

논문 2004-41SC-4-1

적응형 퍼지 백스테핑 방식을 이용한 단일축 유연관절 로봇의 강인 제어

(An Adaptive Fuzzy Backstepping Approach to Robust Tracking Control of a Single-Link Flexible Joint Robot)

김 은 태*, 이 희 진**

(Euntai Kim and Heejin Lee)

요 약

본 논문에서는 적응 퍼지 백스테핑 알고리즘을 이용하여 단일축 유연관절 로봇을 제어하는 새로운 알고리즘을 제안한다. 퍼지시스템은 일반근사기로 사용하여 로봇과 제어기의 비선형성과 불확실성을 상쇄하는 역할을 한다. 제안한 알고리즘은 추가적인 교시 제어를 필요로 하지 않으며 추적오차를 상시유계시키는 특성이 있다. 끝으로 컴퓨터 모의실험을 통하여 제안한 방식의 성능을 확인한다.

Abstract

This paper presents an adaptive fuzzy backstepping (AFB) controller for a single-link flexible joint robot in the presence of parametric uncertainties and external disturbances. Adaptive fuzzy logic systems are used as universal approximators to counteract the model uncertainties coming from robot dynamics and to compensate for the nonlinearities coming from adaptive backstepping method. The approach suggested herein does not require neither an additional supervisory nor a robustifying controller and guarantees that tracking error is uniformly ultimately bounded (UUB) within a sufficiently small residual set. Finally, a simulation result is given to demonstrate the robust tracking performance of proposed design method.

Keywords: 적응형 퍼지, 유연관절 로봇, 절대상시유계, 백스테핑

I. 서 론

지난 10년간, 로봇의 위치제어에서 관절의 유연성이 미치는 효과에 대한연구가 널리 진행되었다. 기계적 토 오르는 주로 기어 관절을 통해 로봇에 전달되기 때문에, 정밀제어를 위해서는 관절의 유연성을 고려하여 제

어를 설계하는 것이 중요하다^[1].

위와 같은 실제적인 문제뿐 아니라 이론적으로도 유연관절의 문제는 매우 매력적인 문제이다. 시스템 자유도 수는 제어 동작 수의 두 배이며, 팔 다이나믹스는 추적 제어에 대한 독립적인 제어 입력을 갖지 않는다. 제어 전략을 구현하기 위하여, Spong은 몇 가지 가정을 통해서 유연관절 로봇 모델을 제안했다^[2]. 이후 많은 학자들이 [2]의 모델을 이용하여 유연관절 로봇에 대한 연구를 수행하였다.

우선, Spong은 유연관절이 피드백 선형화가 가능하다는 사실을 이용하여 전역적으로 안정한 제어를 유도하였다^[3]. 그러나 이 방법은 시스템 정확한 다이나믹스와 가속도 및 저크 (jerk) 정보도 알아야 하는 단점

* 연세대학교 전기전자공학부
(School of Electrical and Electronic Engr., Yonsei Univ.)

** 국립 한경대학교 정보제어공학과
(Dept. of Information and Control Eng., Hankyong National Univ.)

※ 본 연구는 2002년도 한경대학교 교비 해외파견 연구비의 지원에 의한 것임.

접수일자: 2003년7월24일, 수정완료일: 2004년7월10일

이 있다. Lozano 등은 피드백 선형화에 기초하지 않는 적응형 구현에 의하여 전역적으로 안정한 제어를 제안하였다^[4]. 그러나 이 방법은 여러 단계의 ad hoc 필터링을 요구하고 regressor가 발산 가능한 단점을 가지고 있다. Seibert 등은 디커플링에 기초한 제어를 설계했으나 적응형 구현은 이루지 못했다^[5]. Nicosia^[6]와 Brogliato 등^[7]은 Lyapunov 기반 적응형 백스테핑 기술을 적용하여 전역적 제어를 제안하였다. 최근 Malki 등은 불확실성을 갖는 유연관절 로봇 팔에 대해 퍼지 PID 제어를 제안했다^[8].

본 논문에서는 단일축 유연관절 로봇 제어를 위해 적응 퍼지 백스테핑(adaptive fuzzy backstepping, AFB) 제어를 제안한다. 적응형 백스테핑 제어를 구현하기 위해 퍼지 시스템의 일반근사성 [9-11]을 이용한다. 적응형 백스테핑(afb) 제어에서, 퍼지시스템은 로봇 불확실성을 보상하고 적응형 백스테핑 방식 구현에서 발생하는 복잡한 regressor의 계산을 대신해 준다. 본 연구에서 제안하는 AFB 제어기는 추적 오차가 상시절대유계(uniform ultimate bounded, UUB)되고 이를 위해 추가적인 교시(supervisory) 제어를 필요로 하지 않는다. 이러한 특징은 기존의 적응 퍼지 제어기 [12-18]에서 찾기 힘든 특성이다.

본 논문은 다음과 같이 구성되어 있다. : 제 II 장에서는 퍼지 시스템과 유연관절로봇에 대한 간단한 설명하고 제 III 장에서는 제안한 AFB 제어기의 UUB 성질을 보이고 제 IV 장에서는 컴퓨터 모의실험을 통해 타당성을 보인다. 마지막으로 제 V 장은 본 연구에 대한 결론이다.

II. PROBLEM FORMULATION

A. 퍼지 논리 시스템

퍼지 논리 시스템은 그림 1에서처럼 기본적으로 퍼지화기, 퍼지 IF-THEN 규칙들, 퍼지추론기와 비퍼지화기로 구성되어 있다. 퍼지추론기는,

입력벡터 $x = (x_1, x_2, \dots, x_p)^T \in U \subset R^p$ 을 출력 $y \in V \subset R$ 에 대응시키는 비선형 함수의 역할을 한다. i 번째 퍼지규칙은

R^i : If x_1 is A_1^i and \dots and x_p is A_p^i , then y is y^i (1)

이며 여기서 $A_1^i, A_2^i, \dots, A_p^i$ 는 퍼지변수이고 y^i

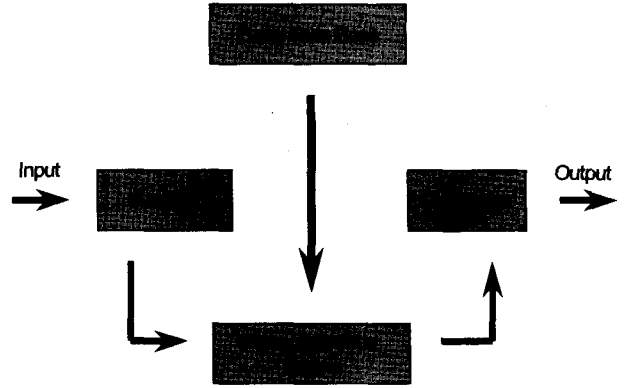


그림 1. 퍼지 논리 시스템의 구성도

Fig. 1. Configuration of fuzzy logic system.

는 싱글톤 백터이다. 곱하기 추론, 중앙평균과 싱글톤 퍼지화기를 사용할 때 다음과 같은 입출력 관계식을 갖는다.

$$y = \Omega(x; \theta) = \frac{\sum_{i=1}^r y^i \left(\prod_{j=1}^p \mu_{A_j^i}(x_j) \right)}{\sum_{i=1}^r \left(\prod_{j=1}^p \mu_{A_j^i}(x_j) \right)} = \theta^T \xi(x) \quad (2)$$

여기서 $\Omega(\cdot)$ 퍼지시스템

$\mu_{A_j^i}(x_j)$ 퍼지변수

x_j 의 소속함수값,

r 퍼지규칙 수

$\theta = (y^1, y^2, \dots, y^r)$ 조정가능한 파라미터 벡터

$\xi^T = (\xi^1, \xi^2, \dots, \xi^r)$ 과

$$\xi^i = \frac{\prod_{j=1}^p \mu_{A_j^i}(x_j)}{\sum_{i=1}^r \left(\prod_{j=1}^p \mu_{A_j^i}(x_j) \right)} \text{ 퍼지 기저 함수 (FBF).}$$

위의 퍼지 시스템 $\Omega(\cdot)$ 은 비선형 함수 $\Omega(\cdot)$ 를 컴팩트 집합 U 위에서 원하는 수준까지 정확히 표현할 수 있는 것이 알려져 있다^[9-11]. 최적 파라미터를 $M_\theta = \{ \theta \mid \| \theta \| \leq m_\theta \}$ 위에서

$$\theta^* = \arg \min [\sup_{x \in U} \| \Omega(x) - \Omega(x; \theta) \|] \quad (3)$$

$$\theta^* \in M_\theta$$

로 정의하면, 미지의 비선형 함수 $\Omega(\cdot)$ 는 최적 퍼지 시스템 $\Omega(\cdot | \theta^*)$ 과 복원 오차 $\varepsilon(\cdot)$ 의 합으로 표현할 수 있다. 여기서 m_θ 는 설계변수이다.

