솔리드 요소를 이용한 적층복합재 구멍의 형상 최적화

한석영*, 마영준+

(논문접수일 2004. 2. 25, 심사완료일 2004. 4. 9.)

Shape Optimization of Three-Dimensional Cutouts in Laminated Composite Plates Using Solid Element

Seog Young Han*, Young Joon Ma+

Abstract

Shape optimization was performed to obtain the precise shape of cutouts including the internal shape of cutouts in laminated composite plates by three dimensional modeling using solid element. The volume control of the growth-strain method was implemented and the distributed parameter chosen as Tsai-Hill fracture index for shape optimization. The volume control of the growth-strain method makes Tsai-Hill failure index at each element uniform in laminated composites under the initial volume. Then shapes optimized by Tsai-Hill failure index were compared with those of the initial shapes for the various load conditions and cutouts. The following conclusions were obtained in this study (1) It was found that growth-strain method was applied efficiently to shape optimization of three dimensional cutouts in a laminated composite plate, (2) The optimal shapes on the various load conditions and cutouts were obtained, (3) The maximum Tsai-Hill failure index was reduced up to 67% when shape optimization was performed under the initial volume by volume control of growth-strain method.

Key Words : Composite Plates(복합재료 판), Growth-Strain Method(성장-변형률법), Shape Optimization(형상 최적화), Volume Control(체적 제어), Tsai-Hill Failure Index(Tsai-Hill 파손지수)

1. 서 론

최근에 성장-변형률법[1]이라는 수학적 기법을 사용하지 않는 형상 최적화 기법이 개발되었다. 이 기법은 응력이나 탄성변형에너지 등의 분포매개변수(distributed parmeter)를 구조물내에 균일하게 분포되도록 함으로써 형상을 최적

* 한양대학교 기계공학부 (syhan@hanyang.ac.kr)
주소: 133-791 서울시 성동구 행당동 산 17번지
+ 한양대학원 자동차공학과

화한다. 따라서, 이 기법은 경계 매개변수화와 설계 민감도 해석 없이 균일 강도 또는 최대 강성을 갖는 형상을 설계할 수 있다는 특징[2,3]이 있다.

지금까지 적층복합판 내부의 구멍에 대한 형상 최적화에 관한 많은 논문들이 발표되었다. Lin과 Lee[4]는 원형의 구멍을 가진 유리강화 복합재 평판의 강도를 최적화 하기 위해 섬유의 배치에 관한 연구를 하였으며, Hyer와 Lee[5]는 원형 구멍을 가진 복합재 평판의 좌굴 강도를 최적화 하기 위해 ESO(Evolutionary Structural Optimization)법을 이용하였다. 또한 Xie와 Steven[6]은 복합재 평판 내에 여러 개의 구멍에 대한 형상 최적화를 ESO법을 이용하여 수행하였다.

그러나 그 논문들은 적층복합판의 2차원 구멍 형상만을 최적화하였기 때문에 정확한 내부의 형상까지는 최적화시키지 못했다. 따라서, 본 논문에서는 적층복합판의 구멍을 구멍 내부를 포함한 3차원 형상 최적화를 수행하여 설계자에게 보다 정확한 최적 형상을 제안하고자 한다.

형상 최적화를 위한 분포매개변수로는 Tsai-Hill 파손지수를 이용하였고, 성장-변형률법 중 체적 제어를 수행하여 설계자가 요구하는 체적 하에서 최대 Tsai-Hill 파손지수를 복합적층판 내부에 균일하게 분포시키는 것을 목적으로 하였다.

2. 성장-변형률법

성장-변형률법은 매개변수를 균일하게 분포시키는 과정에서 발생되는 체적변형으로 형상을 최적화시킨다. 체적을 목표 값으로 제어하기 위해 식 (1)을 사용한다[2]. 각 반복과정에서 성장변형에 의한 체적의 변화량은 외란(disturbance)과 같이 간주될 수 있고, 이 문제는 자동제어 이론에서 외란에 대한 자동조절(automatic regulation)에 대응할 수 있다. 그러므로 체적 제어는 PID 제어의 개념을 이용해 수행될 수 있으며, 식 (2)에서와 같이 평균 Tsai-Hill 파손지수는 기본 값으로 사용된다. 따라서, 체적 제어는 식 (1)과 (2)에 의해 PID 제어 개념을 이용하여 효율적으로 제어될 수 있다.

