

목표물의 불확실성과 제어루프 특성을 고려한 추정기 기반 적응 유도기법

Observer-Based Adaptive Guidance Law Considering Target Uncertainties and Control Loop Dynamics

좌 동 경*, 최 진 영

(Dongkyoung Chwa and Jin Young Choi)

Abstract : This paper proposes an observer-based method for adaptive nonlinear guidance. Previously, adaptive nonlinear guidance law is proposed considering target maneuver and control loop dynamics. However, several information of this guidance law is not available, and therefore needs to be estimated for more practical application. Accordingly, considering the unavailable information as bounded time-varying uncertainties, an integrated guidance and control model is re-formulated in normal form with respect to available states including target uncertainties and control loop dynamics. Then, a nonlinear observer is designed based on the integrated guidance and control model. Finally, using the estimates for states and uncertainties, an observer-based adaptive guidance law is proposed to guarantee the desired interception performance against maneuvering target. The proposed approach can be effectively used against target maneuver and the limited performance of control loop. The stability analyses and simulations of the proposed observer and guidance law are included to demonstrate the practical application of our scheme.

Keywords : adaptive nonlinear guidance, target maneuver, control loop dynamics, integrated guidance and control model, nonlinear observer, observer-based adaptive guidance law

I. 서론

미사일의 유도에 관한 연구 [1,2]는 비례항법유도법칙, 부가비례항법유도법칙, 최적유도법칙과 같은 고전적인 유도법칙과, 보다 최근에 이루어지고 있는 리아푸노프 방식[3], 비선형 기하학 방식[4-6], 비선형 H_∞ 방식[7], 슬라이딩 모드 제어 방식[8-10] 과 같이 비선형 제어 이론을 이용한 유도법칙을 중심으로 진행되고 있다. 위의 유도법칙들은 미사일 제어시스템의 실제 응답 특성을 고려하지 않은 것으로서, 실제 유도 제어 시스템의 성능이 만족스럽지 못할 수 있다. 따라서, [11-13]에서는 유도부와 제어부를 동시에 설계하는 방식인 복합유도제어 방식이 제시되었고, [14]에서는 미사일 제어시스템 [15]을 고려하여 복합유도제어기법이 연구되었다. 특히, [14]에서 제시된 복합유도제어부는 모든 비행조건에서 유효하면서 제어부와 목표물 가속도의 불확실성을 고려한 것으로서, 이 모델을 기반으로 적응 비선형 유도법칙을 설계하였다. 하지만, 여기서 사용된 상태변수들 중에는 실제로 얻기 어려운 정보들이 포함되어 있어서, 이러한 문제를 해결하는 것이 필요하다.

본 논문에서는 알 수 있는 상태변수들에 대해 [14]에서의 복합유도제어모델을 정규형태(normal form)로 재구성하고, 미지의 정보들을 각각 해석적 및 비해석적인 유한한 시변 불확실성의 형태로 모델링하였다. 강인 적응 역보행 제어 [19]와 dynamic surface control [20]과 같이 strict feedback 형태 [19]를

지니는 비선형 시스템의 불확실성을 보상하는 방법과는 달리, 본 논문에서는 비선형 추정기로부터 시스템의 상태변수와 불확실성의 추정치를 얻은 후 이를 이용하여 추정기 기반 적응 유도 법칙을 구성함으로써 원하는 유도 제어 성능을 얻도록 하였다. 특히, 비선형 댐핑(nonlinear damping) 항 [19]을 이용하여 시변 불확실성을 보상하는 대신, 비선형 추정기에서의 적응 법칙을 통하여 이를 보상하는 방법을 이용하였다. 제시된 기법의 타당성을 보이기 위해, 제시된 추정기와 유도법칙의 안정성을 분석하고 모의실험을 통한 성능평가를 수행하였다.

본 논문의 구성은 다음과 같다. II절에서는 복합유도제어루프 모델링에 대해 기술하고, III절에서는 복합유도제어루프에 대한 비선형 추정기를 설계한 후, IV절에서는 추정기 기반 적응 유도법칙을 설계하고 전체 미사일 시스템의 안정성을 분석한다. V절에서는 제시된 유도법칙의 모의실험 결과를 보이고, VI절에서는 결론을 맺는다.

II. 복합유도제어루프 모델링

본 절에서는 [14]에서의 복합유도제어루프 모델링 결과에 대해 간략히 소개하고, 이를 재구성한다. [14]에서는 비선형 제어기 및 미사일 동력학으로 구성되는 제어부를 다음과 같이 모델링하였다.

$$\ddot{a}_m + 2\xi\omega_n\dot{a}_m + \omega_n^2 a_m = \omega_n^2 a_{mc} + \Delta_c. \quad (1)$$

여기서, a_{mc} 는 가속도 명령, a_m 는 미사일의 출력 가속도, ξ 와 ω_n 는 제어부의 설계변수, Δ_c 는 유한한 불확실성이다.

(1)을 상태공간으로 나타내면

$$\begin{aligned} \dot{X}_c &= \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -a_{c1} & -a_{c2} \end{pmatrix} X_c + \begin{pmatrix} 0 \\ b_c \end{pmatrix} u_c + \begin{pmatrix} 0 \\ \Delta_c \end{pmatrix} \\ &=: A_c X_c + B_c u_c + D_c \end{aligned} \quad (2)$$

* 책임저자(Corresponding Author)

논문접수 : 2003. 10. 8., 채택확정 : 2004. 6. 12.

좌동경, 최진영 : 서울대학교 전기공학부

(dkchwa@neuro.snu.ac.kr/jychoi@ee.snu.ac.kr)

※ 본 연구는 한국과학재단의 해외 Post-doc. 연수지원, BK 21, 국방과학연구소 및 서울대 자동제어특화연구센터의 지원에 의하여 연구되었음.

으로 표현된다. 여기서, $X_c = (x_{c1} \ x_{c2})^T = (a_m \ \dot{a}_m)^T$, $a_{c1} = \omega_n^2$, $a_{c2} = 2\xi\omega_n$, $b_c = \omega_n^2$, $u_c = a_{mc}$, ξ 와 ω_n 은 제어루프의 설계변수이다.

다음으로, [14]에서 유도루프의 상태방정식을 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$\begin{aligned} \dot{X}_g &= \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -a_{g1}(t) & -a_{g2}(t) \end{pmatrix} X_g + \begin{pmatrix} 0 \\ -b_g(t) \end{pmatrix} a_m + \begin{pmatrix} 0 \\ b_g(t) \end{pmatrix} a_T \\ &=: A_g X_g + B_g u_g + D_g \end{aligned} \quad (3)$$

여기서, $X_g = (x_{g1} \ x_{g2})^T = (\sigma \ \dot{\sigma})^T$, σ 는 시선각 (line-of-sight angle), $a_{g1}(t) = \ddot{R}(t)/R(t)$, $a_{g2}(t) = 2\dot{R}(t)/R(t)$, $b_g(t) = 1/R(t)$, a_T 는 목표물의 가속도, $u_g = a_m$, R 와 \dot{R} 은 각각 목표물과 미사일 사이의 상대 거리 및 상대 속도이다. (2)에서 $C_g := [1 \ 0]$ 에 대해 $u_g = x_{c1} = C_g X_c$ 이 성립하므로, 제어루프(2)와 유도루프(3)는 다음과 같이 결합할 수 있다.

$$\begin{aligned} \dot{X}_{igc} &= \begin{pmatrix} A_g & B_g C_g \\ 0 & A_c \end{pmatrix} X_{igc} + \begin{pmatrix} 0 \\ B_c \end{pmatrix} u_c + \begin{pmatrix} D_g \\ D_c \end{pmatrix} \\ &=: A_{igc} X_{igc} + B_{igc} u_c + D_{igc} \end{aligned} \quad (4.1)$$

$$\begin{aligned} Y_{igc} &= x_{g2} \\ &=: C_{igc} X_{igc} \end{aligned} \quad (4.2)$$

여기서,

$$X_{igc} = \begin{pmatrix} X_g \\ X_c \end{pmatrix}, A_{igc} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ -a_{g1} & -a_{g2} & -b_g & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -a_{c1} & -a_{c2} \end{pmatrix}$$

$$B_{igc} = (0 \ 0 \ 0 \ b_c)^T, C_{igc} = (0 \ 1 \ 0 \ 0)$$

$$D_{igc} = (0 \ b_g a_T \ 0 \ \Delta_c)^T$$

이다. 유도법칙을 [14]에서와 같이 (4)로 표시되는 복합유도 제어모델로부터 유도할 수 있으나, (4)의 매개변수들이 실제로 모두 이용할 수 있는 것이 아니다. (4)의 행렬 A_{igc} 의 a_{c1} 와 a_{c2} 는 제어루프의 설계변수이므로 쉽게 얻어지는 값이지만, a_{g1} , a_{g2} , b_g 는 다음과 같이 알 수 있는 부분 \hat{a}_{g1} , \hat{a}_{g2} , \hat{b}_g 와 모르는 부분 \tilde{a}_{g1} , \tilde{a}_{g2} , \tilde{b}_g 으로 나눌 수 있다.

$$a_{g1} = \hat{a}_{g1} + \tilde{a}_{g1} \quad (5.1)$$

$$a_{g2} = \hat{a}_{g2} + \tilde{a}_{g2} \quad (5.2)$$

$$b_g = \hat{b}_g + \tilde{b}_g \quad (5.3)$$

비선형 제어 기법을 보다 용이하게 적용하기 위해, 다음과 같이 불확실성을 포함한 복합유도제어모델의 정규형태를 유

도한다.

