

## $e$ 의 역사적 기원과 의의

배재대학교 전산정보수학과 김성숙  
sskim@mail.pcu.ac.kr

상수  $e$ 는 미분적분학뿐만 아니라 실생활에서도 중요한 의미를 갖는 상수이다. 상수  $e$ 의 개념은 1618년 출판된 네이피어의 논문 부록에 처음 나온다. 그 당시의 로그의 발전이 상수  $e$ 를 이해하는 데 기여하였다. 1727년에 오일러가 상수  $e$ 의 기호를 도입하며 명확한 정의와 함께 상수  $e$ 에 대하여 연구하였다. 현재 고등학교에서 배우는 상수  $e$ 의 개념을 정립하는 데 약 100년이 걸린 것이다. 상수  $e$ 의 기원의 연구를 통해 현재 우리 시대에 행해지고 있는 많은 연구가 미래에 큰 의미를 부여할 수 있기를 기대한다.

주제어 : 오일러 상수

### 0. 서론

상수  $e$ 는 특별한 세 개의 무리수  $\pi$ ,  $e$ ,  $\varphi$ <sup>1)</sup> 중 고대인들에게 알려져 있지 않았던 유일한 수이다. 상수  $e$ 는 자연로그의 밑으로 사용됨으로서 미분적분학에서 중심적인 역할을 한다. 실제로, 상수  $e$ 는 실생활 속에 실제적인 의미를 갖는다.

상수  $e$ 는 어떤 증가하는 양이 현재의 양에 비례하여 증가하거나 감소하는 상황, 예를 들면, 은행에 복리 이자로 예금한 돈이나 인구 증가율, 반감기를 갖고 있는 화학 성분이 남아있는 양, 확률 문제 등에서 자연 현상을 표현하기 위해 가장 많이 쓰이는 식에서 자연스럽게 나타난다. 만일 증가율이 초기의 양에만 비례하는 것이 아니라 이전의 증가를 포함하는 현재의 양에 비례하면 더 많이 증가할 것이다. 얼마나 훨씬 많이 증가하는가? 상수  $e$ 는 이 질문에 답해준다. 상수  $e$ 는 우리가 은행에 예금할 때, 단리 이자보다 복리 이자를 받으면 얼마나 더 많이 돈을 받을 수 있는지 알려준다.

이 논문에서는 상수  $e$ 의 기원과 그 의의를 알아보려고 한다.

---

1)  $\varphi$ 는 황금비라고도 하며 황금비를 구할 때 나오는 이차 방정식  $x^2+x-1=0$ 의 근이 되는 수이다. 황금비를 적용하여 파르테논 신전을 건축한 유명한 건축가 피디아스(Phidias)의 머릿글자를 따서 황금비를  $\varphi$ 라고 부른다.

## 1. e의 기원

상수  $e$ 의 존재는 로그(log)함수를 처음으로 발견한 요한 네이피어<sup>2)</sup>에 의하여 발견되어서 네이피어수(Napier's number)라고도 부른다. 현재 쓰고 있는 기호  $e$ 는 오일러에 의해 처음으로 쓰여졌기에,  $e$ 를 오일러수(Eulerian number) 또는 네이피어의 상수라고도 부른다.

네이피어는 1614년에 “경이적인 로그법칙의 기술(Mirifici logarithmorum canonicus descriptio)”에서 로그의 성질을 명백히 정의하였으며, 1616년에는 브리그스<sup>3)</sup>와 협력하여 10을 밑으로 하는 상용로그표를 만들었는데, 계산의 완성을 보기 전 1617년에 사망했다. 역사적으로 처음으로 인쇄물에 쓰인 것은 1618년, 브리그스가 출판한 네이피어의 로그에 대한 논문의 부록에 있던 자연로그의 테이블에서 나온 것이다. 그 책 부록의 테이블에는 저자 이름이 없지만 오프레드<sup>4)</sup>가 썼을 것이라고 전해진다. 그러나 그 당시 밑이  $e$ 인 로그는 인식되지 않았다. 왜냐하면 그 당시 로그의 계산에 쓰였던 밑은 오늘 로그가 사용되는 것과는 다르다. 주된 차이점은 네이피어의  $\log 1$ 은 0이 아니었고 계산이 현재 로그보다 복잡하였다. 브리그스는 네이피어가  $\log 1=0$ 인 밑이 10인 새로운 로그표를 만들라고 했다고 한다.  $\log$ 의 모든 업적을 네이피어에게 돌리지만, 많은 수학사 학자들은 브리그스가  $\log 1$ 을 0으로 만든 로그를 발견하였다고 믿는다[13].

