대한수학교육학회지 <학교수학> 제 6 권 제 2 호
Journal of Korea Society of Educational Studies in Mathematics
School Mathematics Vol.6, No.2, 181-211. Jun 2004

독일의 수학 교육과정에 대한 고찰 - Nordrhein-Westfalen 주를 중심으로 -

정 영 옥*

본 연구는 최근 2000년대를 향한 세계 여러 나라의 수학 교육과정 개정의 결과들을 살펴봄으로써 우리나라 제 7차 수학 교육과정 개정 노력에 대한 반성적 고찰을 위한 기초 자료를 마련하는 데 그 목적이 있다. 이러한 목적을 달성하기 위하여 수학교육의 오랜 전통을 지녔으나 국내에 잘 알려지지 않은 독일의 수학 교육과정의 구성체제와 구성내용을 Nordrhein-Westfalen 주를 중심으로 구체적으로 살펴보고, 우리나라 수학교육과정과 그 특징을 비교하였다. 마지막으로 앞에서 살펴본 내용을 바탕으로 우리나라 수학교육과정의 발전적 고찰을 위한 시사점을 논하였다.

Ⅰ. 시작하며

국가의 교육과정은 전통적인 교육제도에 따라 독특한 체제와 내용을 갖추기 마련이다. 우리나라의 교육과정은 교수요목기부터 제 7차에 이르기까지 부단한 변화와 발전을 통하여 현재의 모습을 갖추게 되었다. 최근 우리나라는 제 7차 교육과정을 개정하고 실행하면서 이에 대한 평가와 더불어 좀더 발전적인 개선방향을 위한 노력을 기울이고 있다.

이러한 노력의 한 가지 방법으로 2000년대를 지향한 세계 여러 나라의 수학교육 개선을 위한 노력의 결실인 수학 교육과정을 새로운 관점에서 비교하는 일도 중요한 일이라 할 수 있을 것이다. 따라서 본 연구에서는 Klein을 비롯한 수학교육의 오랜 전통을 지닌 독일의 수학 교육과정을 고찰함으로써 우리나라 제 7차 수학 교육과정의 발전적 고찰을 위한 기초 자료를 마련하고자 한다.

독일은 연방공화국이지만 가장 늦게 통일된 국가 중의 하나로 중세 때부터 각 지역별로 존재해 온 독특한 교육제도들이 계속 변화하여 현재에 이르렀기 때문에, 독일의 국가 교육과정은 별도로 존재하지 않으며, 주마다 약간씩 차이가 있는 교육제도와 교육과정이 존재한다. 따라서 독일 교육과정의 전체적인 모습을 파악하는 것은 어려운 일이다. 그러므로 본 연구에서는 Nordrhein-Westfalen 주의 수학 교육과정을 중심으로 독일 수학 교육과정의 특징을 살펴보고자 한다.

이를 위해 우선 독일의 학교제도와 수학교사교육에 대해 먼저 알아보고, 수학 교육과정의 구성체제와 구성내용에 대해 구체적으로 알아본 후에 우리나라 수학 교육과정과 비교하여 그 특징을 고찰해 보고자 한다.

* 진주교육대학교(yochong@cue.ac.kr)

II. 독일의 교육제도와 수학교사

이 장에서는 교육과정과 밀접한 관련이 있는 교육제도와 수학교사교육에 대해 간단히 살펴보고자 한다.

1. 독일의 교육제도

독일은 연방공화국으로, 교육에 대한 모든 권한과 책임은 각 주 정부에 있다. 따라서 독일의 교육제도는 철저한 지방자치제로서 각 주를 중심으로 운영된다. 단 국가차원에서 주 상호간의 교육문제를 협의하기 위해서 주 문화교육부 장관 회의(Konferenz der Kultusminister der Länder)를 두고 있다(Vollrath, 1997; 홍종관, 1997).

독일의 교육제도는 전형적인 복선형이며, 의무교육은 6살에 시작하여 18세까지이다. 교육영역은 유아교육, 초등교육, 중등교육 I, 중등교육 II, 제 3 영역, 평생교육으로 나눌 수 있

<표 II-1> 독일의 교육제도(자료: Sekretariat der ständigen Konferenz der Kultusminister der Länder in der Bundesrepublick Deutchland, Dokumentations-und Bildungsinformationsdienst(2002))

영역						연령	학년
영역	Weiterbuilding 일반, 직업, 학업 평생교육						
제 3 영역					Promotion박사학위 Berufsqualifizierender Studienabschuluss 직업자격 학업 졸업 (Diplom학사, Magister석사, Staatsexamen 국가시험; Bachelor학사, Master석사		
제 3 영역				Diplom 학사	Universität 대학 Technische Universität 공과대학 Technische Hochschule 공과전문대학 Pädagogische Hochschule 교육대학 Kunsthochschule 예술대학 Musikhochschule 음악대학 Fachhochschule 전문대학 Verwaltungsfachhochschule 행정전문대학		
제 3 영역	직업 후속교육 졸업	일반대학 입학자격		Berufs- akademie 직업 아카데미			
	Fachschule 전문학교	Abendgymnasium야간김나지움 Kolleg콜렉					
				교과전문대학입학자격	일반대학 입학자격		
중등교육 II	직업자격졸업	전문대학입학자격		Berufsoberschule 상급직업학교	Gymnasialle Oberstufe 여러 김나지움 상급단계	19 18 17 16	13 12 11
중등교육 II	Berufsabbildung in Berufsschuke und Betrieb (산학협동의 직업교육) 이중구조	Berufsfachschule 직업전문학교	Fachoberschule 상급전문학교				
중등교육 II	Berufsgrundbildungsjahr					15	10
	중등학교 졸업(Realschule: 의무교육시작 10년후/Haupeschule: 의무교육시작 9년후)						
중등교육 I		10학년				16	10
중등교육 I	Sonderschule 특수학교	Hauptschule 하우프트슐레	Realschule 레알슐레	Gesamtschule 종합학교	Gymnasium 김나지움	15 14 13 12	9 8 7
중등교육 I		Orientierungsstuffe 진로모색단계				11 10	6 5
초등교육	Sonderschule 특수학교	Grundschule 초등학교				9 8 7 6	4 3 2 1
유아교육	Sonderkinder-garten 특수유치원	Kindergarten 유치원				5 4 3	
						연령	학년

다. 그러나 각각의 학교유형은 주마다 약간의 차이가 있다(곽노의, 1994; Vollrath, 1997; 한국교육과정평가원, 2000). 이를 정리하면 <표 II -1>과 같다.

유아교육 영역은 유치원과 특수유치원으로 3년의 교육기간이 있지만 의무교육은 아니다. 초등교육 영역은 초등학교(Grundschule)와 특수학교(Sonderschule)로 교육기간은 일반적으로 6살에 입학하여 1학년에서 4학년까지 4년제이지만, Berlin과 Brandenburg는 1학년에서 6학년까지 6년제이다. 초등학교 기간을 마치고 나면 중등학교로 진학하게 되는데, 어느 학교로 진학하는지는 학교장이 의장이 되는 학급담임회의를 거쳐 학급담임의 의견과 학생의 성적을 중심으로 결정한다. 학급담임회의의 결정에 부모가 동의하지 않는 경우에는 이의를 제기할 수 있다.

중등교육 I 영역은 김나지움(Gymnasium), 레알슐레(Realschule), 하우프트슐레(Hauptschule), 종합학교(Gesamtschule), 특수학교의 5학년에서 9학년 또는 10학년까지의 과정이다. 김나지움은 인문교육을 담당하며 장차 대학에 진학하여 학문이나 직업교육을 계속하기 위한 준비를 한다. 레알슐레는 5학년에서 10학년까지, 하우프트슐레는 5학년에서 9학년까지의 과정을 거쳐 졸업하는데, 이후에는 전문학교나 직업학교에 진학하여 일련의 직업과정을 거쳐 직업에 종사하게 된다. 종합학교는 한 울타리에 김나지움, 레알슐레, 하우프트슐레가 같이 공존하는 학교로 세 학교유형이 독립된 형태로 운영되는 경우도 있고, 단지 독일어, 외국어, 수학과 같은 주요 교과과정만 다르게 배우고 다른 교과들은 공동으로 배우는 통합된 형태로 운영하는 주도 있다.[1] 일반적으로 5학년 이후부터는 진학의 길이 결정되지만, 원하는 경우에는 레알슐레나 하우프트슐레를 졸업한 학생도 대학으로 가는 길이 열려 있다. 예를 들면 레알슐레를 졸업한 학생은 김나지움 상급반으로 진학할 수 있고, 하우프트슐레를 졸업한 학생은 상급직업학교를 거쳐서 전문대학으로 진학하거나 콜렉(Kolleg)을 거쳐 대학수학능력시험을 치른 후에 대학에 진학할 수 있다(곽노의, 1994, 한국교육과정 평가원, 2000). 2001년도 독일의 김나지움, 종합학교, 레알슐레, 하우프트슐레의 진학률은 29.5%, 8.9%, 24.4%, 22.7%이다(KMK, 2003). 김나지움과 종합학교에서는 10학년 때 종합적인 평가를 거쳐 지금까지의 교육과정을 계속하여 대학에 진학할 것인지 아니면 직업교육과정으로 전환할 것인지를 결정한다(곽노의, 1994).

중등교육 II 영역은 김나지움 상급단계(Gymnasium Oberstufe), 종합학교 상급단계(Gesamtschule Oberstufe), 상급직업학교((Berufsoberschule), 상급전문학교(Fachoberschule), 직업전문학교((Berufsfachschule), 직업학교(Berufsschule)와 기업의 직업교육, 전문학교(Fachschule)가 있다. 김나지움과 종합학교의 상급단계는 대부분 13학년, 일부 주에서는 12학년에 대학수학능력시험(Abitur)을 거쳐 대학에 진학하는 자격을 획득하게 된다. 18세 이전에 일반학교를 졸업하는 학생들은 직업학교 과정 또는 전문학교 과정을 다녀야 한다(Vollrath, 1997). 직업학교 과정은 두 가지로 우선 하나는 직업학교와 기업의 산학협동으로 직장을 다니면서 직업학교에서 교육을 받는 것이다. 다른 하나는 직업전문학교에서 전일제 수업을 받는 것이다. 직업학교 과정의 목표는 직업에서 요구하는 일반적인 지식과 전

1) Griesel(1995)에 의하면 이러한 학교가 탄생된 배경에는 서로 다른 유형의 학교에서 교육을 받은 학생들의 사회적 통합이 적절히 성공하지 못하였다는 것과 자녀들을 김나지움과 실업학교에 보내려는 학부모들의 수가 계속 증가하고 있다는 사실에 기인한 것이다.

문적인 지식을 전달하는 것이다(곽노의, 1994). 전문학교나 상급전문학교는 상업이나 공업 분야에서 몇 몇 특별한 중간수준의 직업을 위한 준비 과정이다. 갖추어야 할 조건은 학생들이 전문학교에 입학하기 전에 약간의 일을 해 본 경험이 있어야 하고, 상급전문학교에 입학하기 위해서는 레알슐레를 졸업해야 한다(Vollrath, 1997).

2. 독일의 수학교사

가. 교사의 지위

Vollrath(1997)에 의하면 독일의 수학교사는 다소 높은 사회적 지위를 지닌다. 이는 한편으로는 수학교과에 대한 사회적 평가에 의해, 다른 한편으로는 공무원으로서의 지위에 대한 인식 때문이다. 수학교사가 되기 위해서는 두 개의 국가시험을 포함하여 교사 훈련의 첫 번째 단계인 대학에서의 5-6년간의 예비훈련과 두 번째 단계인 2년간의 실습학교 기간을 거쳐, 자신이 선택하고 국가가 정한 한 가지 유형의 학교에 지원을 하여 취직하게 된다. 이때 수학교사는 어떤 유형의 학교에 근무하든지 아주 상당한 자율과 자유를 가진 전문직을 시작하게 된다. 현직교사는 국가의 공무원으로서 높은 보수를 받으며 정년을 보장받는다.