$$\Omega(x) = \Omega(x; \theta^*) + \varepsilon(x) \quad (4)$$

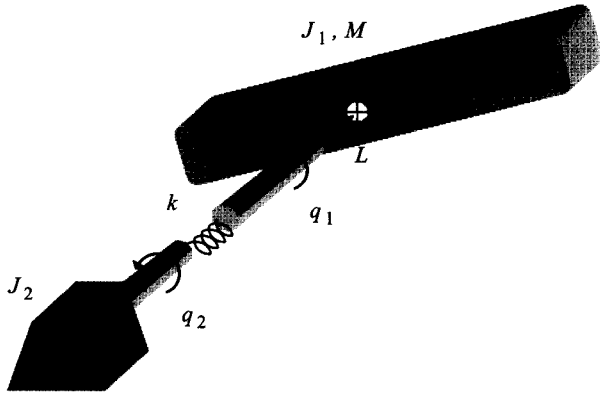


그림 2. 유연관절 로봇
Fig. 2. Flexible joint robot.

$$\|\epsilon(x)\| \leq \bar{\epsilon} \quad (5)$$

복원오차의 상한치 $\bar{\epsilon}$ 은 퍼지 규칙 수를 증가시킴으로써 원하는 수준으로 줄일 수 있다.

B. 불확실성을 갖는 단일축 유연관절 로봇

그림 2의 단일축 유연관절 로봇의 공칭 모델은 식 (6-1)과 (6-2)로 표현된다.

$$J_1 \ddot{q}_1 + MgL \sin q_1 + k(q_1 - q_2) = 0 \quad (6-1)$$

$$J_2 \ddot{q}_2 - k(q_1 - q_2) = u \quad (6-2)$$

여기서 q_1 과 q_2 는 각각 축과 액츄에이터의 위치를 나타내며, J_1 과 J_2 는 축과 액츄에이터 관성, k 는 탄성상수, M 은 축의 질량, g 는 중력가속도, L 은 질량 중심을 나타낸다. 제어입력 u 는 모터로부터 공급되는 토크이다. 식 (6-1)은 $k(q_2 - q_1)$ 을 입력으로 갖는 팔 다이내믹스이고 식 (6-2)는 액츄에이터 다이내믹스를 나타낸다. 식 (6)은 다음의 상태공간으로 표현할 수 있다.

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= x_2 \\ \dot{x}_2 &= F(x_1) + Gx_3 \\ \dot{x}_3 &= x_4 \\ \dot{x}_4 &= H(x_1, x_3) + Ku \end{aligned} \quad (7)$$

여기서 $x = (x_1 \ x_2 \ x_3 \ x_4)^T = (q_1 \ \dot{q}_1 \ q_2 \ \dot{q}_2)^T$,

$$F(x_1) \equiv -\frac{MgL}{J_1} \sin 1 - \frac{k}{J_1} x_1, \quad G \equiv \frac{k}{J_1},$$

$$H(x_1, x_3) = \frac{k}{J_2}(x_1 - x_3) \text{ 및 } K \equiv \frac{1}{J_2} \text{ 이다.}$$

$F(x_1)$, G , $H(x_1, x_3)$ 와 K 는 주어진 로봇의 공칭 값이고 실제 값과는 다르다고 가정한다. $F(x_1)$, G , $H(x_1, x_3)$ 와 K 의 실제값은 각각 $F(x_1)$, G , $H(x_1, x_3)$ 와 K 로 표시하고 그들의 차를 각각 $\Delta F = F - F$, $\Delta G = G - G$, $\Delta H = H - H$ 과 $\Delta K = K - K$ 로 정의한다. 또 팔과 액츄에이터 다이내믹스가 각각 외부외란 τ_{d1} 과 τ_{d2} 을 갖는 경우, 유연관절 로봇 (7) 의 실제 다이내믹스는 다음과 같이 표현된다.

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= x_2 \\ \dot{x}_2 &= F(x_1) + Gx_3 + \tau_{d1} \\ \dot{x}_3 &= x_4 \\ \dot{x}_4 &= H(x_1, x_3) + Ku + \tau_{d2}. \end{aligned} \quad (8)$$

앞으로의 해석을 용이하게 하기 위하여, 식 (8)의 실제 로봇은 공칭모델을 이용하여 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= x_2 \\ \dot{x}_2 &= F(x_1) + Gx_3 + \Omega_1(x_1, x_3) \\ \dot{x}_3 &= x_4 \\ \dot{x}_4 &= H(x_1, x_3) + Ku + r(x_1, x_3, u) \end{aligned} \quad (9)$$

여기서

$$\Omega_1(\cdot) = \Delta F(x_1) + \Delta Gx_3 + \tau_{d1} \quad (10-1)$$

$$r(\cdot) = \Delta H(x_1, x_3) + \Delta Ku + \tau_{d2} \quad (10-2)$$

는 로봇 시스템의 불확실성을 나타낸다. 실제 모델 ($F(x_1)$, G , $H(x_1, x_3)$ 과 K)과 외부외란에 대한 정보를 알고 있지 않으므로, 불확실항인 $\Omega_1(\cdot)$ 과 $r(\cdot)$ 을 직접 알지는 못한다.

가정 1.

입력이득 $G = k/J_1$ 의 불확실성 ΔG 는 식 (11)과 같이 유계되어 있다.

$$|\Delta G| \leq \delta_{Gmax} \quad (11)$$

여기서 δ_{Gmax} 는 알고 있는 양수이다.

□

III. 적응 퍼지 백스테핑 제어

본 장에서는 새로운 적응 퍼지 백스테핑 방식과 그 학습 방식을 제안한다. 유연관절로봇은 파라미터 불확실성과 외란에도 불구하고 주어진 궤적을 추적한다. 제어기의 설계는 3단계로 이루어진다.

A. 제어기와 적응 알고리즘

단계 1:

유연관절 로봇 (9)의 팔 다이내믹스($\dot{x}_1 \dot{x}_2$ -서브다이내믹스)가 원하는 궤적을 추적하도록 가상 제어 입력 x_3 에 대한 제어기 a_1 을 설계한다. 식 (10-1)과 G 의 정의 및 a_1 를 이용하여 팔 다이내믹스를 표현하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= x_2 \\ \dot{x}_2 &= F(x_1) + Gx_3 + \Omega_1(x_1, x_3) \\ &= F(x_1) + Ga_1 + Gz_1 + \Omega_1(x_1, a_1 + z_1) \\ &= F(x_1) + Ga_1 + \Omega_1(x_1, a_1) + Gz_1 \end{aligned} \quad (12)$$

여기서 $z_1 \equiv x_3 - a_1$ 은 실제 신호 x_3 와 원하는 제어 입력 a_1 사이의 오차를 나타낸다. 원하는 제어기 a_1 이 단지 x_1 과 x_2 에 의하여 결정된다면, 불확실한 항 $\Omega_1(x_1, a_1(x_1, x_2))$ 은 x_1 과 x_2 및 $\overline{\Omega}_1(x_1, x_2)$ 의 함수로써 쓰여질 수 있다. 그러나, 간단히 하기 위해 $\overline{\Omega}_1(\cdot)$ 대신 $\Omega_1(\cdot)$ 으로 표현한다. 그 때, a_1 이 단지 x_1 과 x_2 에 의하여 결정된다는 가정 하에서, 식 (9)의 $\dot{x}_1 \dot{x}_2$ -서브다이내믹스는

$$\dot{x}_1 = x_2 \quad (13-1)$$

$$\dot{x}_2 = F(x_1) + Ga_1 + \Omega_1(x_1, x_2) + Gz_1. \quad (13-2)$$

로 표현되고, 다음과 같이 안정화 제어기 a_1 를 선택한다.

$$a_1 = \frac{1}{G} \{v_1 - F(x_1) - \Omega_1(x_1, x_2 | \theta_1)\} \quad (14)$$

여기서 $v_1 = \ddot{q}_d - k_2 \bar{x}_1 - k_1 \dot{\bar{x}}_2$, $\bar{x}_1 = x_1 - q_d$, $\bar{x}_2 = x_2 - \dot{q}_d$ 이고 q_d 은 원하는 축 궤적이다.

k_1 과 k_2 는 다항식 $d(s) \equiv s^2 + k_1 s + k_2$ 의 모든 근이 좌반면에 오도록 선택한다.

