단면의 폭이 증가하는 180° 곡덕트 내 난류유동의 수치해석적 연구

김 원 갑†, 김 철 수*, 최 영 돈**
세종대학교 록히드마틴 항공우주연구소, *원주대학 자동차 서비스과, **고려대학교 기계공학과

Numerical Study on the Turbulent Flow in the 180° Bends increasing Cross-sectional Aspect Ratio

Won-Kap Kim†, Chul-Su Kim*, Young-Don Choi**
Sejong-Lockheed Martin Aerospace Research Center, Sejong University, Seoul 143-747, Korea
**Automotive Service and Technology, Wonju National College, Wonju 220-711, Korea*
***Department of Mechanical Engineering, Korea University, Seoul 136-701, Korea*

(Received August 13, 2003; revision received July 13, 2004)

ABSTRACT: This paper reports the characteristics of the three dimensional turbulent flow by numerical method in the 180 degree bends with increasing cross-sectional area. Calculated pressure and velocity, Reynolds stress distributions are compared to the experimental data. Turbulence model employed are low Reynolds number $k-\varepsilon$ model and algebraic stress model (ASM). The results show that the main vortex generated from the inlet part of the bend maintained to outlet of the bend and vortices are continually developed at the inner wall region. The distribution of turbulent kinetic energy along the bend are increase up to 120° because of increment of cross-sectional area. Secondary flow strength of the flow is lower about 60% than that of square duct flow.

Key words: Duct flow(덕트 유동), Reynolds stress(레이놀즈 응력), Turbulence model(난류모형), Contravariant velocity component(반변속도성분)

기 호 설 명

A^i : 면적벡터성분 [m^2]
C_p : 압력계수, $\triangle P/(1/2\rho W_{b,in}^2)$
D_H : 수력 직경, $4A/P$ [m]
g^{ij} : 메트릭텐서(metric tensor) [m^{-2}]
U, V, W : 절대좌표 속도성분 [m/sec]
$\overline{u_l u_m}$: 레이놀즈 응력성분 [m^2/sec^2]
W_B : 단면 평균속도 [m/sec]
x, y, z : 절대좌표계 [m]

† Corresponding author
Tel.: +82-2-3408-3896; fax: +82-2-3408-3895
E-mail address: wkkim@sejong.ac.kr

1. 서 론

유로의 곡률이나 회전에 의한 효과는 원심력이나 코리오리스 가속도에 의한 2차 유동을 발생시킨다. 이러한 효과는 터보기계의 날개유로와 같이 유로의 곡률뿐 아니라 회전 효과, 날개 통로의 단면적 변화 등이 있는 경우 발생하게 되며

실제 유체기계 내의 유로는 이러한 효과들이 중첩되어 있다. 이러한 중첩된 여러 가지 효과 때문에 복잡한 형상의 유로를 설계하기 위해서는 각각의 효과에 대한 충분한 지식이 필요하다. 그러나 현재까지의 연구가 주로 단면과 유로의 곡률이 일정하거나, 또는 유로의 곡률이 없을 때 일정 각속도로 회전하는 유동장에 대한 연구가 대부분이었다. 따라서 여러 가지 효과가 중첩되어 있는 복잡한 형상의 유동특성에 대한 연구가 필요하다.

Kim and Choi[1]는 단면의 폭이 감소하는 유로에 일정 곡률이 있는 경우에 대한 전산해석을 수행하여 실험과 비교하였는데, 기존의 정사각 단면유로의 유동이 곡덕트 내를 유동함에 따라 여러 개의 와(vortex)로 분해되는 경향을 보이는 것과는 달리 유동의 가속으로 인해 두 개의 와류쌍(vortex pair)이 곡덕트 출구부까지 유지됨을 보였다.