수학교사는 국가가 정한 교육과정을 준수해야 하지만, 교육과정은 실제로는 수업을 위한 안내서의 역할만을 한다. 교과서는 교육과정과 밀접한 관련을 가지면서 교육과정에서 요구하는 바를 구체화하고 이에 대한 설명을 제시해야 한다. 수학교사는 학교 동료들과 같이 여러 교과서 중학생들에게 가장 적합한 것을 선정하거나 교사 자신이나 동료들과 같이 직접 만든 교수자료들을 사용한다. 또한 수학교사는 자신의 교수 스타일, 숙제, 구술 또는 필기학급활동에 점수를 부여하는 방법뿐만 아니라 학생들의 학년 진급을 결정하며, 몇 몇 주[2]를 제외하고는 학생들의 성취를 평가하고, 학교와 교사중심의 평가방법으로 자신의 교수를 평가하는 책임을 가진다. 수업시수는 인문계 중등학교에서는 1주일에 약 24시간, 실습학교와 초등학교와 같은 중등학교에서는 약 28시간으로 일반적으로 그 사이로 정해져 있다(Vollrath, 1997).

나. 예비교사 교육

독일의 교사교육과정은 교과학습과정과 학교실습과정의 두 부분으로 나뉘며, 교과학습과정은 어느 학교유형의 교사가 되느냐에 따라 약간 차이가 있다. 교과학습영역은 교과, 교과교육, 교육학기초 및 간단한 수업실습으로 이루어지며, 첫 번째 교사자격시험에 합격한 다음에 수습교사로서 학교실습과정에 참여하고 나서 두 번째 교사자격시험을 본 후에 정식 교사가 된다(곽노의, 1994).

수학교사가 되기 위한 교과학습과정부터 살펴보면 학생들은 수학, 수학교육학, 교육학과 사회학, 부전공 수업과 수업실습을 마쳐야 한다(Vollrath, 1997).

우선 수학과 관련된 교과를 살펴보면 일반적으로 미래의 중등학교 수학교사를 위한 대학교육은 일반 수학과와 다르지 않다. 의무 수업시간 45-72 아니면 학기 시간수의 10분의 9까지 수학을 배우는 데 할애된다. 초등교사들은 별도의 과정이 있는 경우에 산술, 대수, 기하, 측정, 생활산술 등에서 선택된 주제들에 한정된 좀더 특수한 수학교육을 받는다. 그 내용을 살펴보면 처음 4-5학기는 해석학, 선형대수, 수치

2) Bavaria, Baden-Württemberg, Saxony와 같은 주에서는 졸업년도에 주 정부가 주관하는 시험을 보고, 교사들의 교수나 채점에 많은 통제를 한다.

해석 등의 기초를 학습한다. 이러한 것들을 이수한 다음 중간시험을 치른 후에 주요 교육과정을 시작하게 된다. 이 기간의 4-5학기 동안 학생들은 복소해석학, 대수와 수론, 논리, 기하학과 위상수학, 확률론, 컴퓨터 수학에의 입문에 대한 강의를 듣고 연습을 한다. 전공분야와 심화수업의 내용은 고급 복소해석학, 미분방정식, 함수해석, 미분기하학과 고급 위상수학, 확률과 통계 등이 될 수 있다. 전반적으로 순수수학이 응용수학보다 우세하다. 학생들은 강의와 연습시간 외에 연구에 점진적인 참여를 유도하는 세미나에 참석하도록 기대된다. 거의 모든 대학에서 필기시험과 더불어 수학적 주제에 대한 에세이 숙제 및 수학연습이 의무적이다. 또한 대부분 학교수학과는 거의 연결성이 없다.

수학교육학 수업은 교사들을 위한 수업 프로그램에 포함되지 않을 수도 있고 일반적으로 시험을 보지 않는다. 수학교육학 수업이 필수가 아닌 주고 있고, 16학점까지 학점을 인정하는 주도 있다. 수학교육학은 입문, 개론 강의, 또는 문제들에 대한 세미나 과정을 들은 후에 특별한 주제에 대한 기본 교과과정이 따른다. 이는 '학교에서의 대수'와 같이 교과 내용 지향적이거나 '교과서 사용법', '학교에서의 수학응용'과 같은 좀더 일반적인 내용들이다. 수학수업을 분석하고 계획하는 세미나는 학생들에게 학교에서의 수업실습기간을 위한 준비를 시킨다. 주요 세미나는 수학교육 분야의 연구에 참여하도록 하는 것인데, 학생들이 맡은 연구 과제들에 대한 지필 보고서를 요구하기도 한다. 가장 공통적인 주제들은 수학교육사, 학교교과로서의 수학, 수학교수학과 수학의 관계, 수학적 개념의 발달, 수학 교수 학습이론과 여러 측면, 수학교육에서의 평가, 수학의 선택된 주제에 대한 교수학 예를 들면 대수 교수학, 기하 교수학, 확률과 통계 교수학 등이 있다.

교육학과 사회학의 수업은 일반적으로만 기술되어 있고 각 대학에서 다루는 내용에는 많은 차이가 있다. 학점의 수도 20학점에서 32학점까지 상당히 다양하다. 교육학과는 보통 모든 교과의 예비교사들에게 같은 교육과정, 세미나, 강의 등을 제공한다. 그 내용을 살펴보면 교육, 일반교육학, 방법론 지도 등이 있다. 그 외에도 교육학이론, 교육공학의 개념과 방법, 교육의 철학적 · 인류학적 기초, 인지심리학과 학습이론, 이주와 문화적 변화, 교육체계와 교육정책의 역사, 사회화와 사회적 제도로서의 학교, 일반교육학과 교과교육학, 교육과정 개발과 수업, 진단, 평가, 교수를 위한 특별 자료 등의 교과목이 있다. 일부 수업 프로그램은 실습연구를 필요로 하는데, 즉 실습단계의 방향을 안내하는 교육학자나 실습단계의 직접적인 지도를 맡은 교수학자의 감독 하에 학교에서 정한 기간 동안 몇 차례의 관찰과 수업을 해야 한다.

중등학교 예비교사들은 거의 부전공 수업을 들어야 하는데 수업시수는 수학과 거의 비슷하다.

학교실습과정에 대해 알아보면, 예비교사들은 필수시간이 많지는 않지만 한 학교에서 2년 동안 지내면서, 주 정부가 지급하는 약간의 봉급을 받으며, 경험 많은 교사들의 지도 하에 실습학교에서 실습하고, 3주마다 운영되는 주의 관할교육청이 주관하는 세미나에 참석한다. 주 세미나는 모든 예비교사들에게 미래의 전문적인 상황에 대한 통합된 관점을 제공하려고 시도한다. 또한 학과와 관련된 세미나에서는 전문적인 수학교사들이 수학을 가르치는 것과 관련된 실제적인 문제들을 언급할 수 있다. 경험 많은 수학교사들은 성공적인 실습을 일반화하여 이론화함으로써 수학 교수가 무엇을 의미

하는지에 대한 이해를 돕는다. 그들은 교수의 기준, 좀더 구체적으로 수업 모델을 제시함으로써 초보 수학교사들이 수학교육이 실제로 무엇인지를 이해하는 데 많은 영향을 미친다.

지금까지 살펴본 바와 같이 우리나라의 교육제도는 의무교육인 중학교까지는 동일한 교육과정을 거치고 고등학교 진학 시에 진로를 정하고 나중에 대학 진학을 위해 진로를 바꿀 경우에는 대부분 개인적으로 해결해야 하는 반면, 독일의 교육제도는 6세에서 18세까지가 의무교육이며 학생들의 적성을 일찍 발견하여 개발할 수 있도록 되어 있고 이에 대한 판단이 적절치 않거나 학생들이 원하는 경우에는 진로를 바꾸어 진학할 수 있는 다양한 가능성을 국가에서 제도적으로 마련하고 있다. 또한 우리나라의 일반적인 교사교육 기간은 4년이고 한 번의 국가시험을 통해 선발되는 것에 비해, 독일의 수학교사는 최소한 4년의 이론교육과 2년의 실습교육을 통해 양성되며, 두 번의 국가시험을 거쳐 선발되어 교육 전문가로서의 확실한 자율권과 권위를 보장받으면서 사회적으로 만족할만한 대우와 자부심을 가지고 있다고 할 수 있다.

III. 독일의 수학 교육과정

이 장에서는 지금까지 독일 수학 교육과정의 개정이 이루어진 배경과 그 방향을 간략히 개관하고, Nordrhein-Westfalen 주를 중심으로 현행 독일 수학 교육과정의 구성체제와 구성내용을 살펴보며, 우리나라 교육과정과 관련하여 그 특징을 고찰하고자 한다.

1. 독일의 수학 교육과정의 개정

독일에서의 수학교육과정의 변화는 세계적인 변화의 추세에 따라 수학교육개혁 운동, 현대화 운동, 기초 기본으로의 복귀 운동 등의 영향을 받아 이루어졌으나, 국가차원의 교육과정이 아니라 각 주마다 서로 다른 교육과정안을 제시하고 있다. Vollrath(1997)를 중심으로 독일의 수학교육과정의 변화와 그 현황을 살펴보면 다음과 같다.

19세기에 김나지움에서의 수학교육은 일반적인 인간교육을 주된 목표로 하였다. 순수수학과 그 형식주의가 응용보다 훨씬 중요하였다. 반면, 산술은 그 응용의 실제적인 측면을 포함하여 독일어 교과와 더불어 국민학교(Volksschule)[3]에서의 두 가지 핵심 주제였다.

Felix Klein의 영향을 받아 1905년에 Merano 회의에서는 수학교육 특히 함수적 사고, 발생적 교수 구조, 순수수학과 응용수학의 통합과 관련하여 몇 가지 새로운 안내지침을 설정하였다. 김나지움에서는 1925년의 교육과정에 부분적으로 구체화되었다.

1960년까지의 수학수업은 기독교식의 보수적 교육을 강조하였기 때문에 상당히 감소되어 있었다. 그 당시 미국에서는 스푸트니크 쇼크에 자극을 받아 수학 교수를 개선하기 위한 장기 프로그램을 시작하였다. 따라서 1961년과 1964년의 OECD 권고에 영향을 받아 학교수학을 강조하는 것에 관한 논의가 시작되었다.

이에 영향을 받아 교사들의 모임인 수학수업과 과학수업 개선을 위한 독일협회(MNU: Deutcher Verein Zur Förderung des mathematischen und naturwissenschaftlichen Unterrichts)가

3) 이 국민학교(Volksschule)가 1964년에 폐지되고 대신 앞에서 설명한 초등학교(Grundschule)로 대치되었다. 이는 국민학교는 주로 대중교육을 위한 실습학교였으나 그 이후로 시대에 맞는 학문적이고 지적인 교육을 실시해 나가기 위해 이러한 변화를 시도하였다.

1965년 Nürnberg 교육과정을 정하였다. 그 의도는 학교에 현대수학을 도입함으로써 학교와 대학 사이의 간격을 메우고자 하는 것이었다. 따라서 집합, 구조, 사상, 논리적 개념이 수학교수에 도입되었다. 동시에 실업학교의 목표가 논의되어서 산술과 실제적인 응용에 대한 교수가 좀더 수학적인 교육으로 대치되었다. 첫 번째 단계로 초등대수가 도입되었다.

1968년에 수학교육에서 가장 중요한 변화가 일어났다. 독일연방공화국 문화교육부 장관 상임회의(KMK: Ständige Konferenze der Kultusminister der Länder in der Bundesrepublik Deutchland)는 일반 교육학교에서 '수학교육의 현대화에 관한 권고안과 안내지침'을 통과시켰다. 다음 4년 동안, 각 주는 1968년의 안내지침에 따라 모든 학교유형의 교육과정을 개정해야 했다. 이는 본질적으로 수학의 중요성에 관한 일반적인 진술이었다. 지난 수 십 년 간 수학에서의 진보와 과학, 경제학, 사회에 중요한 분야들에서 현대 수학적 사고의 응용은 수업을 현대화할 필요성을 증대시켰는데, 이러한 결과들 중의 하나로 집합, 사상, 구조들과 같은 개념이 모든 적절한 주제들 내에서 기본적인 아이디어들로 표현되어야 한다는 것이었다.[4)]

1976년에 이러한 특수한 결과들을 상당히 감소시킨 몇몇 개정안들이 만들어졌다. 1970년대에 각 주는 이러한 안내서들을 수학 교육과정으로 변환하려고 노력하였다. 각 주는 독립적으로 일하였기 때문에 10개의 주가 모두 다른 결과들을 가져왔다. 몇 가지 항목들은 각 주의 정부에 의해 인정되지 않았고 몇몇 주제들은 서로 다른 학년에 도입되었다.