비례항법유도에서는 가속도 명령이 시선각 변화율 $\dot{\sigma}$ 을 영으로 만드는 방향으로 생성되므로, 출력을

$$y = Y_{igc} =: x_1 \quad (6)$$

와 같이 잡고, 이를 미분하면

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= -a_{g1}x_{g1} - a_{g2}x_1 - b_g x_{c1} + b_g a_T \\ &=: x_2 + \theta_1^T \varphi_1 + \Delta_1 \end{aligned} \quad (7)$$

를 얻는다. 여기서,

$$\begin{aligned} x_2 &= -\hat{a}_{g1}x_{g1} - \hat{a}_{g2}x_1 - \hat{b}_g x_{c1} \\ \theta_1^T &= [\theta_{11} \ \theta_{12} \ \theta_{13}]^T = [-\tilde{a}_{g1} \ -\tilde{a}_{g2} \ -\tilde{b}_g] \\ \varphi_1^T &= [x_{g1} \ x_1 \ x_{c1}], \Delta_1 = b_g a_T. \end{aligned}$$

이다. 마찬가지로 하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \dot{x}_2 &= -\dot{\hat{a}}_{g1}x_{g1} - \dot{\hat{a}}_{g1}\dot{x}_{g1} - \dot{\hat{a}}_{g2}x_1 - \dot{\hat{a}}_{g2}\dot{x}_1 - \dot{\hat{b}}_g x_{c1} - \dot{\hat{b}}_g \dot{x}_{c1} \\ &= -\dot{\hat{a}}_{g1}x_{g1} - \dot{\hat{a}}_{g1}x_1 - \dot{\hat{a}}_{g2}x_1 - \dot{\hat{a}}_{g2}(x_2 + \theta_1^T \varphi_1 + \Delta_1) \\ &\quad - \dot{\hat{b}}_g x_{c1} - \dot{\hat{b}}_g x_{c2} \\ &= -\dot{\hat{a}}_{g1}x_1 - \dot{\hat{a}}_{g2}x_2 - \dot{\hat{b}}_g x_{c2} - \dot{\hat{a}}_{g2}\theta_1^T \varphi_1 - \dot{\hat{a}}_{g1}x_{g1} \\ &\quad - \dot{\hat{a}}_{g2}x_1 - \dot{\hat{b}}_g x_{c1} - \dot{\hat{a}}_{g2}\Delta_1 \\ &=: x_3 + \theta_2^T \varphi_2 + \Delta_2 \end{aligned} \quad (8)$$

$$\begin{aligned} \dot{x}_3 &= -\dot{\hat{a}}_{g1}x_1 - \dot{\hat{a}}_{g1}\dot{x}_1 - \dot{\hat{a}}_{g2}x_2 - \dot{\hat{a}}_{g2}\dot{x}_2 - \dot{\hat{b}}_g x_{c2} - \dot{\hat{b}}_g \dot{x}_{c2} \\ &= -\dot{\hat{a}}_{g1}x_1 - \dot{\hat{a}}_{g1}(x_2 + \theta_1^T \varphi_1 + \Delta_1) - \dot{\hat{a}}_{g2}x_2 \\ &\quad - \dot{\hat{a}}_{g2}(x_3 + \theta_2^T \varphi_2 + \Delta_2) - \dot{\hat{b}}_g x_{c2} \\ &\quad - \dot{\hat{b}}_g (-a_{c1}x_{c1} - a_{c2}x_{c2} + b_c u_c + \Delta_c) \\ &= -\dot{\hat{a}}_{g1}x_2 - \dot{\hat{a}}_{g2}x_3 - \dot{\hat{b}}_g (-a_{c1}x_{c1} - a_{c2}x_{c2} + b_c u_c) \\ &\quad - \dot{\hat{a}}_{g1}\theta_1^T \varphi_1 - \dot{\hat{a}}_{g2}\theta_2^T \varphi_2 - \dot{\hat{a}}_{g1}x_1 - \dot{\hat{a}}_{g2}x_2 - \dot{\hat{b}}_g x_{c2} \\ &\quad - \dot{\hat{a}}_{g1}\Delta_1 - \dot{\hat{a}}_{g2}\Delta_2 - \dot{\hat{b}}_g \Delta_c \\ &= -\dot{\hat{a}}_{g1}x_2 - \dot{\hat{a}}_{g2}x_3 + \dot{\hat{b}}_g a_{c1}x_{c1} + \dot{\hat{b}}_g a_{c2}x_{c2} - \dot{\hat{b}}_g b_c u_c \\ &\quad + \theta_3^T \varphi_3 + \Delta_3 \end{aligned} \quad (9)$$

여기서,

$$\begin{aligned} x_3 &= -\hat{a}_{g1}x_1 - \hat{a}_{g2}x_2 - \hat{b}_g x_{c2} \\ \theta_2^T &= [\theta_{21} \ \theta_{22} \ \theta_{23}]^T \\ &= [-\dot{\hat{a}}_{g2}\theta_{11} - \dot{\hat{a}}_{g1} \ -\dot{\hat{a}}_{g2}\theta_{12} - \dot{\hat{a}}_{g2} \ -\dot{\hat{a}}_{g2}\theta_{13} - \dot{\hat{b}}_g] \\ \varphi_2^T &= [x_{g1} \ x_1 \ x_{c1}], \Delta_2 = -\dot{\hat{a}}_{g2}\Delta_1 \\ \theta_3^T &= [\theta_{31} \ \theta_{32} \ \theta_{33} \ \theta_{34} \ \theta_{35}]^T \\ &= [(-\dot{\hat{a}}_{g1}\theta_{11} - \dot{\hat{a}}_{g2}\theta_{21}) \ (-\dot{\hat{a}}_{g1}\theta_{12} - \dot{\hat{a}}_{g2}\theta_{22} - \dot{\hat{a}}_{g1}) \ -\dot{\hat{a}}_{g2} \end{aligned}$$

$$(-\hat{a}_{g1}\theta_{13} - \hat{a}_{g2}\theta_{23}) - \hat{b}_g]$$

$$\varphi_3^T = [x_{g1} \ x_1 \ x_2 \ x_{c1} \ x_{c2}]$$

$$\Delta_3 = -\hat{a}_{g1}\Delta_1 - \hat{a}_{g2}\Delta_2 - \hat{b}_g\Delta_c$$

이다. 따라서, 불확실성을 포함한 복합유도제어모델은 다음과 같이 표현된다.

$$\dot{X} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} X + \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -\hat{b}_g b_c \end{pmatrix} u_c + \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -\hat{a}_{g1}x_2 - \hat{a}_{g2}x_3 + \hat{b}_g a_{c1}x_{c1} + \hat{b}_g a_{c2}x_{c2} \end{pmatrix} \quad (10.1)$$

$$+ \begin{pmatrix} \theta_1^T \varphi_1 \\ \theta_2^T \varphi_2 \\ \theta_3^T \varphi_3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \Delta_1 \\ \Delta_2 \\ \Delta_3 \end{pmatrix} \quad (10.2)$$

$$y = x_1$$

여기서, $X = [x_1 \ x_2 \ x_3]^T$ 이다.