본 연구는 Kim and Choi[1]의 연구와 유로는 동일하게 설정하지만 Kim and Choi[1]의 경우와는 달리 단면 폭이 증가하는 경우에 대한 수치해석적 연구를 수행함으로써 유로의 단면형상 변화에 대한 곡덕트 내 난류유동의 영향을 고찰하고자 한다.

계산에 사용된 단면 폭이 증가하는 곡덕트의 형상은 Fig. 1과 같고 이 그림에서 알 수 있는 바와 같이 곡덕트의 높이는 일정하게 고정하고 폭이 증가하는 180° 곡덕트에 대하여 수치적 연구를 수행하였다. 계산결과의 검증을 위하여 Kim[2]의 실험적 연구와 비교하였다. 수행된 수치해석적 자료를 분석하여 유로의 곡률과 단면 폭의 증가가 중첩되는 경우에 대한 유동특성을 고찰한다.

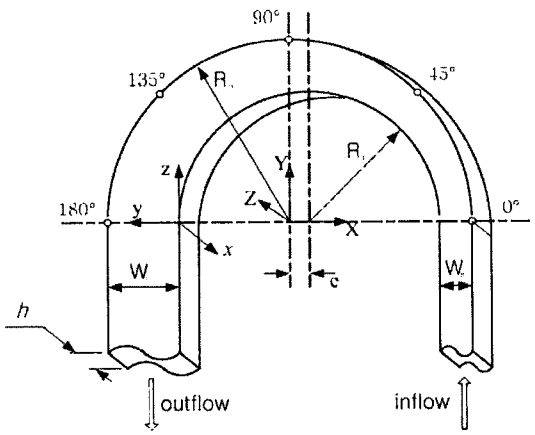

Fig. 1 Schematic diagram of the bend.

2. 수치해석

2.1 지배방정식

유체유동을 지배하는 지배방정식은 연속방정식과 운동량방정식으로 다음과 같다.

$$\frac{\partial}{\partial x_i}(\rho U_i) = 0 \tag{1}$$

$$\frac{\partial}{\partial x_j}(\rho U_i U_j) = -\frac{\partial P}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j}\left[\mu\left(\frac{\partial U_i}{\partial x_j}+\frac{\partial U_j}{\partial x_i}\right) - \rho\overline{u_i u_j}\right] \tag{2}$$

본 연구는 Kim and Choi[1]의 결과와 비교함으로써 곡덕트 형상변화의 영향을 이해하기 위한 연구이므로 같은 조건에서 비교하기 위하여 Kim and Choi[1]의 연구와 같은 Shin[3]의 저레이놀즈수 $k-\varepsilon$ 모형과 대수응력모형(ASM)을 사용하였다.

2.1.1 저레이놀즈수 $k-\varepsilon$ 모형

본 연구에서 사용한 Shin[3]의 모형은 다음과 같다.

$$\frac{\partial}{\partial x_j}(\rho u_j k) = \frac{\partial}{\partial x_j}\left[\left(\mu+\frac{\mu_t}{\sigma_k}\right)\frac{\partial k}{\partial x_j}\right] + S_k \tag{3}$$

$$\frac{\partial}{\partial x_j}(\rho u_j \varepsilon) = \frac{\partial}{\partial x_j}\left[\left(\mu+\frac{\mu_t}{\sigma_\varepsilon}\right)\frac{\partial \varepsilon}{\partial x_j}\right] + S_\varepsilon \tag{4}$$

$$\overline{u_i u_j} = -\nu_t\left(\frac{\partial U_i}{\partial x_j}+\frac{\partial U_j}{\partial x_i}\right) + \frac{2}{3}k\delta_{ij} \tag{5}$$

$$\nu_t = C_\mu f_\mu \frac{k^2}{\varepsilon} \tag{6}$$

여기서

$$S_k = \Pi_k + P_k - \varepsilon \tag{7}$$

$$S_\varepsilon = \Pi_\varepsilon + P_\varepsilon^1 + P_\varepsilon^2 + P_\varepsilon^3 + P_\varepsilon^4 - \Gamma \tag{8}$$

식(7)과 (8)은 Shin[3]의 모형식을 사용하였으나

복잡하여 여기서는 생략하며 자세한 내용은 Shin[3]의 연구를 참조한다.