다음으로는 1988년에 제시된 권고안이다. 이 권고안은 세 가지 유형의 학교들 사이의 차이점 때문에 제안된 것이다. 몇 몇 주, 예를 들면 Hessen 주 등은 모든 학교들을 위한 공통된 교육과정을 만들고 낮은 수준의 학교들은 공통교육과정의 수준을 약간 낮추어 지도하게 하는 간단한 언급만 포함하고 있지만, 일반적으로 학교유형에 따라 서로 다른 교육과정을 제시하고 있었다. 이러한 차이를 해결하기 위해 교사들의 모임인 수학과 과학수업 개선을 위한 독일협회(MNU)는 수학수업을 위한 새로운 안내지침의 개발을 시작하게 하였다. 이 안내지침은 원래 모든 유형의 학교들을 위해 계획되었으나, 결국은 근본적으로는 김나지움을 위한 안내지침만 마련되었다. 핵심내용은 수학교육을 위한 핵심적인 아이디어와 목표에 관한 목록으로, 5학년부터 최종학년까지의 교육과정을 개정하는 계기가 되었다. 1968년의 KMK 안내서 및 권고안과 비교해보면, 수학의 구조적 측면들이 현저하게 줄어들었다. 집합과 관계는 더 이상 언급되지 않는다. 1991년 독일의 통일 이후에 새로운 주들은 그들의 교육제도를 조직하고 새로운 교육과정을 개발해야만 하였다. 그러나 수학교육에서 새로운 교육과정을 개발하는 것은 큰 문제가 아니었다. 그 이유는 내용상의 차이점은 신정부와 구 정부 사이에 그다지 현저하지 않았고, 이전에 동독에서 지도되지 않았던 것은 주로 확률과 통계였다.

마지막으로 1994년 KMK 회의 및 대학교의 총장 협의회의 담화에서 그리고 학교와 교육에 관심 있는 사회적 논의에서 이후의 개발 방향이 제시되었다(MSWWFLNW, 1999). 그 핵심적인 내용은 김나지움 중등단계 II의 일반교양교육의 심화, 즉 예비학문을 위한 기초형성과 사회적 능력의 개발, 학업과 직업을 위한 중요한 능력의 신장, 장기적인 관점에 의한 학습과정,

4) Griesel(1995)에 따르면 이러한 변화가 독일 수학교육과정의 변화에 가장 많은 영향을 미친 것이었다.

통합교과활동과 복잡한 구조에 대한 사고 등이다.

독일 각 주에서 시행되고 있는 초등학교와 김나지움 중등단계Ⅰ, Ⅱ를 위한 학교급별 최근 수학교육과정은 <표 Ⅲ-1>과 같다(Bussmann, Schbring & Thiemann, 2000; KMK Lehrplan Datenbank, 2003).

이를 살펴보면, 최근에 모든 학교급별 교육과정이 개정된 주도 있지만, 1980년대, 1990년대, 2000년대의 교육과정이 공존하고 있는 주도 여러 개 있다. 따라서 독일에서의 수학 교육과정의 개정은 공통되는 주기를 찾기가 어려우며, 최소한 10년 이상의 기간이 걸리는 것으로 보인다. 우리나라의 경우는 광복 이후로 세계적인 수학교육의 흐름에 맞추어 수학 교육과정의 개정이 이루어져 왔는데, 이는 모든 학교급별에 걸쳐 동시에 이루어진다. 교수요목기에서 제 7차 교육과정까지 교육부 고시 연도를 살펴보면, 교수요목기 1946년, 제 1차 1955년, 제 2차 1963년, 제 3차 1974년, 제 4차 1981년, 제 5차 1987년, 제 6차 1992년, 제 7차 1997년이다(교육부, 2001). 이를 보면 1980년대 이후로는 개정 주기가 5년 정도로 상당히 짧음을 알 수 있다. 한편 독일의 경우는 교육과정의 주기는 상당히 길지만, 교과서는 필요할 때마다 계속 개정되고 있음을 볼 때, 우리나라의 경우도 교육과정과 교과서를 동시에 전면적으로 개정하기보다는 장기적인 교육과정 내에서 교과서를 계속 수정·보완해 가는 것도 수학 교육과정의 개정을 위한 한 가지 방법으로 생각해 볼 수 있다.

<표 Ⅲ-1> 독일의 초등학교와 김나지움을 위한 현행 수학 교육과정(2003년 기준)

주	발행년도	교육과정	출판사
Baden-Wüttemberg	1994 2001 1999 1994	Bildungsplan für die Grundschule. Mathematik Bildungsplan für das allgemein bildende Gymnasium mit achtjärigen Bidungsgang, Klassen 5-10 Bildungsplan für das Gymnasium. Lehrplan Mathematik. Klasse 9 bis 11 Bildungsplan für das Gymnasium. Mathematik. 12-13	Villingen-Schwenningen: Neckar-Verlag
Bayern	2001 1991	Lehrplans für die bayerischen Grundschulen. Mathematik Lehrplan für das bayerische Gymnasium, Fachlehrplan für Mathematik (5-10, 11-13)	München: R.Oldenburg Graphische Betriebe München:Kommunalschriften-Verlag
Berlin	1987 1987 1996 1995	Rahmen für Unterricht und Erziehung in der Berliner Schule. Grundschule Klassen 1-6; Fach Mathematik Rahmenpläne für Unterricht und Erziehung in der Berliner Schule, Mathematik Sekundarstufe I Rahmenpläne für Unterricht und Erziehung in der Berliner Schule, Mathematik Wahlpflichtunterricht Gymnasium 9-10 Rahmenpläne für Unterricht und Erziehung in der Berliner Schule, Mathematik Gymnasium Oberstufe	Berlin: Weinert Neuwied: Hermann Luchterhand Verlag
Brandenburg	1991 2002 1992	Rahmen Mathematik Grundschule Rahmenlehrplan Mathematik, Sekundarstufe I. Rahmenplan Mathematik, Gymnasiale Oberstufe, Sekundarstufe II.	Brandenburgische Universitätsdruckerei Berlin: Wissenschaft & Technik Verlag
Bremen	2001 2001 2000	Rahmenplan fur die Primarstufe Mathematik, Rahmenplan fur die Sekundarstufe I. Mathematik, Rahmenplan fur die Sekundarstufe II, Gymnasiale Oberstufe.	Bremen : Landesinstitut fur Schule,
Hamburg	1982 1990 1990	Lehrplan Mathematik in der Grundschule Lehrplanrevision Gymnasium, Sekundarstufe I, Lehrplan Mathematik Lehrplanrevision Sekundarstufe II, Lehrplan Mathematik fur die gymnasiale Oberstufe	Hamburg: Behorde fur Schule, Jugend und Berufsbildung

Hessen	1995 2002 2000	Rahmenplan Grundschule, Teil B: Plane der Facher/Lernbereiche. Mathematik. Lehrplan fur den Bildungsgang Gymnasium. Mathematik Lehrplan gymnasiale Oberstufe, Aufgabenfeld III: Mathematik.	Hannover: Schroedel Verlag Wiesbaden: Hessisches Landesinstitut fur Padagogik Hannover: Schroedel Verlag
Mecklenburg-Vorpommen	1996 2001 2002 1999	Rahmenplan Grundschule Mathematik. Erprobungsfassung Rahmenplan Orientierungsstufe und Jahrgangsstufen 5 und 6 der integrierten Gesamtschule Rahmenplan Mathematik, Gymnasium, Integrierte Gesamtschule, Jahrgangsstufen 7 - 10, Erprobungsfassung 2002 Rahmenplan Gymnasiale Oberstufe, Mathematik, Jahrgangsstufen 11 bis 13, Erprobungsfassung	Schwerin: Marktbuchhandlung Schwerin Roggentin: adiant Druck Roggentin Schwerin: Marktbuchhandlung Schwerin
Niedersachsen	1984 1989 1989 1991	Der Niedersächsische Kultusminister Mathematik. Rahmenrichtlinien für die Grundschule Rahmenrichtlinien fur die Orientierungsstufe, Mathematik Rahmenrichtlinien fur das Gymnasium, Klassen 7-10, Mathematik Rahmenrichtlinien fur das Gymnasium, Gymnasiale Oberstufe, Mathematik	Hannover: Schroedel
Nordrhein-Westfalen	1985 1993 1999	Mathematik. Richtlinien und Lehrpläne für Grundschule in Nordrhein-Westfalen Richtlinien und Lehrplane fur das Gymnasium, Sekundarstufe I, in Nordrhein-Westfalen, Mathematik Richtlinien und Lehrplane fur die Sekundarstufe II, Gymnasium,Gesamtschule, in Nordrhein-Westfalen, Mathematik.	Frechen: Ritterbach Verlag
Rheinland-Pfalz	1984 1988 1984 1998	Lehrplan Mathematik Grundschule Lehrplan Mathematik, Orientierungsstufe - Hauptschule, Realschule, Gymnasium -. Lehrplan Mathematik (Klassen 7-9/10), Hauptschule, Realschule, Gymnasium Lehrplan Mathematik, Grund- und Leistungsfach, Jahrgangsstufen 11 bis 13 der gymnasialen Oberstufe (Mainzer Studienstufe)	Pfalz: Sommer Druck und Verlag Worms: Heinrich Fischer Rheinische Druckerei
Saarland	1990 1984 1989 1987 1980 1981	Lehrplan Mathematik. Grundschule Klassenstufen 1-4 Lehrplan fur die Klassenstufen 7 und 8 - Gymnasium - Mathematik Lehrplan Mathematik, Gymnasium Klassenstufen 9 + 10 Lehrplan Mathematik, Gymnasium, Klassenstufe 11 Vorlaufiger Lehrplan - Gymnasium - Mathematik, Grundkurs. Fur die Klasse 12, 1/2. Halbjahr Vorlaufiger Lehrplan - Gymnasium - Mathematik, Leistungskurs. Fur die Klasse 12, 1/2. Halbjahr.Vorlaufiger Lehrplan - Gymnasium - Mathematik, Grundkurs/Leistungskurs. Fur die Klassenstufe 13/1.	Dillingen/Saar: Krüger Ministerium fur Bildung, Kultur und Wissenschaft
Sachsen	1992 2001	Lehrplan Grundschule Mathematik Klassen 1-4 Lehrplan Gymnasium, Mathematik, Gewichtete Fassung, Klassen- und Jahrgangsstufen 5 - 12	Dresden: Sachsisches Druck- und Verlagshaus
Sachsen-Anhalt	1993 1997 1999	Rahmenrichtlinien Grundschule Mathematik Rahmenrichtlinien Sekundarschule: Forderstufe, Mathematik Rahmenrichtlinien Gymnasium/Fachgymnasium, Mathematik(7-10, 11-13)	Magdeburg: Druckerei and Verlag Halle: Druckerei H. John
Schleswig-Holstein	1997 1997 2002 2002	Lehrplan Grundschule Lehrplan fur die Sekundarstufe I der weiterfuhrenden allgemeinbildenden Schulen - Hauptschule, Realschule,Gymnasium, Gesamtschule -, Mathematik Lehrplan fur die Sekundarstufe II, Gymnasium, Gesamtschule, Mathematik Lehrplan fur die Sekundarstufe II, Fachgymnasium, Mathematik	Glückstatt:Glückstädt er Werkstätten
Thuringen	1999 1999	Lehrplan fur die Grundschule und fur die Forderschule mit dem Bildungsgang der Grundschule Lehrplan fur das Gymnasium, Mathematik(5-10, 11-12)	Saalfeld: Satz + Druck Centrum

2. 독일 수학 교육과정의 구성체제와 구성내용

이 절에서는 Nordrhein-Westfalen 주를 중심으로 초등학교, 김나지움 중등단계 Ⅰ, 김나지움 중등단계 Ⅱ를 위한 수학 교육과정의 구성체제와 구성내용을 알아보고자 한다(MSWWFLNW, 1996, 1999, 2000a, 2000b).

가. 독일 Nordrhein-Westfalen 주 수학 교육과정의 구성체제

독일의 경우는 주마다 교육과정의 형태가 다른데, Nordrhein-Westfalen 주에서는 학교급별로 각 교과에 대한 교육과정이 마련되어 있다. 그러나 초등학교, 김나지움 중등단계 Ⅰ, 김나지움 중등단계 Ⅱ를 위한 수학과 교육과정(MS-WWFLNW, 1996, 1999, 2000a)은 모두 공통적으로 안내지침(Richtlinien)과 수학 교육과정(Lehrplan Mathematik)의 두 부분으로 이루어져 있다.