$$\varepsilon_{ij}^{B(n)} = \frac{\sigma^{(n-1)} - \bar{\sigma}^{(n-1)}}{\bar{\sigma}^{(n-1)}} \delta_{ij} h - \left\{ K_P \frac{V^{(n-1)} - V_{obj}}{V_{obj}} + K_I \sum_{k=1}^{n-1} \frac{V^{(k)} - V_{obj}}{V_{obj}} + K_D \frac{V^{(n-1)} - V^{(n-2)}}{V_{obj}} \right\} \quad (1)$$

$$\bar{\sigma}^{(n-1)} = \sum_e \frac{\sigma_e v_e}{V^{(n)}} \quad (2)$$

식 (1)에서 ε_{ij}^{B}는 체적변형, σ는 매개변수(예를 들면, Tsai-Hill 파손지수), $\bar{\sigma}$는 매개변수의 기준 값(예를 들면 평균 Tsai-Hill 파손지수), δ_{ij}는 크로네커 델타(Kronecker delta), 그리고 h는 성장변형의 크기를 조절하는 1보다 훨씬 작은 임의의 상수인 성장률이다. 또한, (n)은 n번째 반복횟수, K_P, K_I, K_D는 비례상수, v_e는 각 요소의 체적, σ_e는 각 요소의 대표 Tsai-Hill 파손지수, V_{obj}는 목표하는 총 체적, $V^{(n)}$는 n번째 반복횟수에서의 총 체적을 의미한다.

식 (1)에서 K_P를 가진 두 번째 항은 PID 제어에서 비례동작에 대응하고 목표체적과의 편차에 따라 체적변형을 발생시킨다. K_I를 가진 항은 적분동작에 대응하고 잔류편차를 줄인다. 또 K_D를 포함한 항은 미분동작에 대응하며 외란에 대한 응답을 가속화시킨다. 각 항에서 각 상수가 증가할 때 그것의 상대적인 영향력은 커진다.

K_P, K_I, K_D 값은 실제 이용할 때는 0.0에서 2.0사이의 값을 취하며, 이는 경험적으로 얻어진 값[7]이다. 체적 제어는 체적을 목표 값으로 제어하면서 Tsai-Hill 파손지수를 균일하게 만드는 것이 가능하며, 이 성장법칙을 이용함으로써 체적을 구속하면서 강도를 최대화 할 수 있다.

매개변수로 선정된 Tsai-Hill 파손지수는 재료에 대해 식 (3)과 같이 정의된다.

$$\left(\frac{\sigma_1}{X}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_2}{Y}\right)^2 - \frac{\sigma_1 \sigma_2}{X^2} + \left(\frac{\tau_{12}}{S}\right)^2 \le 1 \quad (3)$$

여기서, σ_1과 σ_2는 각각 섬유방향과 횡방향의 응력이며, τ_{12}는 전단응력을 의미한다. 또 X, Y 그리고 S는 인장, 압축 및 전단에 대해 대응하는 항복 강도이다.

3. 적용례

복합재 구조물에 있는 구멍에 대한 형상 최적화를 수행하였으며, 매개 변수로는 최대 Tsai-Hill 파손 지수를 이용하였다. 복합재료 적층판은 일정한 두께의 층이 대칭으로 적층되었으며, 인접한 적층판은 완전하게 접착되어 있다고 가정하였다. 본 논문에서 사용된 복합적층판은 대칭으로 적층되어 모두 8개의 적층판으로 구성되었다. Table 1은 본 논문에서 사용한 재료인 Boron-Epoxy에 대한 물성치를 나타낸 것이며 모든 예제에 동일하게 적용하였다.

3.1 이축응력 및 전단응력을 받는 $[\pm 45/0/90]_s$ 적층 복합판의 한 개의 구멍

Fig. 1과 같은 한 개의 구멍을 가진 복합재 평판의 초기 형상에 대해 하중조건을 $\sigma:\sigma:\tau=1:1:0.3$의 비로 적용하여 체적 제어에 의한 최적화를 수행하였다.