부연 1 : (10)의 형태는 strict feedback 형태 [19]이고, 불확실성은 matching condition [19]을 만족하지 않는다. 불확실성 매개변수인 θ_i , $1 \leq i \leq 3$ 가 시변이므로, 적응 역보행 제어 [19]를 사용할 수 없다. [19-20]에서와 같이 nonlinear damping term 을 시변 불확실성 매개변수를 보상하기 위해 사용할 수도 있으나, (10)의 경우에는 제어기 구조가 매우 복잡해 질 수 있고, 불확실성의 유계 범위가 여기서는 알 수 없다. 다음 절에서는 추정기 기반 적응 유도 법칙의 유도를 위해 비선형 추정기를 설계한다.

III. 복합유도제어모델에 기반한 비선형 추정기

이 절에서는 (10)과 같이 표현된 복합유도제어루프 시스템에 대한 비선형 추정기의 설계에 대해 기술한다. 이를 위해 먼저 다음의 가정을 도입한다.

가정 1 : θ_i 와 Δ_i 는 각각 $|\theta_i| := [|\theta_{i1}|, \dots, |\theta_{ij}|] \leq \mu_i := [\mu_{i1}, \dots, \mu_{ij}]$, $|\Delta_i| \leq D_i$ 과 같이 유한하다. 여기서, $1 \leq i \leq 3$, $3 \leq j \leq 5$ 이다.

제안된 추정기는

$$\dot{\hat{X}} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \hat{X} + \begin{pmatrix} k_1 \\ k_2 \\ k_3 \end{pmatrix} \varepsilon + \begin{pmatrix} m_1 \tilde{x}_1 \\ m_2 \tilde{x}_2 \\ m_3 \tilde{x}_3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -\hat{b}_g b_c \end{pmatrix} u_c + \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -\hat{a}_{g1}x_2 - \hat{a}_{g2}x_3 + \hat{b}_g a_{c1}x_{c1} + \hat{b}_g a_{c2}x_{c2} \end{pmatrix} \quad (11)$$

$$+ \begin{pmatrix} (\hat{\mu}_1^T |\varphi_1| + \hat{D}_1) \text{sgn}(\tilde{x}_1) \\ (\hat{\mu}_2^T |\varphi_2| + \hat{D}_2) \text{sgn}(\tilde{x}_2) \\ (\hat{\mu}_3^T |\varphi_3| + \hat{D}_3) \text{sgn}(\tilde{x}_3) \end{pmatrix}$$

그리고 적응법칙은

$$\dot{\hat{\mu}}_i^T = \gamma_{\mu} |\tilde{x}_i| \cdot |\varphi_i|^T, \quad \dot{\hat{D}}_i = \gamma_{D_i} |\tilde{x}_i| \quad (12)$$

과 같다. 여기서, $\hat{X} = [\hat{x}_1 \ \hat{x}_2 \ \hat{x}_3]$, ε 은 양의 상수 a_0 에 대해 $\dot{\varepsilon} = -a_0 \varepsilon + a_0 \tilde{x}_1$ 로 부터 얻어지는 값, $1 \leq i \leq 3$ 및 $3 \leq j \leq 5$ 에 대해 $\hat{\mu}_i = [\hat{\mu}_{i1}, \dots, \hat{\mu}_{ij}]$ 와 \hat{D}_i 은 μ_i 와 D_i 의 추정치, $|\varphi_i| := [|\varphi_{i1}|, \dots, |\varphi_{ij}|]^T$, γ_{μ} 와 γ_{D_i} 은 매개변수 적응법칙의 이득값이다. $k_i, m_i > 0$ 은 $A^T P + P A = -Q$ 를 만족하는 양의 한정행렬 $P = \text{diag}(P_1, P_2, P_3, P_4)$ 와 Q 가 존재하도록 선택한다. 여기서,

$$A = \begin{pmatrix} -m_1 & 1 & 0 & -k_1 \\ 0 & -m_2 & 1 & -k_2 \\ 0 & 0 & -m_3 & -k_3 \\ a_0 & 0 & 0 & -a_0 \end{pmatrix}$$

이다. 참고로, 위 형태의 행렬 A 에 대해 위의 관계식을 만족하는 대각행렬 P 가 존재함을 확인할 수 있다. 예를 들어, 4절에서 선정한 $k_1 = 50$, $k_2 = 30$, $k_3 = 10$, $m_1 = m_2 = m_3 = 3$, $a_0 = 50$ 값들에 대해 P 를 $\text{diag}(1, 0.3, 1, 1)$ 로 선정하면, $A^T P + P A = -Q$ 을 만족하는 Q 는 양의 한정행렬임을 확인할 수 있다.

이제, $E = [\tilde{X} \ \varepsilon]^T \in R^{4 \times 1}$ 와 추정치 오차 $\tilde{X} = X - \hat{X}$, $\tilde{x}_i = x_i - \hat{x}_i$, $\tilde{\mu}_i = \mu_i - \hat{\mu}_i$, $\tilde{D}_i = D_i - \hat{D}_i$ ($1 \leq i \leq 3$) 를 정의하고, 다음의 가정을 추가로 도입한다.

가정 2 : 상태변수 φ_i , $1 \leq i \leq 3$, 는 유한하다.

이때, 제시된 추정기의 안정성 및 성능은 다음 정리와 같다.

정리 1 : (비선형 추정기)

복합유도제어모델 (10)의 상태변수의 실제치와 비선형 추정기 (11) 및 적응법칙 (12)에 의해 얻어진 추정치사이의 추정 오차는 가정 1 하에서 다음의 성질을 만족한다.

1) $\tilde{\mu}_i, \hat{\mu}_i, \tilde{D}_i, \hat{D}_i \in L_\infty$,

2) $E \in L_2 \cap L_\infty$.

여기서, $1 \leq i \leq 3$ 이다. 더욱이, 가정 2가 만족할 경우 다음의 성질 또한 만족된다.

3) $\dot{\hat{\mu}}_i, \dot{\hat{D}}_i \in L_2 \cap L_\infty$,

4) $\dot{E} \in L_\infty$,

5) $E, \hat{\mu}_i, \hat{D}_i$ 는 영으로 점근적으로 수렴한다.

증명 : (10.1)과 (11)로부터

$$\frac{d}{dt} E = AE + \begin{pmatrix} \theta_1^T \varphi_1 \\ \theta_2^T \varphi_2 \\ \theta_3^T \varphi_3 \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \Delta_1 \\ \Delta_2 \\ \Delta_3 \\ 0 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} (\hat{\mu}_1^T |\varphi_1| + \hat{D}_1) \text{sgn}(\tilde{x}_1) \\ (\hat{\mu}_2^T |\varphi_2| + \hat{D}_2) \text{sgn}(\tilde{x}_2) \\ (\hat{\mu}_3^T |\varphi_3| + \hat{D}_3) \text{sgn}(\tilde{x}_3) \\ 0 \end{pmatrix}$$

을 얻을 수 있고, $P = \text{diag}(P_1, P_2, P_3, P_4) > 0$ 에 대해 리아푸노프 함수를

$$V = \frac{1}{2} E^T P E + \sum_{i=1}^3 \frac{P_i}{2} \left(\frac{\tilde{\mu}_i^T \tilde{\mu}_i}{\gamma_{\mu}} + \frac{\tilde{D}_i^2}{\gamma_{D_i}} \right)$$