우선 안내지침의 하위 내용을 학교급별로 살펴보면 초등학교는 초등학교의 과제, 학교 생활의 출발 단계로서의 초등학교, 교육적 수업, 학습과 성취, 학교 생활, 지도방침과 교육과정의 실행, 김나지움 중등단계 I 은 과제와 목표, 교수와 학습, 교육과정 구성, 학교생활의 구성, 학교 프로그램, 김나지움 중등단계 Ⅱ는 과제와 목표, 제한조건, 학습과 교수의 원리, 구성과 조직, 학교 프로그램으로 구성되어 있다. 이와 같이 학교급별 안내지침은 약간씩 차이는 있지만, 각 학교급별 과제, 교수·학습원리, 교육과정 구성, 학교 프로그램, 지도방침과 교육과정의 활용부분 등으로 구성되어 있다고 할 수 있다.

수학 교육과정과 관련해서 하위 내용을 학교급별로 살펴보면 초등학교는 교과의 과제와 목표, 수학수업 영역, 응용지향과 구조지향, 수업구성의 기본원리, 학년별 내용의 개관, 김나지움 중등단계 Ⅰ은 교과의 과제와 목표, 영역과 내용, 수업구성의 기본원리, 성취와 평가, 교육과정 활용을 위한 안내, 김나지움 중등단계 Ⅱ는 교과의 과제와 목표, 영역, 주제 및 내용, 수업구성과 학습조직, 학습과 성취능력 평가, 대학수학 능력시험, 교육과정 활용을 위한 안내로 구성되어 있다. 이와 같이 수학 교육과정의 구성체제는 학교급별로 약간씩 차이가 있지만, 과제와 목표, 내용, 교수·학습 원리, 평가의 체제로 이루어져 있으며, 특히 평가의 경우에는 학교급이 올라갈수록 더 많은 내용이 다루어지고 있으며, 김나지움 상급단계의 경우에는 특히 대학 수학 능력 시험과 관련된 내용이 포함되어 있다. 그 예로 김나지움 중등단계 Ⅱ의 수학 교육과정의 구성체제가 <표 Ⅲ-2>에 제시되어 있다.

우리나라 교육과정의 형태는 학교급별로 모든 교과를 포함하고 있는 것과 교과별로 모든 학교급별을 포함한 것이 있다. 수학과의 학교급별 내용으로 이루어진 우리나라 교육과정의 체재는 크게 교육과정의 편성과 운영, 수학과 교육과정의 두 부분으로 이루어져 있다. 각 부분의 하위 내용을 살펴보면 교육과정의 편성과 운영에서는 교육과정 구성의 방향, 학교급별 교육목표, 편제와 시간단위 배당기준, 교육과정의 편성·운영 지침으로 구성되어 있으며, 수학과 교육과정에서는 수학, 실용수학, 수학 Ⅰ, 수학 Ⅱ, 미분과 적분, 확률과 통계, 이산수학 각각에 대해 성격, 목표, 내용, 교수·학습 방법, 평가에 대해 기술하고 있다(교육부, 1997).

우리나라와 독일의 구성체제를 비교해 보면, 지도방침의 전체적인 구성체제는 비슷하지만, 편제와 시간 단위 배당 기준은 독일 수학 교육과정에는 제시되어 있지 않으며, 다른 교육과 관련된 법을 기초로 각 학교에서 정하여 운영

하고 있다.

또한 수학 교육과정의 전체적인 틀은 유사하지만, 독일의 경우 교수·학습 원리와 평가에서 다양한 학습원리와 시험안의 제출, 채점, 과제예시 등이 더 상세하게 기술되어 있다는 점이 다르다고 할 수 있다.

나. 독일 Nordrhein-Westfalen 주 수학 교육과정의 구성내용

Nordrhein-Westfalen 주의 수학 교육과정은 종교심의 육성, 인간의 존엄성에 대한 존중, 사회생활에 대한 준비, 민주시민으로서의 인격 형성과 같은 기본적인 교육이념을 바탕으로 안내지침과 수학 교육과정을 제시하고 있는데, 그 내용 중 과제와 목표, 내용, 교수와 학습 원리, 평가에 대해 구체적으로 살펴보면 다음과 같다.

1) 과제와 목표

가) 학교의 과제와 목표

초등학교의 과제와 목표는 모든 어린이의 인성과 사회적 태도의 개발, 개인의 학습가능성과 경험을 고려한 기본적인 기능, 지식, 능력의 개발이며, 김나지움 중등단계 Ⅰ의 과제와 목표는 성숙하고 책임감 있는 인성의 발전과 기본적인 지식, 기능, 능력을 신장하는 것이다. 김나지움 중등단계 Ⅱ의 과제와 목표는 인성의 발달과 사회적 책임감을 발달과 예비학문교육(Wissenschaftspropädeutik)이다. 따라서 모든 학교급에서 책임감 있는 인성의 발달을 공통으로, 초등학교와 김나지움 중등단계 Ⅰ은 기본적인 지식, 기능, 능력을, 김나지움 중등단계 Ⅱ는 좀더 심화된 교육으로서 학문예비교육을 강조하고 있음을 알 수 있다. 기본적인 지식, 기능, 능력 획득을 위한 교육이나 예비학문교육은 각 교과의 체계적이고 방법론적인 활동뿐만 아니라 교과영역통합적(fachübergreifend)이고 통합교과적인(fächerverbi- ndend) 활동을 포함해야 한다. 이러한 교육을 위해서는 관계망이 잘 형성된 여러 교과의 기초지식을 갖추고, 학문에 대한 기초적 인식과 방법에 의한 문제해결을 통해 자주적인 학습과 활동이 가능하며, 사실에 대한 논의와 본질과 비본질의 구분이나 원리와 규칙의 이해, 적용, 개정 또는 학문의 한계와 역사성이나 학문간의 상호관계에 대한

<표 Ⅲ-2> Nordrhein-Westfalen 주의 김나지움 중등단계 Ⅱ의 수학 교육과정 구성체제

김나지움 중등단계 Ⅱ					
1. 김나지움 상급단계의 과제와 목표	2. 김나지움 상급단계의 교과과정	3.김나지움 상급단계의 학습과 교수의 원리	4. 김나지움 상급단계의 구성과 조직	5. 학교프로그램	
1. 교과의 과제와 목표 · 교수학적 개념화의 핵으로서 핵심 아이디어 · 다른 교과와의 협력	2. 영역, 주제, 내용 · 영역 안내와 교수학적 역할 · 주제와 목표 · 필수와 선택	3. 수업구성/학습조직 · 수업구성의 기본원리 · 학습과정의 구성 수업내용 선정 판별 기준 교과의 학습과 활동의 조직 영역통합적, 통합교과적, 프로젝트 지향적인 학습활동 특별활동 · 기본과정과 심화과정 · 수업계열 구성 · 수학수업에서 여학생과 남학생	4. 학습 성취평가 · 기본원리 · 평가영역 '필기시험' 일반적인 안내 필기시험/교과 활동의 과제출제, 수정 및 평가 · 평가영역 '특별활동' 일반적인 설명 평가영역 '특별활동'에서 성취능력의 판단을 위한 요구사항과 판별기준	5. 대학수학능력시험(Abitur) · 일반적인 설명 · 요구사항 영역에 대한 기술 · 대학수학능력 필기시험 대학수학능력 필기시험의 과제유형 시험안의 제출 필기시험 성취능력 평가 대학수학능력 필기시험에서 시험과제의 예 · 대학수학능력 구두시험 구두시험의 1부를 위한 과제제시 구두시험의 2부 구성 구두시험 성취능력 평가 대학수학능력 구두시험에서 시험과제의 예 · 특별활동 성취능력 평가	6. 교육과정의 활용에 대한 설명

인식을 포함한 반성능력과 비판능력을 갖추고, 학문활동을 현실에의 특별한 응용으로 체험하고 파악하며 집중력, 인내, 개방성과 같은 학문활동을 위한 기초적인 관점과 태도를 육성해야 한다. 개인의 발달과 사회적 책임감을 발달시키기 위해서는 학생들이 자신의 가능성과 한계를 의식할 수 있도록 다양한 요구와 과제를 통해서 자신의 능력을 발견하고 반성할 수 있는 기회를 제공하며, 학생들 자신의 삶의 의미에 대한 관점을 가지고 이에 합당한 가치체계 및 방향설정에 대해 논의할 수 있어야 하며, 공동체의 삶 속에서 능동적인 협력활동을 통해 사회적 능력을 발달시켜야 하며, 공동으로 성장하는 유럽국가와 세계 속에서의 삶을 준비하며, 학문세계와 노동세계에 대해 광범위하게 이해할 뿐만 아니라 정보기술과 의사소통기술을 사용하는 능력이나 통합적이고 복잡한 구조에 대한 사고 능력과 여러 가지 맥락에 지식을 적용할 수 있는 능력과 자기통제능력, 협동능력 및 판단능력을 갖춤으로서 학업과 직업선택에 대한 자격을 갖추어야 한다.

나) 수학교과의 과제와 목표

수학교과의 과제와 목표는 학교급별 과제와 목표, 즉 책임감 있는 인성의 개발과 기본 지식, 기능, 능력의 획득 또는 예비학문교육의 의미를 수학교과에 맞게 구체화한 것이다. 이는 <표 Ⅲ-3>에서 보는 바와 같이 학교급별로 약간 차이가 있지만, 공통적으로 수학의 기본적인 지식, 기능, 능력의 획득, 일반 사고교육에의 공헌, 수학의 역사적·문화적 가치에 대한 강조 및 통합교과적인 학습을 강조하고 있다.

<표 Ⅲ-3> Nordrhein-Westfalen 주의 학교급별 수학교과의 과제와 목표

학교급별	학년	과제와 목표
초등학교 Grundschule	1-4	· 기본적인 수학적 기능을 획득하기 · 산술, 기하, 측정에 대한 기본 지식을 획득하기 · 수학적 문제해결 능력을 개발하기 · 수학적 활동에 대한 긍정적 태도를 육성하기 · 일반적인 사고 교육에 공헌하기: 창조성, 정당화, 수학화 · 사회적 학습
김나지움 중등단계 Ⅰ Gymnasium Sekundarstufe Ⅰ	5-10	· 대수, 기하 및 통계와 확률의 학습영역에서 기초적인 아이디어와 기능을 전달하기 · 가까운 장래의 우리사회에서 일상생활을 영위하는 데, 특히 직업의 전문성을 위해 필요한 수학적 기능, 알고리즘 및 개념에 대한 확실성을 보장하기 · 어떤 상황을 수학화하는 것뿐 아니라 수학적 표현의 의미를 이해하는 능력을 개발하기 · 수학을 사용하여 수학 외적 문제를 어떻게 해결하는지 그리고 세계의 여러 가지 현상들을 어떻게 이해할 수 있는지를 경험하게 하기) · 자기 자신의 수학적 그리고 전수학적 관점과 추측에 대하여 이야기하고 계속해서 수학적 논증을 위한 담화와 수학의 내적인 합리성을 개발하기 · 학생들을 비판적 사고와 신중한 탐색으로 안내하기 · 개인의 상상력과 창조성을 펼칠 수 있는 공간을 제공하고, 수학을 활동과 놀이로 다루고 자신의 사고에 대한 자신감을 배양하기 · 문화 창조로서의 수학, 즉 역사적 발생과 문명의 발달 과정에서의 그 의미에 대한 전형적인 통찰을 제공하기 · 통합교과 활동
중등학교 중등단계 Ⅱ Gymnasium Sekundarstufe Ⅱ	11-13	· 수학적 능력을 신장함으로써 학업과 직업 생활에 필요한 것을 준비해야 하며, 특히 내용영역 해석학, 선형대수/기하 및 통계와 확률에서의 기본적인 모델, 개념, 명제, 알고리즘과 그 활용 가능성에 숙달하기 · 수학의 역사적 발생과 수학이 문명의 발달에 주는 의미에 대한 전형적인 통찰을 제공하기 · 수, 측정, 공간구조, 함수관계, 확률, 알고리즘 및 수학적 모델링과 같은 핵심적인 아이디어를 성취하는 과정에서 수학 내적 문화와 수학 외적 문화를 연결하기 · 학생들에게 수학이 어떻게 발생되는지 그리고 복잡한 문제를 기술하고 해결하는 데 어떻게 사용될 수 있는지를 명백히 하기 · 학생들은 수학을 능동적으로 다룸으로써 수학이 어떻게 비판적이고 이성적인 사용수단으로 활용될 수 있는지 경험하기 · 학생들을 자주적인 학습뿐만 아니라 소집단 협동 학습으로 인도하기 · 발견적이고 실험적인 활동을 가능하게 하기(예를 들면 컴퓨터의 도입) · 교과학습과 사회학습이 서로 관련되어야 하고 남녀 학생 모두 한 인간으로 존중하기 · 통합교과 활동

수학의 기본 지식, 기능, 능력으로 초등학교에서는 산술, 기하, 측정, 김나지움 중등단계에서는 대수, 기하, 확률과 통계, 김나지움 중등단계 Ⅱ에서는 해석학, 선형대수/기하 및 통계와 확률의 기본 모델, 개념, 명제, 알고리즘과 그 활용을 강조한다. 특히 학년간의 일관성을 유지하기 위해 김나지움 중등단계 Ⅱ에서는 수, 측정, 공간구조, 함수관계, 확률, 알고리즘 및 수학적 모델링의 핵심개념을 설정하고 이에 대해 상세하게 기술하고 있다. 또한 과학문명이 발달하면서 많은 교과를 위한 기초지식이고 도구지식으로서의 수학의 중요성이 증대되는 반면, 지배적인 과학적 세계관에 대한 비판과 회의가 증가하고 있기 때문에 확실한 수학교과 지식을 획득해야 함과 동시에 이러한 지식을 비판적이고 책임감 있게 다루는 것을 배워야 함을 특히 강조하고 있다.

