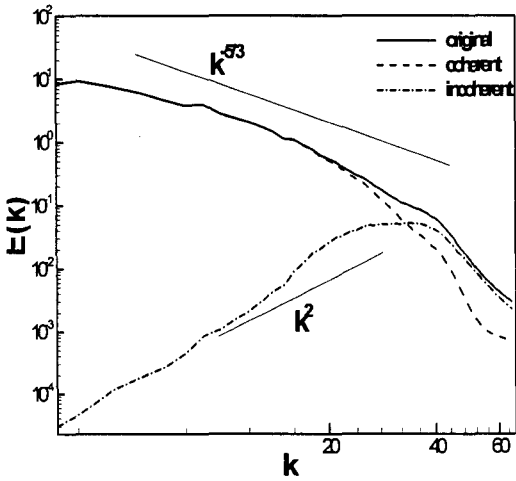


Fig. 11 Comparison of energy spectrum

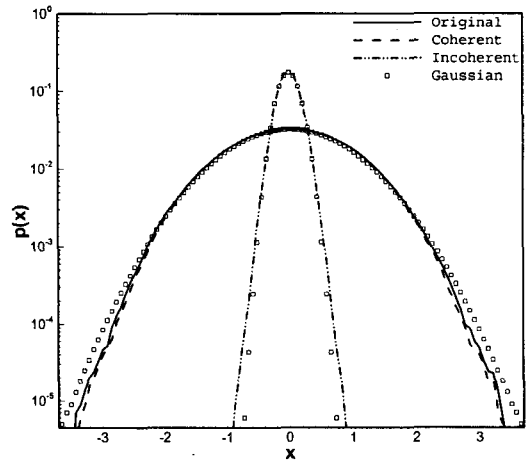
5.6 확률 밀도 함수(PDF)의 비교

Fig. 12 는 wavelet 분리 전의 등방성 난류 데이터의 확률 밀도 함수(Probability Density Function : PDF)와 응집 구조, 비응집 구조의 그것을 속도장과 와도장으로 나누어 나타낸 것이다. 결과적으로 속도장 및 와도장 모두의 경우 응집 구조는 wavelet 분리전의 난류 데이터와 모두 정량적으로 일치함을 확인할 수 있다.

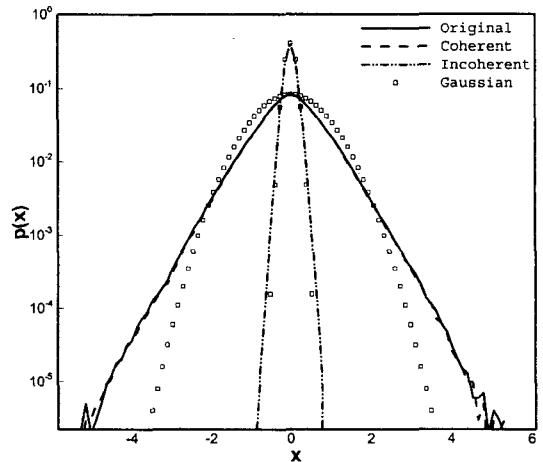
Fig. 4 를 통해 언급했듯이 비응집 구조는 속도장과 와도장에 상관 없이 모두 어지럽게 발산하는 모습이 파악되었다. 그 결과 비연관된 구조임을 추측하였고 비연관된 구조라면 그 확률 밀도 함수는 모두 Gaussian 분포의 형태를 가져야 한다는 예측을 하였다. Fig. 12 를 통해 비응집 구조는 속도장과 와도장에 관계 없이 Gaussian 분포를 갖는 것을 확인할 수 있으므로 비응집 구조는 비연관된 Gaussian 분포의 구조임을 확인할 수 있다.

5.7 데이터 압축 효과

연구에 사용된 3 차원 등방성 난류의 속도 데이터는 $128^3 \times 3$ 형식의 데이터 파일로서 그 용량은 102MB 에 이른다. 이 데이터를 다중 해상도 분석 MRA 를 적용한 후 주파수 레벨 공간에서 임계치 보다 큰 wavelet 계수의 위치와 그 wavelet 계수의 값을 표시하면 $3.19\%N \times 2$ 의 개수를 지닌 행렬 형태의 데이터 파일이 된다. 그 결과 104MB 용량의 3 차원 등방성 난류($128^3 \times 3$)는 그 성질이 동일한 4MB 의 응집구조($3.19\%N \times 2$)로 표현이 된다.