와 같이 잡은 후 미분치를 구하면

$$\begin{aligned} \dot{V} &= \frac{1}{2} E^T (A^T P + P A) E \\ &+ E^T P \left\{ \begin{pmatrix} \theta_1^T \varphi_1 \\ \theta_2^T \varphi_2 \\ \theta_3^T \varphi_3 \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \Delta_1 \\ \Delta_2 \\ \Delta_3 \\ 0 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} (\hat{\mu}_1^T |\varphi_1| + \hat{D}_1) \text{sgn}(\tilde{x}_1) \\ (\hat{\mu}_2^T |\varphi_2| + \hat{D}_2) \text{sgn}(\tilde{x}_2) \\ (\hat{\mu}_3^T |\varphi_3| + \hat{D}_3) \text{sgn}(\tilde{x}_3) \\ 0 \end{pmatrix} \right\} \\ &+ \sum_{i=1}^3 P_i \left(\frac{\tilde{\mu}_i^T \dot{\tilde{\mu}}_i}{\gamma_{\mu}} + \frac{\tilde{D}_i \dot{\tilde{D}}_i}{\gamma_{D_i}} \right) \\ &\leq -\frac{1}{2} E^T Q E + \begin{pmatrix} |\tilde{x}_1| \\ |\tilde{x}_2| \\ |\tilde{x}_3| \\ |\varepsilon| \end{pmatrix}^T P \left\{ \begin{pmatrix} \mu_1^T |\varphi_1| \\ \mu_2^T |\varphi_2| \\ \mu_3^T |\varphi_3| \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} D_1 \\ D_2 \\ D_3 \\ 0 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} \hat{\mu}_1^T |\varphi_1| + \hat{D}_1 \\ \hat{\mu}_2^T |\varphi_2| + \hat{D}_2 \\ \hat{\mu}_3^T |\varphi_3| + \hat{D}_3 \\ 0 \end{pmatrix} \right\} \\ &+ \sum_{i=1}^3 P_i \left(\frac{\tilde{\mu}_i^T \dot{\tilde{\mu}}_i}{\gamma_{\mu}} + \frac{\tilde{D}_i \dot{\tilde{D}}_i}{\gamma_{D_i}} \right) \\ &\leq -\frac{1}{2} E^T Q E + \begin{pmatrix} |\tilde{x}_1| \\ |\tilde{x}_2| \\ |\tilde{x}_3| \\ |\varepsilon| \end{pmatrix}^T P \left(\begin{pmatrix} \tilde{\mu}_1^T |\varphi_1| + \tilde{D}_1 \\ \tilde{\mu}_2^T |\varphi_2| + \tilde{D}_2 \\ \tilde{\mu}_3^T |\varphi_3| + \tilde{D}_3 \\ 0 \end{pmatrix} + \sum_{i=1}^3 P_i \left(\frac{\tilde{\mu}_i^T \dot{\tilde{\mu}}_i}{\gamma_{\mu}} + \frac{\tilde{D}_i \dot{\tilde{D}}_i}{\gamma_{D_i}} \right) \right) \\ &= -\frac{1}{2} E^T Q E \end{aligned}$$

와 같은 관계식을 얻는다. 참고로, 양의 한정행렬 P 에 대해 v_x, v_y, v_z 가 모든 원소가 양인 벡터이고, v_z 의 각 원소가 v_y 의 각 원소보다 크더라도, $v_x^T P v_y \leq v_x^T P v_z$ 의 관계식이 성립하지 않는다. 그러나, 여기서는 P 를 양의 한정인 대각행렬로 선정하였으므로, 위 식의 첫번째 부등식은 성립한다.

따라서, $V(t)$ 는 모든 시간에 대해 유계이고, 그 결과 $E, \tilde{\mu}_i, \tilde{D}_i \in L_{\infty}, 1 \leq i \leq 3$, 이 성립한다. 즉, $\hat{\mu}_i, \hat{D}_i \in L_{\infty}$, 그리고 \dot{V} 의 부등식에 의해 $E \in L_{\infty}$ 이 성립함을 알 수 있다. 가정 2가 성립할 경우, 매개변수 적응법칙으로부터 $\dot{\hat{\mu}}_i, \dot{\hat{D}}_i \in L_2 \cap L_{\infty}$ 와 $\dot{E} \in L_{\infty}$ 을 얻을 수 있다. 즉, E 가 균일하게 연속(uniformly continuous) 이고, E 의 L_2 -성질과 결합하면, Barbalat 정리로부터 E 가 점근적으로 0에 수렴함을 유도할 수 있다. 또한, 매개변수 적응법칙에서 $\dot{\hat{\mu}}_i$ 와 $\dot{\hat{D}}_i$ 또한 점근적으로 0에 수렴하게 된다. ■

부연 2 : 가정 2가 성립하지 않는 경우에도, 정리 1에서 여전히 추정치 오차의 유한성이 보장되고, 4절에서 제안되는 유도법칙 또한 정리 2에서의 성질을 만족한다. 추정치의 오차가 영으로 수렴하기 위해 가정 2가 필요한 이유는 (10.1)의 복합유도제어모델이 불확실성 매개변수와 추정상태변수가

급해진 항을 지니고 있기 때문이다. 반면에, [21]의 적응 추정기는 불확실성이 측정가능한 출력의 미분방정식에만 존재하는 시스템에 대해 제시되었다. 따라서, 가정 2 없이 (10.1)에 대한 점근적 수렴성을 지니는 추정기를 설계하기 위해서는 보다 일반적인 적응추정기에 대한 연구가 선행되어야 할 것이다.

비선형 추정기에서의 스윙칭향은 채터링 현상을 일으키므로, 다음과 같이 포화함수를 사용하여 비선형 추정기와 적응법칙을 사용한다.

$$\begin{aligned} \dot{\hat{X}} &= \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \hat{X} + \begin{pmatrix} k_1 \\ k_2 \\ k_3 \end{pmatrix} \varepsilon + \begin{pmatrix} m_1 \tilde{x}_1 \\ m_2 \tilde{x}_2 \\ m_3 \tilde{x}_3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -\hat{b}_g b_c \end{pmatrix} u_c \\ &+ \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -\hat{a}_{g1} x_2 - \hat{a}_{g2} x_3 + \hat{b}_g a_{c1} x_{c1} + \hat{b}_g a_{c2} x_{c2} \end{pmatrix} \\ &+ \begin{pmatrix} (\hat{\mu}_1^T |\varphi_1| + \hat{D}_1) \text{sat}(\tilde{x}_1/d_{w1}) \\ (\hat{\mu}_2^T |\varphi_2| + \hat{D}_2) \text{sat}(\tilde{x}_2/d_{w2}) \\ (\hat{\mu}_3^T |\varphi_3| + \hat{D}_3) \text{sat}(\tilde{x}_3/d_{w3}) \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (13)$$

$$\dot{\hat{\mu}}_i^T = \gamma_{\mu} |\tilde{x}_i| \cdot |\varphi_i|^T, \quad \dot{\hat{D}}_i = \gamma_{D_i} |\tilde{x}_i|. \quad (14)$$

위 추정기에 대한 안정성 및 성능 해석은 정리 1에서와 비슷한 과정을 통해 $\lim_{t \rightarrow \infty} |\tilde{x}_i(t)| \leq d_{wi}, 1 \leq i \leq 3$, 의 성질이 만족됨을 보일 수 있으므로 여기서는 이를 생략한다.

IV. 추정기 기반 적응 유도 법칙

본 절에서는 포화함수를 사용한 비선형 추정기 (13)과 적응법칙 (14)로부터 얻어진 상태변수 및 불확실성의 추정치를 이용하여 추정기 기반 적응 유도 법칙을 설계하는 방법에 대해 기술한다. 추정치 오차와 불확실성의 존재 하에서도 출력에 해당하는 시선각의 변화율을 충분히 작게 만들 수 있다. 유도법칙은

$$\begin{aligned} u_c &= \frac{1}{\hat{b}_g b_c} [k_s s + k_3 \varepsilon - \hat{a}_{g1} x_2 - \hat{a}_{g2} x_3 + \hat{b}_g a_{c1} x_{c1} + \hat{b}_g a_{c2} x_{c2} \\ &+ \varepsilon_{f3} + a_s (\hat{x}_3 + k_2 \varepsilon + \varepsilon_{f2}) \\ &+ b_s \{ \hat{x}_2 + k_1 \varepsilon + \varepsilon_{f1} + k_f (\hat{x}_1 - \hat{x}_{f1}) \} + m_f] \end{aligned} \quad (15)$$

와 같이 주어지고, \hat{x}_{f1} 와 \hat{M}_f 는

$$\dot{\hat{x}}_{f1} = \hat{x}_2 + k_1 \varepsilon + \varepsilon_{f1} + k_f (\hat{x}_1 - \hat{x}_{f1}) \quad (16.1)$$

$$\dot{\hat{M}}_f = m_f \quad (16.2)$$

$$m_f = -a_M \hat{M}_f + a_M (D_f - M_f) \quad (16.3)$$

에 의해 구해진다. 그리고, $D_f = k_1 \dot{\varepsilon} + \dot{\varepsilon}_{f1} + (a_s - k_f) \varepsilon_{f1} +$

$$(a_s k_f - k_f^2) \cdot (\hat{x}_1 - \hat{x}_{f1}) + k_f m_1 \tilde{x}_1 + k_f (\hat{\mu}_1^T |\varphi_1| + \hat{D}_1) \cdot \text{sat}(\tilde{x}_1/d_{w1}) + m_2 \tilde{x}_2 + (\hat{\mu}_2^T |\varphi_2| + \hat{D}_2) \text{sat}(\tilde{x}_2/d_{w2}), \dot{\varepsilon}_{f1} =$$

$-a_{f1}\epsilon_{f1} + a_{f1}\{m_1\tilde{x}_1 + (\hat{\mu}_1^T|\varphi_1| + \hat{D}_1)sat(\tilde{x}_1/d_{w1})\}$, $2 \leq i \leq 3$ 에 대해 $\dot{\epsilon}_{fi} = -a_{fi}\epsilon_{fi} + a_{fi}\{m_i\tilde{x}_i + (\hat{\mu}_i^T|\varphi_i| + \hat{D}_i)sat(\tilde{x}_i/d_{wi})$

$+k_{i-1}\dot{\epsilon}\}$, $s = \dot{x}_3 + k_2\epsilon + a_s(\dot{x}_2 + k_1\epsilon) + b_s\dot{x}_{f1} + M_f$ 는 슬라이딩 평면, $k_f > 0$ 는 추정기 이득값, $a_s, b_s, a_M, a_{f1}, a_{f2} > 0$ 는 설계변수이다. 이때, 전체 미사일유도제어모델의 안정성 및 성능은 다음 정리와 같이 요약할 수 있다.