2.1.2 저레이놀즈수 대수응력모형(ASM model)

대수응력모형은 레이놀즈응력방정식을 직접 풀지 않고 대류항과 확산항을 모형화하여 대수식으로 변환시켜 푸는 방법이다. 레이놀즈응력방정식의 대류항과 난류확산항을 모형화하면 다음과 같은 대수방정식을 얻을 수 있다.

$$\frac{\overline{u_i u_j}}{k}(P_k-\varepsilon+d_{v,k}) = P_{ij}-\varepsilon_{ij}+\phi_{ij}+d_{v,ij} \quad (9)$$

여기서 P_{ij}는 레이놀즈응력 생성항을 나타내며 우변의 소멸률텐서모형과 압력확산항 등은 Shin[3]의 모형을 적용하였으며 마찬가지로 매우 복잡하여 여기서는 생략하였다. 자세한 내용은 Shin[3]의 연구를 참조한다.

2.2 수치해석

곡덕트의 단면의 형상이 변화하므로 일반 곡률좌표계에서 Navier-Stokes 방정식에 대하여 유한체적법을 사용하여 수치해석하였다. 본 연구는 Kim and Choi[4]의 물리적 반변속도성분(physical contravariant velocity component)을 종속변수로 하는 해법을 도입하였다.

2.2.1 차분방정식

본 연구에서는 종속변수를 반변속도성분으로 하는 방법을 사용하였다. 이 해법의 자세한 유도과정과 그 외의 내용은 Kim and Choi[4]의 연구를 참조한다. 반변 속도 u^{ξ}-성분에 대한 최종의 차분방정식을 나타내면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} a_p u_p^{\xi} = & \sum a_{nb} u_{nb}^{\xi} \\ & - \frac{(\sqrt{g})_p}{(\sqrt{g^{11}})_p}\left(g_p^{11} p_{\xi} + g_p^{12} p_{\eta} + g_p^{13} p_{\zeta}\right) \\ & + \frac{(\sqrt{g})_p}{(\sqrt{g^{11}})_p}\left(\xi_{x,p} S_u + \xi_{y,p} S_v + \xi_{z,p} S_w\right) \\ & + \sum a_{nb}\left(u_{nb}^{\xi\prime} - u_{nb}^{\xi}\right) \end{aligned} \quad (10)$$

SIMPLE 알고리즘의 경우에 유동장의 압력은 압력수정방정식으로부터 얻을 수 있다. 압력수정방정식은 식(10)에서 전 계산단계의 값을 빼면 속도수정량을 얻을 수 있고 다시 연속방정식에 대입하면 압력수정방정식을 얻는다. 다음에 비대각성분을 무시하고 얻은 최종의 압력수정방정식을 나타내었다.

$$\begin{aligned} a_p p'_p = & a_E p'_E + a_W p'_W + a_N p'_N + a_S p'_S \\ & + a_U p'_U + a_D p'_D + b \end{aligned} \quad (11)$$

여기서

$$\begin{aligned} a_E &= \left(\rho\sqrt{g}\sqrt{g^{11}}\,du_1^{\xi}\right)_e \\ a_W &= \left(\rho\sqrt{g}\sqrt{g^{11}}\,du_1^{\xi}\right)_w \\ a_N &= \left(\rho\sqrt{g}\sqrt{g^{22}}\,du_1^{\eta}\right)_n \\ a_S &= \left(\rho\sqrt{g}\sqrt{g^{22}}\,du_1^{\eta}\right)_s \\ a_U &= \left(\rho\sqrt{g}\sqrt{g^{33}}\,du_1^{\zeta}\right)_u \\ a_D &= \left(\rho\sqrt{g}\sqrt{g^{33}}\,du_1^{\zeta}\right)_d \\ a_P &= a_E + a_W + a_N + a_S + a_U + a_D \\ b &= -(\rho\widehat{U^{\xi}})_e^* + (\rho\widehat{U^{\xi}})_w^* - (\rho\widehat{U^{\eta}})_n^* \\ &\quad + (\rho\widehat{U^{\eta}})_s^* - (\rho\widehat{U^{\zeta}})_u^* + (\rho\widehat{U^{\zeta}})_d^* \end{aligned} \quad (12)$$