본 적층판의 모델링은 솔리드 요소를 이용하여 하나의 블록(block)을 작성하고 그 가운데 구멍을 만들고, 8개의 판을 Partition을 통해 생성시켜 각 층(ply) 마다 적층 각도에 맞는 물성치를 계산하여 입력하였다. 생성시킨 격자의 종횡비(aspect ratio)는 최대 7의 값을 갖도록 제한하였다. 이때 성장률 $h=0.01$, $K_P=0.5$, $K_I=0.1$, $K_D=0$으로 설정하였다.

체적 목표 값을 초기 체적의 100%로 설정했을 때의 최적화 된 구멍의 3차원 형상을 Fig. 2에 나타내었으며, 구멍 주위의 평행사변형 모양의 음영부분은 재료의 변형으로 인해 상승한 모습이다. 최적화 된 구멍 내부의 단면도는 Fig. 3에 나타내었다.

Fig. 4는 체적 목표 값을 100%로 유지하는 경우 초기 체적 값에 대한 각 반복 수에서의 체적비와 초기 형상의 최대 Tsai-Hill 파손 지수에 대한 각 반복 수에서의 최대 Tsai-Hill

Table 1 Material properties employed

Nominal value for fiber reinforced material(Boron-Epoxy)		
E_1	206.85 GPa	
E_2	20.658 GPa	
E_3	20.658 GPa	
G_{12}	10.34 GPa	
G_{23}	4.14 GPa	
G_{13}	10.34 GPa	
μ_{12}	0.25	
μ_{23}	0.25	
μ_{13}	0.23	
Ply thickness	0.16mm	
Strength	Tensile	Compressive
Longitudinal	1586 MPa	2482 MPa
Transverse	62.7 MPa	241 MPa
Shear	82.7 MPa	

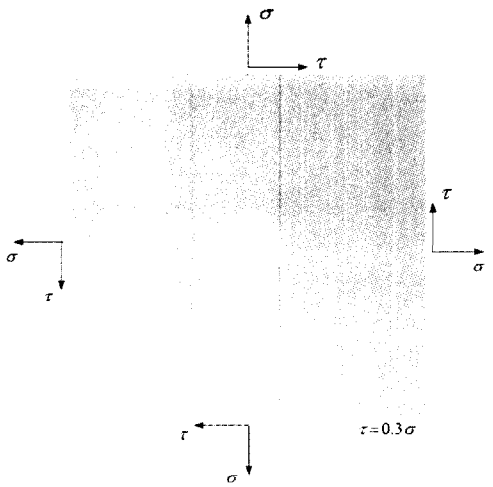


Fig. 1 $[\pm 45/0/90]_s$ Plate loaded in biaxial and shear stress

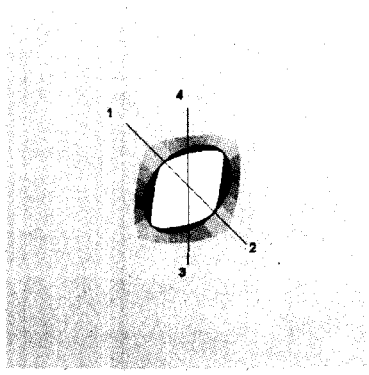
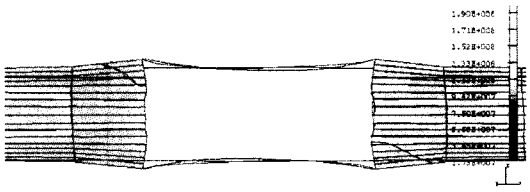
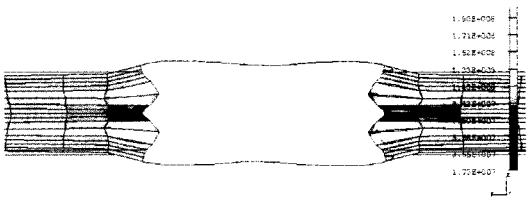


Fig. 2 Optimized shape of $[\pm 45/0/90]_s$, plate loaded in biaxial and shear stress



(a) 1-2 section



(b) 3-4 section

Fig. 3 Optimized shape of crosssection in cutout

파손 지수의 변화를 나타내었다. 최적화 된 형상의 체적은 초기 체적값으로 수렴하였고, 최대 Tsai-Hill 파손 지수는 초기 형상의 최대 Tsai-Hill 파손 지수에 비해 56% 감소하였다.