현재 우리는 로그를 어떤 특정한 수를 얻기 위한 지수함수의 역함수로 생각하지만 그 당시에는 오히려 지수함수가 로그함수의 역함수로 사용되었다. 1624년에 브리그스가 발간한 “로그산술(Arithmetica Logarithmica)”에서 그는  $\log_{10} e$ 의 근사값을 구하였지만  $e$  자체에 대해서는 언급하지 않았다.

그 다음으로 문헌에 나온 상수  $e$ 는 현재 쓰이는 상수  $e$ 인지는 약간 의심스럽다. 1647년에 발간된 생-빈센트<sup>5)</sup>의 저서 “원과 원뿔 곡선의 기하학적 구적 연구”를 보면

- 
- 2) John Napier(1550~1617) 영국의 에든버러에서 태어났다. 그는 수학에 정통하였고, 소수(小數) 기호의 도입자로서 알려져 있다. 그의 가장 중요한 업적은 로그의 발명이다.
  - 3) Henry Briggs(1561~1630) 영국의 요크셔주 윌리우드 태생의 수학자. 네이피어가 로그를 발견하자 그 중요성을 인정하였으며, 뒤에 공동으로 로그의 기초를 확립하였다. 저서로 1624년에 발간한 “로그산술(Arithmetica Logarithmica)”이 있고 10을 밑으로 하는 상용로그를 그의 이름을 따 ‘브리그스로그’라고도 부른다.
  - 4) William Oughtred(1574~1660) 영국 태생의 수학자. 과거로부터 영국에 전해 내려오던 수학과 자신의 연구 성과를 모아 1631년 “수학의 열쇠(Clavis Mathematicae)”를 출판했다. 이 책에서 인도와 아라비아 기호, 소수(小數)와 비례 그리고 생략 곱셈 등을 다루었으며 많은 기호를 도입했고, 비례기호  $::$ 와 현재 사용하고 있는 곱셈 부호  $\times$ 를 도입하였다.
  - 5) Gregorius Saint-Vincent(1584~1687) 벨기에 태생 수학자로 원 삼각형, 타원, 포물선, 쌍곡선의 연구 등 많은 분야를 포함한 1250페이지의 책을 남겼다.

직교 쌍곡선  $y=1/x$ 의 면적이 계산되어 있다. 이때 그가 로그함수를 사용하였는데, 그가 상수  $e$ 와 로그의 연결성을 알고 있었는지는 지금까지도 학자들 사이에 의견이 분분하다. 심지어 그가 상수  $e$ 를 명백하게 이해했는지도 알 수 없다. 호이겐스<sup>6)</sup>는 1651년에 발표한 논문 “Cyclometriae”에서 생-빈센트의 실수를 지적하였는데, 1651년과 1654년에 발표한 논문을 보면 그는 확실히 직교 쌍곡선과 로그의 관계를 이해했다고 생각된다. 그는 쌍곡선  $y=1/x$ 의 면적과 로그의 관계를 명백히 조사했다. 상수  $e$ 는 1부터  $e$ 까지의 쌍곡선  $y=1/x$ 의 아래의 면적이 1과 같을 때 나오는 상수이다. 이것은  $e$ 를 로그함수의 밑으로 쓰이게 된 특성인데, 그 당시의 수학자들은 그 개념을 서서히 이해하기 시작하였지만 이것을 정확하게는 이해하지 못한 것으로 보인다. 호이겐스는 1661년에 그가 “로그적인 함수”라고 부르는 곡선을 정의했다. 그 곡선은 요즘 용어로는  $y=ka^x$ 의 형태를 가진 지수함수의 곡선이다. 호이겐스는  $\log_{10} e$ 을 소수 17자리까지 계산했다. 그러나 상수  $e$ 가 아직 인식되지는 않았다.