적응 퍼지 시스템 $\Omega_1(x_1, x_2 | \theta_1)$ 은 불확실한 비선형 항 $\Omega_1(x_1, x_2)$ 을 상쇄하는 역할을 한다. 따라서 식 (13) $\dot{x}_1 \dot{x}_2$ -서브다이내믹스의 제어 오차 다이내믹스는 다음과 같이 표현된다.

$$\dot{\tilde{x}}_1 = \tilde{x}_2 \quad (15)$$

$\dot{\tilde{x}}_2 = -k_2 \tilde{x}_1 - k_1 \tilde{x}_2 + Gz_1 + \Omega_1(x_1, x_2) - \Omega_1(x_1, x_2 | \theta_1)$.
식 (2)와 식 (4)를 이용하면

$$\dot{\tilde{x}}_1 = \tilde{x}_2 \quad (16)$$

$\dot{\tilde{x}}_2 = -k_2 \tilde{x}_1 - k_1 \tilde{x}_2 + Gz_1 + \Delta Gz_1 + \theta_1 \xi_1(x_1, x_2) + \varepsilon_1(x_1, x_2)$
여기서 $\theta_1 = \theta_1^* - \theta_1$ 는 파라미터 추정오차이고 $\varepsilon_1(x_1, x_2)$ 는 실제 불확실성 $\Omega_1(\cdot) = \theta_1^* \xi_1(\cdot) + \varepsilon_1$ 과 퍼지 시스템 $\Omega_1(\cdot)$ 사이의 복원오차이다. 복원오차 $\varepsilon_1(x_1, x_2)$ 은 $|\varepsilon_1(x_1, x_2)| \leq \bar{\varepsilon}_1$ 이다.

적응 퍼지 시스템의 성능을 향상시키기 위하여 퍼지 외란 관측기 (FDO)를 사용한다^[19].

$$\dot{\mu} = -\sigma_1 \mu + p(x_1, x_2, x_3 | \theta_1) \quad (17)$$

여기서

$p(x_1, x_2, x_3 | \theta_1) = \sigma_1 x_2 + F(x_1) + Gx_3 + \Omega_1(x_1, x_2 | \theta_1)$ 이다. 식 (13-2)에서 식(17)을 뺀 식과 G 과 z_1 의 정의에 의하여, 식 (18)의 외란 관측 오차의 다이내믹스는 식 (19)로 주어진다.

$$\dot{\zeta} = x_2 - \mu \quad (18)$$

$$\dot{\zeta} = -\sigma_1 \zeta + \Delta Gz_1 + \theta_1 \xi_1(x_1, x_2) + \varepsilon_1. \quad (19)$$

그 때, 제어 오차 다이내믹스와 관측 오차 다이내믹스는 식 (20)과 같이 행렬로 표현할 수 있다:

$$\dot{E} = AE + B \theta_1 \xi_1(x_1, x_2) + \overline{B}Gz_1 + B \Delta Gz_1 + B \varepsilon_1 \quad (20)$$

여기서

$$E = \begin{pmatrix} \tilde{x}_1 \\ \tilde{x}_2 \\ \zeta \end{pmatrix}, \quad A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -k_2 & -k_1 & 0 \\ 0 & 0 & -\sigma_1 \end{pmatrix},$$

$$B = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} \text{과 } \bar{B} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (21)$$

이다. 이때 시스템 행렬 A 는 k_1 , k_2 와 σ_1 의 값을 조절하여 모든 고유치가 안정화되도록 설계할 수 있고 이는 뒤에서 다시 설명한다. 따라서 임의의 양의 한정 Q 에 대하여 다음을 만족하는 양의 한정 행렬 P 가 존재한다.

$$A^T P + PA = -Q \quad (22)$$

제어기 (14)를 갖는 $\dot{x}_1 \dot{x}_2$ -서브시스템을 위한 Lyapunov 후보함수를 다음과 같이 선택한다.

$$V_1 = \frac{1}{2\lambda_{\max}(P)} \mathcal{E}^T P \mathcal{E} + \frac{1}{2\gamma_1} \boldsymbol{\theta}_1 \boldsymbol{\theta}_1^T \quad (23)$$

여기서 γ_1 는 양수이고 $\lambda_{\max}(\cdot)$ 는 주어진 행렬의 최대 고유치이다. 식 (23)을 미분하고 여기에 식 (20)과 식 (22)를 대입하면

$$\begin{aligned} \dot{V}_1 &= \frac{1}{\lambda_{\max}(P)} \mathcal{E}^T P \mathcal{E} + \frac{1}{\gamma_1} \boldsymbol{\theta}_1 \dot{\boldsymbol{\theta}}_1^T \\ &= \frac{1}{\lambda_{\max}(P)} \{ \mathcal{E}^T P A \mathcal{E} + \mathcal{E}^T P B \boldsymbol{\theta}_1 \xi_1(x_1, x_2) + \mathcal{E}^T P B \varepsilon_1 + \mathcal{E}^T P \bar{B} G z_1 \\ &\quad + \mathcal{E}^T P B \Delta G z_1 \} + \frac{1}{\gamma_1} \boldsymbol{\theta}_1 \dot{\boldsymbol{\theta}}_1^T \\ &= \frac{1}{2\lambda_{\max}(P)} \mathcal{E}^T (PA + A^T P) \mathcal{E} + \frac{1}{\lambda_{\max}(P)} \boldsymbol{\theta}_1 \mathcal{E}^T P B \xi_1(x_1, x_2) \\ &\quad + \frac{1}{\lambda_{\max}(P)} \{ \mathcal{E}^T P B \varepsilon_1 + \mathcal{E}^T P \bar{B} G z_1 + \mathcal{E}^T P B \Delta G z_1 \} + \frac{1}{\gamma_1} \boldsymbol{\theta}_1 \dot{\boldsymbol{\theta}}_1^T \\ &= -\frac{1}{2\lambda_{\max}(P)} \mathcal{E}^T Q \mathcal{E} + \frac{1}{\lambda_{\max}(P)} \{ \mathcal{E}^T P B \varepsilon_1 + \mathcal{E}^T P \bar{B} G z_1 + \mathcal{E}^T P B \Delta G z_1 \} \\ &\quad + \boldsymbol{\theta}_1 \left\{ \frac{1}{\lambda_{\max}(P)} \mathcal{E}^T P B \xi_1(x_1, x_2) + \frac{1}{\gamma_1} \dot{\boldsymbol{\theta}}_1^T \right\} \end{aligned}$$

퍼지 학습규칙을

$$\dot{\boldsymbol{\theta}}_1 = -\frac{\gamma_1}{\lambda_{\max}(P)} B^T P \mathcal{E} \xi_1^T(x_1, x_2) \quad (24-1)$$

$$\boldsymbol{\theta}_1 = \frac{\gamma_1}{\lambda_{\max}(P)} B^T P \mathcal{E} \xi_1^T(x_1, x_2), \quad (24-2)$$

로 하면

$$\begin{aligned} \dot{V}_1 &= -\frac{1}{2\lambda_{\max}(P)} \mathcal{E}^T Q \mathcal{E} \\ &\quad + \frac{1}{\lambda_{\max}(P)} \{ \mathcal{E}^T P B \varepsilon_1 + \mathcal{E}^T P \bar{B} G z_1 + \mathcal{E}^T P B \Delta G z_1 \} \end{aligned} \quad (25)$$

단계 2:

x_4 를 가상 제어 입력으로 보고 x_3 와 α_1 사이의 오차가 가능한 작게 되도록 안정화 제어기 α_2 를 설계한다. $\dot{x}_3 = x_4$ 을 이용하여, z_1 의 다이내믹스를 다음과 표현한다.

$$\dot{z}_1 = \dot{x}_3 - \dot{\alpha}_1 = x_4 + \Omega_2(x_1, x_2, x_3)$$

여기서 $\Omega_2(\cdot) = -\dot{\alpha}_1$ 이다. α_1 이 x_1 과 x_2 의 함수이므로 $\Omega_2(\cdot)$ 는 x_1, x_2, \dot{x}_1 과 \dot{x}_2 의 함수이다. 또한, $\Omega_2(\cdot)$ 는 식 (9-1)과 식 (9-2)에 의하여 x_1, x_2 과 x_3 의 함수로써 표현할 수 있다. 단계 1에서처럼 z_1 의 다이내믹스는 다음과 같이 나타낼 수 있다:

$$\dot{z}_1 = \alpha_2 + z_2 + \Omega_2(x_1, x_2, x_3) \quad (26)$$

여기서 $z_2 = x_4 - \alpha_2$ 는 실제 신호 x_4 와 원하는 제어 입력 α_2 사이의 오차를 나타낸다. 이 때, \dot{x}_3 서브시스템에 대한 안정 제어 입력을

$$\alpha_2 = -\sigma_2 z_1 - \frac{1}{\lambda_{\max}(P)} G \bar{B}^T P \mathcal{E} - \Omega_2(x_1, x_2, x_3 | \boldsymbol{\theta}_2) \quad (27)$$

로 선택하면 z_1 의 다이내믹스는 다음과 같이 된다.

$$\dot{z}_1 = -\sigma_2 z_1 - \frac{1}{\lambda_{\max}(P)} G \bar{B}^T P \mathcal{E} + z_2 + \boldsymbol{\theta}_2 \xi_2(x_1, x_2, x_3) + \varepsilon_2(x_1, x_2, x_3). \quad (28)$$

여기서 $\boldsymbol{\theta}_2 = \boldsymbol{\theta}_2^* - \boldsymbol{\theta}_2$ 은 파라미터 추정 오차이고 σ_2 는 양수이며 ε_2 는 실제 불확실성 $\Omega_2(\cdot) = \boldsymbol{\theta}_2^* \xi_2(\cdot) + \varepsilon_2$ 와 퍼지 시스템 $\Omega_2(\cdot)$ 사이의 복원 오차이다. 복원 오차 $\varepsilon_2(x_1, x_2, x_3)$ 는 $|\varepsilon_2(x_1, x_2, x_3)| \leq \bar{\varepsilon}_2$ 으로 유계된다.