(a) Velocity



(b) Vorticity

Fig. 12 Probability density function, PDF

6. 결론

본 연구에서는 덜 밀집되어 압축 효율이 떨어질 것이라는 난류의 속도장을 선택하여 wavelet 분리를 시도했고 응집 구조가 90% 이상의 에너지를 만족할 것이라는 난류 역학적 배경을 가지고 임계치의 확보 과정을 제안했다. 그 결과 추출된 응집 구조의 속도장이 98% 이상의 에너지를 가지며 그 통계적 성향이 wavelet 분리전의 난류와 동일함을 밝혔다. 또한 에너지 스펙트럼을 통해 속도장에서 추출된 응집 구조와 비응집 구조가 난류 에너지 이론에 부합하고 있다는 것을 보였다. 응집 구조의 와도장은 wavelet 추출된 속도장의 응

집 구조에서 관계식을 이용하여 확보하였다. 와도장의 응집 구조 역시 wavelet 분리 전의 와도장과 통계학적으로 그 차이를 거의 볼 수 없으며 83%의 높은 엔스트로피를 포함하고 있다. 이는 기존의 연구 결과인 응집 구조 즉, 와도장을 wavelet 분리하여 추출되어지는 응집 구조의 성질과 전혀 차이가 없음을 의미한다. 따라서 속도장이 와도장에 의해 유동 및 에너지 특성이 결정되는 일방향의 관계가 아닌 서로 상호 보완적인 메커니즘에 있다는 가정을 뒷받침한다. 비응집 구조의 속도장과 와도장은 모두 공간적인 연관 관계를 나타내지 않으며 그 산발적 특성으로 인해 자연적 분포 형태인 Gaussian 확률 밀도 함수를 따른다. 하지만 에너지 스펙트럼 분석에서 알 수 있듯이 난류 에너지의 소산을 지배하는 구조이다. 모든 결과로 미루어 wavelet의 고유 특성이 응집 구조 추출이라는 데이터 압축으로 적용되었음을 확인할 수 있다.