그 후 계속 상수  $e$ 는 문헌에 보이지 않는다. 그러나 로그는 계속 발전해 왔다. 1668년에 메르카도르<sup>7)</sup>가  $\log(1+x)$ 의 급수를 전개한 것을 포함하는 “Logarithmotechnia”라는 논문을 출판하였다. 이 논문에서 메르카도르는  $e$ 를 밑으로 하는 로그함수 즉, “자연 대수”라는 말을 처음으로 사용하였다. 그 후에 상수  $e$ 는 별로 쓰이지 않았다.

로그의 연구가 그렇게 상수  $e$ 와 가깝게 인식된 이래, 상수  $e$ 가 처음으로 발견된 것은 로그함수와 관련되어서가 아니라 복리 이자를 연구하기 위해서였다. 베르누이<sup>8)</sup>는 1683년에 은행의 복리 이자 문제를 생각하여 보았다. 그리고 연속적인 복리를 조사하면서,  $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n$ 을 계산하려고 노력했다. 그는 이항정리를 이용하여 그 극한값이 2와 3 사이에 있다는 사실을 밝혔다. 이것이 첫 번째로 계산된  $e$ 의 근사값으로 간주된다. 또한 이것을  $e$ 의 정의로서 받아들인다면, 상수  $e$ 가 극한을 이용하여 최초로 정의된 것이다. 그러나 그때 그는 상수  $e$ 와 로그가 연결되어 있음을 인식하지 못하였다.

로그 발달의 초기에는 로그함수와 지수함수가 어떤 관련이 있다는 점을 아무도 생각하지 못하였다. 물론 현재 우리는  $y=a^x$ 로부터  $x=\log_a y$ 라고 추론한다. 이것은 윌

6) Christiaan Huygens(1629~1695) 네델란드 헤이그 출생의 물리학자이며 수학자. 구적법을 연구하여 미분적분학 형성에 기여하였고 확률에 관하여도 연구하였으며 파동이론으로 유명하다.

7) Nicolaus Mercator(1620~1687) 덴마크 출생이며 1666년에 영국의 왕립 회원이 되었으며 삼각함수, 기하학, 천문학에 대한 책을 발간하였고 로그의 급수를 발견한 것으로 유명하다.

8) Jacob Bernoulli(1654~1705) 스위스의 바젤 출생으로 대대로 수학자를 배출한 베르누이 일가의 최초의 수학자이다. 1684년 라이프니츠의 새로운 수학에 자극을 받고, 1687년 이후 바젤 대학 수학교수로 있으면서 동생 요한과 함께 미분적분학을 연구했다. 그들은 서로 경쟁하면서 미분적분학을 발전시켰다. 베르누이가 죽은 뒤 1713년에 발행된 “추론술”은 확률론의 실질적 출발로서 인정된다.

## *e*의 역사적 기원과 의미

썬 후에 알려진 사실이다. 우리는 함수로서의 로그를 생각하고 있지만 그 당시의 수학자들은 로그를 큰 수의 계산을 돕는 도구로만 간주하였다. 로그함수가 지수함수의 역함수라고 이해했던 첫 번째 사람은 베르누이로 생각된다. 반면에 로그함수와 지수함수의 연결을 처음으로 만든 사람은 그레고리<sup>9)</sup>로 알려져 있다. 그는 1684년경에 로그함수와 지수함수의 연결성을 확실히 인식하였다고 전해진다.