식 (9)의 $\dot{x}_1 \dot{x}_2 \dot{x}_3$ -서브시스템을 위한 Lyapunov 함수는 식 (29)로 주어진다.

$$V_2 = V_1 + \frac{1}{2} z_1^2 + \frac{1}{2\gamma_2} \boldsymbol{\theta}_2 \boldsymbol{\theta}_2^T \quad (29)$$

식 (29)를 미분한 후 여기에 식 (28)를 대입함으로써 다음을 얻게된다.

$$\begin{aligned}
V_2 &= V_1 + z_1 \dot{z}_1 + \frac{1}{\gamma_2} \boldsymbol{\theta}_2^T \dot{\boldsymbol{\theta}}_2^T \\
&= -\frac{1}{2\lambda_{\max}(P)} \boldsymbol{E}^T \boldsymbol{Q} \boldsymbol{E} + \frac{1}{\lambda_{\max}(P)} \{ \boldsymbol{E}^T \boldsymbol{P} \boldsymbol{B} \boldsymbol{\epsilon}_1 + \boldsymbol{E}^T \boldsymbol{P} \boldsymbol{B} \boldsymbol{G} z_1 + \boldsymbol{E}^T \boldsymbol{P} \boldsymbol{B} \boldsymbol{\Delta} \boldsymbol{G} z_1 \} \\
&\quad - \sigma_2 z_1^2 - \frac{1}{\lambda_{\max}(P)} z_1 \boldsymbol{G}^T \boldsymbol{B}^T \boldsymbol{P} \boldsymbol{E} + z_1 z_2 + z_1 \boldsymbol{\theta}_2^T \boldsymbol{\xi}_2(x_1, x_2, x_3) \\
&\quad + z_1 \boldsymbol{\epsilon}_2 + \frac{1}{\gamma_2} \boldsymbol{\theta}_2^T \dot{\boldsymbol{\theta}}_2^T \\
&= -\frac{1}{2\lambda_{\max}(P)} \boldsymbol{E}^T \boldsymbol{Q} \boldsymbol{E} + \frac{1}{\lambda_{\max}(P)} \{ \boldsymbol{E}^T \boldsymbol{P} \boldsymbol{B} \boldsymbol{\epsilon}_1 + \boldsymbol{E}^T \boldsymbol{P} \boldsymbol{B} \boldsymbol{\Delta} \boldsymbol{G} z_1 \} - \sigma_2 z_1^2 \\
&\quad + z_1 z_2 + z_1 \boldsymbol{\epsilon}_2 + \boldsymbol{\theta}_2^T \left\{ z_1 \boldsymbol{\xi}_2(x_1, x_2, x_3) + \frac{1}{\gamma_2} \dot{\boldsymbol{\theta}}_2^T \right\}
\end{aligned}$$

퍼지 학습규칙을

$$\dot{\boldsymbol{\theta}}_2 = -\gamma_2 z_1 \boldsymbol{\xi}_2^T(x_1, x_2, x_3) \quad (30-1)$$

$$\boldsymbol{\theta}_2 = \gamma_2 z_1 \boldsymbol{\xi}_2^T(x_1, x_2, x_3) \quad (30-2)$$

로 하면

$$\begin{aligned}
V_2 &= -\frac{1}{2\lambda_{\max}(P)} \boldsymbol{E}^T \boldsymbol{Q} \boldsymbol{E} - \sigma_2 z_1^2 + \frac{1}{\lambda_{\max}(P)} \{ \boldsymbol{E}^T \boldsymbol{P} \boldsymbol{B} \boldsymbol{\epsilon}_1 + \boldsymbol{E}^T \boldsymbol{P} \boldsymbol{B} \boldsymbol{\Delta} \boldsymbol{G} z_1 \} \\
&\quad + z_1 \boldsymbol{\epsilon}_2 + z_1 z_2 \quad (31)
\end{aligned}$$

단계 3:

x_4 와 α_2 사이의 오차가 가능한 최소가 되도록 실제 제어 토크 u 를 설계한다. 식 (9-4)의 \dot{x}_4 서브시스템에서, 제어 토크 u 는 x_1, x_2, x_3, x_4 의 함수이므로 불확실한 항 $r(x_1, x_3, u(x_1, x_2, x_3, x_4))$ 는 $\bar{r}(x_1, x_2, x_3, x_4)$ 처럼 x_1, x_2, x_3 와 x_4 의 함수로 표현할 수 있다. 그러나 단계 1에서처럼 간단히 하기 위해 $\bar{r}(\cdot)$ 대신 $r(\cdot)$ 을 사용한다. 그 때, 식 (9-4)의 \dot{x}_4 서브시스템은 다음과 같이 정리된다.

$$\dot{x}_4 = H(x_1, x_3) + Ku + r(x_1, x_2, x_3, x_4) \quad (32)$$

식 (32)를 이용하여 z_2 의 다이내믹스를 다음과 같다.

$$\begin{aligned}
\dot{z}_2 &= \dot{x}_4 - \dot{\alpha}_2 \\
&= H(x_1, x_3) + Ku + r(x_1, x_2, x_3, x_4) - \dot{\alpha}_2 \\
&= H(x_1, x_3) + Ku + \Omega_3(x_1, x_2, x_3, x_4)
\end{aligned}$$

여기서 $\Omega_3(\cdot) = r(\cdot) - \dot{\alpha}_2$ 이다. α_2 는 x_1, x_2 와 x_3 의 함수이고 $\dot{\alpha}_2$ 는 $x_1, x_2, x_3, \dot{x}_1, \dot{x}_2$ 와 \dot{x}_3 의 함수이다. 그 때, 식 (9-1), 식 (9-2)와 식 (9-3)

으로부터 $\Omega_3(\cdot)$ 는 x_1, x_2, x_3 와 x_4 의 함수로 표현될 수 있다. 시스템에 대한 실제 제어 신호를 다음과 같이 선택하면

$$u = \frac{1}{K} \{ -\sigma_3 z_2 - z_1 - H(x_1, x_3) - \Omega_3(x_1, x_2, x_3, x_4 | \boldsymbol{\theta}_3) \} \quad (33)$$

z_2 의 다이내믹스는

$$\dot{z}_2 = -\sigma_3 z_2 - z_1 + \boldsymbol{\theta}_3^T \boldsymbol{\xi}_3(x_1, x_2, x_3, x_4) + \boldsymbol{\epsilon}_3(x_1, x_2, x_3, x_4) \quad (34)$$

이 된다.

여기서 $\boldsymbol{\theta}_3 = \boldsymbol{\theta}_3^* - \boldsymbol{\theta}_3$ 는 파라미터 추정 오차이고, σ_3 는 양수이며, $\boldsymbol{\epsilon}_3$ 는 실제 불확실성 $\Omega_3(\cdot) = \boldsymbol{\theta}_3^* \boldsymbol{\xi}_3(\cdot) + \boldsymbol{\epsilon}_3$ 와 퍼지 시스템 $\Omega_3(\cdot)$ 사이의 복원 오차이다. 복원 오차 $\boldsymbol{\epsilon}_3(x_1, x_2, x_3, x_4)$ 는 $|\boldsymbol{\epsilon}_3(x_1, x_2, x_3, x_4)| \leq \bar{\boldsymbol{\epsilon}}_3$ 로 유계된다. 전체 시스템에 대한 Lyapunov 함수를 식 (35)와 같이 표현한다.

$$V = V_2 + \frac{1}{2} z_2^2 + \frac{1}{2\gamma_3} \boldsymbol{\theta}_3^T \boldsymbol{\theta}_3 \quad (35)$$

