

# 사질토의 $K_0$ 조건하 거동에 대한 구성모델 및 유전자 알고리즘을 적용한 계수의 최적화 산정기법

## A Constitutive Model on the Behavior Under $K_0$ Condition for Cohesionless Soils and Optimization Method of Parameter Evaluation Based on Genetic Algorithm

오 세 봉<sup>1</sup> Oh, Se-Boong

박 현 일<sup>2</sup> Park, Hyun-Il

### Abstract

This study is focused on the constitutive model in order to represent brittleness and dilatancy for cohesionless soils. The constitutive model was based on an anisotropic hardening rule derived from generalized isotropic hardening rule, which includes an appropriate hardening equation for the overall strain behavior at small to large strains. The yield surface is a simple cylinder type in stress space and it makes the model practically useful. Hence dilatancy behavior in cohesionless soils could be modeled reasonably. A peak stress ratio was defined in order to model brittle stress-strain relationships. An optimized design methodology was proposed on the basis of real-coded genetic algorithm in order to determine parameters for the proposed model systematically. The material parameters were then determined by that algorithm. In order to verify the proposed model, triaxial tests were performed under  $K_0$  conditions for weathered soils. In comparison with the triaxial test results under  $K_0$  conditions, the proposed model could calculate appropriately the actual effective stress behavior on brittle stress-strain relationships and dilatancy.

### 요 지

본 연구에서는 사질토의 취성적 응력-변형률 관계와 전단시 체적팽창을 고려할 수 있는 구성모델에 대한 연구를 수행하였다. 제안된 모델은 일반등방경화규칙에 의거한 비등방 경화규칙을 적용하였으며, 미소변형에서 대변형에 이르는 전체변형률 영역의 거동을 모델할 수 있도록 적합한 경화함수를 이용하였다. 항복면의 형태는 응력공간에서 원통형으로 나타나는 단순한 형태로 실용적으로 적용하기 편리하도록 하였다. 또한 유동규칙을 단순화하여 소성 체적 변형률을 팽창률을 이용하여 정의하였다. 이로 인하여 사질토에서 나타나는 전단시 팽창을 모델하는 것이 가능하였다. 또한 가상적인 침투응력비를 정의하여 취성적 응력-변형률 관계를 모델하는 것이 가능하였다. 이 때 제안된 모델의 계수를 체계적으로 결정하기 위하여 실수형 유전자 알고리즘이 적용된 최적화 기법이 적용되었다. 이를 통하여 구성 모델에 필요한 계수를 결정할 수 있었다. 제안된 모델을 검증하기 위하여 풍화토시료에 대한  $K_0$  압밀 삼축시험을 수행하였다. 이러한 시험결과를 제안된 모델과 비교한 결과  $K_0$  압밀 시험에서 나타나는 취성적 응력-변형률 관계 및 체적의 팽창과 같은 실제 유효응력 거동을 합리적으로 모델하는 것이 가능하였다.

**Keywords :** Brittleness, Dilatancy, Effective stress mode, Generalized isotropic hardening rule, Genetic algorithm

1 정회원, 영남대학교 토목공학과 부교수 (Member, Associate Prof., Dept. of Civil Engrg., Yeungnam Univ., sebungoh@yu.ac.kr)

2 정회원, 한국과학기술원 건설 및 환경공학과, 연수 연구원 (Member, Post-Doc. Fellow, Dept. of Civil and Environmental Engrg., KAIST)

## 1. 서론

점성토의 경우에는 한계상태 토질역학에 근거하여 거동을 이해하는 전반적인 틀을 제공받고 있다(Roscoe and Burland 1968). 하지만 사질토는 점성토와 달리 축차응력과 체적응력의 비가 일정한 압축과정에서 간극비와 체적응력간에 유일한 관계를 가지지 않기 때문에 한계상태이론의 토대를 적용하기에는 어려움을 겪고 있다(Li and Dafalias 2000).

사질토의 거동을 모사하기 위하여 Jeffries(1993)는 밀도 및 구속압 효과를 고려할 수 있도록 Been과 Jeffries (1985)의 상태매개변수(이하 상태변수, state parameter)를 이용하여 Cam-clay 모델을 변형한 구성모델을 제안하였다. Li와 Dafalias(2000)는 상태변수에 의존하는 가상적인 첨두응력비(peak stress ratio) 및 팽창율(dilatancy)을 정교하게 모델하였으며, 등방적으로 압축된 사질토의 체적팽창과 연화(softening)을 합리적으로 모델할 수 있었다. 이러한 사질토의 구성모델들은 경계면 개념을 포함한 비등방경화규칙을 적용하여 탄성영역이 거의 없는 비선형적인 응력-변형률 관계를 모델링하였고, 상태변수에 의존하는 첨두응력비를 적용하여 취성적인 거동을 모델링하였다. 또한 팽창율을 상태변수에 의존하는 함수로 정의하여 체적변형의 압축 및 팽창을 모델할 수 있도록 유동규칙을 단순화하였다. 특히 항복면 및 경계면은 응력공간에서 콘 형상을 띠는 단순한 형태를 지배적으로 설정하였다. 이러한 모델들은 현단계에서 사질토의 취성 및 체적팽창거동을 모델할 수 있는 합리적이고 실용적인 구성모델로 여겨진다. 하지만 기존의 모델들은 등방압축후 삼축시험시 거동에 적용함으로써 모델을 검증하고자 하였다. 실제 지반은 주로  $K_0$  압축을 겪고 있으므로  $K_0$  조건시 전단거동에 대한 모델과 검증이 실용적인 측면에서 매우 필요하다고 할 수 있다.

경계면 모델의 경우에는 사상중심(mapping center)으로부터 현 응력을 경계면에 투영하여 사상응력을 정의한다. 한편 이승래와 오세봉(1995)은 한계상태이론에 근거한 점성토의 구성모델을 제안하였으며, 비등방경화규칙은 등방경화규칙을 일반화하여 단순화하였다. 이러한 일반 등방경화규칙은 경계면 모델에서 사용한 비등방 경화규칙을 표현할 수 있다. 따라서 본 연구에서는  $K_0$  조건시 거동을 모델할 수 있는 일반 등방경화규칙에 근거한 사질토의 구성모델을 제안하였다.

이러한 비등방경화 구성모델은 입력계수를 산정하는

것이 매우 까다로운 실정이다. 특히 취성을 표현하는 첨두응력비와 관련된 계수와 팽창률과 관련된 계수들은 상호간에 연동되어 있어서 실험적 결과에 대한 회귀분석으로 명확하게 추정하기가 곤란하다. 더욱이 입력 계수의 수가 매우 많은 편이다. 이러한 연유로 계수를 합리적이고 체계적으로 추정하는 기법의 적용이 필요하다. 유전자 알고리즘(Genetic Algorithms; GA)은 지반공학분야에도 점차 적용되고 있는 것으로 알려져 있다(박현일과 이승래 2003). 유전자 알고리즘에서는 유전자들(chromosomes)로 구성된 모집단이 무작위로 생성되어 유전자 조작(genetic operator)을 통하여 보다 해에 근접한 개체군으로 발전한다는 개념에 근거하고 있다. 또한 생물학적 진화 이론 개념에 근거한 확률론적 최적화 기법으로 구분될 수 있으며, 전역적이며 견고한 해를 구할 수 있는 장점을 갖고 있다(Goldberg 1989; Holland 1975).

따라서 본 연구에서는 구성관계에 대한 실험치와 계산치간의 오차를 이용하여 목적함수를 설정하고 이를 최소화할 수 있는 최적 입력계수를 찾으려 하였다. 이를 통하여 체계적으로 도출한 계수를 이용하여 제안된 구성모델을 검증하였다. 본 연구에서는 연직응력 및 응력 불변수(stress invariant)는 별다른 언급이 없는 한 유효 응력을 의미한다.