상수 *e*가 정확하게 최초로 나타난 것은 1690년이다. 그 해에 라이프니츠<sup>10)</sup>가 호이겐스에게 편지를 썼는데, 그 편지에서 그는 우리가 지금 *e*라고 부르는 것을 기호 *b*로 사용하여 표현하였다고 카조리<sup>11)</sup>는 말한다. 이때 상수 *e*는 *b*라는 이름으로 인식되었다. 어떤 학자들은 1690년을 수 *e*의 시작점으로 볼지도 모른다. 그러나 이미 상수 *e*의 개념이 어렴풋이 설명되었고 그 개념이 서서히 확실하게 앞의 연구된 것과 관련되어 정의된 것이다. 다시 생각해 보면, 앞에 나온 로그의 발달은 상수 *e*를 발견하는 데 기여하였다. 처음에 로그는 함수로 취급되지 않았다. 요한 베르누이<sup>12)</sup>가 “Principia calculi exponentialum seupercurrentium”을 출판한 1697년부터 지수함수의 계산에 관한 연구를 시작했다고 말한다. 그는 여러 가지 지수의 급수를 계산하였고 급수의 각 항을 적분하여 더함으로써 많은 결과를 얻었다.

## 2. 오일러에 의해 도입된 기호 *e*

오일러<sup>13)</sup>에 의해  $f(x)$ ,  $\sum$ ,  $i$  등 많은 수학 기호가 쓰이게 되었는데, 기호 *e*도 그가

- 9) James Gregory(1638~1675) 스코틀랜드 출생의 수학자. 기하학적 도형의 면적측정에 관한 독자적인 방법을 발표하여 호이겐스와 논쟁했고, 뉴턴과 서신을 주고받기도 하였다. 세인트 앤드루 대학과 에든버러 대학에서 수학교수를 역임하였다.
- 10) Gottfried Leibniz(1646~1716) 독일 태생의 철학자, 수학자, 자연과학자로서 여러 방면에 업적을 남겼으며, 외교관, 실무자, 기술자로도 활약했다. 그는 뉴턴과 함께 미분적분학 발전에 결정적인 역할을 하였다. 현재 미적분에서 사용하는  $dx$ 와  $\int$ 도 그가 고안한 기호이다.
- 11) Florian Cajori(1851~1930) 스위스 출생으로 미국에 건너가 수학을 공부하였으며 수학사가로 많은 저술을 남겼다. 특히 1892년에 저술한 “수학사”와 1928년에 출간된 “수학기호사”는 귀중한 연구서로 평가된다.
- 12) Johann Bernoulli(1667~1748) 스위스의 바젤 출생으로 형 야곱 베르누이와 함께 미적분학의 성립에 공헌했다. 처음에는 고전학과 의학을 공부하여 18세에 문학석사, 23세에 의학면허를 받았다. 수학은 형에게서 배웠다. 파리에서 로피탈에게 미적분학을 가르쳤으며, 로피탈은 그 강의를 정리해 1696년 “무한소해석(Analyse des infiniment petits pour l’intelligence des lignes courbes)”이라는 제목으로 출판했는데, 미적분학이 공식적으로 출판된 된 최초의 책으로 인정받고 있다. 그는 18세기 전반 유럽의 수학계에 군림했던 인물이며 18세기 최대수학자 오일러도 그의 제자였다.
- 13) Leonhard Euler(1707~1783) 스위스 바젤 출신으로 요한 베르누이에게 수학을 배웠다. 상트 페테르부르크(St. Petersburg)로 가서 죽을 때까지 연구를 계속하였다. 수학사의 역사상 가장 많은 저술을 하였는데 그 결과 수학의 각 분야에 그의 이름이 붙어 있지 않은 것이 없다. 오일러의 연구는 수론, 대수학, 급수론, 대수해석, 미적분학, 해석기하학, 확률론, 역학 등에 걸쳐 있으며, 87권의 저서와 850편의 논문을 발표하였다. 그가 괴니히스베르크의 다리문

처음으로 쓰기 시작했다. 오일러는 러시아의 상트 페테르부르크(St. Petersburg)의 궁전에서 활동하고 있었던 21세인 1727년도 말이나 1728년도 초에 쓴 논문 “대포 사격에 관한 최근의 실험에 대한 고찰(Meditation on experiments made recently on the firing of cannon)”에서 처음으로 상수  $e$ 의 기호를 썼다[2, p. 192]. 이 원고는 P.H. Fuss 와 N. Fuss에 의해 편집되어 1862년에 처음으로 오일러의 논문집<sup>14)</sup>으로 발간되었다.

