

자유표면 아래의 타원형 실린더에 대한 비선형 운동

이호영^{†*}, 임춘규^{**}

목포대학교 선박해양시스템전공^{*}
현대미포조선(주)^{**}

Nonlinear Motion for an Elliptic Cylinder under Free Surface

Ho Young Lee^{†*} and Choon Gyu Lim^{**}

Major in Naval Architecture and Marine Engineering, Mokpo National University^{*}
Hyundai Mipo Dock Yard Co., Ltd^{**}

Abstract

The motion response analysis of a submerged elliptic cylinder in waves is presented and the elliptic cylinder is a simplification of the section of submarine in this paper. The method is based on boundary integral method and two-dimensional 3 degree motions are calculated in regular harmonic waves. The fully nonlinear free surface boundary condition is assumed in an numerical domain and this solution is matched along an assumed boundary as a linear solution composed of transient Green function. The large amplitude motions of an elliptic cylinder are directly simulated and effects of wave frequency, wave amplitude and the distance from buoyancy center to gravity center are discussed.

※Keywords: Boundary Integral method(경계 적분법), Nonlinear Free surface Condition(비선형 자유표면 조건), Elliptic Cylinder(타원형 실린더), 3 Degree Motion(3자유도 운동), Submarine(잠수함)

1. 서 언

요즈음 들어 국내에서도 중형 잠수함이 건조되고 있는 실정이며, 잠수함에 대한 선형 개발도 활

발히 진행되고 있다. 잠수함은 임무 수행중에 축전지를 충전하기 위해 어떤 시간 간격으로 일정하게 자유표면 아래에서 스노클(snorkel) 작업을 수행하여야 한다. 스노클 향하는 자유표면 바로 아래에서 아주 작은 속도로 진행하면서 공기를 잠수함에 흡입하여 디젤 기관을 작동하여 축전지를 충전시킨다. 그러나 해상상태에 따라 잠수함의 잠수 깊이와 중력 중심과 부심간의 거리(bg)에 따

접수일: 2004년 4월 27일, 승인일: 2004년 5월 19일

† 주저자, E-mail: ocean-ship@hanmail.net

Tel: 011-9539-9930

라 잠수함이 해상위로 부상하거나, 횡운동이 아주 심하게 일어 날 수 있다.

위와 같이 스노클 중의 부상이나 횡동요는 비선형 현상으로서 문제의 해석 방법으로 비선형 방법이 사용되어야 한다. 주로 물체표면과 자유표면에 소오스나 특이점을 분포하여 완전한 물체표면 조건과 자유표면 조건을 만족시키며(Vinje/Brevig 1981), 외부영역에서 선형해와의 정합(이호영/황종출 1992, 이호영/황종출 1993(a), 이호영/황종출 1993(b))이나 파동을 감소하여 계산영역에 파의 반사를 억제하는 방법이 반드시 사용되어야 한다.

저자는 이전에 2차원 경계적분법을 사용하여 천수에서 조파기 문제, 전진속도를 갖는 실린더의 대전폭 운동, 전진속도와 관련된 조파저항 및 파랑 중 운동 문제를 다룬바 있다(이호영/황종출 1992, 이호영/황종출 1993(a), 이호영 등 2001). 본 논문에서는 스노클 상태를 해석하기 위해 초기 연구로 전진속도를 0 으로 하고 잠수함 단면을 타원형 실린더로 단순화 해서 횡파 중에서 3자유도 운동응답 계산을 수행하였다.

2. 문제의 정식화

본 논문은 이차원 경계치 문제의 해가 mixed Eulerian/Lagrangian 정식화에 의한 비선형 자유표면 경계조건과 완전한 물체표면 경계조건을 만족하는 초기치 문제로 구성된다. 좌표계는 Fig.1 에서와 같이 x 축을 정수면에 두고 y축은 윗방향으로 하는 공간고정 좌표계이다.