## 2. 사질토의 비등방경화 구성모델

본 연구의 대상이 되는 거동은 사질토나 풍화토에서 나타나는 비선형적인 응력-변형률 관계로  $K_0$  압축후 전단거동을 포함한다. 이러한 거동의 특징으로는 (1) 구속압과 응력경로에 따른 강도의 변화를 나타내고 (2) 미소변형률 영역의 거동도 역시 비선형적이며 (3) 초기조건에 따라 취성과 연성이 잠재되어 있을 뿐 아니라 (4) 체적의 팽창과 압축이 모두 가능하다는 것이다.

본 연구에서 다루는 구성모델은 (1) 일반 등방경화규칙의 개념을 포함하고 (2)  $K_0$  압축후 전단거동을 모델할 수 있고 (3) 미소변형률 영역의 거동을 포함하며 (4) 축차응력-변형률 관계에서 나타나는 취성 및 연성을 표현하고 (5) 체적변형률의 압축과 팽창을 모델할 수 있다. 이로 인하여 Li와 Dafalias(2000) 모델과 경화규칙이 상이하더라도  $K_0$  압축후 전단거동을 모델하는데 적합하다.

이승래와 오세봉(1995)은 일반 등방경화규칙(generalized isotropic hardening rule)을 제안하여, 상동응력  $\xi$

를 응력원점뿐만 아니라 임의의 응력상태에서 선정하여 재료의 비등방성을 표현할 수 있도록 하였다(그림 1). 그림 1(b)와 (c)에 나타나는 재하 및 역재하의 과정에서, 항복면은 각각의 재하과정에 상응하는 상동중심에 대하여 등방적으로 경화한다. 이 때의 응력-변형률 관계는 그림 1(d)에 도시하였듯이 (b)와 (c)의 경로에 상응하는 관계를 유발한다 특히 (c) 과정에 나타난 관계는 새롭게  $\xi$ 를 생성시키고, 이  $\xi$ 에 대하여 항복면들이 등방경화함으로써 역재하과정에서 유발되는 소성유동을 표현할 수 있다. 이 때 상동응력이 새로이 생성/변화하므로 비등방 경화규칙이 간편하게 구현될 수 있다.

내부변수  $\xi$ 는 연속적인 재하과정에서는 변화하지 않지만 하중방향이 급격히 변화하는 경우에만 변하는 변수로 가정한다. 상동응력이 생성되는 조건을 나타내는 재하방향의 급격한 변화조건은 항복면 내부로의 응력경로로 정의할 수 있다.

그리고 주어진 항복면에 대하여 임의의 상동응력이 결정되면, 항복면의 상동응력에 대한 상대적인 위치를 규정하는 기준이 필요하다. 따라서 그림 1에서 보여지듯이 경계면(bounding surface)을 정의해야 한다. 이 때 항복면과 경계면 간에는 다음과 같은 기하학적인 관계가 성립한다.

$$\frac{\mathbf{a} - \xi}{r} = \frac{\mathbf{a} - \xi}{R} \quad (1)$$

여기서,

- $\mathbf{a}$  항복면 중심응력 텐서, 축차성분
- $\mathbf{a}$  경계면 중심응력 텐서, 축차성분
- $r$  항복면 반경
- $R$  경계면 반경

항복면의 형태는 그림 2와 같이 콘 형상으로 체적응력에 비례하여 항복면의 크기가 증가하며 축차응력면에서는 원형을 나타낸다. 항복면은 원형으로 단순한 형태이지만, 항복면의 중심 위치가 자유로워서 소성유동이 일어나기 편리하다. 따라서 항복면은 식 (2a)와 같이 나타낸다. 식 (2b)에서는 응력축에 대한 방사경로(radial path)에 한하여 응력 불변수를 이용하여 단순화하였다.

$$f = \|\mathbf{s} - \mathbf{a}\|^2 - \sqrt{\frac{2}{3}} r^2 = 0 \quad (2a)$$

$$f = (q - a)^2 - r^2 = 0 \quad (2b)$$

여기서

- $\sigma = p\mathbf{1} + \mathbf{s}$  Cauchy 응력텐서
- $p = \frac{1}{3} \text{tr}(\sigma)$  체적응력 불변수
- $\mathbf{s}$  축차응력 텐서

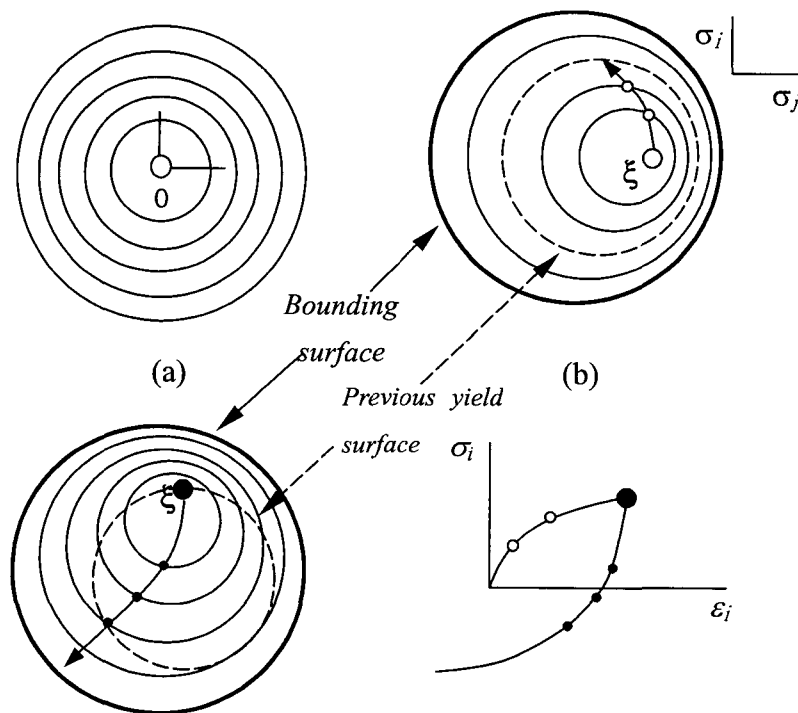


그림 1. 일반 등방경화에 의거한 비등방 경화규칙

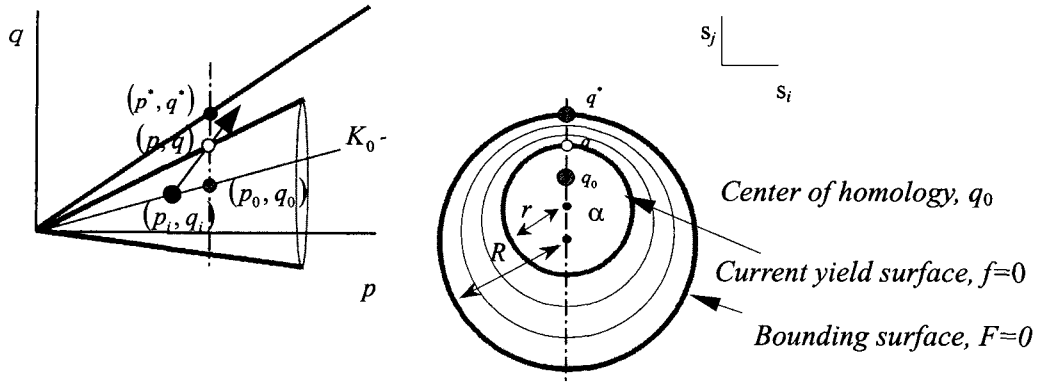


그림 2. 제안된 모델의 항복면과 경계면

- 1 Kronecker delta
- $q = \sqrt{\frac{3}{2}} \|s\|$  축차응력 불변수
- $\alpha = \sqrt{\frac{3}{2}} \|a\|$  항복면 중심응력 불변수

사질토에 적합한 구성모델의 경우에는 축차응력 공간에서 항복이 일어나도록 모델하는 것이 편리하다. 이에 상응하는 상동응력은 축차응력 성분으로 나타난다. 특히 가 일정한 압축경로에서 상동응력이 정의되도록 다음과 같이 가정한다.

$$\xi = \sqrt{\frac{3}{2}} q_0 \mathbf{n}_0, \quad a_0 = kp \quad (3)$$

여기서  $\mathbf{n}_0 = \xi / \|\xi\|$ 인 단위텐서이며  $q_0 = \sqrt{\frac{3}{2}} \|\xi\|$ 이다. 그리고  $k = q_i / p_i$ 는 초기 축차응력 및 체적응력의 비로 정의되며 일정하다고 가정한다.