그 논문에서 오일러는 8월 21일과 1727년 9월 2일 사이에서 수행된 일곱 가지 실험에 대하여 기술하고 있다[9]. 그는 그 논문에서 상수  $e$ 를 “어떤 수의 로그 값이 1이 되는 수를  $e=2.7182817\dots$ 라고 하자.”라고 기술하고 있다. 그 후 오일러가 1731년 11월 25일에 골드바흐<sup>15)</sup>에게 썼던 편지에 두 번째로 기호  $e$ 가 나온다[9].

출판된 책 중에서 가장 먼저 쓰인 것은 1736년에 나온 오일러의 “Mechanica”이다. 이 책은 해석적인 역학(analytical mechanics)의 기초가 되었다[3]. 그는 그 후 몇 년 동안  $e$ 에 관해서 여러 가지 성질을 발견했다. 그는 1748년, 두 권의 책으로 된 “무한소해석입문(Introduction in Analysin infinitorum)”이라는 책을 출판하였는데, 이 책은 유클리드의 “원론”에 비교될 정도로 현대 해석학의 출발점으로 간주된다. 그는 이 책에서  $e$ 에 관한 무한급수, 연분수 등 그의 생각들을 잘 정리하여 출판하여 보여주었다[3]. 오일러는 이 책에서 다음과 같이 정의했다.

$$e^x = \lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{x}{n}\right)^n$$

이렇게 함으로써, 그때까지 지수함수는 단지 로그함수의 역함수로만 생각해왔던 사람들에게 생각의 큰 변화를 가져왔다. 그는 앞의 식에  $x=1$ 을 대입해서 다음을 보였다.

$$e = \lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n = 1 + \frac{1}{1!} + \frac{1}{2!} + \frac{1}{3!} + \dots$$

그리고 소수점 18번째 자리까지의 근사값  $e=2.718281828459045235$ 을 계산하였다. 이 계산은 그 자신이 한 것 같지만 계산 과정에 대하여는 아무런 설명이 없다. 실제로 약 20항을 계산하면 그가 계산한 것과 같다. 이때부터 지수함수는 로그의 역함수가 아니라 로그와 동등한 함수로 취급받기 시작했다. 재미있게도 오일러는  $e$ 의 연분수의 패턴에 주의를 기울였다. 그는 유리수는 유한 연분수로 쓸 수 있지만 무한 연분수는 유한 연분수로 쓸 수 없음을 증명하였다. 특별히 다음과 같은 연분수를 발견하였다.

제로부터 위상수학을 창시한 것으로 받아들여진다.

14) Opera's Opera postuma mathematica et physica, Petropoli., P. H. Fuss and N. Fuss 에 의해 편집됨.

15) Christian Goldbach(1690~1754) 현재 러시아인 프로이센출신 수학자로서 1728년에 러시아 황제 표트르 2세의 가정교사가 되었다. 정수론에 많은 업적을 남겼으며 1742년에 발표한 “적수를 2개의 소수의 합으로 나타낼 수 있다”는 골드바흐의 가설로 유명하다.

$$\frac{e-1}{2} = \frac{1}{1 + \frac{1}{6 + \frac{1}{10 + \frac{1}{14 + \frac{1}{18 + \ddots}}}}}$$

$$e = 2 + \frac{1}{1 + \frac{1}{2 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{4 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{6 + \ddots}}}}}}}}}$$

오일러는 이 분수가 계속된다는 증명은 하지 않았다. 그러나 그 증명은 *e*가 무리수라는 사실을 보여준다는 것을 그는 알고 있었다. 만약  $(e-1)/2$ 에 관한 연분수의 첫 몇 항이 6, 10, 14, 18, 22, 26, ... (각 항은 전항에 4를 더해서 얻어짐)에서 보여주게 되는 패턴을 따라간다면, 그 수는 끝이 없으며 유리수가 될 수 없다. 이런 연분수의 발견은 *e*가 유리수가 아님을 첫 번째로 증명한 시도로 받아들여지고 있다.