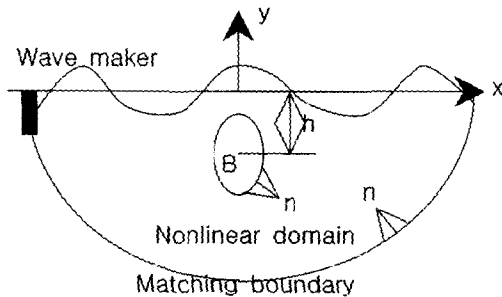


Fig. 1 Coordinate system

수심은 무한하며 표면장력은 무시하고, 유체는 비점성, 비압축성 유체이며 유체입자의 비회전 운동을 가정하면 다음과 같은 복소포텐셜이 존재한다.

$$\beta(z,t) = \phi(x,y,t) + i\psi(x,y,t) \quad (1)$$

where $z = x + iy$

속도포텐셜 $\phi(x,y,t)$, 유동함수 $\psi(x,y,t)$, 둘다 Laplace 방정식을 만족하고 결과적으로 β 는 유체 영역에서 해석적이다. 경계 C 는 자유표면, 물체표면과 정합면으로 구성되는데 C 는 ϕ 가 주어지 C_ϕ (자유표면과 정합면), ψ 가 주어진 C_ψ (물체표면)이다. 코시(Cauchy) 이론으로부터 Fredholm 제 2종 적분방정식을 다음과 같이 도출할 수 있다.

$$\alpha\psi(x_0,y_0;t) + \text{Re} \left[\int_C \frac{\phi + i\psi}{z - z_0} dz \right] = 0 \quad (2)$$

, for z_0 on C_ψ

$$\alpha\phi(x_0,y_0;t) + \text{Im} \left[i \int_C \frac{\phi + i\psi}{z - z_0} dz \right] = 0 \quad (3)$$

, for z_0 on C_ϕ

α 는 z_0 에서 C 의 두 경계선 사이의 각(solid angle) 이다. 운동하는 실린더의 대한 운동학적 조건은 다음과 같다.

$$\psi = \bar{x}_G(y - y_0) - \bar{y}_G(x - x_0) - \frac{1}{2} \theta R^2 \quad (4)$$

(x_G, y_G) 는 실린더에 중력중심의 좌표이며, θ 는 시간미분을 표시하며, θ 는 물체의 각속도이고, $R^2 = (x - x_G)^2 + (y - y_G)^2$ 이다. 자유표면의 운동학적 조건과 동역학적 조건은 다음과 같다.

$$\frac{Dz}{Dt} = u + iv = w^*, y = \eta(x) \quad (5)$$

$$\frac{D\phi}{Dt} = \frac{1}{2} ww^* - gy - \frac{p_s}{\rho}, y = \eta(x) \quad (6)$$

where p_s ; air pressure

*는 켈레복소수를 나타내고 w 는 복소 속도이다. 외부영역의 해는 Wehausen/Laitone(1960)의 2차원 과도 그린함수를 사용하여 표현할 수 있다. 그린 제 2정리를 도입하여 델타함수의 성질을 이용하고 코시리만관계를 사용하면 정합면에서의 외

부영역의 해는 다음과 같이 표현된다(이호영/황종홍 1992).

$$2\pi\phi(P,t) = \int_0^t d\tau \int_{C_0} dC \left(\phi \frac{\partial G}{\partial n} - \phi \frac{\partial G}{\partial s} \right) + \int_0^t d\tau [G\psi]_{s_1, s_2} \quad (7)$$

C_0 는 정합면이고, s_1 과 s_2 는 자유표면과 정합면의 교차점이다. s 는 정합면에서 접선 방향의 단위벡터를 나타내고, n 은 정합면에서 유체영역안으로 향하는 법선방향의 단위벡터이다. 정합면에서의 정합조건은 아래와 같다.

$$\phi = \phi, \quad \phi_n = \phi_n \quad (8)$$

ϕ 는 선형화된 경계조건을 만족하는 외부영역에서의 속도포텐셜이다. 실린더의 운동은 뉴턴의 제 2법칙에 의해 기술되므로 다음과 같이 표현될 수 있다.