취성을 나타내는 흙의 강도를 표현하기 위하여 두 가지 파괴규준이 필요하다. 한계상태선은 잔류강도를 의미하며 경계면은 첨두강도를 표현하기 위하여 간극비에 따라 변화한다. 한계상태 강도는

$$q = Mp \quad (4)$$

로 정의하며  $M$ 은 한계상태 강도정수이다.

경계면은 다음 식으로 정의한다.

$$F = \|s^*\|^2 - \sqrt{\frac{2}{3}} R^2 = 0 \quad (5a)$$

$$F = q^{*2} - R^2 = 0, \quad R = M^* p \quad (5b)$$

여기서

- $s^*$  동일 체적응력에 대하여 경계면으로의 사상된 축차응력 텐서

- $q^* = \sqrt{\frac{3}{2}} \|s^*\|$  사상된 축차응력 불변수
- $M^*$  가상 첨두응력비

식 (1)에서 경계면의 중심은 축차응력항이 0이며 식 (3)을 대입하면 다음과 같이 항복면의 중심을 다음과 같이 유도할 수 있다.

$$\alpha = q_0(1 - r/R) \quad (6)$$

가상 첨두응력비  $M^*$ 는 첨두강도를 나타내는 변수로 가상적 첨두 축차응력과 체적응력의 비를 나타낸다. 이를 이용하여 취성이 나타나는 상태에서는 연화 거동(softening)을 모델하고 연성 상태에서는 경화거동(hardening)을 나타내며 최종상태에서는 한계상태 잔류 강도를 모델한다. 이를 위하여  $M^*$ 는 다음과 같이 정의 된다(Li와 Dafalias, 2000).

$$M^* = Me^{-n\psi}, \quad \psi = e - e_{cr} \quad (7)$$

여기서,  $n$ 은 계수이며, 그리고  $e_{cr}$ 은 한계상태 간극비이며 체적응력  $p$ 에 의존한다.

$$e_{cr} = \lambda p^{-1} \quad (8)$$

여기서,  $\lambda$ 와  $l$ 은 한계상태 간극비를 조절하는 계수이다.

그림 3에서는 식 (8)에 나타난 한계상태 간극비 및 식 (7)에 나타난 상태변수  $\psi$ 를 개념적으로 도시하고 있다.  $\psi$ 는 그림 3과 같이 현재 간극비와 한계상태 간극비와의 상대위치를 정의하는 상태변수이다. 식 (7)에 의하면  $\psi < 0$ 이면 취성적인 거동을 나타내며  $M^* > M$ 이고,  $\psi > 0$ 이면 연성적인 거동을 보이며  $M^* < M$ 이다.  $\psi = 0$ 이면 한계상태에 도달하며  $M^* = M$ 이다. 또한 초기에  $\psi < 0$

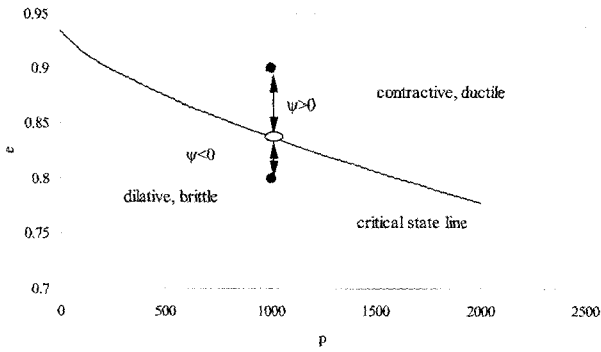


그림 3. 상태변수  $\psi$

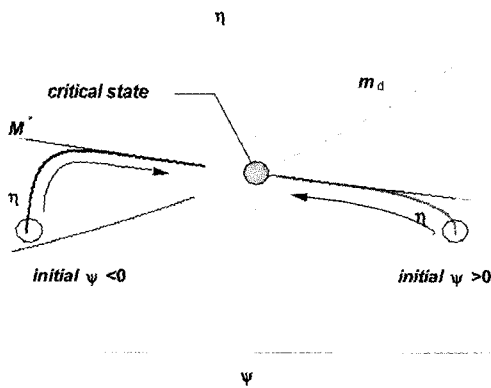


그림 4.  $\psi$ 에 따른  $M^*$ 와  $m_d$

이때 간극비가 증가하며  $\psi > 0$ 인 경우에는 간극비가 감소하면서 한계상태에 도달한다.

그림 4와 같이  $\eta$ 와  $\psi$ 축에서 나타나는 모델경로는 상태변수  $\psi < 0$ 이면  $\eta$ 가 증가함에 따라  $\psi$ 는 증가하며 0에 접근하여 한계상태에 도달한다. 반면 초기에  $\psi > 0$ 이면  $\eta$ 가 증가함에 따라  $\psi$ 는 감소하며 한계상태에 도달한다. 각각에 대하여  $\eta$ 는 서서히  $M^*$ 에 접근하며 최종적으로 한계상태에 도달한다. 이 때 식 (7)에 나타나는  $M^*$ 는 한계상태에 접근하는 부분에서 여러 실험경로들이 접근하는 대표 곡선으로 유일하게 결정한다.

유동규칙(flow rule)은 다음 식으로 정의한다.

$$\dot{\epsilon}^p = \dot{\epsilon}_v^p \left( \frac{1}{3} D \mathbf{1} + \sqrt{\frac{3}{2}} \mathbf{n} \right) \quad (9)$$

여기서

$$\dot{\epsilon}^p = \frac{1}{3} \dot{\epsilon}_v^p \mathbf{1} + \sqrt{\frac{3}{2}} \dot{\epsilon}_v^p \mathbf{n} \quad \text{소성변형률 증분텐서}$$

$$\dot{\epsilon}_v^p = \text{tr}(\dot{\epsilon}^p) \quad \text{소성 체적변형률 불변수}$$

$$\dot{\epsilon}_v^p = \sqrt{\frac{2}{3}} \left\| \dot{\epsilon}^p - \frac{1}{3} \dot{\epsilon}_v^p \mathbf{1} \right\| \quad \text{소성 축차변형률 불변수}$$

$$\mathbf{n} = \frac{\mathbf{s} - \alpha}{\|\mathbf{s} - \alpha\|} \quad \text{소성축차변형률의 방향 단위텐서}$$

$$D \equiv \frac{\dot{\epsilon}_v^p}{\dot{\epsilon}^p} \quad \text{팽창율(dilatancy)}$$

여기서 팽창율(dilatancy)은 소성 체적변형률과 축차변형률의 증분 비율을 나타내는 것으로 다음과 같이 정의된다(Li and Dafalias 2000).

$$D = \frac{d_0}{M} (m_d - \eta), \quad M_d = M e^{m\psi} \quad (10)$$

이 때  $d_0$ 와  $m$ 은 팽창율을 조절하는 계수이다. 함수  $m_d$ 의 양상은 그림 4에 나타나 있다.

식 (10)에서 보여지듯이  $\eta < m_d$ 이면 소성 체적변형률 변화는 압축이 일어나고,  $\eta > m_d$ 이면 팽창이 일어난다. 그림 4와 같이  $\eta - \psi$  축에서 나타나는 경로에서 상태변수  $\psi$ 가 초기에 0보다 작을 때,  $\eta$ 가 증가함에 따라  $\psi$ 가 초기에는 다소 감소하다가 다시 증가하는 데 이러한 전환부를 지나도록  $m_d$ 를 결정한다.