이다. 이 압력수정방정식을 풀어 반변속도성분을 직접 수정하면 연속방정식을 만족하는 속도장을 얻을 수 있다.

계산에 사용되어진 대류항 처리는 속도성분에 대하여는 멱승도식(power-law scheme)을 사용하였으며 난류운동에너지와 난류에너지 소산율방정식의 대류항은 혼성해법(hybrid scheme)을 사용하였다.

2.2.2 경계조건

본 연구에서 선택한 곡덕트 입구는 폭과 높이가 0.6 m×0.12 m인 직사각형이며 출구부는 높이와 폭이 0.12 m인 직사각형이다. 곡덕트 외벽면의 반경은 0.344 m, 내경은 0.254 m이다. 해석영역은 유동이 덕트의 상하부 대칭으로 보고 하부만 해석하였으며 이 대칭경계면에서는 경계면에 수직방향의 구배를 0으로 처리하였다.

곡덕트의 입구 경계면은 곡덕트 입구 수력 직경의 $2D_H$ 상류에 설정하였고 출구 레이놀즈수는 50,000으로 하였다. 유입경계조건으로는 완전확립

된 3차원 난류채널유동에 대한 해석을 먼저 수행하고 이 결과를 가변단면의 곡덕트 유동의 입구 조건으로 사용하였다.

한편, 출구 경계면에서는 출구부의 유동이 곡덕트에 영향을 미치는 것을 배제하기 위하여 곡덕트부에서 $8D_H$ 떨어진 곳에 출구면을 위치시키고 앞서 설명한 주유동방향을 제외한 다른 모든 유동변수에 대하여 유선방향으로의 구배가 0인 조건을 적용하였다.

사용된 격자수는 기존의 여러 연구에서 사용되어 왔던 것과 같이 단면상에 26×40, 주유동방향으로는 101개로 하였으며 벽면으로부터 첫번째 격자점은 유동장의 입구에서 y^+가 1이 되도록 하였으며 $y^+ \leq 80$ 이하의 미세격자 구역에는 16개의 격자를 배치하였다.

3. 결과 및 고찰

본 연구의 곡덕트 형상은 원심압축기의 볼류우트(volute)의 그것과 유사하므로 곡덕트 내에서의 압력의 변화형태는 그 의미가 크다. Fig. 2에 곡덕트의 대칭면 상에서 내·외벽면을 따르는 측정된 압력과 계산된 압력계수의 분포를 도시하였다. 그림에서 곡덕트의 입구는 $Z=0$이며 출구는 $z=0.94$ m이다. 사용된 압력계수의 정의는 다음과 같다.

$$C_p = \frac{P - P_r}{\frac{1}{2}\rho W_{B,in}^2} \tag{13}$$

여기서 P_r은 기준압력이며, 본 연구에서는 유체가 유입되는 곡덕트 입구에서의 내벽면 압력을 기준으로 하였다. $W_{B,in}$은 곡덕트 입구에서의 단면 평균속도이다.

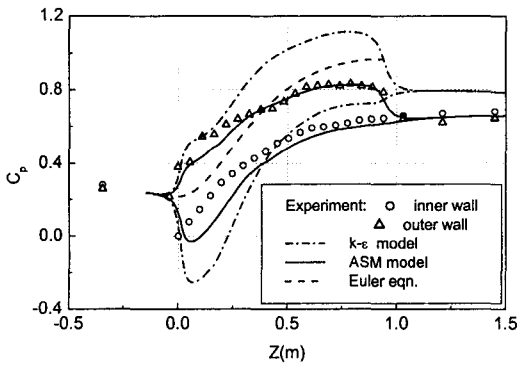

Fig. 2 Pressure coefficient distribution.