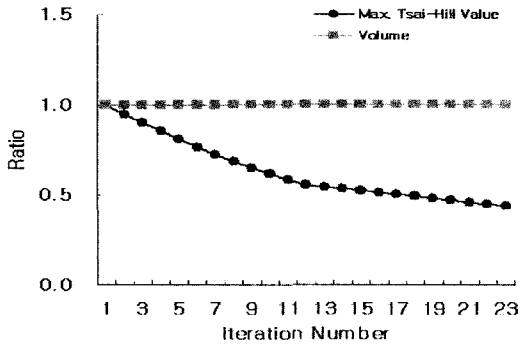
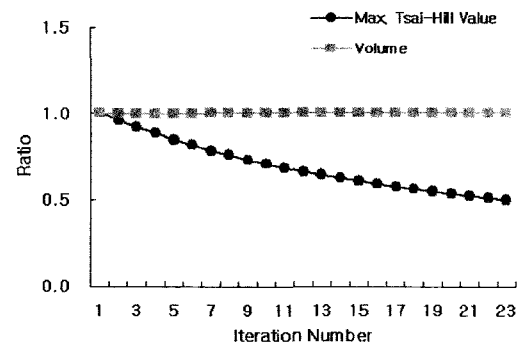


Fig. 4 History of iteration of plate loaded $[\pm 45/0/90]_s$ in biaxial and shear stresses

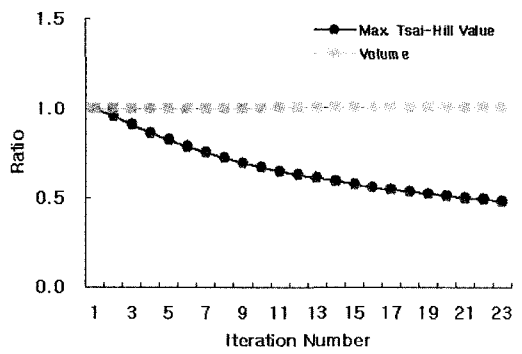
각 층별 초기 체적 값에 대한 각 반복 수에서의 체적비와 초기 형상의 최대 Tsai-Hill 파손 지수에 대한 각 반복 수에서의 최대 Tsai-Hill 파손 지수의 변화를 Fig. 5에 나타내었다. Fig. 5(a)에서 Ply 1과 8에서의 최대 Tsai-Hill 파손 지수의 초기값에 대한 변화량은 50%로 감소하였으며, Fig. 5(b)의 Ply 2와 7에서의 최대 Tsai-Hill 파손 지수의 값은 52% 감소하였다. 또한 Fig. 5(c)와 Fig. 5(d)에서 Ply 3과 6은 53%, Ply 4와 5는 56%의 최대 Tsai-Hill 파손 지수의 감소를 보였다.

3.2 순수 전단 응력을 받는 $[\pm 45/0/90]_s$ 적층 복합판의 두 개의 구멍

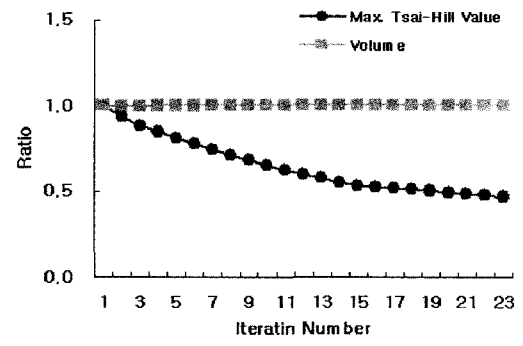
Fig. 6과 같은 두 개의 구멍을 가진 복합재 평판에 순수 전단하중을 적용한 경우의 초기 형상에 대해 체적 제어를 통한 형상 최적화를 수행하였다. 체적의 목표값을 초기 체적의 100%로 설정하였을 때의 최적화 된 3차원 형상을 Fig.



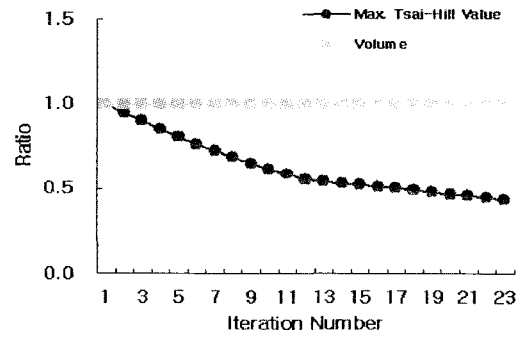
(a) ply 1



(b) ply 2



(c) ply 3



(d) ply 4

Fig. 5 History of iteration of each ply in the $[\pm 45/0/90]_s$ plate

7에 나타내었다. $K_P=0.5$, $K_I=0.1$, $K_D=0$으로 하였고, 성장률 $h=0.02$로 설정하였다. 이것 역시 구멍 주위의 음영부분은 재료의 상승으로 인한 음영부분이다. Fig. 8은 구멍 2개인 적층복합재의 초기 체적을 100%로 했을 때의 최적화 된 구멍 내부의 단면도를 나타낸다.