기초지식을 획득하거나 예비 학문교육을 위해 더 나아가 일반적인 사고교육을 위해서는 학생들이 점점 더 자주적으로 그리고 책임감을 가지고 활동하며, 정보를 획득하고, 체계적이고 발견적으로 문제를 해결하며, 활동단계들을 주의 깊게 기록하고, 결과를 비판적으로 검증하고, 다른 사람들과 논의하는 것이 아주 중요하다. 수학교과는 이와 관련하여 초등학교 학생들에게 창조성, 정당화, 수학화 등의 경험을, 김나지움 학생들에게는 이를 포함하여 수학적 사고, 수학적 추상화, 수학적 표현, 수학적 논증, 수학의 합리성, 비판적 사고의 특성을 명확하게 제시하고, 수학 내적·외적 문제해결에 대한 다양한 경험을 할 수 있도록 해야 한다. 이를 통해 학문적인 개념과 일상적인 개념, 수학적 사고와 일상적 사고 및 실제적 행동과 이론적 반성 사이에 다리를 놓아야 한다.

수학의 역사적·문화적 가치와 관련하여 현대사회의 기술 과학 문명은 수학과 그 응용에 상당히 의존하므로, 수학수업은 학생들에게 문화와 문명과 관련된 수학의 의미를 보여주어야 하며, 수학이 어떻게 발생되는지 그리고 복잡한 문제를 기술하고 해결하는 데 어떻게 사용될 수 있는지를 핵심개념을 다루는 과정에서 명백히 보여주어야 함을 강조하고 있다.

마지막으로 통합교과활동에 관련하여 20세기에는 사회의 분화와 더불어 교과목도 독립적으로 발달하였는데, 우리가 살아가는 복잡한 세계를 파악하기 위해서는 분화된 상이 아닌 여러 교과의 특수한 관점들을 합하여 통합적인 상을 이끌어 내는 것이 중요함을 강조한다. 이는 교과영역통합적이고 통합교과적인 활동을 필요로 하며 학생들에게 다양한 관점을 발전시키는 것이 그 목표이다.

학교급별 과제와 목표에 대해 우리나라 교육과정에서는 홍익인간의 이념을 바탕으로 학교급별 목표를 제시하고 있는데, 공통점을 살펴보면 학습과 일상생활에 필요한 기본 능력과 민주시민으로서의 자질을 강조하고 이를 위한 하위 목표로 심신이 건강한 조화로운 인격의 형성, 학문과 생활에 필요한 기본 능력과 문제해결력 및 논리적, 비판적, 창의적 사고력, 폭넓은 학습 경험, 우리의 전통과 문화에 대한 이해, 민주 시민 의식 등을 제시하고 있으며, 수학교과의 과제와 관련하여 우리나라 교육과정에서는 수학의 기본적인 지식과 기능의 습득, 수학적으로 사고하는 능력, 실생활에 문제를 합리적으로 해결하는 능력을 강조하고 있다 (교육부, 1997). 그러나 이러한 진술은 어떤 논의 없이 이루어져 있어서 학교급별 목표와 수학교과의 목표의 관련성을 찾아보기 어려울 뿐만 아니라 구체적이지 못하다고 할 수 있다. 이에 반해 독일 수학 교육과정에서는 예를 들

면 수학의 중요성과 더불어 지배적인 과학관에 대한 비판의식을 언급한 것과 같이 사회적인 변화에 대한 논의와 더불어 학교급별 과제와 목표와 수학 교과의 목표는 서로 관련되어 있으며, 수학 교과의 목표에서도 교과내적인 내용과 교과통합적인 내용을 구체적으로 제시하고 있음을 알 수 있다. 따라서 우리나라의 교육과정에서도 학교급별 일반 목표와 수학 교과의 목표를 서로 일관성 있게 논의하고, 같은 문구로 표현된 목표라 해도 사회적 변화와 더불어 이에 대한 구체적인 모습은 달라질 수 있기 때문에 시대적인 변화에 적절한 구체적인 논의와 설명을 포함하는 것도 바람직하다고 생각할 수 있다.

2) 내용

내용영역은 학교급별로 각 영역의 핵심사항, 수학내용과 응용의 예 및 문화적 · 역사적 측면에 대한 설명을 제시하고 있는데 이를 학교급별로 살펴보면 다음과 같다.

가) 초등학교

초등학교에서는 산술, 기하, 측정에 관해 다룬다. 수학수업에서는 이러한 영역들이 가능한 한 통합되어야 하며, 응용을 중시할 뿐만 아니라 구조를 탐색하는 것도 동일한 가치를 지닌다.

산술영역은 초등학교 4년 동안 핵심적인 학습내용으로 수 개념과 수의 여러 가지 의미, 수와 연산의 성질, 다양한 계산전략, 변수와 등호의 사용, 어림 등을 학습한다. 이러한 학습은 어린이들의 현실경험과 관련되어야 하고, 계산전략과 지필계산은 어린이들에 의해 발견되고 유연하게 사용되어야 한다.

기하영역은 공간에서의 여러 가지 관계와 형태의 분석을 통해 현실상황에 대한 탐구와 수학의 여러 영역, 특히 산술문제에 대한 통찰을 제공한다. 또한 기하 내용은 정당화와 창조성을 신장시킬 수 있는 많은 가능성을 제공하며, 관찰, 묘사 및 자주적인 구성을 통해 심미적 경험이 가능하다. 기하영역의 응용은 도형의 특별한 기능을 고려하는 것으로 이루어져야 한다.

측정영역은 어린이들이 현실생활을 이해하고 쉽게 다룰 수 있도록 하는 데 공헌한다. 측정에 관련된 활동은 수학의 응용분야에 대한 통찰을 제공하며, 산술과 기하의 기능, 지식, 능력을 연습하는 다양한 기회를 제공한다.

초등학교에서 다루는 좀더 구체적인 내용은 <표 Ⅲ-4>, <표 Ⅲ-5>와 같다. 이를 우리나라와 비교하면 자연수와 연산 부분에서 1000, 10000을 도입하는 시기가 우리보다 한 학년씩 늦고, 세로 사칙연산이 덧셈, 뺄셈은 3학년에, 곱셈, 나눗셈은 4학년에 우리나라보다 늦게 도입된다. 또한 분수와 소수는 아직 도입되지 않는다. 기하영역에서는 1-2학년에 위치, 3학년에 방위를 나타내는 용어를 배우는데 이는 우리나라에서는 수학에서 다루어지지 않는다. 또한 1학년에 입체도형의 전개도, 3학년에 대칭, 4학년에 확대와 축소는 우리나라보다 빨리 다루어진다. 또한 1-4학년에서는 우리나라의 경우 확률과 통계에서 다루어지는 내용이 측정영역에서 다루어진다.

나) 김나지움 중등단계 I

김나지움 중등단계 I 에서는 대수, 기하, 확률과 통계 영역을 다룬다. 이 때 5, 6학년에는 대수와 기하를, 7학년에서 10학년까지는 대수, 기하, 확률과 통계를 다룬다. 대수영역에서는 수와 문자식, 방정식과 함수가 수업의 핵심적인 내용이다. 대수의 수학 내적 의미만 다루어지는 것이 아니라 다른 교과에 보편적으로 사용되는 도구로서 여러 가지 실제에 대한 모델

<표 Ⅲ-4> 초등학교 1-2학년 수학수업 내용에 대한 개관

산 술	기 하	측 정
· 100까지의 수 감각을 기르기 · 20까지의 수를 여러 가지 방법으로 나타내기, 순서 정하기, 비교하기 · 20까지의 수들을 더하고 빼기, 분해와 합성, 두 배하기, 몇 배하기, 더욱이 규칙성에 숙달하고 이를 사용하기; 간단한 등식과 부등식을 응용과 관련하여 풀기 · 20까지의 수에서 'Kleinen 1+1'(덧셈구구)를 암기하고 숙달하기 · 숫자와 기호(+, -, =, >, <)의 모양을 명백하고 방향에 맞게 쓰기, '더하기, 빼기, 똑같은, ‥보다 큰, ‥보다 작은'과 같이 수에 관한 표현을 읽고 쓰기	· 공간에서의 움직임을 통해 공간경험과 관점을 획득하기, 더욱이 위치관계를 알기(왼쪽, 오른쪽, 위, 아래, 사이, 안에, 바깥에) · 기하도형 만들기, 도형을 보고 만들기, 개축하기, 전개하기, 분해하기, 전개도 그리기 · 간단한 무늬를 나타내기, 더욱이 물건을 모형으로 사용하기	· 금액을(수공간에 병행하여) 동전과 지폐로 나타내기, 교환하기 그리고 가격에 따라 순서 정하기 · 일상생활의 중요한 가격과 사용료를 알기 · 달력과 시간에 대해 알기 · 실생활의 사물의 모임들을 정리하고 분류하기, 분포를 세고 기술하기
· 100까지의 수를 여러 가지 방법으로 기술하기, (또는 묶기) 순서 정하기, 비교하기 · 한 자리 수와 두 자리 수의 수들을 더해서 계산하고, 더욱이 규칙성을 잘 알고 이를 편리한 계산을 위해 사용하기, 간단한 등식과 부등식을 응용하여 풀기 · 곱셈에 대한 기초적인 관점을 획득하기, 수들을 곱하기, 나누기(등분제, 포함제), 곱셈적으로 분해하기 · 'Kleinen 1×1'(곱셈구구)를 암기하여 숙달하기; 간단한 등식과 부등식을 풀기, 더욱이 관계를 발견하고 사용하기 · 기본연산의 관계를 알기 더욱이 수의 성질과 수관계를 발견하고 기술하기	· 위치관계에 대한 개별화된 경험을 획득하기 · 기하학적 기본도형을 주변에서 인식하고 모델을 제시하기(정사각형, 직사각형, 삼각형, 원, 마름모) · 포장지 아니면 모눈종이 위에 무늬를 그리거나 칠하기 · 직선을 그리고 측정하기	· 동전과 지폐에 익숙해지기, 사용료와 가격에 대한 지식을 사용하기 · 거리와 길이에 대한 기본적인 경험을 구성하기, 길이를 어림하고 측정하기, m와 cm에 대한 현실적 관념을 획득하기 · 일상적인 시간단위 (달, 주, 일, 시간, 분)에 친숙해지기, 시간과 달력에 능통하기, 시각과 시간을 이해하기 · 실생활의 사물의 모임들을 정리하고 분류하기, 분포를 세고 기술하기, 간단한 표와 그래프를 읽고 완성하기