$$m \dot{x}_G = \int_{C_B} p n_x dC \quad (9)$$

$$m \dot{y}_G = \int_{C_B} p n_y dC - mg \quad (10)$$

$$I \dot{\theta} = \int_{C_B} p [-(y-y_G)n_x + (x-x_G)n_y] dC \quad (11)$$

m 은 실린더의 질량이고, I 는 각운동과 관련된 질량 관성모멘트이다. 경계 C_B 는 실린더의 표면을 표시한다. 물체표면에서 $\partial\phi/\partial t$ 를 계산하기 위해 $\partial\psi/\partial t$ 를 다음과 같이 표현하자.

$$\frac{\partial\psi}{\partial t} = (y-y_G)\dot{x}_G - (x-x_G)\dot{y}_G - \frac{1}{2}R^2\dot{\theta} + u_G v - v_G u + [(u_G - u)(x - x_G) + (v_G - v)(y - y_G)]\theta \quad (12)$$

물체표면은 $\partial\psi/\partial t$ 가 주어지고, 자유표면은 $\partial\phi/\partial t$ 가 주어지며, 정합면에서는 $\partial\phi/\partial t$ 와 $\partial\psi/\partial t$ 의 관계식에서 $\partial\phi/\partial t$ 가 주어진다고 생각하자. 자유표면에서의 $\partial\phi/\partial t$ 는 다음과 같다.

$$\frac{\partial\phi}{\partial t} = -\frac{1}{2} w \cdot w^* - gy = \frac{\partial\phi_4}{\partial t} \quad (13)$$

식(12)를 간략하게 하여 경계 C 에서 해를 복소포텐셜의 시간에 대한 미분의 형태로 표현하자.

$$\frac{\partial\phi}{\partial t} + i \frac{\partial\psi}{\partial t} = \beta_{1t}\dot{x}_G + \beta_{2t}\dot{y}_G + \beta_{3t}\dot{\theta} + \beta_{4t} \quad (14)$$

β_{jt} 는 β_j 를 시간으로 미분한 것을 나타낸다. β_{jt} ($j=1,2,3,4$) 에 대한 경계조건은 다음과 같다.

$$\frac{\partial\phi}{\partial t} = 0 \quad (j=1,2,3), \quad \frac{\partial\phi_4}{\partial t} \text{ on the free surface and matching surface} \quad (15)$$

$$\frac{\partial\psi}{\partial t} = \frac{\partial\psi_j}{\partial t} \text{ on the body surface} \quad (16)$$

물체표면에서 $\partial\phi/\partial t$ 를 구하기 위해 경계조건식(15), (16)을 이용하여 식(3), (4)에서 ϕ 와 ψ 대신 ϕ_1 와 ψ_1 로 치환한 행렬방정식을 4번 풀면 $\partial\phi_j/\partial t$ 를 구할 수 있고 $\partial\phi/\partial t$ 는 다음과 같다.

$$\frac{\partial\phi}{\partial t} = \frac{\partial\phi_1}{\partial t} \dot{x}_G + \frac{\partial\phi_2}{\partial t} \dot{y}_G + \frac{\partial\phi_3}{\partial t} \dot{\theta} + \frac{\partial\phi_4}{\partial t} \quad (17)$$

식(17)을 베르누이 방정식에 대입하고 그 결과를 식(9)~(11)에 대입하여 정리하면 다음과 같은 행렬식이 도출된다.

$$(m + A_{xx})\dot{x}_G + A_{xy}\dot{y}_G + A_{x\theta}\dot{\theta} = F_x \quad (18)$$

$$A_{yx}\dot{x}_G + (m + A_{yy})\dot{y}_G + A_{y\theta}\dot{\theta} = F_y - mg \quad (19)$$

$$A_{\theta x}\dot{x}_G + A_{\theta y}\dot{y}_G + (I + A_{\theta\theta})\dot{\theta} = F_\theta \quad (20)$$

$$\text{where } A_{pq} = \int_{C_B} \rho \frac{\partial\phi_p}{\partial t} n_q dC \quad (21)$$

$$F_p = \int_{C_B} \rho [-\frac{\partial\phi_4}{\partial t} + \frac{1}{2} w \cdot w^* + gy] n_p dC \quad (22)$$

여기서 A_{pq} 는 동유체력 계수를 나타내고, F_p 는 감쇠계수, 정력학적인 힘 및 파강제력 항을 모두 나타낸다. 식(18)~(20)로 부터 방정식을 풀면

$\dot{x}_G, \dot{y}_G, \dot{\theta}$ 를 구할 수 있고, 두 번 적분하면 x_G, y_G, θ 을 계산할 수 있다(이호영/황종홍 1998).