### 3. 기호 *e*가 사용된 이유

그의 이름의 머릿글자가 *e*이기 때문에, 오일러가 기호 *e*를 사용했다고 생각하는 사람들도 있지만, 대부분의 학자들은 그렇게 생각하지 않는다. 마오(Maor)는 기호 *e*를 사용하게 된 이유에 대하여 [3, p. 239]에서 다음과 같이 쓰고 있다.

“그런데 왜 문자 *e*를 선택했을까? 이에 대해 일치된 견해는 없다. 어떤 주장에 따르면, 오일러는 *e*가 단어 exponential(지수)의 머릿글자이기 때문에 이를 선택했다고 한다. 그렇지만 알파벳 *a*, *b*, *c*, *d*는 수학에서 흔히 사용되었으므로 나머지 알파벳 중에서 ‘사용되지 않은’ 첫째 글자인 이것을 자연스럽게 사용했을 가능성이 더 높다. 가끔 들을 수 있는 이야기기로, 오일러가 이 글자를 자기 이름의 머릿글자이기 때문에 선택했다는 주장은 신빙성이 거의 없어 보인다. 그는 매우 겸손한 사람이었고, 자신의 동료나 제자의 체면을 적당히 세워주기 위해서 자신의 연구 결과를 자주 늦추어 발표하기도 했다. 여하튼, 그가 선택한 기호 *e*는 그가 사용한 다른 많은 기호와 마찬가지로 보편적으로 받아들여지게 되었다.”

벨은 오일러가 “ $e$ 를 선택한 이유는  $a$  다음에 오는 모음이었기 때문이다.”라고 하며 [4], 1995년에 Wei-hwa Huang도 sci.math에서 다음과 같이 썼다. “나는  $e$ 가 오일러의 이름의 머릿글자였기 때문에 사용된 것은 아니라고 생각한다. 그는 증명에서 상수를 표현하기 위해 모음을 사용하고 있었는데  $e$ 는 우연히 두 번째 모음이 되었다.”

보이어(Boyer)는, 이 기호  $e$ 는 “지수(exponential)의 단어의 첫째 문자이기 때문에 제안되었다.”라고 한다[5, p. 494]. 어떤 수학사학자는  $e$ 가 ‘ein’(일) 또는 ‘Einheit’(일)을 나타내기 위한 것이었을지도 모른다고 한다. 그것은 오일러가 어떤 로그의 값이 1인 것을 정의하기 위해 사용했다는 사실과도 일치한다. 사실이 아닌 주장도 있다. 어떤 교과서는 기호  $e$ 가 오일러를 기리기 위해 선택되었다고 주장하지만, 사실 기호  $e$ 를 최초로 사용한 사람은 오일러이었기에 이 주장은 틀리다고 생각한다.

지금까지 연구된 논문이나 서적을 참고하여 볼 때, 벨의 주장이 가장 근거 있다고 생각하지만 후세에 붙여진 다양한 설명이 오일러가  $e$ 를 선택한 이유를 더 풍성하게 해석하고 있다고 생각한다.

#### 4. 기호 $e$ 의 계산과 의미

다른 무리수들과 마찬가지로 상수  $e$  역시 무리수이므로 소수점 아래로 무한히 계속되며 순환하지 않는 무한 소수로만 나타낼 수 있다. 많은 사람들이  $\pi$ 의 정확한 근사값을 구하기 위해 노력했던 것과는 달리, 상수  $e$ 를 계산하는 열정은 일어나지 않았다.