식 (35)를 미분하고 여기에 식 (34)를 대입하면

$$\begin{aligned}
\dot{V} &= \dot{V}_2 + z_2 \dot{z}_2 + \frac{1}{\gamma_3} \boldsymbol{\theta}_3^T \dot{\boldsymbol{\theta}}_3^T \\
&= -\frac{1}{2\lambda_{\max}(P)} \boldsymbol{E}^T \boldsymbol{Q} \boldsymbol{E} - \sigma_2 z_1^2 + \frac{1}{\lambda_{\max}(P)} \{ \boldsymbol{E}^T \boldsymbol{P} \boldsymbol{B} \boldsymbol{\epsilon}_1 + \boldsymbol{E}^T \boldsymbol{P} \boldsymbol{B} \boldsymbol{\Delta} \boldsymbol{G} z_1 \} + z_1 \boldsymbol{\epsilon}_2 \\
&\quad + z_1 z_2 - \sigma_3 z_2^2 - z_1 z_2 + z_2 \boldsymbol{\theta}_3^T \boldsymbol{\xi}_3(x_1, x_2, x_3, x_4) + z_2 \boldsymbol{\epsilon}_3 + \frac{1}{\gamma_3} \boldsymbol{\theta}_3^T \dot{\boldsymbol{\theta}}_3^T \\
&= -\frac{1}{2\lambda_{\max}(P)} \boldsymbol{E}^T \boldsymbol{Q} \boldsymbol{E} - \sigma_2 z_1^2 - \sigma_3 z_2^2 + \frac{1}{\lambda_{\max}(P)} \boldsymbol{E}^T \boldsymbol{P} \boldsymbol{B} \boldsymbol{\Delta} \boldsymbol{G} z_1 \\
&\quad + \frac{1}{\lambda_{\max}(P)} \boldsymbol{E}^T \boldsymbol{P} \boldsymbol{B} \boldsymbol{\epsilon}_1 + z_1 \boldsymbol{\epsilon}_2 + z_2 \boldsymbol{\epsilon}_3 + \boldsymbol{\theta}_3^T \left\{ z_2 \boldsymbol{\xi}_3(x_1, x_2, x_3, x_4) + \frac{1}{\gamma_3} \dot{\boldsymbol{\theta}}_3^T \right\}
\end{aligned}$$

퍼지시스템의 파라미터 추정식을

$$\dot{\boldsymbol{\theta}}_3 = -\gamma_3 z_2 \boldsymbol{\xi}_3^T(x_1, x_2, x_3, x_4) \quad (36-1)$$

$$\boldsymbol{\theta}_3 = \gamma_3 z_2 \boldsymbol{\xi}_3^T(x_1, x_2, x_3, x_4), \quad (36-2)$$

로 선정하면 다음의 식을 얻게된다.

$$\begin{aligned}
\dot{V} &= -\frac{1}{2\lambda_{\max}(P)} \boldsymbol{E}^T \boldsymbol{Q} \boldsymbol{E} - \sigma_2 z_1^2 - \sigma_3 z_2^2 + \frac{1}{\lambda_{\max}(P)} \boldsymbol{E}^T \boldsymbol{P} \boldsymbol{B} \boldsymbol{\epsilon}_1 + z_1 \boldsymbol{\epsilon}_2 + z_2 \boldsymbol{\epsilon}_3 \\
&\quad + \frac{1}{\lambda_{\max}(P)} \boldsymbol{E}^T \boldsymbol{P} \boldsymbol{B} \boldsymbol{\Delta} \boldsymbol{G} z_1 \\
&\leq -\frac{1}{2} \frac{\lambda_{\min}(\boldsymbol{Q})}{\lambda_{\max}(P)} \|\boldsymbol{E}\|^2 + \left\{ \frac{\lambda_{\min}(\boldsymbol{Q})}{4\lambda_{\max}^2(P)} \boldsymbol{E}^T \boldsymbol{P} \boldsymbol{E} + \frac{1}{\lambda_{\min}(\boldsymbol{Q})} \boldsymbol{B}^T \boldsymbol{P} \boldsymbol{B} \boldsymbol{\epsilon}_1^2 \right\}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & -\left\{ \frac{\lambda_{\min}(\mathbf{Q})}{4\lambda_{\max}^2(\mathbf{P})} \mathbf{E}^T \mathbf{P} \mathbf{E} + \frac{1}{\lambda_{\min}(\mathbf{Q})} \mathbf{B}^T \mathbf{P} \mathbf{B} \varepsilon_1^2 \right\} + \frac{1}{\lambda_{\max}(\mathbf{P})} \mathbf{E}^T \mathbf{P} \mathbf{B} \varepsilon_1 \\
 & -\sigma_2 z_1^2 + z_1 \varepsilon_2 + \left\{ \frac{\sigma_2}{2} z_1^2 + \frac{1}{2\sigma_2} \varepsilon_2^2 \right\} - \left\{ \frac{\sigma_2}{2} z_1^2 + \frac{1}{2\sigma_2} \varepsilon_2^2 \right\} \\
 & -\sigma_3 z_2^2 + z_2 \varepsilon_3 + \left\{ \frac{\sigma_3}{2} z_2^2 + \frac{1}{2\sigma_3} \varepsilon_3^2 \right\} - \left\{ \frac{\sigma_3}{2} z_2^2 + \frac{1}{2\sigma_3} \varepsilon_3^2 \right\} \\
 & + \delta_{Gmax} \|\mathbf{E}\| \|\mathbf{B}\| |z_1| \\
 & = -\frac{1}{2} \frac{\lambda_{\min}(\mathbf{Q})}{\lambda_{\max}(\mathbf{P})} \|\mathbf{E}\|^2 + \left\{ \frac{\lambda_{\min}(\mathbf{Q})}{4\lambda_{\max}^2(\mathbf{P})} \mathbf{E}^T \mathbf{P} \mathbf{E} + \frac{1}{\lambda_{\min}(\mathbf{Q})} \mathbf{B}^T \mathbf{P} \mathbf{B} \varepsilon_1^2 \right\} \\
 & - \left(\frac{1}{2} \frac{\sqrt{\lambda_{\min}(\mathbf{Q})}}{\lambda_{\max}(\mathbf{P})} \mathbf{E} - \frac{1}{\sqrt{\lambda_{\min}(\mathbf{Q})}} \mathbf{B} \varepsilon_1 \right)^T \mathbf{P} \\
 & \times \left(\frac{1}{2} \frac{\sqrt{\lambda_{\min}(\mathbf{Q})}}{\lambda_{\max}(\mathbf{P})} \mathbf{E} - \frac{1}{\sqrt{\lambda_{\min}(\mathbf{Q})}} \mathbf{B} \varepsilon_1 \right) \\
 & - \frac{\sigma_2}{2} z_1^2 + \frac{1}{2\sigma_2} \varepsilon_2^2 - \left(\sqrt{\frac{\sigma_2}{2}} z_1 - \sqrt{\frac{1}{2\sigma_2}} \varepsilon_2 \right)^2 \\
 & - \frac{\sigma_3}{2} z_2^2 + \frac{1}{2\sigma_3} \varepsilon_3^2 - \left(\sqrt{\frac{\sigma_3}{2}} z_2 - \sqrt{\frac{1}{2\sigma_3}} \varepsilon_3 \right)^2 \\
 & + \delta_{Gmax} \|\mathbf{E}\| \|\mathbf{B}\| |z_1| \\
 & \leq -\frac{1}{4} \frac{\lambda_{\min}(\mathbf{Q})}{\lambda_{\max}(\mathbf{P})} \|\mathbf{E}\|^2 + \frac{\lambda_{\max}(\mathbf{P})}{\lambda_{\min}(\mathbf{Q})} \|\mathbf{B} \varepsilon_1\|^2 \\
 & - \frac{\sigma_2}{2} z_1^2 + \frac{1}{2\sigma_2} \varepsilon_2^2 - \frac{\sigma_3}{2} z_2^2 + \frac{1}{2\sigma_3} \varepsilon_3^2 \\
 & + \delta_{Gmax} \|\mathbf{E}\| \|\mathbf{B}\| |z_1|. \tag{37}
 \end{aligned}$$

정리 1

식 (9)의 유연관절 로봇은 식 (14)(27)(33)의 제어를 사용하고 퍼지 시스템 파라미터는 식 (24)(30)(36)으로 적용되는 것으로 한다. 다음과 같은 새로운 변수 η

$$\eta \equiv \frac{1}{2} \frac{\lambda_{\min}(\mathbf{Q})}{\lambda_{\max}(\mathbf{P})} \tag{38}$$

를 정의하여 σ_2 과 η 가

$$\eta \sigma_2 > \delta_{Gmax}^2 \tag{39}$$

이 만족하도록 선택하고 $\theta_1, \theta_2, \theta_3$ 가 유계된 경우, 추적 오차 $\mathbf{E}_z \equiv (\|\mathbf{E}\| |z_1| |z_2|)^T$ 는 UUB ($\mathbf{E}_z \in L_\infty$)이고 추적오차는 다음의 콤팩트 집합 B_E 로 수렴된다.

$$B_E \equiv \left\{ \mathbf{E}_z \mid \|\mathbf{E}_z\| \leq \frac{1}{\sqrt{\lambda_{\min} \sigma_{\min}}} \bar{\varepsilon} \right\} \tag{40}$$

여기서

$$\bar{\varepsilon}^2 \equiv \|\mathbf{B} \varepsilon_1\|^2 + \varepsilon_2^2 + \varepsilon_3^2, \quad \sigma_{\min} \equiv \min(\eta, \sigma_2, \sigma_3) \text{ 이고}$$

λ_{\min} 는 행렬 $\begin{pmatrix} \eta & \delta_{Gmax} & 0 \\ \delta_{Gmax} & \sigma_2 & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_3 \end{pmatrix}$ 의 최소 고유치이다.