이 그림에서 보는 바와 같이 대수응력모형에 의한 결과가 $k-\varepsilon$ 모형에 의한 것보다 단면의 확대로 인한 압력증가 현상을 잘 예측하고 있으며 이러한 경향은 Kim and Choi[1]의 연구와 같은 경향을 나타낸다.

곡덕트의 입구부에서는 일반적인 곡덕트 유동과 같은 경향을 보이고 있다. 유체가 곡덕트 내부를 통과하면서 압력은 단면의 확대로 인해 증가하며 출구부에서는 단면적의 증가로 인해 외벽면 쪽에서 증가한 압력은 곡덕트를 통과하면서 그대로 유지되지 못하고 감소하는 순압력구배를 보이게 된다. 곡덕트의 입구부에서 압력구배가 급격하며 출구 쪽으로 진행할수록 그 구배가 감소하고 있고 내외벽면의 압력차도 약간씩 감소하고 있음을 알 수 있으며 2차유동의 강도도 출구 쪽에서 약해지고 있는 것으로 예측된다.

결국 외벽면 쪽에서 증가된 압력에너지는 유로의 곡률에 의한 원심력에 의해 발생하며 곡덕트의 출구부에서 외벽면쪽 압력의 감소현상은 외벽면 쪽으로 치우쳐 흐르던 유체가 직관 유동의 형태로 변화하기 위해 내벽면 쪽으로 유체가 이동하면서 발생하는 것으로 내·외벽면의 압력의 재분배가 이루어지기 때문이다.

Fig. 3(a)는 곡덕트의 중간의 대칭면을 따르는

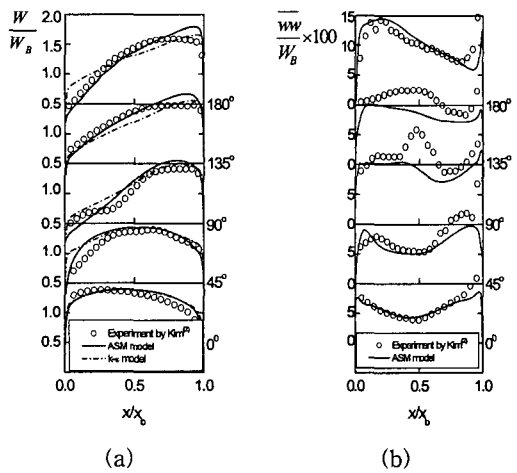

Fig. 3 Mean velocity and normal stress distribution along the symmetric plane.

주유동 방향의 속도를 곡덕트의 각 위치에 대하여 나타낸 것이다. $k-\varepsilon$ 모형과 대수응력에 의한 결과는 대체적으로 실험결과와 유사하게 나타나고 있음을 알 수 있다. 그러나 곡덕트 후반 영역인 90° 이후의 각도에서는 대수응력모형의 결과가 $k-\varepsilon$ 모형보다는 좀더 정확히 예측하고 있음을 알 수 있다. Fig. 3(b)는 대칭면을 따르는 주유동 방향의 수직응력분포를 나타낸 것으로 대수응력모형에 의한 결과와 비교하여 나타내었다. Kim and Choi[1]의 연구에서와 마찬가지로 본 연구에서도 90°에서의 이중극대를 예측 못하고 있으나 실험결과와 정성적으로 잘 일치하는 결과를 예측하고 있음을 알 수 있다.

앞서 $k-\varepsilon$ 모형에 의한 결과보다는 대수응력모형에 의한 결과가 실제의 유동특성을 보다 가깝게 모사하는 것으로 나타났으므로 여기서는 대수응력에 의한 결과를 중심으로 고찰한다.