정리 2(추정기 기반 적응 유도 법칙) : (10)으로 표현되는 미사일 유도제어 시스템은 가정 3.1 하에서 비선형 추정기 (13), (14)와 유도법칙 (15)에 의해 다음과 같은 의미에서의 안정성을 지닌다. 상태변수 x_1 는 uniformly ultimately boundness, 즉 $|x_1| \leq B_c(1/a_{f1}, 1/a_{f2}, 1/a_{f3}, 1/a_M, 1/d_{w1}, 1/d_{w2}, 1/d_{w3})$ 를 만족한다. 여기서, B_c 는 $B_c(0, 0, 0, 0, 0, 0, 0) = 0$ 를 만족하는 단조증가함수로서, $a_{fi}, a_M, d_{wi}, 1 \leq i \leq 3$, 값이 증가함에 따라 x_1 값은 감소한다.

증명 : 리아푸노프 함수를

$$V = \frac{1}{2}s^2$$

와 같이 잡고, 미분치를 취하면 다음을 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned} \dot{V} &= s\dot{s} \\ &= s\{\dot{x}_3 + k_2\dot{\epsilon} + a_s(\dot{x}_2 + k_1\dot{\epsilon}) + b_s\dot{x}_{f1} + \dot{M}_f\} \\ &= s\{k_3\epsilon + m_3\tilde{x}_3 - \hat{b}_g b_c u_c - \hat{a}_{g1}x_2 - \hat{a}_{g2}x_3 + \hat{b}_g a_{c1}x_{c1} + \hat{b}_g a_{c2}x_{c2} \\ &\quad + (\hat{\mu}_3^T|\varphi_3| + \hat{D}_3)sat(\tilde{x}_3/d_{w3}) + k_2\dot{\epsilon} + a_s\{\dot{x}_3 + k_2\epsilon + m_2\tilde{x}_2 \\ &\quad + (\hat{\mu}_2^T|\varphi_2| + \hat{D}_2)sat(\tilde{x}_2/d_{w2}) + k_1\dot{\epsilon}\} + b_s\{\dot{x}_2 + k_1\epsilon + \epsilon_{f1} \\ &\quad + k_1(\hat{x}_1 - \hat{x}_{f1})\} + m_f\} \\ &= s\{-k_s s + \{m_3\tilde{x}_3 + (\hat{\mu}_3^T|\varphi_3| + \hat{D}_3)sat(\tilde{x}_3/d_{w3}) + k_2\dot{\epsilon} - \epsilon_{f3}\} \\ &\quad + a_s\{m_2\tilde{x}_2 + (\hat{\mu}_2^T|\varphi_2| + \hat{D}_2)sat(\tilde{x}_2/d_{w2}) + k_1\dot{\epsilon} - \epsilon_{f2}\}\} \\ &= -k_s s^2 + s \cdot \{m_3\tilde{x}_3 + (\hat{\mu}_3^T|\varphi_3| + \hat{D}_3)sat(\tilde{x}_3/d_{w3}) + k_2\dot{\epsilon} - \epsilon_{f3}\} \\ &\quad + a_s s \cdot \{m_2\tilde{x}_2 + (\hat{\mu}_2^T|\varphi_2| + \hat{D}_2)sat(\tilde{x}_2/d_{w2}) + k_1\dot{\epsilon} - \epsilon_{f2}\} \end{aligned}$$

여기서, $m_i\tilde{x}_i + (\hat{\mu}_i^T|\varphi_i| + \hat{D}_i)sat(\tilde{x}_i/d_{wi}) + k_{i-1}\dot{\epsilon} - \epsilon_{fi}$, $2 \leq i \leq 3$,는 유계이므로, $V(t)$ 또한 유계이다. 이때, $s \in L_\infty$, 즉 s 는 반경이 $m_i\tilde{x}_i + (\hat{\mu}_i^T|\varphi_i| + \hat{D}_i)sat(\tilde{x}_i/d_{wi}) + k_{i-1}\dot{\epsilon} - \epsilon_{fi}$, $2 \leq i \leq 3$, 값에 의존하는, 영을 중심으로 하는 원안에 존재하게 된다. 또한

$\dot{s} = -k_s s + \{m_3\tilde{x}_3 + (\hat{\mu}_3^T|\varphi_3| + \hat{D}_3)sat(\tilde{x}_3/d_{w3}) + k_2\dot{\epsilon} - \epsilon_{f3}\} + a_s\{m_2\tilde{x}_2 + (\hat{\mu}_2^T|\varphi_2| + \hat{D}_2)sat(\tilde{x}_2/d_{w2}) + k_1\dot{\epsilon} - \epsilon_{f2}\}$ 와 $s \in L_\infty$ 를 사용하면, $\dot{s} \in L_\infty$ 즉 s 는 균일하게 연속 (uniformly continuous) 이다. $m_2\tilde{x}_2 + (\hat{\mu}_2^T|\varphi_2| + \hat{D}_2) sat(\tilde{x}_2/d_{w2}) + k_1\dot{\epsilon} - \epsilon_{f2}$, $m_3\tilde{x}_3 + (\hat{\mu}_3^T|\varphi_3| + \hat{D}_3)sat(\tilde{x}_3/d_{w3}) + k_2\dot{\epsilon} - \epsilon_{f3}$ 가 영으로 감소하

게 되면, $s \in L_2$ 가 성립하고 Barbalat 정리에 의해 s 는 점근적으로 영으로 감소한다. 이 관계를 다음 식으로 표현할 수 있다.

$$\begin{aligned} |s| &\leq f_1(m_2\tilde{x}_2 + (\hat{\mu}_2^T|\varphi_2| + \hat{D}_2)sat(\tilde{x}_2/d_{w2}) + k_1\dot{\epsilon} - \epsilon_{f2}, m_3\tilde{x}_3 \\ &\quad + (\hat{\mu}_3^T|\varphi_3| + \hat{D}_3)sat(\tilde{x}_3/d_{w3}) + k_2\dot{\epsilon} - \epsilon_{f3}) \\ &= g_1(1/a_{f2}, 1/a_{f3}) \end{aligned}$$

여기서, $f_1(\cdot, \cdot)$ 와 $g_1(\cdot, \cdot)$ 는 각 매개변수에 대해 단조증가 함수이고, $f_1(0, 0) = g_1(0, 0) = 0$ 를 만족한다.

$\tilde{x}_{e1} = \hat{x}_1 - \hat{x}_{f1}$ 를 정의하면, $\dot{\tilde{x}}_{e1} = -k_f\tilde{x}_{e1} + \{m_1\tilde{x}_1 + (\hat{\mu}_1^T|\varphi_1| + \hat{D}_1)sat(\tilde{x}_1/d_{w1}) - \epsilon_{f1}\}$ 을 얻는다. a_{f1} 이 충분히 커져서 $m_1\tilde{x}_1 + (\hat{\mu}_1^T|\varphi_1| + \hat{D}_1)sat(\tilde{x}_1/d_{w1})$ 의 모든 성분이 ϵ_{f1} 에 포함되면, $m_1\tilde{x}_1 + (\hat{\mu}_1^T|\varphi_1| + \hat{D}_1)sat(\tilde{x}_1/d_{w1}) - \epsilon_{f1}$ 는 영으로 감소하게 되고 \tilde{x}_{e1} 또한 영으로 점근적으로 수렴한다. 이 관계를 수식으로 표현하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} |\tilde{x}_{e1}| &\leq f_2(m_1\tilde{x}_1 + (\hat{\mu}_1^T|\varphi_1| + \hat{D}_1)sat(\tilde{x}_1/d_{w1}) - \epsilon_{f1}) \\ &= g_2(1/a_{f1}) \end{aligned}$$

여기서, $f_2(\cdot)$ 와 $g_2(\cdot)$ 는 단조증가함수로서, $f_2(0) = g_2(0) = 0$ 를 만족한다.