경화규칙(hardening rule)은 다음과 같다(오세봉 등 2000).

$$\bar{\epsilon}^p = a \frac{(r/R)^b}{(1-r/R)^c} \quad (11)$$

여기서,  $\bar{\epsilon}^p$ 는 단순재하(monotonic loading)구간내에서  $\dot{\epsilon}^p$ 를 적분한 양이며  $a, b, c$ 는 소성 축차변형률과 관련된 계수이다.

그림 5에서는 소성 축차변형률에 따른 항복면의 반경  $r$ 과 경계면의 반경  $R$ 의 변화를 보여준다. 변형률이 증가함에 따라  $r$ 은 서서히  $R$ 에 접근하여 변형률 수준이 높은 경우에는 거의 일치하는 경향을 나타낸다. 이는 경화함수 (11)에 의하여 항복면이 경계면에 접근하는 과정을

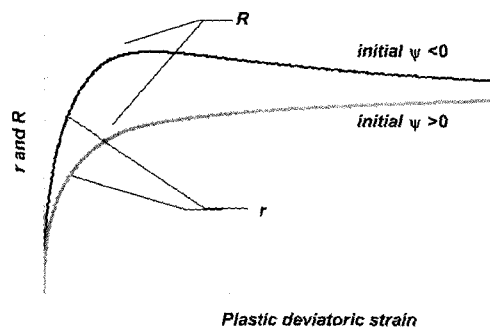


그림 5. 소성 축차변형률에 따른 항복면과 경계면의 반경

의미한다. 초기에  $\psi < 0$ 이면 축차변형률이 증가함에 따라  $R$ 과  $r$ 은 첨두값을 나타내며 그 이후 서서히 감소한다. 초기에  $\psi > 0$ 이면  $R$ 과  $r$ 은 서서히 증가하는 양상을 나타낸다.  $K_0$  압축 삼축시험시 경로에서도 초기 항복면은 한 점이므로 그 크기는 0에서 시작한다.

탄성거동은 등방적이고 전단계수  $G$ 는  $G_{max}$ 로부터 구하며 초기체적응력에 따라 선형적으로 비례하는 것으로 가정하여 식 (12)와 같은 관계를 적용하면 관련된 탄성 변형률을 구할 수 있다.

$$G \equiv G_{max} = g_0 + g_1 p_i \quad (12)$$

여기서,  $g_0$ 와  $g_1$ 은 일정하며  $p_i$ 는 압밀후 체적응력이다. 식 (13)에서 체적계수  $K$ 를 구하는 데 필요한 포아송비  $\nu$ 는 일정하다고 가정하였다.

$$K = \frac{2(1+\nu)}{3(1-2\nu)} G \quad (13)$$

이 때 배수 삼축시험경로의 구성관계는  $\dot{q}/\dot{p} = 3$ 이라는 조건을 적용함으로써 쉽게 구할 수 있다. 속도형식의 탄소성 구성방정식은 정식화 과정이 오세봉 등(2004)에 기술되어 있다.

### 3. 유전자 알고리즘(genetic algorithm)

제안된 모델을 구현하기 위하여 삼축시험을 수행하였을 경우에 필요한 자료는 다음과 같다; (1) 축차응력-축차변형률 관계 (2) 체적변형률-축차변형률 관계 (3) 간극비-체적응력 관계. 특히 미소변형 조건에서의 거동

을 포함하기 위해서는 미소변위 측정을 필요로 한다. 필요한 입력계수에 대하여 표 1에 정리하였다.

식 (7)에 나타난 가상 첨두응력비  $M^*$ 는 첨두강도를 나타내는 변수로 계수  $n$ 과 한계상태 강도정수  $M$ 이 필요하다. 이러한 계수들은  $\eta - \psi$ 축에서 나타나는 실험적인 경로의 상부를 수렴하는 곡선으로부터 결정한다. 그리고 한계상태 간극비  $e_{cr}$ 은 최종상태에서 정의한 후 한계상태 간극비와 체적응력 관계에서 계수  $\lambda$ 와  $l$ 을 구한다(식 (8)). 팽창율(dilatancy)  $D$ 를 정의하기 위해서는 계수  $d_0$ 와  $m$ 이 필요하며(식 (10)), 실험치에서 나타나는 소성체적변형률과 소성축차변형률의 비율로부터 구한다.

경화규칙(hardening rule)은 항복면 크기와 경계면 크기의 비율로 나타나며 소성 축차변형률과 관련된 계수  $a, b, c$ 를 구해야 한다. 따라서 시험조건에 따라 항복면 크기의 비와 소성 축차변형률을 구한 후 회귀분석하여 구할 수 있다.  $K_0$  압축 삼축시험시 항복면 및 경계면의 크기는 다음과 같다.

$$r = q - q_0, \quad q_0 = kp, \quad k = \frac{3(1-K_0)}{1+3K_0} \quad (14)$$

여기서,  $k$ 는  $K_0$  압축 완료시 축차응력과 체적응력의 비  $\eta_i \equiv q_i/p_i$ 로부터 결정하며 일정하다고 가정한다. 등방 압축시에는 0이 된다. 그리고 축차변형률은 다음과 같이 정의할 수 있다.

$$\bar{\varepsilon}^p = \bar{\varepsilon} - \bar{\varepsilon}^e, \quad \bar{\varepsilon} = \frac{2}{3}(\varepsilon_1 - \varepsilon_3), \quad \bar{\varepsilon}^e = \frac{q - q_i}{3G} \quad (15)$$

표 1. 필요한 입력계수

구분	계수	설명	식 번호	
한계상태선	$\lambda$	$p-e$ 평면에서 한계상태선을 정의, 상태변수 $\psi$ 를 기술하는데 필요.	(8)	
	$l$			
가상첨두응력비	$M$	한계상태강도 및 첨두강도를 표현하는데 필요.	(7)	
	$n$			
팽창율	$d_0$	유동규칙을 정의하는 소성체적변형률의 증분을 결정.	(10)	
	$m$			
경화함수	$a$	항복면의 크기 및 소성축차변형률의 관계를 정량적으로 표현.	(11)	
	$b$			
	$c$			
탄성계수	$g_1$	탄성계수의 초기응력 의존성을 표현.	(12)	
	$g_2$			(13)
	$\nu$			

여기서  $\epsilon_1$ 과  $\epsilon_3$ 는 최대 및 최대 주변형률로서 삼축조건에서는 축변형률 및 횡변형률을 의미한다.

이러한 절차를 체계적이고 합리적으로 수행할 수 있도록 유전자 알고리즘(박현일과 이승래 2003)을 이용한 모델계수 추정과정을 도입하였다. 유전자 알고리즘은 유전자들(chromosomes)로 구성된 모집단이 무작위로 생성되어 재생산(reproduction) 및 돌연변이(mutation)와 같은 유전자 조작(genetic operator)을 통하여 보다 해에 근접한 개체군으로 발전된다는 개념이다. 즉 다음 세대의 새로운 집단(population)은 이전 세대로부터 재생산과 돌연변이 과정을 거친 후 선택(selection) 과정을 거쳐서 생성된다. 유전자 알고리즘(GA)은 이와 같이 자연 선택 및 자연 유전자와 같은 생물학적 진화 이론 개념에 근거한 확률론적 최적화 기법으로 전역적이며 견고한 해를 구할 수 있다(Goldberg 1989, Holland 1975).

본 연구에서는 순위적합선별(rank-based fitness assignment) 방법이 확률론적 비례 추출(stochastic universal sampling)방법과 연계되어 사용되었다. 즉 각 세대에서의 개체들은 순위적합선별을 통하여 무작위로 선별된 이후 재생산과 돌연변이 과정을 거친 후에 다음 세대에 포함되게 된다. 이러한 과정을 거친 후에 최종 세대의 최적 개체가 최적화 문제의 최종 해로서 채택된다. 실수형 유전자 알고리즘에는 다양한 여러 변수들이 존재하지만, 기본적인 유전자 알고리즘은 다음과 같다.