증명)

식 (38)을 이용하여 식 (37)을 표현하면

$$\begin{aligned}
 V & \leq -\frac{1}{2} \eta \|\mathbf{E}\|^2 + \frac{1}{2} \frac{1}{\eta} \|\mathbf{B} \varepsilon_1\|^2 - \frac{\sigma_2}{2} z_1^2 + \frac{1}{2\sigma_2} \varepsilon_2^2 - \frac{\sigma_3}{2} z_2^2 + \frac{1}{2\sigma_3} \varepsilon_3^2 \\
 & + \delta_{Gmax} \|\mathbf{E}\| \|\mathbf{B}\| |z_1|.
 \end{aligned}$$

이다. $\mathbf{E}_z \equiv (\|\mathbf{E}\| |z_1| |z_2|)^T$ 의 정의에 의하여,

$$\begin{aligned}
 V & \leq -\frac{1}{2} \mathbf{E}_z^T \begin{pmatrix} \eta & \delta_{Gmax} & 0 \\ \delta_{Gmax} & \sigma_2 & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_3 \end{pmatrix} \mathbf{E}_z + \frac{1}{2} \frac{1}{\sigma_{\min}} \varepsilon^2 \\
 & \leq -\frac{1}{2} \lambda_{\min} \|\mathbf{E}_z\|^2 + \frac{1}{2} \frac{1}{\sigma_{\min}} \varepsilon^2 \tag{41}
 \end{aligned}$$

여기서 $\varepsilon^2 \equiv \|\mathbf{B} \varepsilon_1\|^2 + \varepsilon_2^2 + \varepsilon_3^2$ 이다. 식 (39)가 성립한다면 식 (40)에서 정의된 콤팩트 집합 B_E 외곽에서는 λ_{\min} 는 양이고 V 은 음의 한정이다. θ_1, θ_2 과 θ_3 는 유계된다는 가정 하에서 추적 오차 \mathbf{E}_z 는 UUB이다. \square

B. 특징

$t=0$ 에서 $t=T$ 까지 식 (41)을 적분하여 식 (42)를 구한다.

$$\int_{t=0}^T \|\mathbf{E}_z\|^2 dt \leq \frac{2}{\lambda_{\min}} [V(0) - V(T)] + \frac{1}{\lambda_{\min} \sigma_{\min}} \int_0^T \varepsilon^2 dt \tag{42}$$

전체 오차 \mathbf{E}_z 의 확장된 L_2 노름은 상수배를 제외하고 ε 의 확장된 L_2 노름에 의해 유계된다. 따라서, $\varepsilon \in L_2$ 이면 식 (42)에 의하여 $\mathbf{E}_z \in L_2$ 이다. 정리 1의 $\mathbf{E}_z \in L_\infty$ (UUB)이라는 사실과 θ_1, θ_2 및 $\theta_3 \in L_\infty$ 이라는 가정으로부터, 식 (21)과 식 (28) 및 식 (34)에 의하여 $\mathbf{E}_z \in L_\infty$ 이다. 그 때, Barbalat

의 정리에 의하여

$$\lim_{t \rightarrow 0} \|\mathcal{E}(t)\| = 0.$$

이다. 그러나, 실제 경우 퍼지 시스템 $\Omega_i(\cdot)$ ($i=1,2,3$)의 탐색공간이 $\Omega_i(\cdot)$ 을 포함하고 복원 오차 $\varepsilon \in L_2$ 되는 것은 어려운 일이다. 따라서, $\varepsilon \notin L_2$ 인 경우, 수렴 집합 $B_{\mathcal{E}}$ 의 크기는 중요한 문제이다. 제안한 제어방법에서, 수렴 집합 $B_{\mathcal{E}}$ 의 크기는 $k_1, k_2, \sigma_1, \sigma_2$ 와 σ_3 의 선택에 의하여 원하는 수준까지 줄일 수 있다. 즉, η, σ_2, σ_3 를 동시에 증가 시킴으로써 임의적으로 λ_{\min} 와 σ_{\min} 을 증가시킬 수 있으며 그로 인하여 식 (40)에서 정의된 콤팩트 집합 $B_{\mathcal{E}}$ 의 크기가 감소한다.

지금부터 식 (38)에서 정의된 η 를 증가시키는 방법을 설명한다.

고정된 A 에 대하여 $\lambda_{\min}(Q)/\lambda_{\max}(P)$ 은 임의적으로 증가될 수 없다는 것으로 잘 알려져 있다^[20]. 그러나 이 경우에 있어서 A 는 설계 행렬이고 아직 고정되지 않았으므로 가능하다. 즉 식 (38)과 같이 A 의 최대 수렴율의 1/2로 정의된 η 는 식 (44)에서처럼 A 의 고유치의 최대 실수영역의 음수의 1/2로 해석될 수 있다.

$$\eta = -\frac{1}{2} \max(-\sigma_1, \operatorname{Re}(\lambda_i)), \quad i=1, 2 \quad (44)$$

$$\lambda_i^2 + k_1 \lambda_i + k_2 = 0.$$

다항식 $d(s) = s^2 + k_1 s + k_2$ 의 근들을 좌평면에 있도록 σ_1 를 증가시키고 k_1 과 k_2 을 선택함으로써 η 가 임의적으로 증가될 수 있다.

참 고

(1) 식(24)(30)(36)대신 다음의 식 (45)의 학습 방식을 이용하면 정리1의 파라미터가 유계되어 있다는 가정은 제거할 수 있다.

$$\theta_1 = \frac{\gamma_1}{\lambda_{\max}(P)} B^T P E \xi_1^T(x_1, x_2) - I_1 \frac{\gamma_1}{\lambda_{\max}(P)} \frac{B^T P E \theta_1 \xi_1(x_1, x_2)}{\|\theta_1\|^2} \theta_1$$

$$\theta_2 = \gamma_2 z_1 \xi_2^T(x_1, x_2, x_3) - I_2 \gamma_2 \frac{z_1 \theta_2 \xi_2(x_1, x_2, x_3)}{\|\theta_2\|^2} \theta_2 \quad (45)$$

$$\theta_3 = \gamma_3 z_2 \xi_3^T(x_1, x_2, x_3, x_4) - I_3 \gamma_3 \frac{z_2 \theta_3 \xi_3(x_1, x_2, x_3, x_4)}{\|\theta_3\|^2} \theta_3$$

여기서

$$I_i = \begin{cases} 0, & \text{if } \left\{ \begin{array}{l} \|\theta_i\| < M_{\theta_i} \text{ or} \\ \|\theta_i\| = M_{\theta_i} \text{ and } \psi_i(\cdot) \leq 0, \end{array} \right. \quad i=1,2,3 \\ 1, & \text{if } \|\theta_i\| = M_{\theta_i} \text{ and } i_i(\cdot) > 0 \end{cases}$$

$$\psi_i(\cdot) = \begin{cases} B^T P E \theta_1 \xi_1(x_1, x_2), & \text{if } i=1 \\ z_1 \theta_2 \xi_2(x_1, x_2, x_3), & \text{if } i=2 \\ z_2 \theta_3 \xi_3(x_1, x_2, x_3, x_4), & \text{if } i=3 \end{cases}$$

이고 M_{θ_i} ($i=1,2,3$)는 설계 변수이다.

(2) 제안된 방법은 교시제어기없이 설계변수의 적절한 선택에 의하여 충분히 작은 영역 안에서 추적오차 $\mathcal{E}_z \equiv (\|\mathcal{E}\| |z_1| |z_2|)^T$ 의 UUB를 보증한다. 이전의 적응 퍼지 방식은, 고이득 감시제어기^[14]와 같은 부가적인 강인제어기, H_{∞} 제어기^[15, 17] 또는 슬라이딩 모드 제어기^[12, 13, 16, 18]를 사용하였다.

(3) 일반 근사 이론에 따라 퍼지 규칙 수를 증가시키고 $\varepsilon^2 \equiv \|B \varepsilon_1\|^2 + \varepsilon_2^2 + \varepsilon_3^2$ 를 감소시킴으로써, 추적오차 $\mathcal{E}_z \equiv (\|\mathcal{E}\| |z_1| |z_2|)^T$ 는 충분히 작은 집합으로 수렴시킬 수 있다.