체적의 목표값을 100%로 유지하는 경우 초기 체적 값에 대한 각 반복 수에서의 체적비와 초기 형상의 최대 Tsai-Hill 파손 지수에 대한 각 반복 수에서의 최대 Tsai-Hill 파손 지수의 변화를 Fig. 9에 나타내었다. 최적화 된 형상의 체적은 초기 체적값으로 수렴하였고, 최대 Tsai-Hill 파손 지수는 초기 형상의 최대 Tsai-Hill 파손 지수에 비해 63% 감소하였다.

각각의 Ply별 초기 체적값에 대한 체적비와 초기 형상의 최대 Tsai-Hill 파손 지수에 대한 최대 Tsai-Hill 파손 지수의 변화를 Tsai-Hill 파손 지수의 초기값에 대한 변화량은 64%로 감소하였으며, Fig. 10(b)의 Ply 2와 7에서의 최대 Tsai-Hill 파손 지수의 값은 63% 감소하였다. 또한 Fig. 10(c)와 Fig. 10(d)에서 Ply 3과 6은 63%, Ply 4와 5는 60%의 최대 Tsai-Hill 파손 지수의 감소를 보였다.

3.3 이축응력 및 응력을 받는 [± 45/0/90]s 적층 복합판의 네 개의 구멍

Fig. 11과 같은 네 개의 구멍을 가진 복합재 평판의 초기 형상에 대해 하중 조건을 $\sigma:\sigma:\tau$ = 1:1: 0.3 의 비로 적용했을 경우에 체적 제어를 통한 형상 최적화를 수행하였다.

체적의 목표값을 초기 체적의 100%로 설정하였을 때의 최적화 된 3차원 형상을 Fig. 12에 나타내었다. $K_P=0.5$, $K_I=0.1$, $K_D=0$으로 설정하였고 성장률 $h=0.02$로 하였다.

구멍 4개인 복합재의 초기 체적을 100%로 했을 때의 최적화 된 구멍 내부의 단면도를 Fig. 13에 나타내었다. 5-6 section의 단면은 그림(a)와 동일하다.

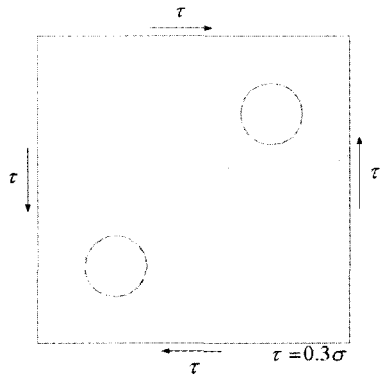


Fig. 6 [±45/0/90]$_s$ Plate loaded in shear stress

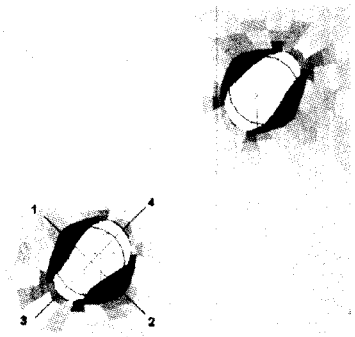
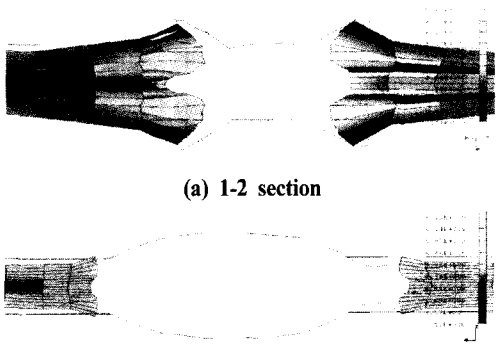