설계변수를 표현하기 위하여 이진수를 사용하는 이진수형 유전자 알고리즘에 비해 실수형 유전자 알고리즘은 설계변수를 나타내는 개수를 표현하기 위하여 실수 벡터를 사용한다. 본 연구에서와 같이  $n$ 개의 설계변수를 갖는  $s$ 개의 개체군을 사용할 경우 다음 식 (16)과 같은 개체수의 모집단이 생성될 수 있다(초기 개체군의 생성, creation of initial individuals).

$$\begin{aligned} P^1 &= [x_1^1 \cdots x_n^1] \\ P^2 &= [x_1^2 \cdots x_n^2] \\ &\vdots \\ P^s &= [x_1^s \cdots x_n^s] \end{aligned} \quad (16)$$

여기서,  $P$ 는 개체군에 존재하는 각 개체를 의미하며,  $x^i$ 는  $i$ 번째 개체의  $j$ 번째 설계변수를 의미한다.

최적화되는 목적함수는 각 개체를 평가하는 메커니즘을 제공한다. 이 때 각 개체의 적합도에 근거하여 유전적 처리과정(genetic manipulation process)에 사용될 개체들을 선택(selection)하게 된다. 동일한 개체수를 갖는 다음 세대를 생산하기 위하여 개체들이 각 적합도에

근거하여 선정되므로, 이전 세대보다 평균적으로 해에 보다 근접된 개체들로 구성될 수 있다. 이를 위해 여러 선택방법들이 개발되어 있으며, 본 연구에서는 순위적합선별법이 사용되었다(Back와 Hoffmeister, 1991). 순위적합선별법에서는 개체들이 목적함수의 순위에 따라 정렬되는데, 각 개체의 적합도는 실질적인 목적함수의 값보다는 개체군의 순위로서 표현된다.

재생산(Reproduction)은 선택된 개체군에서 무작위로 두 개체(parents)를 선택하는 것을 포함한다. 이와 같이 선택된 두 개체(parents)는 다음 세대에 적용될 새로운 개체(offspring)를 생산하기 위하여 교배된다. 본 연구에서는 중간 재조합(intermediate recombination) 방법을 사용하여 두 개체(parents) 즉,  $P_1$  및  $P_2$ 로부터 새로운 개체(offspring)를 다음 식 (17)과 같이 생산하게 된다 (Muhlenbein와 Schlierkamp-Voosen, 1993).

$$offspring = P_1 + \alpha \cdot (P_2 - P_1) \quad (17)$$

여기서,  $offspring$ 은 다음 세대에 적용될 새로운 개체를 의미하고,  $\alpha$ 는 균일하게 선택하는 비례계수를 의미한다.

다른 영역에 존재하는 해에 가장 근접한 개체가 현 세대의 개체군에 포함되어 있지 않은 경우에는 재생산 과정을 거치더라도 해에 보다 근접한 개체로 발전될 수 있는 가능성은 매우 낮다. 이 경우에 돌연변이(Mutation) 과정을 통하여 개체군과 다른 영역에 존재하는 개체를 생성시킴으로써 유전자 알고리즘의 조기 수렴을 방지할 수 있다.

선택, 재생산 및 돌연변이 과정은 매 세대에서 반복적으로 수행되며, 마지막 세대에서의 최적 개체가 해로 선정되며, 본 연구에서 사용된 GA 과정은 다음과 같이 정리될 수 있다.

- ① 실수형 개체군을 생성
  - ② 각 개체의 적합도를 평가
  - ③ 순위적합선별 및 확률론적 보편추출(stochastic universal sampling)에 의하여 교배에 적용될 개체들을 선별
  - ④ 새로운 개체군의 생성을 위해 선별된 개체들에 대하여 재생산과 돌연변이 과정을 수행하여 새로운 개체들을 생성
  - ⑤ 현 개체군의 순위가 낮은 개체들에 대하여 생성된 개체들로서 무작위로 교체
  - ⑥ 최종적으로 만들어진 개체군에 대한 적합도 평가
- ③~⑥ 단계의 과정을 세대(generation)라 표현하며,

주어진 기준이 만족될 때까지 세대를 반복하거나 혹은 주어진 최대 세대 수까지 과정을 반복할 수 있다. 본 연구에서는 최대 세대수를 지정하는 방법을 사용하였다. 본 연구에서 사용된 유전자 알고리즘의 최적화 과정은 그림 6과 같이 정리될 수 있다.

그림 7과 같이 응력-변형률 관계에서의 계산치와 실험치간의 오차를 최소화할 수 있도록 최적화문제 해석이 수행되었다. 본 연구에서 사용된 유전자 변수들이 표 2에 나타나 있으며, 예제에서 최적화되는 목적함수는 식 (18)과 같다.

$$E(\mathbf{x}) = \alpha \frac{\int |q - \tilde{q}| d\epsilon_a}{\Delta \tilde{q} \Delta \epsilon_a} + \beta \frac{\int |\epsilon_v - \tilde{\epsilon}_v| d\epsilon_a}{\Delta \tilde{\epsilon}_v \Delta \epsilon_a} \quad (18)$$

여기서,  $E(\mathbf{x})$ 는 최소화할 목적함수이며  $\mathbf{x}$ 는 변수집합으로 구성모델의 계수들이다. 목적함수 (18)은 삼축시험 조건에 적용가능한 것으로 일반적인 응력장에 적용할 수 없다.

제안된 구성모델에서는  $\lambda, l, M, n, a_0, m, a, b, c$  등 9개 계수를 설정하였다. 탄성계수와 관련된  $g_0, g_1$ 과 포아송비는 유전자 알고리즘을 적용하지 않았다.  $q$ 와  $\epsilon_v$ 는 계산된 축차응력 및 체적변형률이며  $\tilde{q}$ 와  $\tilde{\epsilon}_v$ 는 실험치에 해당된다.  $\Delta \tilde{q}, \Delta \tilde{\epsilon}_v, \Delta \epsilon_a$ 는 실험치에서 나타난 축차응력, 체적변형률, 축변형률의 대상구간을 나타낸다. 또한, 목적함수 값에서 축차응력-축변형률과 체적변형률-축변형률 관계로부터 각각 구해진 값들에 의한 편향된 영향을 배제하고자  $\alpha(=1.0)$ 와  $\beta(=0.3)$ 와 같이 가중치를 적용하였다.

실험치와 계산치간의 오차를 나타내는 목적함수를 최소화할 수 있는 재료계수를 구하기 위하여 유전자 알고리즘에 근거한 최적화 과정이 수행되었다. 본 연구에서 사용된 유전자 알고리즘에 관한 설계변수들이 표 2에 정리되어 있다.

다음 절에서 기술할  $K_0$  조건에 대한 실험자료 대하여 제안된 구성모델에 근거한 최적화 기법을 적용할 경우 목적함수 값이 최적화되는 과정이 그림 8에 구해져 있다. 개체수 2000인 경우에 세대수가 50에 가까워 짐에 따라 각 세대에서의 최적(best)의 개체에 대한 목적함수 값은 0.155로 거의 수렴하는 경향을 보이며, 각 세대의 모든 개체에 대한 목적함수의 평균값도 세대수가 50을 넘어감에 따라 거의 수렴되는 양상을 보이고 있다.