(4) 비록 본 논문에서는 단일축 유연관절 로봇만을 고려하지만, 유사한 직접적 방식을 이용하여 n 축 유연관절 로봇으로 확장할 수 있다. \square

IV. 컴퓨터 모의실험

본 장에서는 제안된 방법과 기존의 피드백 선형화 제어기와 성능을 비교한다. 다음의 비선형 상태 변환

$$\begin{aligned} z_1 &= x_1 \\ z_2 &= x_2 \end{aligned} \quad (46)$$

$$z_3 = -\frac{MgL}{J_1} \sin x_1 - \frac{k}{J_1} (x_1 - x_3)$$

$$z_4 = -\frac{MgL}{J_1} x_2 \cos x_1 - \frac{k}{J_1} (x_2 - x_4)$$

과 입력변환

$$u = \alpha(x) + \beta(x)v \quad (47)$$

$$\alpha(x) = -\frac{J_1 J_2}{k} \left\{ \frac{MgL}{J_1} \sin x_1 (x_2^2 + \frac{MgL}{J_1} \cos x_1 + \frac{k}{J_1}) \right. \quad (48)$$

$$\left. + \frac{k}{J_1} (x_1 - x_3) \left(\frac{k}{J_1} + \frac{k}{J_2} + \frac{MgL}{J_1} \cos x_1 \right) \right\}$$

$$\beta(x) = \frac{J_1 J_2}{k}, \quad (49)$$

에 의하여, 다음의 Brunovsky 형을 얻게된다.

$$\dot{z}_1 = z_2$$

$$\dot{z}_2 = z_3$$

$$\dot{z}_3 = z_4$$

$$\dot{z}_4 = v.$$

다항식 $s^4 + K_1 s^3 + K_2 s^2 + K_3 s + K_4$ 의 극점이 좌반면에 놓이도록 계수 K_i 를 선택하여 피드백 선형 제어기 $v = \dot{q}_d^{(4)} - K_1(z_4 - \dot{q}_d^{(3)}) - K_2(z_3 - \dot{q}_d^{(2)}) - K_3(z_2 - \dot{q}_d) - K_4(z_1 - q_d)$ 를 설계한다. 위의 피드백 선형화 제어기를 제한한 AFB제어기와 강인성의 차원에서 성능을 비교한다. 이를 위해 본 모의실험에서는 질량 M 이 불확실하다고 가정한다. 질량 M 실제값은 $M = 1.5$ (Kg)이고 그 공칭값은 $M = 1$ (Kg)인 것으로 가정한다. 모의실험에서 사용된 다른 변수들은 $k=10$ (Nm/rad), $g=9.8$ (rad/sec²), $L=1$ (m), $J_1 = ML^2$ 과 $J_2=0.2$ (Kg · m²)이며 초기 위치는 $q_1(0) = q_2(0) = 1$ (rad) 과 $\dot{q}_1(0) = \dot{q}_2(0) = 0$ (rad/sec)이다. 원하는 궤적은 $q_d(t) = 0.5 \cos(2t)$ 으로 가정한다. 우선 제어기의 변수를 선정한다.

기존의 피드백 선형화 제어기의 경우 극점들이 (-10, -10, -10, -10)에 있도록 K_i 들을 선택한다. AFB 제어기 경우에는 극점들이 (-10, -10)에 있도록 k_1 과 k_2 를 선택하고 σ_i 들은

$$\sigma_1 = \sigma_2 = \sigma_3 = 50$$

로 한다. 또 적응 퍼지 시스템 $\Omega_1(\cdot)$, $\Omega_2(\cdot)$ 과 $\Omega_3(\cdot)$ 의 전건부 소속함수들을 다음과 같이 선택한다.

$$\mu_{A_1^1}(x_j) = 1 / \{1 + \exp(5(x_j + 0.8 \times a_j))\}$$

$$\mu_{A_1^2}(x_j) = \exp\left\{-\left(\frac{x_j + 0.6 \times a_j}{w_j}\right)^2\right\}$$

$$\mu_{A_1^3}(x_j) = \exp\left\{-\left(\frac{x_j + 0.4 \times a_j}{w_j}\right)^2\right\}$$

$$\mu_{A_1^4}(x_j) = \exp\left\{-\left(\frac{x_j + 0.2 \times a_j}{w_j}\right)^2\right\}$$

$$\mu_{A_1^5}(x_j) = \exp\{-x_j^2\} \quad (50)$$

$$\mu_{A_1^6}(x_j) = \exp\left\{-\left(\frac{x_j - 0.2 \times a_j}{w_j}\right)^2\right\}$$

$$\mu_{A_1^7}(x_j) = \exp\left\{-\left(\frac{x_j - 0.4 \times a_j}{w_j}\right)^2\right\}$$

$$\mu_{A_1^8}(x_j) = \exp\left\{-\left(\frac{x_j - 0.6 \times a_j}{w_j}\right)^2\right\}$$

$$\mu_{A_1^9}(x_j) = 1 / \{1 + \exp(5(x_j - 0.8 \times a_j))\}$$

여기서, $j = 1, \dots, 4$, $a_1 = a_3 = 1$, $a_2 = a_4 = \pi$, $w_1 = w_3 = 2$, $w_2 = w_4 = 1$ 이다. 퍼지 규칙 수를 줄이기 위하여, [15, 17]에서처럼 전건부는 한가지 변수만으로 표현하였다. 즉, $\Omega_1(x_1, x_2)$ 의 퍼지규칙은 식 (51)과 같으며

$$R_j^i : \text{If } x_j \text{ is } A_j^i, \text{ then } \mathcal{D} \text{ is } \theta_j^i, \quad (51)$$

($i = 1, \dots, 9$, $j = 1, 2$)

규칙베이스는 18개(2×9)의 퍼지규칙으로 구성되어 있다.

같은 방법으로, $\Omega_2(x_1, x_2, x_3)$ 과 $\Omega_3(x_1, x_2, x_3, x_4)$ 는 $j = 1, 2, 3$ 과 $j = 1, 2, 3, 4$ 인 27개(3×9)와 36개(4×6) 퍼지규칙을 갖는다. 적응 퍼지 시스템의 적응 파라미터는 $\gamma_1 = \gamma_2 = \gamma_3 = 15$ 과 $Q = \text{diag}(1, 1, 3)$ 이다. 그림 3은 기존의 피드백 선형화 제어기의 성능을 보이고 있으며 여기서 실선은 실제 축 위치이고 점선은 원하는 축 위치이다. 또한, 기존의 피드백 선형화 제어기는 커다란 추적 오차를 발생시키고 오차는 한참 후에 감소되어짐을 알 수 있다. 그림 4는 제안한 제어기의 성능을 보이고 있다. 출발점에서 발생한 추적오차가 짧은 순간에 작은 영역안으로 수렴하고 있다. 또 제한한 제어기는 유연관절의 불확실성을 극복할 수 있음을 보이고 있다.

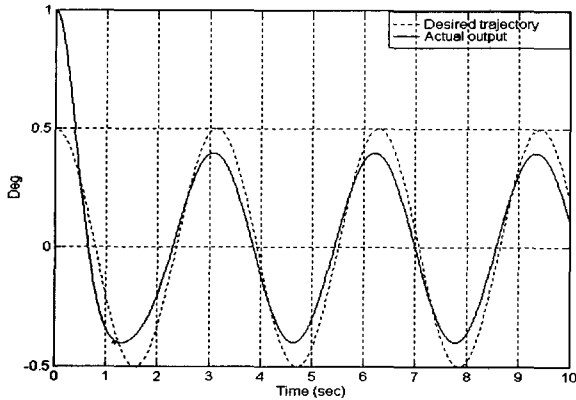


그림 3. 기존의 피드백 선형 제어 (내부 파라미터 변화만 있는 경우)

Fig. 3. Conventional feedback linearization control (only with parameter variation).

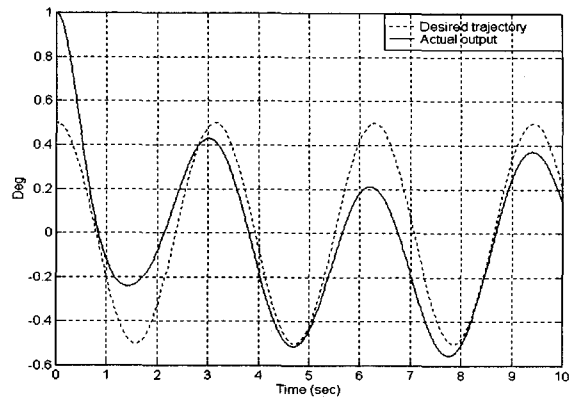


그림 5. 기존의 피드백 선형 제어 (파라미터 변화와 외부외란 발생)

Fig. 5. Conventional feedback linearization control (with parameter variation and external disturbance).