<표 Ⅲ-5> 초등학교의 3-4학년 수학수업 내용에 대한 개관

산 술	기 하	측 정
· 1000까지의 수를 여러 가지 방법으로 나타내기(또한 묶음), 순서 정하기, 비교하기 · 더 큰 수들을 구두로 계산하기, 이때 편리한 계산을 위하여 규칙성을 사용하기, 간단한 방정식(등식)과 부등식을 내용을 고려하여 풀기 · (Kleinen 1×1) 곱셈구구 전체를 암기하여 숙달하기, 더 큰 수로 된 과제에 응용하기, 간단한 등식과 부등식을 해결하기 · 지필덧셈과 지필뺄셈을 유연하게 숙달하기, 이때 검산과 어림을 포함하기 · 한 자리 수로 나누기(나머지가 없는 경우와 있는 경우) · 기본연산의 관계를 알기, 이 때 수의 성질과 수 관계를 나타내기	· 공간에서 방향을 알아내기(동 · 서 · 남 · 북의 방위, 운동 방향) · 생활주변에서 선대칭을 발견하기, 그것들을 모방하고 그리기 · 대칭의 유용성을 경험하기 · 장식무늬 그리기	· 화폐가격, 길이 및 시간경과에 대한 지식을 사용하기, 측정하고 어림하기 · 적합한 도구를 활용하여 길이를 측정하기, km, m, dm, cm, mm 단위들을 알고 간단한 환산을 실행하기 · 무게에 대한 경험을 얻기, 여러 가지 저울로 측정하고 무게를 어림하기, kg, g 단위에 대한 감각을 획득하기 · 공간상의 체적과 평면의 면적에 대한 사전 경험을 하기 · 금액(DM, Pf)과 길이(m, cm)를 위한 콤마 쓰는 방식을 사용하기 · 간단한 분수들을 다루기 · 생활 실제에서 자료들을 수집하기 · 표와 그래프로 기술하고 평가하기
· 1000000까지의 수를 여러 가지 관점으로 기술하기(또한 묶기), 순서 정하기, 비교하기 · 수의 버림과 올림 및 어림하기 · 사칙연산에 대한 해결전략을 개발하고 사용하며 무엇보다도 구두계산을 알게 하기, 등식과 부등식을 내용을 생각하여 풀기 · 수의 집합을 다양하게 연구하기, 이 때 수의 성질과 수 관계를 알아내기, 계산에서 간단한 나눗셈가능성의 성질을 사용하기 · 지필곱셈(세 자리 수의 승수로), 이 때 어림과 검산을 실행하기 · 지필나눗셈(한 자리 수의 제수 또는 십의 자리의 수), 이 때 어림과 검산을 실행하기 · 덧셈, 뺄셈, 곱셈, 나눗셈의 전문용어를 사용하기	· 평면과 입체도형에 대한 경험을 얻기, 생활주변에서 형태들을 발견하고 모방하기 · 널마루를 제시하기, 이때 평면을 측정하는 데 사전 경험을 얻기 · 평면도형의 확대와 축소(모눈종이) · 도안 기능을 확장하기	· 측정영역에서 다음 단위들을 사용하기 금액 : DM, Pf 길이 : km, m, dm, cm mm 시간 : 연, 달, 주, 일, 시간, 분, 초 무게 : t, kg, g 용량 : l (liter) · 각 측정 영역에 대해 경험세계에서 전형적인 예들을 알고 실제적인 측정에서 사용하기, 양을 어림하고 측정하기 · 측정시 적절한 단위를 선택하기 · 관련된 단위들 사이의 관계를 알고 환산하는 데 사용하기, 양의 분수부분들을 알기 · 실생활에서 임의추출하여 조사하기, 논하기, 평가하기

링과 문제해결을 다룬다. 기하영역은 공간의 여러 가지 관계에 대한 직관적인 파악뿐만 아니라 구체적인 설명에 의해 정당화하거나 논증의 기회를 제공해야 하고, 이 때 직관적인 파악에 대한 반례를 발견함으로서 증명의 필요성을 발달시켜야 함을 강조한다. 통계와 확률 영역에서는 학생들에게 우연현상과 관련되어 있고 전통적인 영역에서는 다루지 않는 일상생활의 일부를 이해할 수 있도록 한다. 이 영역의 중요성은 수학 내적인 체계에서 경험할 수 있는 것이 아니라 실험, 적절한 자료수집, 다양한 이론모델, 상대도수나 임의추출 등의 실험 실습 등을 통해 경험된다. 통계의 주요주제인 가설검정에서 시뮬레이션이 중요한 역할을 할 수 있다. 김나지움 중등단계 I 에서 다루는 좀더 구체적인 내용은 <표 Ⅲ-6>, <표 Ⅲ-7>, <표 Ⅲ-8>과 같다. 이에 대해 살펴보면, 우리나라보다 늦게 도입되는 내용은 대수영역에서 5-6학년의 분수와 소수, 기하영역에서 기하학의 기본개념, 7-8학년의 다각형의 분류, 삼각형의 기본작도, 9-10학년의 원의 넓이, 둘레, 통계와 확률 영역에서 확률개념 등이고, 우리보다 빠르게 도입되는 내용은 대수영역의 5-6학년 소수와 순환소수, 7-8학년의 부등식과 일차연립방정식, 9-10학년의 지수함수와 로그함수, 기하영역의 5-6학년 점과 직선과의 거리, 수직이등분선과 각의 이등분선의 작도이다. 또한 기하에서는 직관적인 파악에 대한 반례를 발견함으로써 증명의 필요성을 인식하도록 할 것을 강조하며, 집합, 근사값과 오차 등은 다루어지지 않는다.

<표 Ⅲ-6> 김나지움 중등단계 I 의 5-6학년의 수학수업 내용에 대한 개관

대 수	기 하
· 자연수와 기수법 큰 수, 비교, 어림 및 버림, 체계적인 수 세기, 수직선, 소수의 자리값 체계, 숫자, 이진법 E: 10의 거듭제곱을 사용한 자리값의 표현, 확장된 자리값 체계, 다른 수 표현(로마 숫자) · 자연수의 연산 기본 연산과 기호, 계산 규칙과 계산의 장점, 괄호사용에 대한 약속, 지필계산, 암산, 어림, 간단한 방정식 응용 E: 다른 진법 체계에서의 계산 간단한 수론 과제(두 홀수의 합은 짝수, 두 홀수의 곱은 홀수) · 나눗셈가능성 약수와 배수, 나눗셈 가능성 규칙, 소수, 소인수분해, 최대공약수(ggT)와 최소공배수(kgV) E: 에라토스테네스의 채, 소수문제(1000까지의 소수의 분포, 쌍둥이 소수, 세쌍둥이 소수 …), 유클리드 알고리즘(호제법) · 분수 분수량, 분수, 분수의 약분, 통분, 계열, 기본 연산, 연산 규칙 E: 상대도수와 관련된 연습 · 소수 소수, 순환소수, 기본 연산, 어림, 어림산, 백분율, 수의 전환(분수와 소수) 분수와 소수의 응용으로서 평균과 상대 도수 E: 진법표의 확장 긴 주기의 순환소수를 분수로 표현 및 그 역 순환마디에 대한 표현 비순환 무한소수의 예	· 입체도형과 격자 입체도형의 제시와 표현, 격자 E: 입체모형(Kantenmodelle), 입체도형을 격자에 표현하기, 원기둥과 구의 전개도 입체도형에 대한 표현(정육면체와 직육면체) E: 피라미드, 사면체, 각기둥, 원기둥, 구에 대한 표현 · 기하학의 기본개념 점, 직선, 반직선, 직선 평행, 수직, 각 점과 점 사이의 거리, 점과 직선과의 거리 직선 위의 수선, 수직이등분선, 각의 이등분선의 작도 · 기하도형 삼각형, 사각형, 원 E: 대칭의 성질에 따른 평면도형의 분류 · 이동 선대칭, 회전, 점대칭, 평행이동 선대칭, 회전, 점대칭의 상의 작도 · 길이, 넓이, 부피 길이, 넓이, 부피의 기본 단위 측정 원리 정사각형과 직사각형의 둘레와 넓이 정육면체와 직육면체의 부피

<표 Ⅲ-7> 김나지움 중등단계 Ⅰ의 7-8학년의 수학수업 내용에 대한 개관

대 수	기 하	통계와 확률
· 음의 유리수 Q^- Q집합, Z의 도입, Q에서 친숙한 수열, 수직선, 확장된 좌표 체계(사분면), 순서쌍, 역수, 절대값 E: 좌표체계에서 평행이동화살 · 유리수의 연산 기본 연산, 연산 규칙, 단조 규칙 · 함수 대응과 함수 표, 그래프, 식에 의한 표현 정비례 함수와 반비례 함수 일차함수, 대응 규칙과 그래프 E: (해석학적) 직선의 교점 · 비례함수의 응용 비례 계산, 퍼센트 계산, 이자 계산 · 식, 일차방정식과 일차부등식 식의 변환, 분배법칙, 이항공식, 일원일차방정식과 부등식, 해집합, 텍스트 과제와 실제적인 과제 E: 일반화된 이항 공식, 파스칼 삼각형 · 분수식, 분수 방정식 정의역, 분수항의 약분과 통분, 계산 분수방정식, 정의역과 치역 E: 간단한 분수 방정식 · 일차연립방정식(LGS) 이원일차연립방정식, 풀이 방법(대입법, 가감법, 그래프에 의한 방법) 텍스트 과제와 실제적인 과제 E: 삼원일차연립방정식 가우스(Gauß)-알고리즘	· 각의 정리 보각, 맞꼭지각, 동위각, 엇각 삼각형의 내각의 합 정리 E: 다각형의 내각의 합 정리, 외각 · 원 접선, 할선, 현의 작도 탈레스의 정리 E: 탈레스의 정리의 일반화로서 원주각의 정리 · 다각형 정삼각형, 이등변삼각형, 직각삼각형 평행사변형, 사다리꼴, 마름모 다각형의 분류 · 삼각형에서 특별한 선분 삼각형의 높이, 수직이등분선, 외접원, 각의 이등분선, 내접원 E: 중선, 중심 · 합동 삼각형의 기본작도 합동개념, 합동정리 E: 삼각형으로 환원하여 복잡한 도형의 작도 · 넓이와 부피 계산 삼각형, 평행사변형, 사다리꼴의 넓이 각기둥의 부피 E: 연, 임의의 다각형의 넓이	· 확률실험 도수와 상대도수,확률 E: 시뮬레이션 · 확률계산 합의 법칙 곱의 법칙 E: 이자계산과 곱의 법칙의 유사성 (부분의 부분) · 응용 투표모델 E: 파스칼 삼각형과 이항 공식의 관계

<표 Ⅲ-8> 김나지움 중등단계 Ⅰ의 9-10학년의 수학수업 내용에 대한 개관

대 수	기 하	통계와 확률
· 실수 제곱근, 제곱근 계산, 근의 무리수성 유리수 지수의 멱, 멱의 계산 E: 순환마디 Heron의 공식 무리수 지수를 가진 멱 지수 · 함수, 그래프와 방정식 이차함수, 접점의 형태 무리함수 이차방정식, 풀이 방법, 일차인수분해, Vieta의 멱함수 정리 역함수 개념 E: 다항식의 나눗셈 4차 방정식 이차부등식 무리방정식 지수함수, 로그함수, 간단한 지수방정식 삼각함수(기하학습영역 참조) E: 로그의 법칙	· 삼각형의 넓이 정리 피타고라스 정리, 피타고라스 정리의 역 E: 유클리드 정리와 피타고라스 정리에서 변의 정리와 높이의 정리, 피타고라스 수와의 관계 · 닮음 방사법칙 닮음개념 축소와 확대 E: 닮음 정리, 닮음 정리의 특수한 경우로서 합동 정리 원의 현의 정리, 할선의 정리, 접선의 정리 닮음사상과 합성 · 원과 입체도형의 계산 원의 넓이, 원의 둘레, 부채꼴, 원호, 호의 길이 입체도형의 겉넓이와 부피 공식 E: 원의 넓이와 둘레 계산의 계속적인 근사방법의 분석 각뿔대와 원뿔대의 부피와 겉넓이 플라톤의 입체도형 · 삼각법 직각삼각형의 계산 삼각함수 E: 사인 정리, 코사인 정리, 덧셈 정리, 진동의 과정	· 선택 a) 통계에서의 응용에 의한 Bayer의 규칙에 대한 예 · 선택 b) Bernoulli 실험 시도한 범위에 따른 확률에 대한 상대도수의 접근 정도(편차), 통계에의 응용 · 선택 c) Lotto 문제 경우의 수 구하는 방법과 조합의 기초

다) 김나지움 중등단계 II

김나지움 중등단계 II의 내용에서 새로 도입되는 부분은 주로 해석학, 선형대수/ 기하, 통계와 확률에 관련된 것이다.