(16.1)에서 얻어지는 $\dot{x}_2 = \dot{x}_{f1} - k_1\epsilon - \epsilon_{f1} - k_f(\hat{x}_1 - \hat{x}_{f1})$ 의 미분치는 $\dot{x}_2 = \ddot{x}_{f1} - k_1\dot{\epsilon} - \dot{\epsilon}_{f1} - k_f\{-k_f\tilde{x}_{e1} + m_1\tilde{x}_1 + (\hat{\mu}_1^T|\varphi_1| + \hat{D}_1)sat(\tilde{x}_1/d_{w1}) - \epsilon_{f1}\}$ 이고, 이는 (13)에서 $\dot{x}_3 + k_2\epsilon + m_2\tilde{x}_2 + (\hat{\mu}_2^T|\varphi_2| + \hat{D}_2)sat(\tilde{x}_2/d_{w2})$ 와 같으므로

$$\begin{aligned} \hat{x}_3 &= \ddot{x}_{f1} - k_1\dot{\epsilon} - \dot{\epsilon}_{f1} - k_f\{-k_f\tilde{x}_{e1} + m_1\tilde{x}_1 + (\hat{\mu}_1^T|\varphi_1| + \hat{D}_1) \\ &\quad sat(\tilde{x}_1/d_{w1}) - \epsilon_{f1}\} - k_2\epsilon - m_2\tilde{x}_2 \\ &\quad - (\hat{\mu}_2^T|\varphi_2| + \hat{D}_2)sat(\tilde{x}_2/d_{w2}) \end{aligned}$$

를 얻는다. 위에서의 \hat{x}_2 와 \hat{x}_3 에 대한 표현으로부터, 슬라이딩 평면 s 은 $\ddot{x}_{f1} + a_s\dot{x}_{f1} + b_s\hat{x}_{f1} + (M_f - D_f)$ 이 된다. a_M 이 충분히 커지게 되면, $M_f - D_f$ 또한 영으로 감소하게 된다. 이때 s 가 영으로 수렴할 경우 \hat{x}_{f1} 또한 영으로 수렴하게 된다. 따라서, 다음의 관계식이 성립한다.

$$\begin{aligned} |\hat{x}_{f1}| &\leq f_3(M_f - D_f, s) \\ &= g_3(1/a_M, 1/a_{f2}, 1/a_{f3}). \end{aligned}$$

여기서, $f_3(\cdot, \cdot)$ 와 $g_3(\cdot, \cdot, \cdot)$ 는 각 매개변수에 대해 단조증가함수로서, $f_3(0, 0) = g_3(0, 0, 0) = 0$ 를 만족한다. 그리고, 정리 3절 결과에서

$$|\tilde{x}_1| \leq g_4(1/d_{w1}, 1/d_{w2}, 1/d_{w3})$$

를 얻을 수 있다. 여기서, $g_4(\cdot, \cdot, \cdot)$ 는 각 매개변수에 대해 단조증가함수로서 $g_4(0, 0, 0) = 0$ 를 얻는다.

이상의 결과로부터 x_1 는 다음 식과 같이 a_{f1} , a_M , and d_{wi} , $1 \leq i \leq 3$, 에 대한 단조증가함수 B_c 에 대해 유계이다.

$$\begin{aligned} |x_1| &\leq |\hat{x}_1 - \hat{x}_{f1}| + |\hat{x}_{f1}| + |x_1 - \hat{x}_1| \\ &\leq g_2(1/a_{f1}) + g_3(1/a_M, 1/a_{f2}, 1/a_{f3}) \\ &\quad + g_4(1/d_{w1}, 1/d_{w2}, 1/d_{w3}) \\ &= B_c(1/a_{f1}, 1/a_{f2}, 1/a_{f3}, 1/a_M, 1/d_{w1}, 1/d_{w2}, 1/d_{w3}). \end{aligned}$$

부연 3 : 설계변수인 a_{f1} , a_M , and d_{wi} , $1 \leq i \leq 3$, 의 값들을 너무 작게 잡으면 시스템 내부에서 포화현상이 발생할 수 있으므로, 미사일의 유도제어성능을 고려하여 적절히 선택되는 것이 필요하다.

IV. 모의실험

본 장에서는 제안된 추정기 기반 적응 유도법칙(OAG; Observer-Based Adaptive Guidance)을 각 요, 피치 동력학에 적용한 모의실험 결과를 보인다. 성능평가는 미사일과 목표물의 여러 상황에 따른 지대공 요격 시나리오를 이용하여 수행되었다. 최소상대거리 및 비행시간을 성능지표로 하고, 비례항법상수를 3으로 하여 비례항법유도(PNG; Proportional Navigation Guidance) 법칙과 비교하였고, 실제적인 미사일 제어 시스템 [15]을 [22]에서와 같은 전체 페루프 유도제어 모의실험환경에 적용하였다. 유도명령 u_c 의 크기 및 변화율은 $|u_c| \leq 40g$ 및 $|\dot{u}_c| \leq 400g/sec$ 와 같이 제한하였다.

제어루프 (4)의 설계 변수는 $\xi = 0.7, \omega_n = 15$, 추정기 (13), (14)의 설계변수는 $k_1 = 50$, $k_2 = 30$, $k_3 = 10$, $m_1 = m_2 = m_3 = 3$, $a_0 = 50$, $\gamma_{\mu 1} = \gamma_{\mu 2} = \gamma_{\mu 3} = 0.01$, $\gamma_{D1} = \gamma_{D2} = \gamma_{D3} = 1$, $d_{w1} = d_{w3} = 0.01$, $d_{w2} = 0.1$, 유도루프 (15)의 설계변수는 $a_s = 250$, $b_s = 1$, $k_s = 5$, $k_f = 50$, $a_M = 0.01$, $a_{f1} = 200$, $a_{f2} = 1$ 로 선정하였다.

사용된 시나리오는 표 1과 같다. 다른 시나리오들에 대해서도 모의실험을 수행한 결과 제안된 방법이 대부분 보다 나은 결과를 가짐을 확인할 수 있었다. 이 시나리오들에서 목표물은 처음에는 정속 200 m/sec 로 비행하다가 어느 순간 가속도를 변화시키면서 기동한다. 표 1에서의 각 벡터 성분은 y 축과 z 축에 따른 값을 나타낸다. 미사일의 발사각도와 제어 초기 동작 시간은 각각 50도와 0.5초이다. (2.5)에서의 매개변수는 R 와 \dot{R} 는 얻을 수 정보이고 \ddot{R} 는 모르는 값으로 보고서, $\hat{a}_{g1} = 0$, $\tilde{a}_{g1} = \ddot{R}/R$, $\hat{a}_{g2} = 2\dot{R}/R$, $\tilde{a}_{g2} = 0$, $\hat{b}_g = 1/R$, $\tilde{b}_g = 0$ 로 정하였다. 참고로, [14]에서는 \ddot{R} 를 아는 값으로 보고 있는데, [14]에서 제시했던 유도법칙에서 이 값을 예를 들어 영으로 두면 제안된 유도법칙보다 못한 성능을 보임을 확인할 수 있었다.

표 2에서는 각 시나리오에서의 PNG 및 OAG 의 상대거리

표 1. 미사일과 목표물간의 요격시나리오.

Table 1. Scenarios for missile-target interception.

시나리오	I	II	III
초기 회피 시간 (초)	0	0	0
초기 회피 가속도 (m/sec^2)	[4 -4]	[0 8]	[0 -10]
두번째 회피 시간 (sec.)	2	2	2.5
두번째 회피 가속도 (m/sec^2)	[8 -8]	[-8 0]	[15 0]

(a) 목표물 조건

시나리오	I	II	III
Off-boresight angle (deg)	-30	0	45
Aspect angle (deg)	-90	90	180
Elevation angle (deg)	0	0	0
Azimuth angle (deg)	0	0	0
초기 상대 거리 (m)	2000	3000	1500
초기 상대 고도 (m)	1300	2500	1000

(b) 목표물-미사일의 기하학적 조건

표 2. 비례항법유도(PNG)와 제안된 방법(ANG)의 성능 비교

Table 2. Performance of PNG and ANG.