Fig. 4는 대수응력모형에 의한 각 위치에서 단면 속도벡터와 등속도분포를 나타낸 것으로 입구부터 발생한 중심부의 와(vortex)는 90°인 경우 내벽면 대칭축 부근에서 발생한 반시계 방향으로 회전하는 와의 강도와 영역이 증가하면서 135°에서는 내벽면과 외벽면 쪽에 회전방향이 다른 각각 한 개씩의 와를 형성하고 있음을 알 수 있다. 이것은 측벽면을 따라 내벽면 쪽으로 이동하는 유체가 내벽면에 도달하기 전에 원심력에 의해 다시 외벽면 쪽으로 밀려나오기 때문인 것으로 판단된다. 또 135°의 내벽면쪽 반시계 방향의 와는 180°에서는 소멸되고 시계 방향의 새로운 와가 발생하였음을 알 수 있다.

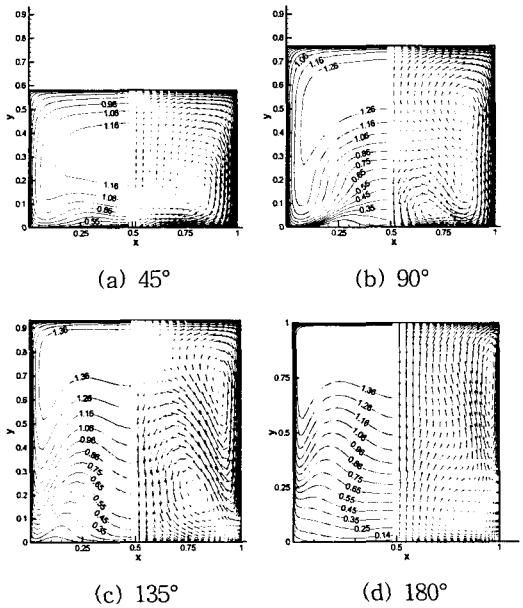

Fig. 4 Secondary flow vectors and flow pattern at each location.

계산된 결과로부터 확대 곡덕트 내의 평균유동특성을 Kim and Choi[1]의 축소 곡덕트 유동과 비교하여 보았다. Fig. 5는 단면평균 난류운동에너지를 각 단면에서의 평균 운동에너지로 무차원한 경우를 나타낸 것이다.

이 그림을 살펴보면 축소유동의 경우에는 Kim and Choi[1]의 연구에서 설명된 바와 같이 입구부인 0°~45°까지는 층류화 효과보다 곡률의 영향이 크게 나타나 난류가 증가하고 이후에는 유동의 가속으로 인해 층류화 효과가 증가하였기 때문에 발생하는 것이다. 한편, 확대유동의 경우에는 난류강도가 증가하다가 120° 부근에서 최대값을 가지며 이후의 출구까지 감소하고 출구를 지나 출구직관부에서 다시 증가하는 경향을 보이고 있다. 출구부에서 난류가 감소하는 현상은 출구부근에서는 단면의 확대비율이 상류보다 작기 때문에 난류강도가 더 이상 증가되지 못하고 축소와 정사각덕트 유동과 같은 특성을 보이는 것이라 생각된다. 이 결과를 보면 앞서 설명한 바와 같이 단면적의 변화에 대한 난류특성의 변화가 확실하게 나타내고 있다. 즉, 축소, 정사각, 확대

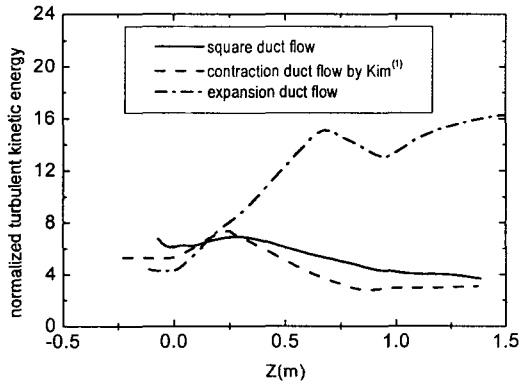

Fig. 5 Distribution of dimensionless turbulent kinetic energy normalized by mean velocity at each location.