그림 9에는 세대의 증가에 따른 모델 계수값들의 변화가 나타나 있으며, 개체수가 2000인 경우에 모델계수

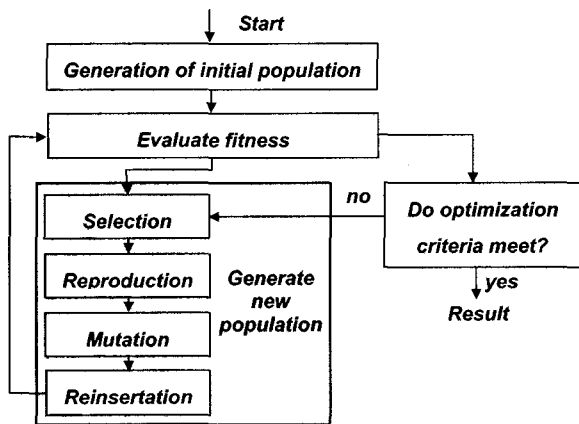


그림 6. 유전자 알고리즘에 근거한 최적화 과정도

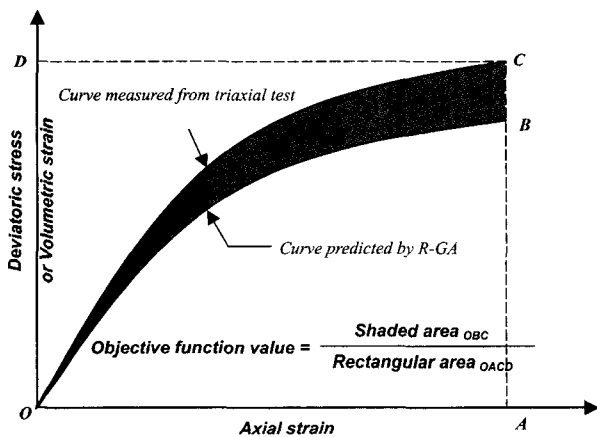


그림 7. 목적함수의 정의

표 2. 유전자 알고리즘에 사용된 변수 값

변수	값
개체군의 수	2000
재생산 확률	70%
돌연변이 확률	0.5%
최대 세대 수	100

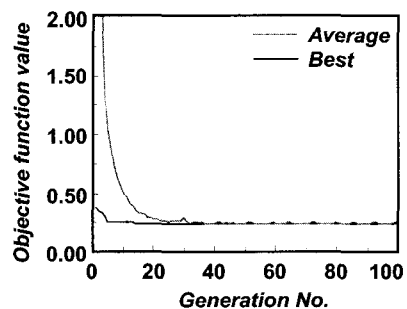


그림 8. 각 세대에 대한 목적함수값의 변화



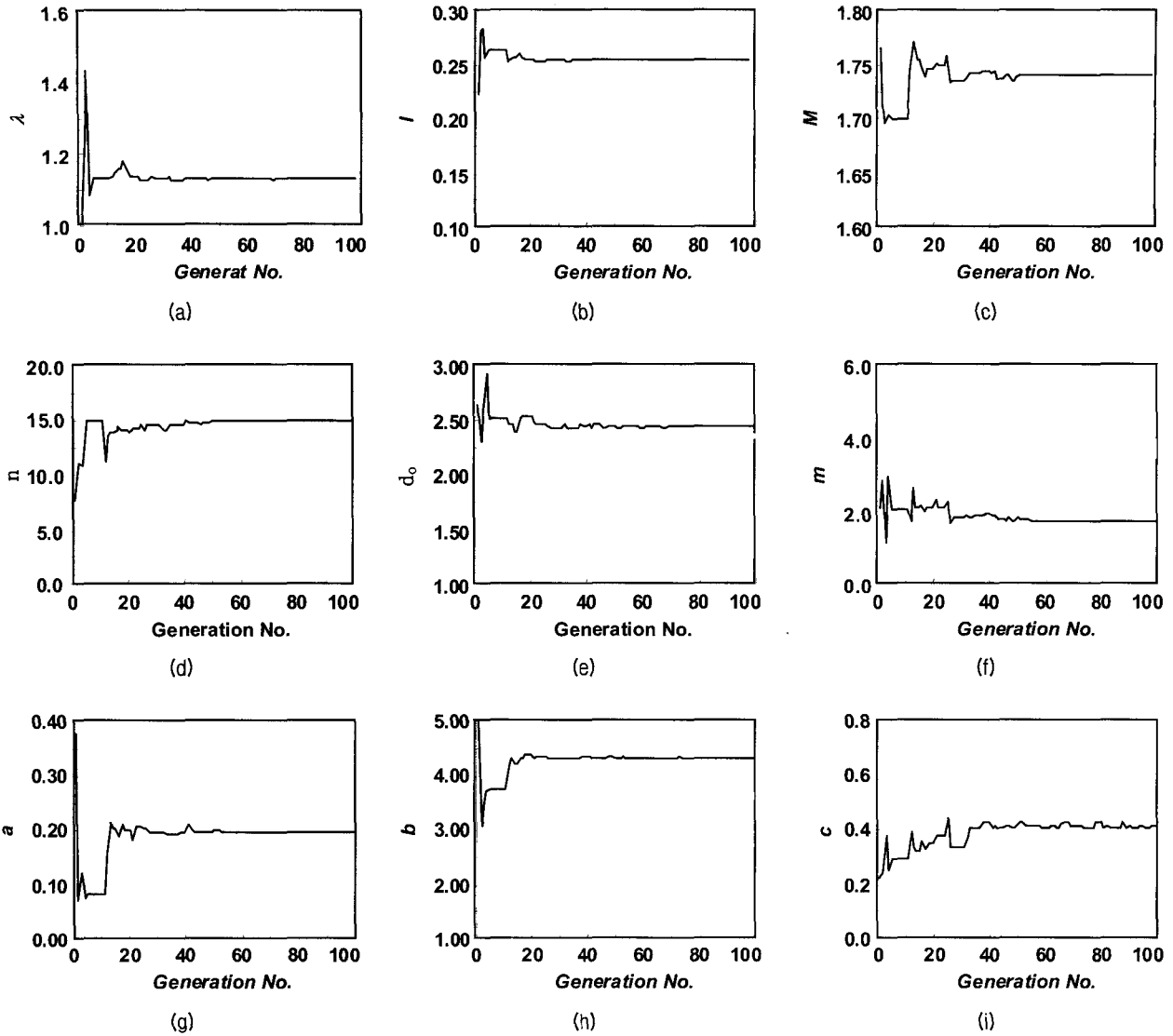


그림 9. 각 세대에 대한 설계변수값의 변화

값들 및 목적함수 값은 세대수가 50을 넘으면서 거의 수렴되는 것을 알 수 있다. 이로부터 개체수 2000에 대하여 100번째 세대에서의 최적 개체값을 최종 수렴해로 간주하였다.

#### 4. 구성모델의 검증

본 연구의 대상지반은 경기도 이천에서 채취한 노상 토 시료를 대상으로 하였다. 이 지층은 화강풍화토로 통일분류상 SW에 해당되었으며 AASHTO 분류법에 의하여 A-1-b로 분류되었다. 다짐시험결과 최적함수비는 9.7%, 최대 건조단위중량은  $2.01 \text{ t/m}^3$ 이었다. 삼축압축시험의 시료는  $\phi 50\text{mm}$ , 높이  $100\text{mm}$ 로 현장지반의 함수비(9.8%)와 단위중량( $1.91 \text{ t/m}^3$ )을 동일하게 하여 정

적 다짐법으로 성형하였다. 시료의 비중은 2.63이었다.

삼축시험시 셀 외부에서 측정된 축변형률의 오차를 줄이기 위해 내부 LVDT를 이용한 국부변위를 측정하였다(오세봉 등2000). 국부변위측정을 위한 시험장치는 시료의 양쪽에 설치된 현지위의 LVDT에서 변위가 측정이 되며, 시료의 양단에 정착오차(bedding error) 및 단부구속을 피하기 위하여 시료의 상하부에 20mm정도 이격시켜 설치하였다.

시료 성형 후, 시료를 포화 시키기 위해 배압(back pressure)을 가한다. 시료에 가해지는 구속압과 배압의 유효응력 차는 10kPa로 유지한다. 단계별로 일정한 시간이 경과한 후 배압을 증가시키는 방법으로 시료의 포화도를 증가시켜 일정수준의 포화도를 맞춘다. 다짐 시료의 경우에 배압만으로 포화시키기는 곤란하며 이산

화탄소 가스등을 이용한 방법을 병행하여 시도하고 있지만 본 연구의 자료에서는 시행되지 못하였다.