3. 계산결과 및 고찰

운동응답 계산을 통해 Fig.1의 타원형실린더(장축반경(a) 1m, 단축반경(b) 0.8m)에 대해 대진폭 운동시 물체의 운동진폭, 파주파수, 부심과 중심간의 거리(bg) 등에 의한 영향을 검토하였다.

수치계산은 과도효과가 충분히 소멸되도록 14 주기 정도까지 계산하였다. 조파기는 파를 만들기 위해 plunger 형태의 수치 조파기(깊이 2m)를 설치하였고 조파기의 속도는 여현 위상으로 주었다.

정합면은 반경 2~3.5 파장 정도 되는 곳에 설치한 반원형태이며, 따라서 수치계산 영역은 약 4~7 파장 정도의 길이를 가진다.

Fig.2는 파 주파수(ω) 1.873 rad/sec, 조파기 진폭 0.08m 인 경우에 시간에 따른 파형을 보여 주고 있다. 그림에서 T는 1주기를 나타내며 시간이 많이 지나도 파의 반사는 보이지 않으며 선형해와의 정합이 잘 됨을 알 수 있다.

Fig.3은 주파수에 따른 $x=0$ 에서 파형을 시간에 따라 도시하였다. Table 1은 Fig.3에서 계산된 파형을 갖고 peak to peak 방법으로 파진폭을 계산하였다. 표에서 S는 조파기의 진폭을 나타내며 조파기 깊이는 2m 이다. 주파수가 커지면 A/S도 증가하는 것을 알 수 있으며, 시간에 따라 수치 정합에 의한 오차가 약간씩 증가하는 것을 보여 주고 있다.

Table 1 Wave amplitude by wave maker stroke at $x=0$ m

S(m)	A(m)
0.5($\omega=1.133$)	0.248m
0.3($\omega=1.448$)	0.227m
0.08($\omega=1.873$)	0.0876m
0.1($\omega=1.981$)	0.114m
0.1($\omega=2.5$)	0.1304m

Fig.4, 5는 타원형 실린더의 운동과 그 순간 자유표면의 모습을 보여주고 있다. 파가 진행함에 따라 물체가 오른쪽으로 기울어짐을 알 수 있다.

Fig.6,7,8은 $\omega=1.981$, $S/a=0.1, 0.2$ 인 경우에 시간에 따른 x, y 축의 무차원화된 외력과 횡동요 모멘트를 보여주고 있다. 힘과 모멘트의 무차원화는 $0.5\pi ab\omega^2 S$, $0.5\pi a^2 b\omega^2 S$ 이며, 진폭비에 따른 무차원화된 힘의 크기는 거의 같은 것으로 보여진다. 그림에서 물체가 계속 부상하기 때문에 정상상태에 도달하기 힘들다.

Fig.9,10,11은 $bg=0.1$ m 인 경우 주파수에 따른 3자유도 운동을 보여주고 있다. 수평방향의 표류운동은 파의 진행방향과 반대 방향으로 움직이며, 수직방향의 표류운동은 부상하는 것을 보여 주고 있다. 음의 표류력을 갖는 것은 잠수된 물체는 상대파고에 의한 항이 없기 때문인 것으로 생각된다. 횡동요 운동은 $\omega=1.873$ 을 제외하고 전복이

일어남을 알 수 있었고, 전복 방향은 시계방향으로 일어났으며 그 순간 표류된 수직운동은 부상하지 않고 가라앉았다. 수평운동과 횡운동이 상하운동에 비해 불규칙적인 것은 횡 운동의 불안정성에 원인이 있으며 횡운동은 수평운동과 강하게 연성되어 있어 수평운동도 마찬가지로 불규칙적으로 보인다. 또한 그림에서 표시 하지 않았지만 횡운동에 의해 전복되면서 물체는 가라앉는 것을 알 수 있었다.