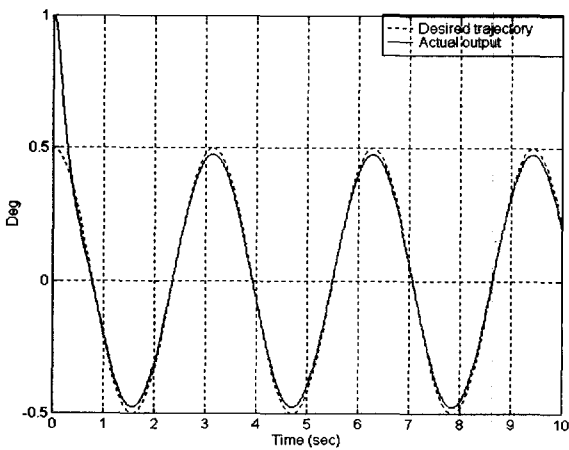


그림 4. 제안한 방식 (내부 파라미터 변화만 있는 경우)

Fig. 4. Proposed method (only with parameter variation).

이제 다음의 외란 $\tau_d = (\tau_{d1} \ \tau_{d2})^T$ 이 함께 유연관절 로봇에 영향을 주는 경우를 고려한다.

$$\tau_{d1} = 2.5 \cos(0.5t) \tag{52}$$

$$\tau_{d2} = 3 \sin(0.5t).$$

그림 5와 그림 6은 기존의 피드백 선형화 방법과 제안한 AFB 방법의 성능을 비교한 것으로 기존의 방법은 높은 추적 오차를 일으키는 반면, 제안한 방법은 만족스러운 추적 성능을 보이고 있다.

V. 결 론

본 논문에서는 단일축 유연관절 로봇에 대한 AFB 제어기를 제안하였다. 여기서 제안된 접근은 (1) 적응

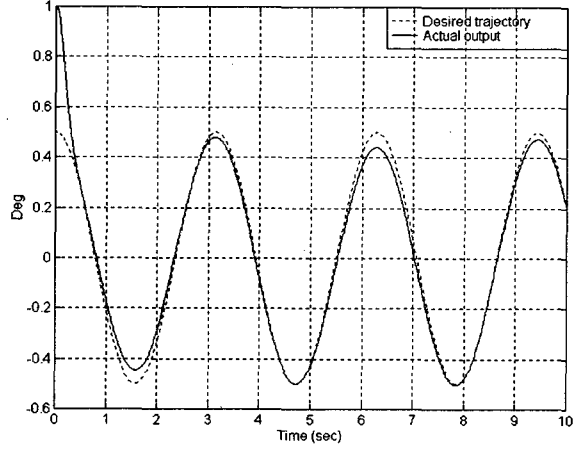


그림 6. 제안한 방법 (파라미터 변화와 외부외란 발생)

Fig. 6. Proposed method (with parameter variation and external disturbance).

퍼지 제어기, (2) 퍼지 외란 관측기, (3) 백스테핑 방법이 효율적으로 결합되어 유연관절 로봇의 추적 성능을 개선하였다. 제안된 AFB 방법은 추가적인 교시 제어기 (예, 포화형 슬라이딩 모드 제어기나 고이득 H_∞ 제어기)를 사용하지 않고 추적오차를 원하는 수준까지 줄일 수 있음을 보이고 있다.

참 고 문 헌

[1] L. M. Sweet and M. C. Good, "Redefinition of the robot motion control problem: Effects of plant dynamics, drive system constraints, and user requirements," in Proc of 23rd IEEE Conf. Decision Control, Las Vegas, pp. 724-730, 1984.
 [2] M. Spong, "Modeling and control of elastic joint

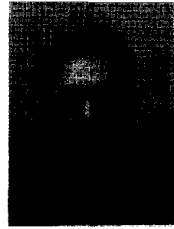
- robots," J. Dynamic Syst., Meas., Contr., vol. 109, pp. 310-319, Dec. 1987.
- [3] M. Spong and M. Vidyasagar, Robot Dynamics and Control, Wiley:NY, 1989.
- [4] R. Lozano and B. Brogliato, "Adaptive control of robot manipulators with flexible joints," IEEE Trans. Autom. Control, AC-37, pp. 174-181, 1992.
- [5] P. Seibert and R. Suarez, "Global stabilization of cascade systems," Syst. Control Lett., vol 14, pp. 347-352, 1990.
- [6] S. Nicosia and P. Tomei, "A method to design adaptive controller for flexible joints robots," in Proc. IEEE Int. Conf. Robotics Automations, Nice, France, pp. 701-706, 1992.
- [7] B. Brogliato, R. Ortega, and R. Lozano, "Global tracking controller for flexible joint manipulators: A comparative study," Automatica, vol. 31, no. 7, pp. 941-956, 1995.
- [8] H. A. Malki, D. Misir, D. Feigenpan, and G. Chen, "Fuzzy PID control of a flexible-joint robot arm with uncertainties from time-varying loads," IEEE Trans. Contr. Sys. Tech., vol. 5, no. 3, pp. 371-378, 1997.
- [9] J. L. Castro and M. Delgado, "Fuzzy systems with defuzzification are universal approximators," IEEE Trans. Sys. Man and Cyber., vol. 26, pp. 149-152, 1996.
- [10] L. -X. Wang, "Fuzzy systems are universal approximators," in Proc. of IEEE Int. Conf. Fuzzy Syst., San Diego, CA, pp. 1163-1170, 1992.
- [11] X. Zeng and M. G. Singh, "Approximation theory of fuzzy systems-MIMO case," IEEE Trans. Fuzzy Systems, vol. 3, No. 2, pp 219-235, May 1995.
- [12] H. Lee and M. Tomizuka, "Robust adaptive control using a universal approximator for SISO nonlinear systems," IEEE Trans. Fuzzy Systems, vol. 8, No. 1, pp 95-106, Feb., 2000.
- [13] C. Kwan and F. Lewis, "Robust backstepping control of induction motors using neural networks," IEEE Trans. Neural Networks, vol. 11, no. 5, pp. 1178-1187, Sep., 2000.
- [14] L. -X. Wang, "Stable adaptive fuzzy control of nonlinear systems," IEEE Trans. Fuzzy Systems, vol. 1, no. 2, pp 146-155, Feb 1993.
- [15] B. S. Chen, H. J. Uang and C. S. Tseng, "Robust tracking enhancement of robot systems including motor dynamics: A fuzzy-based dynamic game approach," IEEE Trans. Fuzzy Systems, vol. 6, no. 4, pp 538-552, 1998.
- [16] R. Ordóñez and K. M. Passino, "Stable multi-input multi-output adaptive fuzzy/neural control," IEEE Trans. Fuzzy Systems, vol. 7, no. 3, pp 345-353, Jun., 1999.
- [17] Y. -C. Chang and B. -S. Chen, "Robust tracking designs for both holonomic and nonholonomic constrained mechanical systems: adaptive fuzzy approach," IEEE Trans. Fuzzy Systems, vol. 8, no. 1, pp 46-66, 2000.
- [18] Y. -C. Chang, "Adaptive fuzzy-based tracking control for nonlinear SISO systems via VSS and H_∞ approaches," IEEE Trans. Fuzzy Systems, vol. 9, no. 2, pp. 278-292, 2001.
- [19] E. Kim, "A fuzzy disturbance observer and its application to control," IEEE Trans. Fuzzy Systems, vol. 10, no. 1, pp. 77-84, Feb., 2002.
- [20] J. E. Slotine and W. Li, Applied Nonlinear Control, Prentice-Hall, 1991.

— 저 자 소 개 —



김 은 태(평생회원)
 1992년 연세대학교 전자공학과
 졸업(공학사, 전체수석)
 1994년 연세대학교 전자공학과
 석사과정 졸업(공학석사)
 1999년 연세대학교 전자공학과
 박사과정 졸업(공학박사)

1999년 3월~2002년 2월 국립한경대학교 제어
 계측공학과 조교수
 2002년 3월~현재 연세대학교 전기전자공학부
 조교수
 2003년 University of Alberta, visiting researcher
 1998년~현재 IEEE TFS, IEEE SMC, IEEE
 CAS, FSS등에서 심의위원 활동 중.
 2003년 대한전자공학회 해동상 수상.
 <주관심분야: Computational intelligence, 지능형
 로봇>



이 희 진(평생회원)
 1987년 연세대학교 전자공학과
 졸업
 1989년 연세대학교 전자공학과
 석사과정 졸업
 1989년~1993년 (주) 대우통신
 종합연구소 연구원

1993년~1995년 (주) 에스원 종합연구소 연구원.
 1998년 연세대학교 전자공학과 박사과정 졸업
 1998년~현재 국립 한경대학교 정보제어공학과
 교수
 2003년 Univ. of Florida at Gainsvill 방문교수,
 <주관심분야: 로보틱스, 강인제어, 지능제어 등>