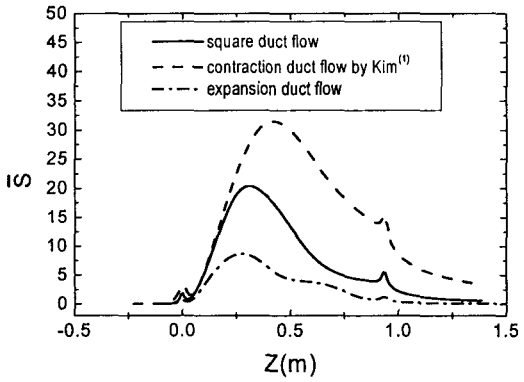

Fig. 6 Distribution of dimensionless secondary flow strength.

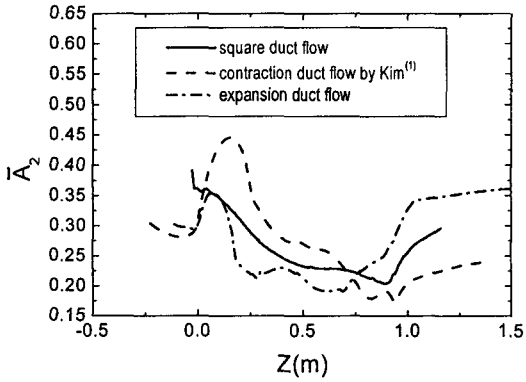

Fig. 7 Distribution of dimensionless mean stress invariant.

유동의 순으로 난류의 최대치가 곡덕트의 후반부로 이동되고 있음을 알 수 있다.

Fig. 6은 단면상에 발생하는 이차유동의 강도를 나타내는 $\overline{S}$의 주유동 방향 변화를 나타낸 그림이며 앞서와 마찬가지로 Kim and Choi[1]의 결과와 비교하여 나타내었다. 단면상의 평균 2차유동 강도 $\overline{S}$의 정의는 다음과 같다.

$$\overline{S} = \frac{1}{A}\frac{1}{W_{B,in}^2}\int_A (U^2+V^2)\,dA\times 10^3 \quad (14)$$

이 식에서 U, V는 곡덕트 단면상의 속도성분을 나타내며 dA는 계산격자의 미소면적이고 A는 곡덕트 단면적이다. 이 그림을 살펴보면 축소곡덕트나 확대 곡덕트의 두 경우 모두 정사각단면 곡덕트 유동의 경우와 정성적으로 같은 경향을 보여주고 있다. 앞서 압력계수에서 설명한 바와 같이 확대 곡덕트 유동의 경우가 곡덕트 전체 영역에서 작은 $\overline{S}$값을 가진다. 이 그림은 곡덕트의 입구단면에서의 평균유동의 운동에너지에 대한 단면에서의 2차유동에 해당하는 운동에너지의 비를 나타낸 그림으로서 축소유동의 경우 $\overline{S}$가 커지는 이유는 단면적의 감소로 인해 단면상에 발생한 와류의 회전반경이 감소함으로 각운동량보존에 의해 회전속도가 증가하기 때문으로 이해할 수 있다.