(1) 도입단계

도입단계인 11학년에는 좌표기하학, 기술통계학, 유리함수의 미분법이 다루어진다. 좌표기하학은 김나지움 중등단계 I에서 배운 내용을 응용할 수 있을 뿐만 아니라 앞으로 배울 해석학이나 연립방정식을 체계적으로 다루기 위한 기초를 형성할 수 있다. 또한 최적문제, 제동거리, 신호등 문제와 같은 교통 문제 사항에 대한 모델링 등의 응용문제를 다룬다. 기술통계학은 학생들이 대량의 불분명한 자료를 합리적으로 다루고, 대표값으로 그 특징을 알아내고 해석하는 것을 배우는 것이 목표이며, 자료, 그림과 그래프를 다룰 때, 학습자의 비판 능력의 발달을 중시한다. 해석학에서는 함수가 수많은 교과에서 종속성을 기술하는 데 널리 사용되며, 미분법의 기초적인 생각은 변화(평균 순간 변화율)와 기울기(할선의 기울기와 접선의 기울기)를 탐구하고 계산하는 것이며, 이를 기초로 구성된 도함수 개념은 다른 교과에서의 수많은 개념 형성을 위한 수학적 기초를 형성함을 강조하고 있다. 또한 함수는 역사적으로 오래 동안 물리학과 같이 발달되어 있는데, 학생들에게 어떤 문제가 원래 해석학의 '발명'으로 이끌었는가와 같은 질문을 통해 해석학의 창시자인 Newton이나 Leibniz에 대해 살펴볼 수 있는 기회를 주도록 권고하고 있다. 좀더 구체적인 내용은 <표 Ⅲ-9>와 같다. 이에 대해 살펴보면, 우리나라의 경우 11학년은 선택 교육과정이기 때문에 비교하기 어렵지만 같은 영역에서 배우는 내용을 생각해 볼 때, 우리나라보다 늦게 도입되는 내용은 좌표기하학의 직선과 원이고, 기술통계학의 대표값과 상관관계이며, 우리나라보다 빨리 도입하는 내용은 미분법에서 유리함수의 도함수 관련 부분이다.

(2) 자격단계

자격단계인 12학년과 13학년의 경우에도 해석학, 선형대수와 기하, 통계와 확률이 다루어지는데, 기본과정과 심화과정에 따라 그 내용에 약간의 차이가 있다. 기본과정은 기초적인 예비학문을 위한 교육에 관련되는 것으로, 교과의 기초적인 문제제시, 사실, 복잡한 문제, 구조와 표현 양식을 도입하고, 교과의 본질적인 활동 방법을 전달하고, 의식하며, 교과에서의 여러 가지 관계를 인식하고 그 경계를 넘는 간단한 예를 살펴보는 것을 목표로 한다. 심화과정은 심화된 예비학문을 위한 교육에 관련되는 것으로, 교과의 본질적인, 복잡성과 풍부한 측면을 명백하게 하는 내용, 이론과 모델을 체계적으로 연구하고, 교과의 활동수단과 방법, 이러한 것들의 자주적인 응용과 이론적인 반성

<표 Ⅲ-9> 김나지움 중등단계 Ⅱ의 11학년 수학수업 내용에 대한 개관

좌표기하학	기술통계학	미분법
· 직선, 포물선, 원 · 원의 접선, 포물선의 접선 · 직선과 포물선을 결정하기 위한 연립방정식	· 통계 자료의 파악, 기술 및 선별 · 통계적 대표값(중간값, 산포도) · 대표값의 해석과 평가 · 평균선, 회귀법, 상관관계	· 중간변화율, 평균 기울기, 할선, 미분계수 · 순간변화율, 국소 기울기, 접선, 미분계수의 극한 과정 · 도함수, 접선의 방정식 · 유리함수의 도함수 규칙 · 유리함수의 탐구, x절편, 대칭, 기울기의 상태/극대점과 극소점, 곡률상태/변곡점

을 깊이 있게 숙달하며, 일반교양교육의 틀 내에서 그리고 통합교과적인 관점에서 교과에 대해 반성하는 것을 목표로 삼고 있다.

해석학에서는 이전에 학습한 핵심개념을 계속 발전, 심화, 결합한다. 함수와 함수족을 기술하기 위한 개념과 방법이 발전되고, 함수개념을 명백히 다룬다. 11학년의 수업을 연속적으로 다루면서, 유리함수, 지수함수, 삼각함수가 모델링에 어떻게 사용되는지를 보여준다. 무한과 극한과정에 대해 집중적으로 다룸으로써 수개념의 새로운 차원을 경험시킨다. 함수의 기울기 변화에 대한 탐구와 극값과 변곡점에 대한 판별기준은 그래픽 계산기 시대에도 여전히 유용한데, 이는 원시함수와 도함수와의 관계를 발전시킨다. 그래프계산기는 이러한 관계에 대한 직관적인 접근을 가능하게 한다. 또한 컴퓨터 대수 체계(Computeralgebra-Systemen)의 계속적인 발전에 의해서 단순한 미분계산과 적분계산은 약화되며, 미분법과 적분법을 유도하는 방법과 응용하는 것이 더 중시된다. 예를 들면 적분에서 댐에 흘러 들어가는 물의 속도가 물의 부피에 어떤 영향을 미치는지 아니면 어떤 사람이 지구의 표층에 있는 인공위성을 자신의 궤도에서 이동하였을 때 어떤 에너지 변화가 있는지에 대한 문제를 다룰 수 있다. 즉 단순한 미분과 적분계산에서 한편으로는 응용과 관련된 상황에서의 모델링으로, 다른 한편으로는 어떤 미분법이 필요한지, 미분과 적분의 관계는 무엇인지, 주어진 상황에서 수치해석적 적분법은 무엇인지 등에 대한 구조적 통찰로 수업의 중심이 이동되어야 한다. 이를 위해서는 활동적인 협동활동을 강조한다.

선형대수와 기하에서는 공간의 구조화, 모델링, 함수관계의 핵심개념과 기하와 대수의 결합을 강조한다. Descartes의 아이디어, 즉 기하 문제를 대수적 방법에 의해 체계적으로 분석하고 다루려는 생각은 학문으로서의 수학의 발전을 위한 근본적인 것이므로, 이러한 방법의 의미는 역사적 사실로 전달되어서는 안 되며 수업에서 직접 경험되어야 한다. 공간의 구조화는 좌표기하학을 계속 다루고, 벡터를 처음 다룬다. 모델링은 관련상황에서 행렬계산의 다양한 응용을 통해 심화될 수 있다. 행렬을 사용하여 사상을 나타내면서 함수관계가 강조된다. 이러한 핵심개념은 컴퓨터그래픽 상에서 플라톤의 입체도형을 다루면서, 공간의 구조를 인식하고, 모델링하고, 사상하고, 측정하고, 계산하는 과정을 통해 결합된다. 오늘날 컴퓨터의 화면보호기와 같이 컴퓨터 상에서 입체도형을 모델링하고 이동하는 것이 일상적인 것이다. 이러한 이동은 행렬로 표현되며, 이는 3차원의 형태를 2차원으로 투사하는 문제에도 성립한다. 이와 관련해서 화법기하학의 투사문제도 하나의 전형적인 예로 다루어질 수 있다. 행렬은 수학 내적·외적으로 많은 응용이 가능하다. 이는 일차연립방정식의 간단하고 체계적인 접근을 용이하게 하며, 벡터를 위한 사상을 나타내는 데 도움이 된다. 또한 다른 교과와 관련하여 통합교과적인 활동을 위한 많은 여지를 제공한다. 확률과 통계에서는 확률개념이 수업의 핵심이다. 실제적인 문제를 다루면서 모델링의 측면이 강조된다. 다른 영역과 마찬가지로 확률도 계산은 가능한 한 줄여야 한다. 이미 11학년에서 다룬 내용을 새로운 내용과 결합하는 것이 중요하다. 12, 13학년에서는 확률계산, 추론통계학의 기본문제들이 관심의 대상이 된다. 확률은 합리적인 예측을 하고 결정수단을 제공하는 데 도움이 된다. 기술통계학에서는 기대값과 표준편차 개념이 다루어지고, Bayes의 정리는 흥미로운 문제를 제기한다. 추론통계학은 가설의 검증이 핵심이다. 전통적인 대립가설 검정을 사용할 것인지 Bayes의 방법

을 사용할 것인지는 교사에게 위임된다. 이러한 두 방법을 비교하는 것이 교육적으로 도움이 될 수 있다. 확률과 통계는 어떤 다른 영역보다도 통합교과적인 활동에 적합하다. 컴퓨터를 사용하여 적절한 방식으로 시뮬레이션 하는 것이 유용할 수 있다. 이러한 과정에서 학생들은 스스로 조사하고, 자료를 수집하며, 책이나 신문에 실린 글을 평가하고, 인터넷에서 정보를 검색하며, 활동단계를 기록하고, 비판적으로 검증하며, 결과에 대해 논의하고 필요하면 보고할 기회가 제공된다.

학생들은 이러한 영역들에 대한 기본적인 지식을 갖추어야 하며, 대학수학 능력시험을 위해서는 해석학뿐만 아니라 선형대수/기하 또는 확률과 통계 중 적어도 하나는 필수교과이다. 또한 예비학문을 위한 활동이라는 점에서 이러한 교과내용 외에 정보획득, 맥락이나 자료의 분석, 활동과정에 대한 기록 및 논의, 수학적 모델링, 정보테크닉과 의사소통테크닉을 다루는 것이 강조되고 있다.

12, 13학년의 기본과정과 심화과정에서 다루는 좀더 구체적인 내용은 <표 Ⅲ-10>과 같다. 우리나라의 경우는 12학년은 선택교육과정이기 때문에 비교하기 어렵지만, 같은 영역에서 배우는 내용을 비교하면, 특히 행렬에서 변환과 관련하여 군의 구조까지 내용을 다루고 벡터계산에서 일차종속, 기저, 차원, 생성체계 등의 내용, 확률과 통계의 일부 내용은 우리나라의 경우보다 심화된 것이라 할 수 있다.

지금까지 살펴본 내용 영역과 관련하여 살펴보면, 우리나라 수학 교육과정의 내용 영역은 각 단계별 목표와 영역별로 다루어야 할 기본내용과 심화과정의 내용만을 간단하게 기술하고 있는 반면, 독일 교육과정에서는 그 내용에 대한 핵심적인 구조와 배경에 대한 설명이나 응용 및 문화·역사적 예와 더불어 통합교과적인 활동을 구체적으로 제시하고 있으며, 초등학교에서는 적은 내용을 포함하고 있지만, 중등교육 Ⅰ, Ⅱ에서는 그 내용이나 수준에서 더 많은 내용을 심도 있게 그러나 형식적으로가 아니라 응용과 관련하여 비형식적으로 다루도록 하고 있음을 알 수 있다.

3) 교수와 학습 원리

교수와 학습의 원리 및 수업구성의 원리를 살펴보면 다음과 같다.

지도방침에 제시된 일반적인 교수와 학습 원리는 교과특수적 학습과 통합교과적 학습을 강조하고 있다. 교과특수적 학습은 각 교과는 기준이 되는 학문의 이론과 방법을 지도함으로써 현실의 복잡한 현상을 교과의 특수한 관점으로 보게 하고, 체계적인 활동을 통해서 교과와 관련된 능력을 촉진하는 것을 말한다. 그러나 이것만큼 중요한 것은 통합교과적인 관점을 통해서 현실을 다양한 관점에서 고려하고, 서로 다른 교과의 관점을 결합함으로서 공통의 설명과 문제해결전략을 모색하는 것임을 강조한다.