시나리오	PNG		ANG	
	상대거리 오차	비행시간	상대거리 오차	비행시간
I	7.7048m	4.9505초	0.9144m	5.2700초
II	4.3244m	5.8085초	4.6008m	5.7530초
III	1.8637m	3.9255초	0.9996m	3.7305초

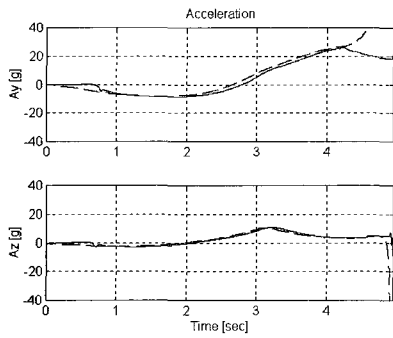
표 3. 비례항법유도(PNG)와 제안된 방법(ANG)의 불확실성 존재시의 성능 비교.

Table 3. Performance of PNG and ANG with uncertainties.

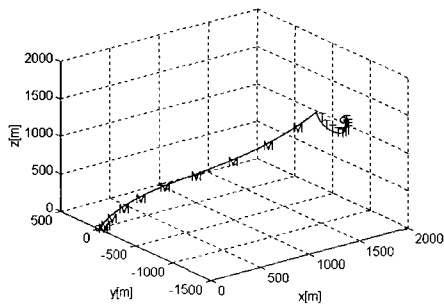
시나리오	PNG		ANG	
	상대거리 오차	비행시간	상대거리 오차	비행시간
I	104.08m	5.0645sec.	1.3155m	5.2640sec.
II	18.894m	5.9420sec.	12.504m	5.7965sec.
III	12.825m	4.1475sec.	1.9729m	3.7550sec.

오차와 비행시간을 비교한다. 그림 1, 2, 3은 표 1의 시나리오들에 대해 PNG 와 OAG 사이의 가속도 명령과 출력가속도를 비교하고 있는데, 다른 경우들에 대해서도 제안된 유도법칙이 PNG 보다 나은 성능을 보임을 확인할 수 있었다.

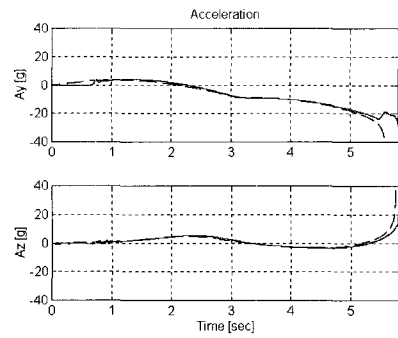
제안된 방법의 강인성을 보이기 위해, 공력계수 $C_y(M_m, \beta, \delta_r, \phi_A)$ 와 $C_z(M_m, \alpha, \delta_q, \phi_A)$ 에서의 불확실성이 [23]에서와 같이 존재한다고 가정한다.



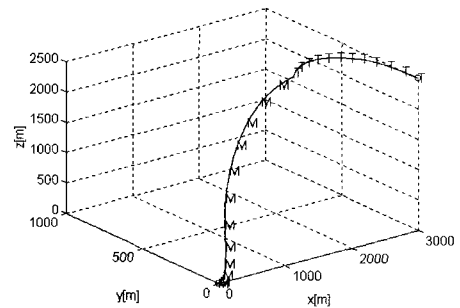
(a) PNG 의 가속도



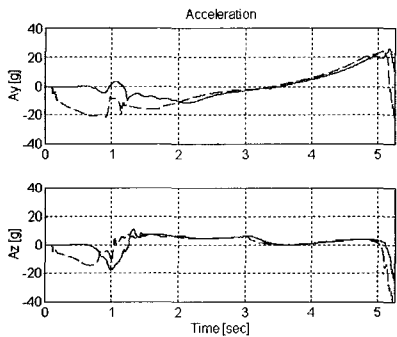
(b) PNG 에 의한 3차원 궤적



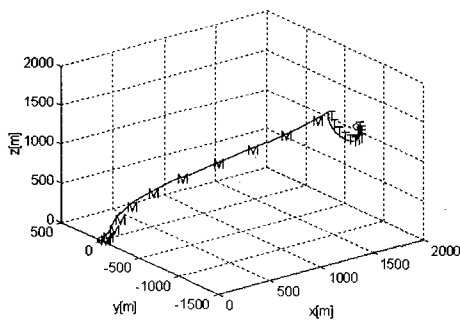
(a) PNG 의 가속도



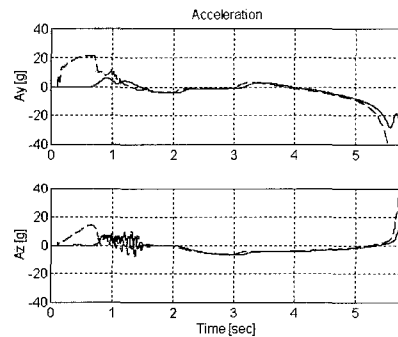
(b) PNG 에 의한 3차원 궤적



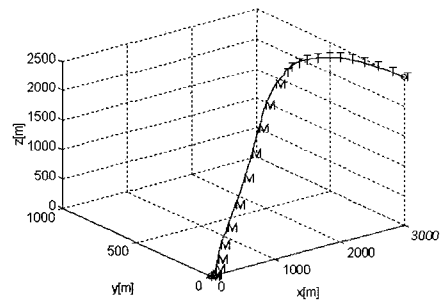
(c) OAG 의 가속도



(d) OAG 에 의한 3차원 궤적



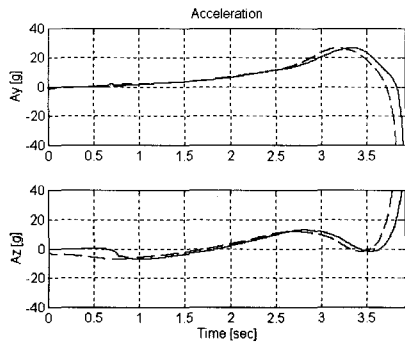
(c) OAG 의 가속도



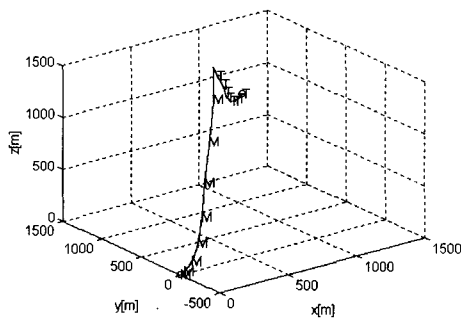
(d) OAG 에 의한 3차원 궤적

그림 1. 불확실성이 없을 경우 시나리오 I 의 성능.
 Fig. 1. Performance of scenario I without uncertainties.
 ((a),(c)에서 실선 : 출력 가속도, 점선 : 가속도 명령,
 (b),(d)에서 M: 미사일, T: 목표물)

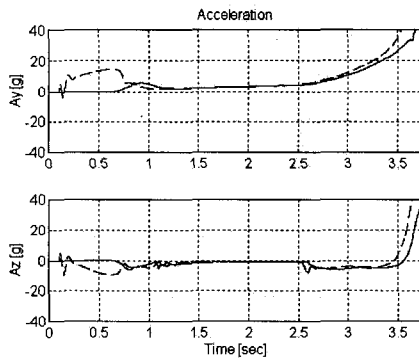
그림 2. 불확실성이 없을 경우 시나리오 II 의 성능.
 Fig. 2. Performance of scenario II without uncertainties.
 ((a),(c)에서 실선 : 출력 가속도, 점선 : 가속도 명령,
 (b),(d)에서 M: 미사일, T: 목표물)



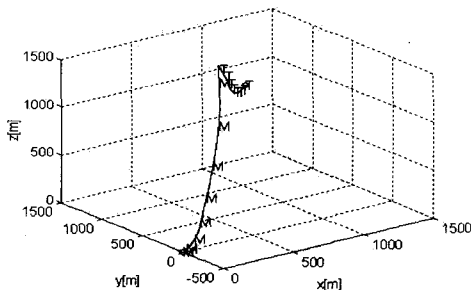
(a) PNG 의 가속도



(b) PNG 에 의한 3 차원 궤적



(c) OAG 의 가속도



(d) OAG 에 의한 3 차원 궤적

그림 3. 불확실성이 없을 경우 시나리오 III 의 성능.

Fig. 3. Performance of Scenario III.