Fig.12는 Fig.11에서 전복현상을 막기 위해 $bg=0.2$ m로 증가시켜서 횡동요 운동을 계산하였다. 그 결과 복원력의 증가에 의해 타원형 실린더의 전복현상을 막을 수 있었다.

Fig.13, 14, 15는 xy 평면에 중력 중심의 시간에 따른 위치를 도시하였다. 그림에서 수직운동은 시간에 따라 일정하게 부상하고 있으며, 수평운동은 대부분 파의 진행방향과 반대방향으로 밀리나 Fig.14의 $bg=0.2$ m 인 경우는 파의 진행방향과 동일하게 밀리며, 이는 파와 물체 상호 운동에 의한 영향인 것으로 보여진다.

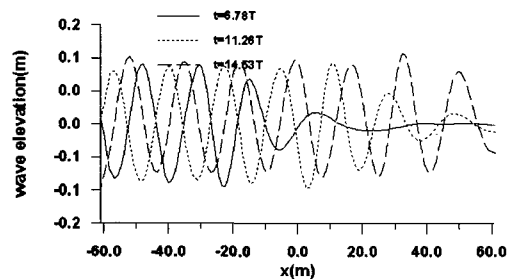


Fig. 2 Free surface elevation ($\omega=1.873, S/a=0.08$)

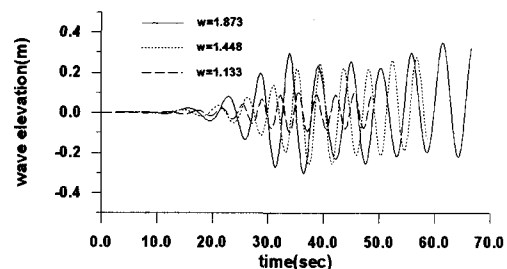


Fig. 3 Free surface elevation at $x=0$.

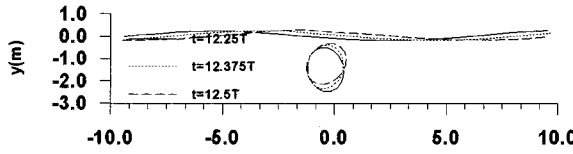


Fig. 4 Wave profiles and body motions($\omega=1.981$)

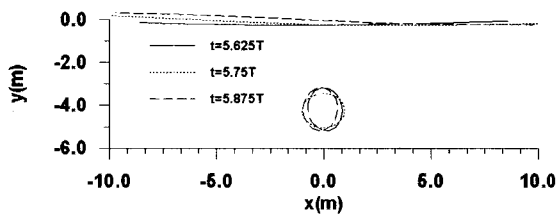


Fig. 5 Wave profiles and body motions($\omega=1.133$)

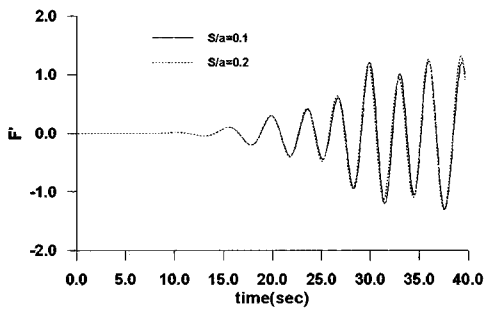


Fig. 6 Exciting forces of sway direction ($\omega=1.981$)

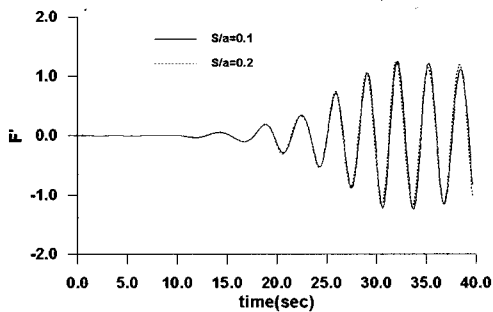


Fig. 7 Exciting forces of heave direction($\omega=1.981$)