Fig. 7 Optimized shape of [±45/0/90]$_s$, plate loaded in shear stress



(a) 1-2 section

(b) 3-4 section

Fig. 8 Optimized shape of cross-section in a cutout

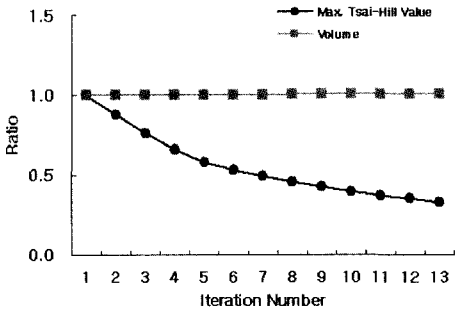
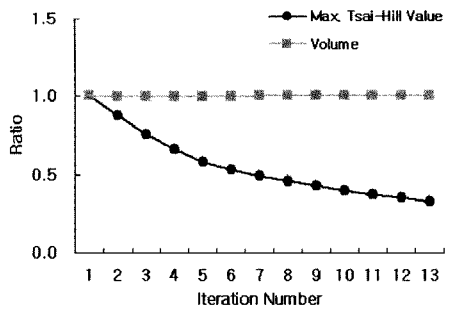
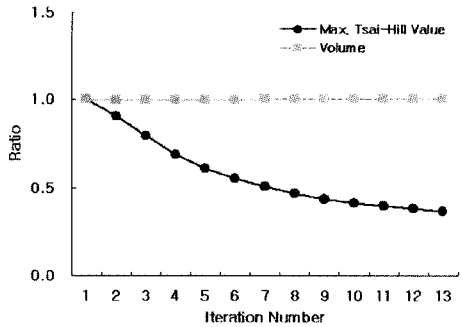


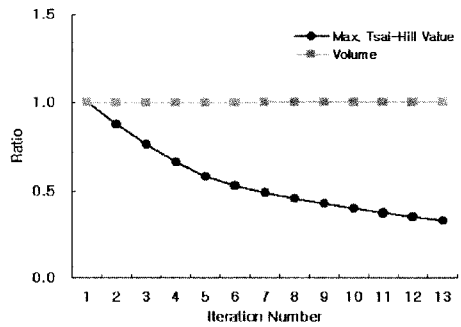
Fig. 9 History of iteration of [±45/0/90]$_s$ Plate loaded in shear stresses.



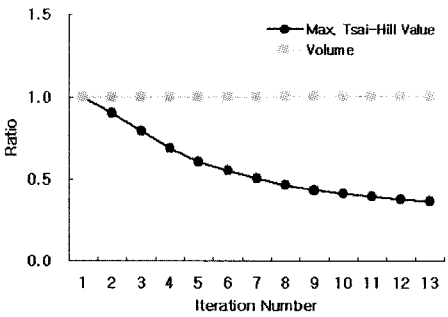
(a) ply 1



(b) ply 2



(c) ply 3



(d) ply 4

Fig. 10 History of iteration of each ply in the $[\pm 45/0/90]_s$ Plate

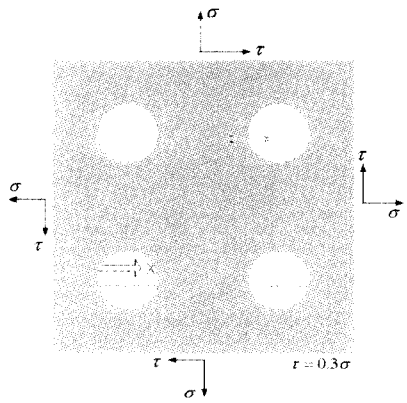


Fig. 11 $[\pm 45/0/90]_s$ Plate loaded in biaxial and shear stress

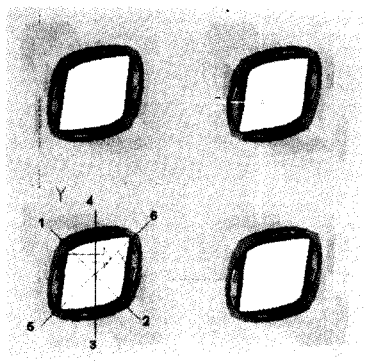
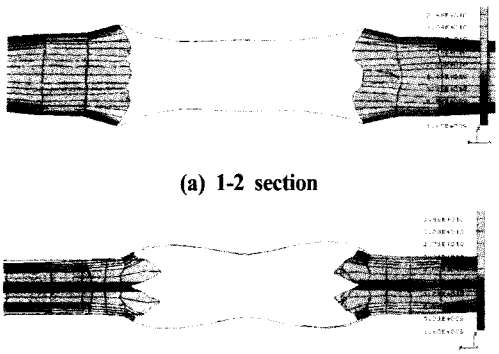