((a),(c)에서 실선: 출력 가속도, 점선: 가속도 명령;
(b),(d)에서 M: 미사일, T: 목표물)

$$C_y(M_m, \beta, \delta_r, \phi_A) = C_{yn}(M_m, \beta, \delta_r, \phi_A) + \mathcal{G}_{fy}^T \phi_{fy}$$

$$C_z(M_m, \alpha, \delta_q, \phi_A) = C_{zn}(M_m, \alpha, \delta_q, \phi_A) + \mathcal{G}_{fz}^T \phi_{fz}$$

여기서, $C_{yn}(M_m, \beta, \delta_r, \phi_A)$ 와 $C_{zn}(M_m, \alpha, \delta_q, \phi_A)$ 는 공력 지시표로 주어지는 값이고, ϕ_{fy} 와 ϕ_{fz} 는 $\phi_f^T = [\phi_{f1}^T, \dots, \phi_{fN}^T]$ 에 해당하는 값으로서 $\phi_{fi}^T = [\phi_{fi1} \ \phi_{fi2} \ \phi_{fi3} \ \phi_{fi4}] = \mu_i(M_m)[\beta \ \beta \sin^2(2\phi_A) \ \beta^3 \ \beta^3 \sin^2(2\phi_A)]$ 의 형태를 지니고, \mathcal{G}_{fy} 와 \mathcal{G}_{fz} 는

$$\mathcal{G}_{fy1}^T = [0.5 \ 10], \ \mathcal{G}_{fy2}^T = [4.5 \ 15], \ \mathcal{G}_{fy3}^T = [2.6 \ 35]$$

$$\mathcal{G}_{fy4}^T = [2.0 \ 27], \ \mathcal{G}_{fy5}^T = [3.6 \ 37], \ \mathcal{G}_{fy6}^T = [3.2 \ 25]$$

$$\mathcal{G}_{fz1}^T = [3.5 \ 20], \ \mathcal{G}_{fz2}^T = [2.4 \ 24], \ \mathcal{G}_{fz3}^T = [3.5 \ 10]$$

$$\mathcal{G}_{fz4}^T = [3.4 \ 32], \ \mathcal{G}_{fz5}^T = [4.4 \ 17], \ \mathcal{G}_{fz6}^T = [1.3 \ 22]$$

의 값을 지니는 불확실성 매개변수이다.

이 경우의 모의실험 결과는 그림 1, 2, 3과 비슷하므로 생략하고, 표 3에서 상대거리오차와 비행시간을 비교한다. 이 결과로부터 제안된 추정기 기반 적응 유도 법칙은 PNG 에 비해 특히 불확실성을 효과적으로 보상함을 알 수 있다.

VI. 결론

본 논문에서는 목표물의 불확실성과 제어루프 동력학을 고려한 추정기 기반 적응 유도 법칙을 제안하였다. 불확실성을 포함하는 복합유도제어모형을 새롭게 유도한 후, 비선형 적응 방법 및 추정기 기반 방법을 유도문제에 도입하였다. 유도 및 제어 루프를 포함한 전체 유도제어 시스템에 대해 추정치 오차 및 불확실성을 고려하여 안정도를 분석하였고, 모의 실험 결과를 통해 제시된 방법의 성능을 확인할 수 있었다.

참고문헌

- [1] H. J. Pastric, S. Setzler, and M. E. Warren, "Guidance Laws for Short Range Homing Missile," *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, vol. 4, no. 2, 1981, pp. 98-108.
- [2] J. R. Cloutier, J. H. Evers, and J. J. Feeley, "Assessment of Air to Air Missile and Guidance Technology," *IEEE Control Systems Magazine*, vol. 9, Oct. 1989, pp. 27-34.
- [3] S. H. Song, and I. J. Ha, "A Lyapunov-like Approach to Performance Analysis of 3-Dimensional Pure PNG Laws," *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, vol. 30, no. 1, 1994, pp. 238-247.
- [4] S. Bezik, I. Rusnak, W. S. Gray, "Guidance of a Homing Missile via Nonlinear Geometric Control Methods," *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, vol. 18, no. 3, 1995, pp. 441-448.
- [5] I. J. Ha, and S. Chong, "Design of a CLOS Guidance Law via Feedback Linearization," *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, vol. 28, no. 1, 1992,

- pp. 51-62.
- [6] J. Huang, and C. F. Lin, "A Modified CLOS Guidance Law via Right Inversion," *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, vol. 31, no. 1, 1995, pp. 491-495.
- [7] C. D. Yang, and H. Y. Chen, "Nonlinear H_∞ Robust Guidance Law for Homing Missiles," *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, vol. 21, no. 6, 1998, pp. 882-890.
- [8] S. D. Brierley, and R. Longchamp, "Application of Sliding Mode Control to Air-Air Interception Problem," *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, vol. 26, no. 2, 1990, pp. 306-325.
- [9] K. R. Babu, I. G. Sarma, and K. N. Swamy, "Switched Bias Proportional Navigation for Homing Guidance Against Highly Maneuvering Target," *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, vol. 17, no. 6, 1994, pp. 1357-1363.
- [10] D. Zhou, C. Mu, and W. Xu, "Adaptive Sliding-Mode Guidance of a Homing Missile," *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, vol. 22, no. 4, 1999, pp. 589-594.
- [11] C. F. Lin, Q. Wang, J. L. Speyer, J. H. Evers, and J. R. Cloutier, "Integrated Estimation, Guidance, and Control System Design Using Game Theoretic Approach," *Proceedings of the American Control Conference*, Chicago, Illinois, 1992, pp. 3220-3224.
- [12] J. H. Evers, J. R. Cloutier, C. F. Lin, W. R. Yueh, and Q. Wang, "Application of Integrated Guidance and Control Schemes to a Precision Guided Missile," *Proceedings of the American Control Conference*, Chicago, Illinois, USA, 1992, pp. 3225-3230.
- [13] C. F. Lin, E. Ohlmeyer, J. E. Bibel, and S. Malyevac, "Optimal Design of Integrated Missile Guidance and Control," *1998 World Aviation Conference*, Anaheim, CA, AIAA-985519, Sep. 1998.
- [14] 좌동경, 최진영, 송찬호, "목표물의 불확실성과 제어루프 특성을 고려한 비선형 적응 유도기법," 제어 · 자동화 · 시스템공학 논문지, 제9권, 제4호, pp. 320-328, 2003.
- [15] D. Chwa, and J. Y. Choi, "New Parametric Affine Modeling and Control for Skid-to-Turn Missiles," *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, vol. 9, no. 2, 2001, pp. 335-347.
- [16] E. Misawa, A and J. K. Hedrik, "Nonlinear Observers : A State-Of-The-Art Survey," *ASME Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control*, vol. 109, 1979, pp. 344-352.
- [17] J. -J. E. Slotine, J. K. Hedrick, and E. A. Misawa, "On Sliding Observers for Nonlinear," *ASME Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control*, vol. 109, 1987, pp. 245-252.
- [18] S. Drakunov, and V. Utkin, "Sliding Mode Observers: Tutorial," *Proceedings of the 34th IEEE Conference on Decision and Control*, New Orleans, LA, 1995, pp. 3376-3378.
- [19] M. Krstic, I. Kanellakopoulos, and P. Kokotovic, *Nonlinear and Adaptive Control Design*, John Wiley & Sons, Inc., 1995.
- [20] D. Swaroop, J. K. Hedrick, P. P. Yip, and J. C. Gerdes, "Dynamic Surface Control for a Class of Nonlinear Systems," *IEEE Transactions on Automatic Control*, vol. 45, no. 10, 2000, pp.1893-1899.
- [21] G. Besançon, "Remarks on Nonlinear Adaptive Observer Design," *Systems and Control Letters*, vol. 41, no. 4, 2000, pp. 271-280.
- [22] J. Y. Choi, D. Chwa, and M. S. Kim, "Adaptive Control for Feedback-Linearized Missiles with Uncertainties," *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, vol. 36, no. 2, 2000, pp.467-481.
- [23] 최진영, 좌동경, 송찬호, "매개변수화 어파인 모델에 기반한 꼬리날개제어 유도탄의 적응제어," 제어 · 자동화 · 시스템공학 논문지, 제9권, 제7호, pp. 547-555, 2003.

좌 동 경

제어 · 자동화 · 시스템공학 논문지 제 5 권 제 3 호 참조.

최 진 영

제어 · 자동화 · 시스템공학 논문지 제 4 권 제 4 호 참조.