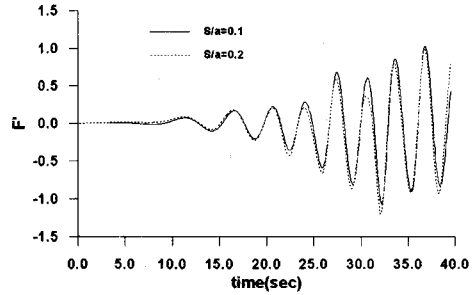


Fig. 8 Exciting moments of roll direction ($\omega=1.9809$)

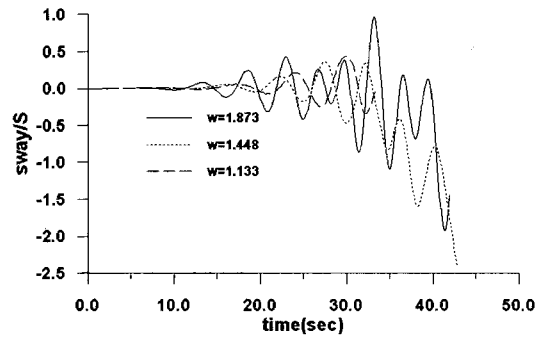


Fig. 9 Time history of sway motion

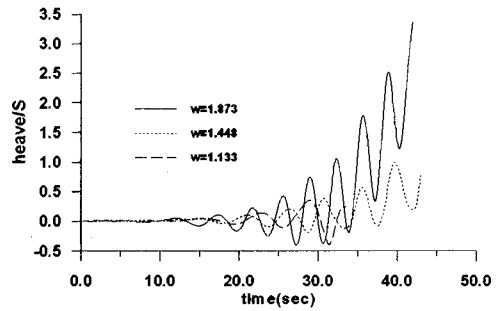


Fig. 10 Time history of heave motion

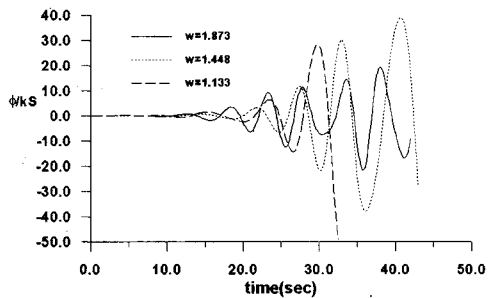


Fig. 11 Time history of roll motion

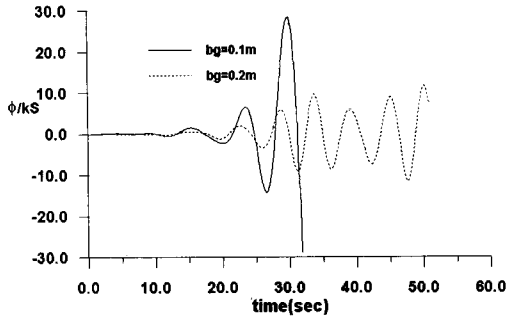


Fig. 12 Time history of roll motion($\omega=1.131$)

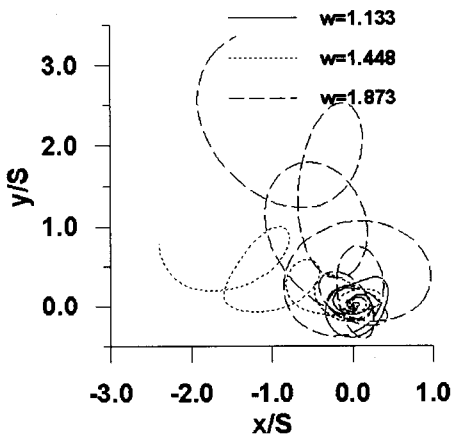


Fig. 13 Trace of gravity center($bg=0.1m$)