Fig. 7에는 단면평균 응력불변성 $\overline{A_2}$의 변화를 나타내었다. $\overline{A_2}$의 정의는 다음과 같다.

$$\overline{A_2} = \frac{1}{A}\int_A A_2\,dA \quad (15)$$

여기서

$$A_2 = a_{ij}a_{ji} = a_{11}^2+a_{22}^2+a_{33}^2+2\left(a_{12}^2+a_{13}^2+a_{23}^2\right) \quad (16)$$

$$a_{ij} = \frac{\epsilon}{k}\left(\overline{u_iu_j}-\frac{2}{3}k\delta_{ij}\right) \quad (17)$$

이다. 응력불변성 A_2는 레이놀즈응력의 비등방성의 정도를 나타내는 척도로 사용되며 이 값이 클수록 비등방성이 강하며 작을수록 등방성임을 나타내는 매개변수이다. 곡덕트에서의 비등방성은 곡덕트부의 전반부와 중반부에서 확대, 정사각, 축소의 순으로 비등방성이 크게 나타나며 곡덕트의 출구부인 135° 이후에서는 축소유동의 비등방성이 정사각덕트 유동보다 빠르게 감소하고 확대유동은 다시 증가함으로써 전반과 중반부의 경향과 역전된 현상을 보이고 있다.

4. 결 론

본 연구에서는 단면폭이 증가하는 곡덕트에 대한 3차원 전산해석을 수행하고 그 결과를 Kim and Choi[1]의 축소유동해석 결과와 비교하여 다음과 같은 결론을 얻었다.

(1) 압력에 있어서 정성적으로는 $k-\varepsilon$ 모형과

대수응력모형이 유사한 결과를 나타내었으나 정량적으로 대수응력모형에 의한 결과가 합리적인 것으로 판단된다.

(2) 평균 유동장에 대하여 $k-\varepsilon$ 모형과 대수응력모형 모두 90°에서의 이중극대현상을 예측하지는 못하고 있으나 대수응력모형이 역시 실험결과에 근접하는 결과를 보인다.

(3) 단면상에 발생하는 2차유동은 곡덕트 전반부인 45°까지는 곡률에 의한 하나의 와류만 발생하지만 이후에 내벽면과 대칭축 영역에서 반대방향의 와가 발생하여 그 강도가 증가하며 곡덕트 출구부에서는 이 와류는 소멸되고 또 다른 와류가 발생하는 것으로 나타났다. 즉 축소유동은 덕트 내부에서 하나의 와류만 형성되지만 확대유동의 경우에는 단면상의 와가 내벽면, 대칭축에서 계속 분리하여 발달하는 것으로 나타났다. 2차유동의 강도는 정사각덕트 유동의 경우가 가장 크며 확대와 축소유동의 경우에는 강도가 비슷한 정도임을 보였다.

(4) 단면 평균속도로 무차원된 난류운동에너지는 축소유동, 정사각단면, 확대유동의 순으로 최대치가 곡덕트의 후반부로 이동됨을 보였다.

(5) 곡덕트에서의 비등방성은 곡덕트부의 전반부와 중반부에서 확대, 정사각, 축소의 순으로 비등방성이 크게 나타나며 곡덕트의 출구부인 135° 이후에서는 축소유동의 비등방성이 정사각덕트 유동보다 빠르게 감소하고 확대유동은 다시 증가함으로써 전반과 중반부의 경향과 역전된 현상을 보인다.

참고문헌

1. Kim, W. K. and Choi, Y. D., 2002, Numerical study on the turbulent flow in the 180° bends decreasing gross-sectional aspect ratio, Korean Journal of Air-Conditioning and Refrigeration Engineering, Vol. 14, No. 12, pp. 1056-1062.
2. Kim, W. K., 1997, Experimental and Numerical Study on the Characteristics of Turbulent Flow in the Variable Rectangular Cross-Sectioned 180° Bends, Ph.D thesis, KOREA University, Seoul, Korea.
3. Shin, J. K., 1995, A Study on the Development and Application of Low Reynolds Number Second Moment Trubulence Closure, Ph.D thesis, KOREA University, Seoul, Korea.
4. Kim, W. K. and Choi, Y. D., 1999, A study on the selection of dependent variables of momentum equations in the general curvilinear coordinate system for computational fluid dynamics, Journal of KSME(B), Vol. 23, No. 2, pp. 198-209.