시료가 일정수준 포화도가 완료된 후 공기압을 이용하여  $K_0$ 압밀과정에 들어갔다.  $K_0$ 값은 예비실험을 참조하여 0.3으로 결정한 후  $K_0$ 압밀완료시 최종 응력값과 압밀 시간을 미소변형 삼축기를 제어하는 컴퓨터 프로그램에 입력시킨다. 압밀시 유효 체적응력 100, 200, 300 및 400kPa 정도를 받는 응력수준에서 실험을 수행하였으며, 각각의 구속압에 대해서 180분동안  $K_0$ 압밀을 수행하였다. 압밀후 초기 응력 및 간극비는 다음 표 3에 정리되어 있다.

압밀 완료 후 배수가 충분히 일어나도록 0.05%/min의 전단속도로 변형률을 제어하며 전단시험을 수행하였다. 전단과정이 진행되는 동안 축변형률 및 배수되는 간극수의 체적변화로부터 체적 변형률을 측정할 수 있었다.

모델계수 추정과정은 3절에서 소개한 것과 동일하며 계수는 표 4에 나타내었다. 이 때 제안된 기법뿐만 아니라 전통적인 회귀분석법에 의하여 입력계수를 산정하고, 각각에 대한 구성모델의 계산치를 구하였다. 이때 각각의 기법을 최적화기법(optimized method) 및 전통기법(traditional method)으로 명명하였다. 구속압이 400kPa 수준인 경우의 시험 결과는 여타 결과의 전반적인 경향에 부합되지 않는 경향이 있으므로 계수 추정과정에서는 제외하였고, 결과의 비교과정에는 포함하여 검증하였다.

그림 10에는 각각의 방법에 의해 추정된 한계상태 간극비 곡선들이 비교되어 있다. 구성모델에서 한계상태 간극비는 체적변형률이 일정한 상태로 파괴가 일어날

표 3. 풍화토 삼축시험의 압밀후 응력 및 간극비

구분	체적응력(kPa)	축차응력(kPa)	압밀간극비
100	98.7	125.0	0.247
200	191.0	267.0	0.244
300	282.0	412.0	0.238
400	382.0	543.0	0.236

표 4. 최적화 과정을 통하여 산정된 계수

TYPE	$\lambda$	$l$	$M$	$n$	$do$	$m$	$a$	$b$	$c$	$g_1^*$	$g_2^*$
optimized	0.70	0.16	1.67	12.06	1.94	4.28	0.20	3.26	0.27	135000	270
traditional	0.52	0.12	1.8	8.0	2.0	8.0	0.025	2.09	0.3		

\*최적화 과정에 적용되지 않은 계수,  $\nu = 0.3$

때에 정의되지만, 사질토의 경우에는 실험적으로 이러한 조건이 뚜렷이 나타나지는 않는다. 이로 인하여 전통기법에서는 시험 완료시 최종 변형률(축변형률 약 8%)에서 한계상태 간극비를 가정한 후, 그 때의 체적응력값에 대한 회귀분석을 통하여 관련 계수,  $\lambda$ 와  $l$ 을 결정하였다.

최적화기법은 시험결과와의 오차를 줄이는 계산된 거동에 상응하는 입력계수를 추정한다. 따라서 실험적으로 관찰된 거동 이후를 구성모델에 담겨진 개념에 따라 추정할 수 있었다. 그 결과 전통기법에 비하여 한계상태 간극비를 크게 추정하였다.

침투 강도를 나타내는 침투 응력비  $M^*$ 를 기술하기 위하여 식 (7)에서 보여지듯이 한계상태 정수  $M$ 과 계수  $n$ 값의 추정이 요구된다. 전통기법은  $\psi$ 와  $\eta$ 축에 나타나는 실험적 경로 상부에 수렴하는 곡선형태를 회귀분석하여 계수들을 결정된다. 이 때 상태변수  $\psi$ 는 한계상태 간극비를 산정한 후 구할 수 있다.

한편 그림 11에서는 최적화기법에 의해 산정된 한계상태 간극비를 적용하여  $\psi - \eta$  관계에서 실험적 경로를 재산정하였다. 이러한 실험적 경로는 최종상태에서조차 아직 한계상태에 도달되지 않는 것으로 나타났으며, 사질토의 실제 거동에서 한계상태가 관찰되기 어려운 점을 감안할 때 합리적이라고 판단된다. 결과적으로 최적기법이 전통기법에 비하여  $M^*$ 값을 보다 크게 산정

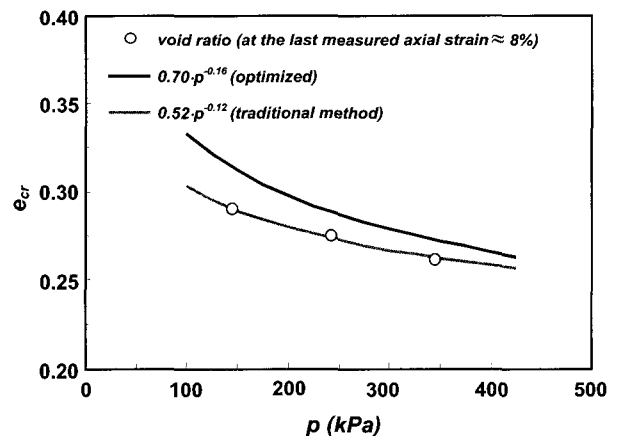


그림 10. 한계상태간극비의 비교

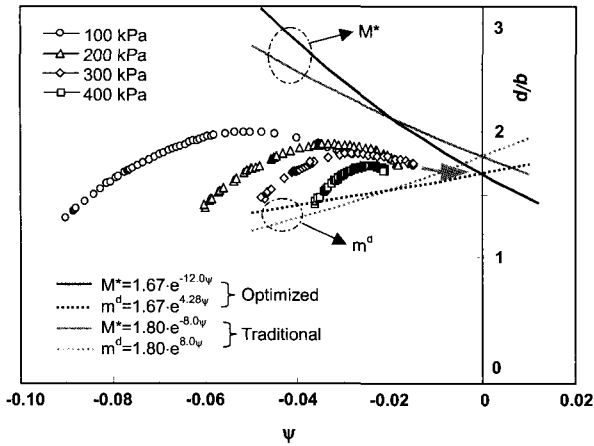
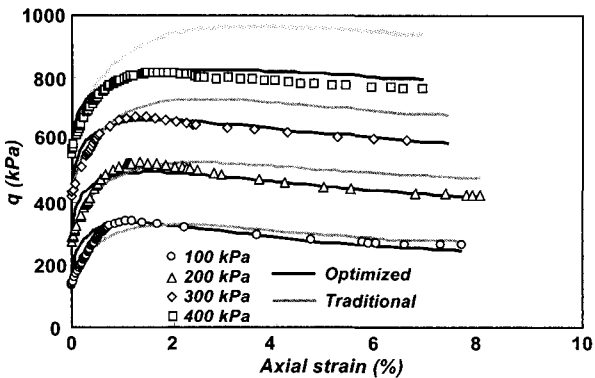


그림 11.  $q/b-\psi$  관계 비교

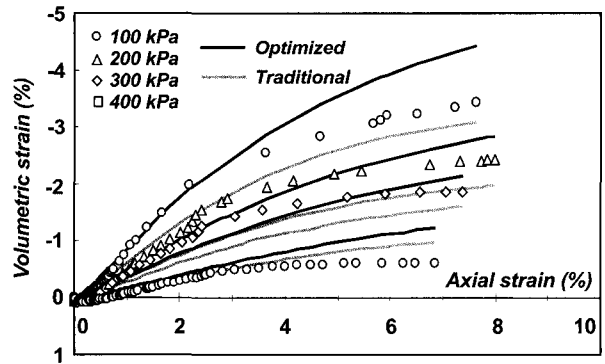
하게 되는 것으로 나타났다.