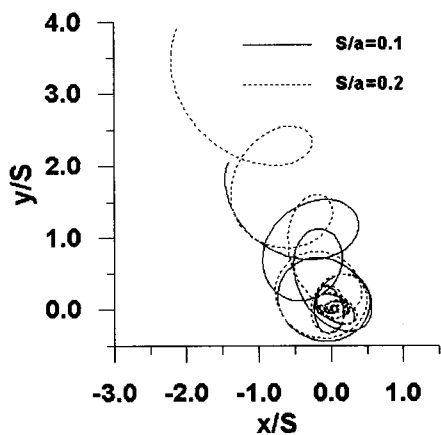


Fig. 14 Trace of gravity center ($\omega=1.9809, bg=0.1m$)

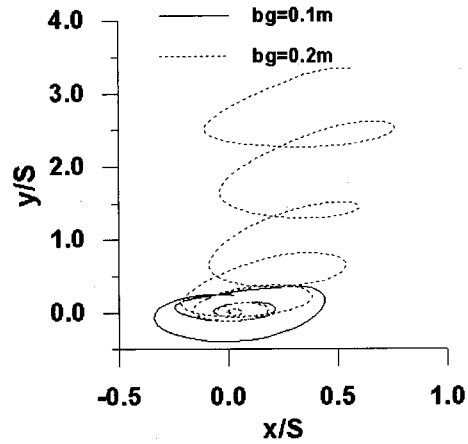


Fig. 15 Trace of gravity center($\omega=1.131$)

4. 결론

본 논문은 잠수함의 스노클 향해 현상을 단순화 시켜 해석하기 위해 잠수함을 전진속도가 없는 타원형 실린더의 형태로 생각하여 파랑은 횡파의 경우에 2차원 방법으로 해석하였다.

계산에로서 규칙파중에서의 중립 부양상태인 잠수된 타원형 실린더의 자유수면 근처에서의 비선형 운동응답이 계산되었다.

계산결과 시간이 지날수록 상방향의 부양력에 의한 시간평균된 부양운동이 증가하였고, 타원형 실린더의 표류 방향은 파와 반대 방향으로 운동하였다. 횡운동은 파 주파수가 고유진동수에 가까워지면 타원형 실린더가 계속 시계방향으로 회전운동을 하였으며, bg 값을 크게하면 횡운동에 의한 전복 현상을 어느 정도 방지 할 수 있었다.

추후에 상부 킬의 점성 감쇠효과를 고려하여 해석 하면 실제 현상과 가깝게 수치 모사할 것으로 생각된다.

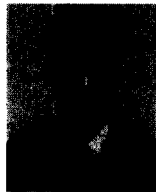
참 고 문 헌

- 이호영, 황종훈, 1992, "주상체의 비선형 운동 (1)," 대한조선학회 논문집, 제 29권, 제 4호, pp. 114-132.
- 이호영, 황종훈, 1993(a), "주상체의 비선형운동

- (II),” 대한조선학회 논문집, 제 30권, 제 1호, pp. 45-65.
- 이호영, 황종흠, 1993(b), “부유체의 대진폭 운동에 기인한 동유체력,” 대한조선학회 논문집, 제 30권, 제 2호, pp. 86-98.
 - 이호영, 황종흠, 1998, “정현파중에서의 잠수된 원형실린더의 비선형 운동에 관한 연구,” 대한조선학회 논문집, 제 35권, 제 1호, pp. 32-42.
 - 이호영, 임춘규, 신현경, 2001, “천수에서 2차원 수치파 수조에 대한 계산,” 한국해양공학회지, 제 14권, 제 1호, pp. 1-5.
 - Vinje, T. and Brevig, P. 1981, “Nonlinear Ship Motion,” Proc. 3rd Int. on Num. Ship Hydrodyn.
 - Wehausen J.V. and Laitone, E.V., 1960, Surface Waves, Encyclopedia of Physics, Vol.9, Springer-Verlag.



< 이 호 영 >



< 임 춘 규 >