참고문헌

- (1) Farge, M., Kevlahan, N., Perrier, V. and Goirand, E., 1996, "Wavelets and Turbulence," *Proceedings of the IEEE*, Vol. 84, No. 4, pp. 639-669.
- (2) Farge, M., Schneider, K., Pellergrino, G., Wary, A. and Rogallo, R., 2000, "CVS Decomposition of 3D Homogeneous Turbulence Using Orthogonal Wavelets," *Center for Turbulence Research Summer Program 2000*.
- (3) Farge, M., 1992, "Wavelet Transform and Their Applications to Turbulence," *Annu. Rev. Fluid Mech.*, Vol. 24, pp. 395-457.
- (4) Farge, M., Schneider, K. and Kevalahan, N., 1999, "Non-Gaussianity and Coherent Vortex Simulation for Two-Dimension Turbulence Using an Adaptive Orthogonal Wavelet Basis," *Physics of Fluids*, Vol. 11, pp. 2187-2201.
- (5) Bonnet, J., Cole, D., Deville, J., Flauser, M. and Ukeiley, L., 1994, "Stochastic Estimation and Proper Orthogonal Decomposition : Complementary Techniques for Identifying Structure," *Experiments in Fluids*, Vol. 17, pp. 307-314.
- (6) Mallat, S., 1989, "A Theory for Multi Resolution Signal Decomposition," *IEEE Trans. on PIAL*, Vol. 11, pp. 674-493.
- (7) Daubechies, I., 1992, "Ten Lectures on Wavelets," *SIAM*.
- (8) Donoho, D., 1993, "Unconditional Bases are Optimal Bases for Data Compression and Statistical Estimation," *Appl. Comput. Harmon. Anal.*, Vol. 1.
- (9) Argoul, F., Arneodo, A., Grasseau, G., Gagne, Y., Hopfinger, E. J. and Frisch, U., 1989, "Wavelet Analysis of Turbulence Reveals the Multi Fractal Nature of the Richardson Cascade," *Nature*, Vol. 338, No. 2, pp. 51-53.
- (10) Berkooz, G., Holms, P. and Lumley, J., 1993, "The Proper Orthogonal Decomposition in the Analysis of Turbulent Flows," *Ann. Rev. Fluid Mech.* Vol. 25, pp. 539-575.
- (11) Berkooz, G., Holmes, P. and Lumley, J., 1993, "Intermittent Dynamics in Simple Models and the Dynamics of Coherent Structures in the Turbulent Wall Layer," *Comp. Fluid Dynamics*, Vol. 4, pp. 255-269.
- (12) Brasseur, J. and Wang, Q., 1992, "Structural Evolution of Intermittency and Anisotropy at Different Scales Analyzed Using Three-Dimensional Wavelet Transform," *Physics of Fluids*, Vol. 4, pp. 2538-2554.
- (13) Dallard, T. and Browand, F. K., 1993, "Scale Transition at Defect Sites in the Mixing Layer : Application of the 2-D Arc Wavelet Transform," *Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 247, pp. 339-368.
- (14) Dallard, T. and Spedding, G. R., 1993, "2-D Wavelet Transform : Generalisation of the Hardy Space and Application to Experimental Studies," *European Journal of Mechanics B/Fluids*, Vol. 12, pp. 107-134.
- (15) Everson, R. and Sirovich, L., 1990, "Wavelet Analysis of the Turbulent Jet," *Physics Letters*, Vol. 145, No. 6, pp. 314-322.
- (16) Grossmann, A. and Morlet, J., 1984, "Decomposition of Hardy Functions into Square Integrable Wavelets of Constant Shape," *SIAM J. Math. Anal.*, Vol. 15, pp. 723-736.
- (17) Goswami, J. and Chan, A. 1999 "Fundamental of Wavelets," *Wiley Inter-Science*.
- (18) Gordeyev, S. V. and Thomas, F. O., 1995, "Measurement of Reynolds Stress Reversal in a Planar Jet by Means of a Wavelet Decomposition," *Turbulent Flows*, ASME, FED-Vol. 208, pp. 49-54.
- (19) Gordeyev, S. V., Thomas, F. O. and Chu, H. C., 1995, "Experimental Investigation of Unsteady Jet Shear Layer Dynamics Using a Wavelet Decomposition," *Unsteady Flows*, ASME, FED-Vol. 216, pp. 167-172.
- (20) Harr, A., 1910, "Zur Theorie der Orthogonalen Funktionen-Systeme," *Mathematische Annalen*, Vol. 69, pp. 331-371.
- (21) Lewalle, J., Petanga, P. and Buresti, G., 1994, "Wavelet Statistics of the Near-Field Structure of a Coaxial Jet," *AIAA Paper 94-2323*.
- (22) Li, H., 1997a, "Wavelet Analysis on Coherent Structure Dynamics in a Plane Turbulent Jet," *Experimental Heat Transfer, Fluid Mechanics and Thermodynamics 1997*. Edizioni ETS, PISA, pp. 1175-1782.
- (23) Li, H., 1997b, "Wavelet Reynolds Stress Analysis of Two-Dimensional Vortex Flow," *ASME FEDSM* 97-3040.
- (24) Li, H., 1997c, "Wavelet Velocity Correlation Analysis in a Plane Turbulent Jet," *Proceedings of the 11th Symposium on Turbulent Shear Flows*, Vol. 3, P3-101-106.
- (25) Li, H., 1997d, "Turbulent Structure Analysis of a Two-Dimensional Jet Using Wavelets," *Proceedings of*

- 5th Triennial International Symposium on Fluid Control, Measurement and Visualization*, pp. 589~594.
- (26) Liandrat, J. and Moret-Bailly, F., 1990, "The Wavelet Transform : Some Applications to Fluid Dynamics and Turbulence," *European Journal of Mechanics B/Fluids*, Vol. 9, No. 1, pp. 1~19.
- (27) Meyer, Y., 1993, *Wavelets : Algorithm and Applications*, SIAM.
- (28) Sullivan, P. and Pllard, A., 1996, "Coherent Structure Identification from the Analysis of Hot-Wire Data," *Measurement of Science Technology*, Vol. 7, pp. 1498~1516.
- (29) Kang Yoon Lee, 1998, "A Study on Coherent Structure of Two Dimensional Jet Flow Using Wavelet Transform," *Dept. of Mechanical Engineering Graduate School of Hanyang Univ.*
- (30) Jae Hoon Jung, 2001, "Coherent Structure Analysis of Turbulent Wake Using Orthogonal Wavelets," *Dept. of Mechanical Engineering Graduate School of Hanyang Univ.*
- (31) Dae Kyung Kim, Hyun Bae Kang and Jin Keon Seo, 2001, "Wavelet Theory and Its Applications," *Acanet*.