전통기법에서는  $\eta-\psi$  관계의 실험적 경로에서 체적 변형률이 압축에서 팽창으로 전환되는 부분의 궤적에서  $m_d$ 를 결정한다. 이러한 전환부가  $\eta-\psi$  축에서 뚜렷이 나타나지 않는 경우에는 체적변형률 관계나 간극비 경로로부터 전환되는 점들을 추적한 후  $\eta-\psi$  축에서 결정할 수 있다. 전통기법의 경우  $d_0$ 는 체적변형률의 크기와 관련된 것으로  $m$ 을 결정한 후 시행-오류(trial and error) 방식에 의하여 공학적인 판단으로 결정되었다. 최적화기법에서는  $d_0$ 값은 전통기법으로 구한 값과 거의 일치하게 추정되었다. 이에 반해  $m$ 값은 상당한 차이를 보이고 있다. 이는 전통기법에 따른 도출과정에서의 오차와 한계상태 간극비의 정의에서 나타난 차이로 인한 것으로 보인다.

표 4에 나타나 있는 탄성관계수,  $g_0$ 와  $g_1$ 값의 경우 시험결과와 응력-변형률 관계로부터 얻어진 최대전단 계수와 초기구속압의 관계로부터 구하였다.



(a) 응력-변형률 관계



(b) 체적변형률-축변형률 관계

그림 12. 풍화토의  $K_0$  압축 삼축시험 결과 비교

그림 12(a)에서는 축차응력-변형률 관계를 비교하였다(점은 실험치를 선은 모델치를 나타냄). 축차응력-변형률 관계에서는 전통기법에 따른 예측곡선이 실제 시험결과에 비해 응력을 과다하게 예측하였다. 이에 반해 최적화기법에 의한 예측곡선은 시험자료와 거의 일치하는 경향을 보였다. 이는 최적화기법에 의해 추정된 한계상태 간극비, 첨두응력비, 팽창율 함수들이 전통기법보다 실제 거동에 보다 적합한 값으로 사료된다. 실험치의 경우에는 구속압이 높을수록 응력-변형률 관계가 취성에서 연성으로 전이되는 거동을 보인다. 제안된 모델은 이러한 경향을 포함하여 전반적인 응력-변형률 관계를 매우 정확하게 예측하였다.

그림 12(b)에서는 축변형률에 따른 체적변형률의 변화를 나타낸다. 체적변화가 압축적이다가 팽창적으로 전환하는 경향을 정확하게 계산하였다. 또한 체적변형률의 크기를 대체로 정확하게 계산하였다. 전통기법에 의해 예측된 결과는 전체적으로 시험결과와 큰 차이를 보이고 있다. 전통기법에서 팽창율 계수 값  $m$ ,  $d_0$ 값이 규정된 회귀분석으로부터 명확히 도출하기 어렵기 때문인 것으로 판단된다. 이로 말미암아 다른 계수들의 추정정보보다 공학적인 판단을 더욱 필요로 하게 되며, 결과적으로 시험결과와 거동과 상당한 차이를 갖는 예측을 수행할 수 밖에 없다. 따라서 이러한 문제점을 해결하고자 모델계수 값들의 조합을 포괄적으로 추적하는 최적화 모델계수 추정기법이 매우 적합하다고 사료된다.

그림 12(b)에 나타난 일부 결과의 경우 최종 체적변형률이 다소 과대평가되었다. 이러한 결과는 제안된 구성 모델이 실제 거동을 표현할 수 있는 능력의 한계를 나타내는 것으로 보인다. 한편 그림 12(a)에서 보여지듯이 변형률 수준이 낮은 경우에는 계산치가 실제 응력을 과

대평가하는 경향이 나타난다. 이는 유전자 알고리즘에 의한 계수 추정과정에서 사용된 목적함수가 대략 0~10%에 해당하는 전체 축변형률 영역에서의 실험치와 계측치 간의 오차값으로 정의 되기 때문에, 대략 0.1% 미만의 미소변형률 영역의 거동은 목적함수 값에 충분히 고려되기 어렵다. 이러한 부분은 추가적인 연구를 통하여 개선해야 할 사항으로 판단된다.

## 5. 결론

본 연구에서는 사질토의 취성적 응력-변형률 관계와 전단시 체적팽창을 고려할 수 있는 구성모델을 제안하였다. 제안된 모델은 일반 등방경화규칙에 의거한 비등방 경화규칙을 적용하였으며 적절한 경화함수를 이용하였다. 항복면은 응력공간에서 원통형으로 나타나며 유동규칙은 팽창률을 이용하여 정의하였다. 또한 가상적인 침투응력비를 정의하여 취성적 응력-변형률 관계를 모델하는 것이 가능하였다.

제안된 모델의 경우 추정해야 하는 모델계수값들의 양이 많고 일부 중요 모델계수 값들은 상호간에 연동되어 있으므로, 이를 체계적으로 결정하기 위하여 실수형 유전자 알고리즘에 근거한 최적화 기법을 적용하였다. 이를 통하여 실험치와 계산치간의 오차를 최소화할 수 있는 제안된 구성모델의 입력계수값들을 획득할 수 있었으며, 얻어진 모델계수값들을 이용하여 구성모델을 검증한 결과를 다음과 같이 정리하였다. 풍화토시료에 대한  $K_0$  압밀 삼축시험을 수행하여 제안된 모델과 비교한 결과  $K_0$  압밀 시험에서 나타나는 취성적 응력-변형률 관계 및 체적의 팽창과 같은 실제 유효응력 거동을 합리적으로 모델하는 것이 가능하였다.

제안된 모델은 미소변형 영역의 거동을 표현할 수 있는 모델이지만 목적함수에서 0.1%미만의 변형률 수준

거동이 반영되기가 어려웠다. 추후 이러한 부분에 대한 보완이 필요하다.

## 감사의 글

본 연구는 과학재단 목적기초 연구과제 “전체 변형률 범위( $10^{-4} \sim 10\%$ )에서 풍화토 지반구조물 변형거동 평가를 위한 실험·해석 통합시스템 연구”의 일부로 재단의 연구비 지원에 감사드립니다.

## 참고 문헌

1. 박현일, 이승래 (2003), “장비하중을 받는 매립지 사면 차수 시스템 설계를 위한 유전자 알고리즘의 적용”, 한국지반공학회지, 제19권, 제6호, pp.99-106.
2. 오세봉, 권기철, 김동수, 정순용(2000), “미소변형률 및 대변형률 조건의 거동에 대한 비등방경화 탄소성 구성모델”, 한국지반공학회지, 제16권, 제1호, pp.65-73.
3. 오세봉, 박현일, 권오균 (2004), “사질토의 체적팽창을 고려한 비등방경화 구성모델: I. 정식화”, 한국지반공학회지, 제출중.
4. 이승래, 오세봉 (1995), “일반 등방경화규칙에 의거한 점토의 비등방 탄소성 구성모델”, 한국지반공학회지, 10권, 3호, pp.17-32.
5. Back, T. and Hoffmeister, F. (1991), “Extended Selection Mechanisms in Genetic Algorithms”, 4<sup>th</sup> Int. Conf. of Genetic Algorithm, San Mateo, California, USA, pp.92-99.
6. Been, K and Jefferies, M. B. (1985), “A State Parameter for Sand”, *Geotechnique*, 35, pp.99-112.
7. Jefferies, M. B. (1993), “Nor-Sand: A Simple Critical State Model for Sand”, *Geotechnique*, 43, pp.91-103.
8. Li, X. S. and Dafalias, Y. F. (2000), “Dilatancy for Cohesionless Soils”, *Geotechnique*, 50, pp.449-460.
9. Roscoe, K. H., and Burland, J. B. (1968), “On the Generalized Stress-Strain Behavior of ‘Wet’ Clay”, in *Engineering plasticity*, J. Heyman and Leckie(Eds.) Cambridge Univ. Press, Cambridge, pp.535-609.
10. Goldberg, D.E. (1989), “Genetic algorithms in search, optimization, and machine learning”, New York: Addison-Wesley.
11. Holland, J. J. (1975), *Adaptation in natural and artificial systems*, The University of Michigan Press.

(접수일자 2004. 5. 31, 심사완료일 2004. 7. 5)