Fig. 12 Optimized shape of $[\pm 45/0/90]_s$, plate loaded in biaxial and shear stress

체적의 목표값을 100%로 유지하는 경우 초기 체적값에 대한 각 반복 수에서의 체적비와 초기 형상의 최대 Tsai-Hill 파손 지수에 대한 각 반복 수에서의 최대 Tsai-Hill 파손 지수의 변화를 Fig. 14에 나타내었다. 최적화 된 형상의 체적은 초기 체적값의 100%로 수렴하였고, 최대 Tsai-Hill 파손 지수는 초기 형상의 최대 Tsai-Hill 파손지수에 비해



(a) 1-2 section

(b) 3-4 section

Fig. 13 Optimized shape of cross section in cutout

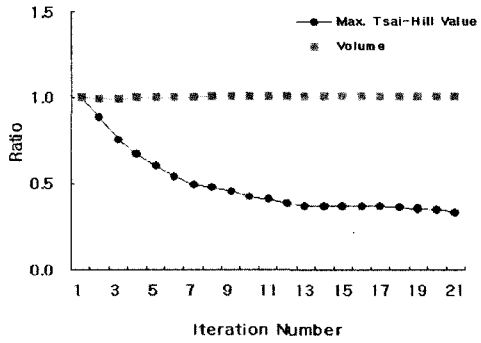


Fig. 14 History of iteration of $[\pm 45/0/90]_s$ Plate loaded in biaxial and shear stress

67% 감소하였다.

4. 결 론

본 연구에서 수행한 솔리드 요소를 이용한 3차원 복합재 모델에 형상 최적화 시스템을 이용하여 평판 내의 구멍에 대한 최적화를 수행한 결과 다음과 같은 결론을 얻었다.

(1) 성장-변형률법을 3차원 복합재 모델에 대하여 적용한 결과 이 방법이 복합재의 형상 최적화에 효율적으로 적용됨을 확인하였다.

(2) 3차원 형상에 대하여 최적화를 수행함으로써 기존의 구멍의 형상뿐만이 아니라 구멍 내부의 최적화된 형상까지도 확인 할 수 있었다.

(3) 성장 변형률법의 체적 제어를 이용하여 각 예 제들의 목표 체적을 100%로 하여 최적화를 수행하였을 때, 최대 Tsai-Hill 파손 지수를 최대 67%까지 감소시키는 결과를 얻을 수 있었다.

참 고 문 헌

(1) Azegami, H., 1990, "Proposal of a Shape Optimization Method using a Constitutive Equation of Growth," *JSME Int. J.*, Ser. 1, Vol. 33, No. 1, pp. 64～71.

(2) Azegami, H, 1992, "Shape Optimization of Solid Structures Using the Growth-Strain Method," *SAE 921063*, pp. 1136～1145.

(3) Azegami, H, Ogihara, T., and Tagamik, A., 1991, "Analysis of Uniform-Strength Shape by the Growth-Strain Method," *JSME Int. J.*, Ser. 3, Vol. 34, No. 3, pp. 355～361.

(4) Lin, H. J., and Lee, Y. J. 1992, "Strength of Composite Laminates with Continuous Fibers around a Circular Hole," *Composite Structures*, Vol. 21, pp. 155～162.

(5) Hyer, M. W., and Lee, H. H, 1991, "The Use of Curvilinear Fiber Format to Improve Buckling Resistance of Composite Plates with Central Circular Holes," *Composite Structures*, Vol. 18, pp. 239～261.

(6) Xie, Y. M., and Steven, G. P., 1997, "Multiple Cutout Optimization in Composite Plates using Evolutional Structural Optimization," *Structural Engineering and Mechanics*, Vol. 5, No 5, pp. 609～624.

(7) Han, S. Y., and Bai, H. W., 1999, "Development of Shape Optimal Design System using Stress Control," *Trans. of KSMTE*, Vol. 8, No. 3, pp. 52～58.