1854년에 영국의 수학 교사인 생크스<sup>16)</sup>는  $e$ 를 꽤 많은 자리수까지 계산하였다. 그러나 클레이셔<sup>17)</sup>가 생크스의 계산이 소수점 아래 처음 137자리까지는 정확하지만 138자리 뒤에는 실수한 것을 발견하였다. 생크스는 그 후 소수점 205자리까지  $e$ 를 다시 계산하였다. 사실 소수 200자리까지 구하기 위하여서는  $e = 1 + \frac{1}{1!} + \frac{1}{2!} + \frac{1}{3!} + \dots$ 를 120항까지 더해야 정확한  $e$ 를 얻을 수 있다. 그 후 많은 사람들이 상수  $e$ 의 계산을 시도하였다. 1884년에 Boorman은 소수 346자리까지  $e$ 를 계산하였고 그의 계산은 187자리까지는 생크스의 계산과 일치했다. 1887년에 아담스(Adams)는 272자리까지  $\log_{10} e$ 를 계산했다. 현재는  $e$ 를 소수 만 자리까지 컴퓨터로 계산한 것이 웹에 올려져 있다.[12]

16) William Shanks (1812~1882) 영국에서 출생한 수학교사로서  $\pi$ 를 소수 707자리 계산한 사람으로 유명하다. 그러나 소수 528번째에서 실수를 한 것이 1944년에 Ferguson에 의하여 밝혀졌다.

17) James Glaisher(1848~1928) 영국 켄트(Kent) 태생으로 천문학, 수론, 수학사, 수표의 계산 등에 관한 약 400편의 논문을 남겼다.

e가 무리수라는 사실은 오일러가 처음으로 증명하였다고 간주된다. 리우빌<sup>18)</sup>은 e가 초월수<sup>19)</sup>라는 증명하려고 노력하였으나 성공하지 못하고 1844년에 e는 계수가 정수인 어떠한 이차 방정식의 근도 될 수 없는 것과 초월수의 존재를 증명하였다. 1873년에 에르미트<sup>20)</sup>가 e가 초월수라는 사실을 증명하였다.

$x=1$ 에서  $x=e$ 까지,  $y=0$ 에서  $y=1/x$ 까지의 면적은 1이 된다. 수학적으로 말하면  $\int_1^e \frac{1}{x} dx = 1$ 이다. 또 다른 흥미로운 결과는 오일러가 드 무아브르<sup>21)</sup>의 공식을 사용하여 추론한 사인과 코사인 함수와 복소수의 지수함수와 연결한 오일러 방정식  $e^{ix} = \cos x + i \sin x$ 이다[3, pp. 242-243]. 그 방정식을 이용하면 복소수와 e 사이의 관계도 알 수 있다.  $e^{\pi i}$ 는 오일러 방정식을 이용하면  $-1$ 이다. 또한 아무리 미분을 많이 하여도 변하지 않는 유일한 함수가  $e^x$ 이다. 즉  $(e^x)' = e^x$ 이다.

## 5. 결론

상수 e는 실생활 속의 많은 부분에서 실제적인 의미를 갖는다. 그러나 400년 전 사람들은 이 개념을 인식하지 못하였다. 그 후 서서히 희미하게나마 인식하게 된 것을 알 수 있다.

상수 e는 인구 증가, 복리 계산 등 이미 인류의 생활 속에 존재하였지만 그 수의 개념을 정립하는데 꽤 많은 세월이 흐른 것을 보게 된다. 지금은 개념이 잘 안 잡히고 확실히 정립이 되어 있지 않은 많은 순수수학의 일부분도 100년이나 300년 후에는 보통 사람들도 이해할 수 있는 간단하고 명료한 수학이 되지 않을까 생각해 본다.

계산기나 컴퓨터가 없던 1616년경에 브리그스와 네이피어가 열심히 로그를 계산한 것이 기초가 되어 로그를 이용하여 큰 수를 계산할 수 있는 발판을 만들어 놓았다. 이런 도구가 없었다면 큰 수를 요구하는 천문학이나 음향학의 발전이 불가능하였다. 뉴턴의 중력 이론에 지대한 영향을 미친 케플러의 천문학 연구도 불가능하였을 것이다. 또한 진동수를 이용한 음향학의 많은 연구도 불가능하였을 것이다. 실제로 네이피어는 그의 책 “경이적인 로그법칙의 기술”에서 “그의 로그함수가 큰 수를 계산하는

18) Joseph Liouville(1809~1882) 프랑스 태생의 수학자로 에콜 폴리테크니크의 교수를 역임하였다. Liouville는 대수적인 수가 실제로 존재한다는 것을 증명하였다.

19) 대수적인 수(계수가 정수인 다항식의 근이 되는 실수)가 아닌 수.

20) Charles Hermite(1822~1901) 프랑스 태생 수학자로 파리 대학 교수를 역임하였으며 수학의 모든 분야를 연구하였다.

21) Abraham de Moivre(1667~1754) 프랑스 태생의 수학자로 생의 대부분을 영국에서 보냈다. 1697년에는 영국의 왕립학회 회원으로 선출되었다. 복소수와 삼각함수를 연결하는 기본공식인 드 무아브르의 정리로 유명하다.



많은 시간을 절약하고 또한 실수를 줄이는 데 기여하기를 바란다.”고 말하고 있다. 그때부터 200년 후에, 라플라스는 “로그함수가 우리의 일을 줄이고 천문학자들의 삶을 두 배로 풍성하게 살 수 있게 되었다.”고 말하고 있다.

상수  $e$ 의 기원을 생각해보면 수학의 연구는 창조가 아니라 이미 이 세상에 존재하고 있는 법칙을 발견하여 개념을 정립하는 학문이라 생각하게 된다. 또한 우리 시대에 진행되고 있는 많은 연구가 현재에는 별로 의미 없는 것 같이 느껴질지라도 미래에 큰 의미를 부여할 수 있음을 다시 한번 생각해보며 글을 맺는다.

## 참고 문헌

1. Conway, J. · Guy. R./이진주 · 황용석 역, *수의 바이블*, 한승, 2003.
2. Costance Reid/허민 역, *영부터 무한대까지*, 경문사, 1997.
3. Maor, E./허민 역, *오일러가 사랑한 수  $e$* , 경문사, 2000.
4. Bell, E. T., *The Development of Mathematics*, New York: Dover, 1972.
5. Boyer, C.B., *A History of Mathematics*. Revised by Uta C. Merzbach, John Wiley & Sons, 1989.
6. Cajori, Florian, *A History of Mathematics*, New York: The Macmillan Co., 1919.
7. Coolidge, J.L., “The number  $e$ ,” *Amer. Math. Monthly* 57(1950), 591-602.
8. Robert L. Ward, *About  $e$* . (<http://mathforum.org/dr.math/faq/faq.e.html>)
9. Jeff Miller, *Earliest Uses of Symbols for Constants*, 2001.  
(<http://members.aol.com/jeff570/constants.html>)
10. Mohammed ben Musa al-Khowarizmi, *What is a number?*, 1965.  
([http://www.cut-the-knot.org/do\\_you\\_know/numbers.shtml#algebraic](http://www.cut-the-knot.org/do_you_know/numbers.shtml#algebraic))
11. J.J. O'Connor · E.F. Robertson, *The number  $e$* , 2001.  
(<http://www-gap.dcs.st-and.ac.uk/~history/HistTopics/e.html>)
12. J.J. O'Connor · E.F. Robertson, *The number  $e$* .  
([http://www-history.mcs.st-andrews.ac.uk/HistTopics/e\\_10000.html](http://www-history.mcs.st-andrews.ac.uk/HistTopics/e_10000.html))
13. J.J. O'Connor · E.F. Robertson, *Henry Briggs*, 1999.  
(<http://www-gap.dcs.st-and.ac.uk/~history/Mathematicians/Briggs.html>)

## A History and Meaning of the Number $e$

Department of Applied Mathematics, Paichai University **Sung Sook Kim**

$e$  is the real constant number that appears not only in calculus but also in a real life. The concept of the number  $e$  first appeared in an appendix of Napier's work on logarithms in 1618. The early developments on the logarithm became part of an understanding of the number  $e$ . In 1727, the number  $e$  was studied by Euler explicitly. It took almost 100 years to understand the number  $e$  which we learn in high school nowadays. By studying the origin of the number  $e$ , we can guess that many mathematician's research in our time will have significant meaning in the future although it looks like just some calculations of cohomology or K-theory etc.

*Key words* : Euler number

2000 Mathematics Subject Classification : 01-01, ZDM Classification : A30