이를 구체화한 수업구성의 원리는 학습은 개인의 능동적이고 구성적인 지식 형성이라는 생각을 기초로 이루어져야 한다는 것이다. 이를 위해 수업은 교과의 기초를 의미 있는 맥락과 비판적 사고의 측면에서 다루며, 자신의 학습과정을 스스로 발전시킬 수 있는 학생중심적 수업이어야 하며, 학생들의 사전지식과 능력을 바탕으로 해결할 수 있는 과제제시를 통해서 교과 및 통합교과적인 학습전략을 장기간에 걸쳐 구성할 수 있도록 반복하고 적용하며 반성하는 능동적이고 자주적인 학습이 가능하도록 해야 한다. 또한 문제해결에 대해 서로 비교하고 논의하며 개선하는 협동활동을 중시하며, 다양한 전망과 다차원적인 관점을 필요로 하고 방법론적인 반성을 요구하는 다양한 형태의 복

잡한 과제를 제시하며, 프로젝트를 포함한 다양한 활동을 통해 획득한 지식과 능력을 응용하고 전이할 수 있도록 해야 하며, 문제해결에 대한 논의를 통해 교과 및 통합교과적인 주제와 활동에 익숙해지게 함으로써 교과 내적·외적 관계망을 형성하도록 해야 한다. 이러한 일반적인 원리와 일관적으로 수학교과의 학습조직은 교과특수적 관점과 통합교과적인 관점을 모두 강조하고 있다. 교과특수적인 관점으로 첫째, 장기적 관점의 촉진은 수학의 기초지식, 기능, 능력의 촉진이나 예비학문활동은 수학은 만인을 위한 것이라는 인식 하에 교사의 도움 하에 학생들이 기대감을 가지고 집중적이고 끈기 있게 전진할 수 있음을 의미한다. 둘째, 수학수업에서는 일방적인 방법보다는 다양한 방법을 중요시하고 학생들의 능동성을 고려한 유연한 수업이 이루어져야 하며, 교사의 안내학습과 학생의 자주적 학습, 개별 활동과 협동활동이 모두 필요하다. 셋째, 학생들이 자신의 지식을 스스로 구성하는 것이 가능하려면 학습경로의 다양성이 고려되어야 하므로, 사전지식과 요구에 항상 관심을 기울이고 다양하게 접근할 수 있는 매력적인 과제제시와 학생들의 다양한 풀이방법이 진지하게 받아들여져야 한다. 넷째, 수학수업에서는 문제상황을 창조적으로 다루는 것이 중요하며 오류는 불안해야 할 대상이 아니라 원칙적으로 학습과정의 피할 수 없는 부분으로 명백히 인식되어야 하고 긍정적으로 다루어야 한다. 다섯째, 수학수업에서는 개념과 관계에 대한 이해뿐 아니라 표현도 중요하다.

<표 Ⅲ-10> 김나지움 중등단계 Ⅱ의 12-13학년의 수학수업 내용에 대한 개관

과정	해석학	선형대수/기하	확률과 통계
기본	· 미분법의 연속 관련된 상황에서 유리함수 구하기 광범위한 함수류, 필요한 미분법칙에 대한 탐구 극값문제 · 적분법 구분구적법, 효과에 대한 탐구 원시함수, 정적분, 정적분의 성질 적분함수, 대정리(직관적인 연속개념으로) 적분을 이용한 넓이 계산 수치해석에 의한 적분법	· 일차연립방정식과 벡터기하학 n>2인 경우의 일차연립방정식, 행렬-벡터-표기양식, 일차연립방정식의 체계적인 풀이 방법, 부정 일차 연립방정식의 풀이 벡터계산 직선과 평면의 방정식의 매개변수형식 평면의 방정식의 좌표형식 직선과 평면의 위치 관계 벡터의 직교, 각과 길이의 응용과 더불어 표준 스칼라 곱 · 행렬(선택 1) 사상행렬, 비스듬한 사영 사상의 합성으로서의 행렬의 곱 · 행렬(선택 2) 변환행렬, 자료관계나 통계행렬 변환의 합성으로서의 행렬의 곱	· 확률계산 확률 조건부 확률, 독립성 확률변수, 확률분포, 기대값, 표준편차 이항분포 · 추론통계학(선택 1) 가설검정 · 추론통계학(선택 2) 이항분포의 확률변수를 위한 매개변수의 추정
심화	· 미분법의 연속 관련된 상황에서 유리함수 구하기 미분법칙(곱의 법칙, 몫의 법칙, 연쇄법칙, 역함수의 미분) 지수함수와 광범위한 함수류의 탐구 함수족의 탐구 극값문제 · 적분법 구분구적법, 효과의 탐구 원시함수, 적분가능성, 정적분, 정적분의 성질 적분함수, 대정리 적분가능성-연속성-미분가능성의 관계 미분법칙과 적분법칙의 관계 적분을 사용한 넓이 계산 수치해석에 의한 적분법 부정적분	· 일차연립방정식과 벡터기하학 n>2인 일차연립방정식, 행렬-벡터-표기양식, 일차연립방정식의 체계적인 풀이 방법, 부정 일차 연립방정식의 풀이 벡터계산 일차종속, 기저, 차원, 생성체계 직선과 평면의 방정식의 매개변수형식 벡터의 직교, 각과 길이의 응용과 더불어 표준 스칼라 곱 평면방정식의 표준형 직선과 평면의 위치 관계, 직선과 평면의 절단각 · 행렬(선택 1) 사상행렬, 평행사영 사상의 합성으로서의 행렬의 곱, 역행렬과 사상 행렬의 곱에 관련된 군의 구조 고유값 문제 · 행렬(선택 2) 변환행렬, 자료관계나 통계행렬 변환의 합성으로서의 행렬의 곱 행렬의 곱에 관련된 군의 구조 고정벡터, 고정분배	· 확률 계산 확률 조건부 확률, 독립성, Bayes의 정리 확률변수, 확률분포, 기대값, 표준편차 이항분포 정규분포,Moivre-Laplace 공식 · 추론통계학 가설검정 매개변수 추정 · 통계 및 확률을 해석학과 선형대수와 결합하기 연속 확률변수에 대해 해석학 또는 통계 및 확률행렬/Markov-ketten에 대해 선형대수를 결합하기

이 때 관련된 상황을 수학적 언어로 표현하는 것뿐만 아니라 관련된 상황을 일상언어로 표현하는 것이 모두 중요하며, 언어의 세련성보다는 자신의 관점을 명료하고, 논리적이고, 실감 있게 설명하는 능력이 중요하다. 여섯째, 수학교재는 교과서뿐만 아니라 많은 출판물, 특히 신문, 여가 시간의 수학을 위한 수학잡지, 수학문헌 아니면 인터넷에서 찾을 수 있는 정보 등이 될 수 있는데, 학생들 스스로 다양한 수학교재를 활용하고 다양한 정보를 이용할 수 있도록 하는 것이 중요하다. 일곱째, 수학수업에서는 능동적이고 자주적인 활동이 중요한데, 이를 위해서 학생들이 자신의 학습과정을 의식하고, 이야기하며, 개선할 수 있도록 해야 한다. 이 때 복잡한 과제를 제시함으로써 자주적인 활동과 사회적이고 협동적인 활동을 가능하게 해야 하는데, 대표적인 것으로 교과활동과 보고를 들 수 있다. 이에 대한 주제는 응용영역에서 함수관계 조사, 역사적인 계산도구나 측정도구에 대한 설명, 실제적인 예측 최종 득표수 산출 조사 등 다양하다. 여덟째, 수학수업에서는 학습에 대한 반성의 기회가 제공되어야 한다. 이를 위해서는 학생 자신의 지식, 과제에 대한 지식, 전략에 대한 지식, 학습과정의 조종과 관련하여 자신의 생각을 글로 쓰거나 말하는 것이 중요하다. 아홉째, 수학수업에서의 능동적인 학습은 새로운 내용을 다룰 때뿐만 아니라 정형적인 연습, 새로운 내용과 알고 있는 내용의 관계망 형성, 수학적 개념과 사실의 응용과 전이, 문제해결에서의 발견능력의 신장에도 필요하며, 이를 위해서는 교사의 안내뿐만 아니라 학생들 스스로의 연습방법이 중요하다. 마지막으로 수학에서 컴퓨터, 그래픽 계산기, 컴퓨터 대수 계산기, 컴퓨터 대수 체계의 사용은 교사의 역할을 바꾸고 계산보다는 모델링, 관계의 발견 및 표현, 수학적 활동의 적절성에 대한 반성을 더 중요하게 만든다. 그러나 신중하게 판단해서 사용해야 하며, 수업뿐만 아니라 평가에서도 허용해야 한다. 통합교과적인 관점에 대해 살펴보면 통합교과내용의 필요성은 여러 가지 교과 영역에서 획득한 활동 방법을 스스로 복잡한 문제에 관련지어보고 하나의 문제를 여러 교과의 관점에서 볼 수 있는 기회와 협동 활동의 기회를 제공하는 것이다. 이러한 활동의 결과가 대학 수학 능력 시험의 일부로 반영될 수 있다. <표 Ⅲ-11>은 교육과정에 제시된 김나지움 상급단계를 위한 통합교과활동의 예이다. 지금까지 살펴본 교수·학습 원리와 관련하여 살펴보면, 우리나라 교육과정의 교수·학습 방법에는 제 7차 교육과정의 특징인 단계형 수준별 교육과정에 관련된 내용과 더불어 실생활과 관련된 문제해결력을 강조하고, 구체적 조작 활동과 사고 활동을 중시하고 학생들 스스로 원리나 법칙을 발견하도록 하며, 구체적인 것에서 추상적인 것으로 나아가도록 하고, 학생들의 인지 발달을 고려한 발문을 강조하며, 긍정적인 수학적 태도를 신장할 수 있도록 간단하게 언급하고 있다. 반면 독일

<표 Ⅲ-11> 김나지움 중등단계 Ⅱ의 통합교과활동의 예

수학	물리학, 공학
주제: 다리	
11학년	좌표기하학: 원, 포물선, 접선, 일차연립방정식
두 지역을 직선도로로 연결하기 위해 다리를 놓아야 한다고 할 때, 이 두 지역을 연결하는 문제가 제기된다. 서로 다른 길이와 서로 다른 자료에 따라 적절한 건축형태가 요구된다. 이 때 주변이나 문헌을 통해 여러 가지의 다리 형태를 찾아보는 기회가 제공된다. 더욱이 특별한 원의 곡선과 포물선의 곡선이 나타난다. 이와 관련하여 이 시점에서 원과 포물선의 경우 수학적으로 기본적으로 해결될 수 있고 나중의 무한소의 취급을 준비하는 접선의 문제가 제기된다. 주어진 건축도안이나 적절한 사진을 보고 포물선을 정할 때 간단한 일차연립방정식을 해결해야 한다.	

의 수학 교육과정에서는 지금까지 계속 일관성 있게 언급된 교과특수적 관점과 통합교과적 관점에서 이를 기술하고 있는데, 전자와 관련해서는 장기적 관점, 다양한 사고, 능동적 학습, 협동 활동, 반성적 사고, 연습의 중요성, 오류의 의미 등을 포함하여 지금까지 수학교육과 관련되어 온 많은 논의를 포함하고 있으며, 후자와 관련해서도 구체적인 예를 제시하고 있다.

4) 성취와 평가

성취평가는 연속적인 과정으로 수업과 관련된 모든 능력을 평가해야 하며, 수업에서 다룬 지식, 능력 및 기능을 평가한다[5]. 이를 좀더 살펴보면 첫째, 개별학생들의 지식범위, 응용방법, 구두표현과 서술표현이 모두 고려되어야 하며, 이 때 일상언어와 수학적 언어의 정확성, 사고의 명료함과 과제에 적절한 표현 등에 유의해야 한다. 둘째, 그룹활동에서의 개인의 성취능력이 평가되어야 한다. 셋째, 성취평가는 투명해야 하며, 이를 위해 교사는 평가척도를 서로 공개하고 수정하며 일반 필기시험(Klasuren)[6]이나 대학수학능력시험(Abitur)과제를 출제한다. 넷째, 시험 출제내용은 대학수학능력시험의 요구사항에 따른다.

가) 필기시험

교육과정에 제시된 필기시험에 대한 내용을 살펴보면, 필기시험은 진행 중인 교과과정 기간에 제시된 목표에 얼마나 가까이 도달했는가를 설명하는 것이 목표이다. 또한 이 시험은 대학수학능력시험의 복잡한 요구사항(Anforderungen)에 대한 준비이기도 하다.

필기시험은 대학수학능력시험의 요구수준에 가깝게 출제되어야 한다. 이 때 기본적인 지식, 기능, 능력과 더불어 언어적 능력이 강조되어야 하는데, 예를 들면 접근방법에 대한 설명, 해결과정에 대한 기술, 결과에 대한 비판적 평가, 목표지식에 대한 기술이 이에 해당한다.

필기시험은 채점결과를 바탕으로 여러 가지 관점을 고려하여 평가되어야 한다.

다음에 제시된 <표 Ⅲ-12>는 채점 시에 나타나는 학생들의 실수나 오류를 나타내기 위한 교정기호이다. 학생들은 자신이 무엇을 틀렸는지 이해해야 하며 필요하면 교사의 설명이나 소견이 보충되어야 한다. 이러한 교정과 부분성취에 대한 평가 등을 고려하여 전체적인 평

<표 Ⅲ-12> 필기시험의 교정기호

a) 계산, 기호 또는 본문		
(예)	$\underline{1}\ \underline{2}\ \underline{3}\ \underline{4}$	처음에 나타난 오류
(예)	$\underline{2}\ \underline{\underline{3}}\ \underline{\underline{3}}\ \underline{2}$	계속적인 오류(최종결과)
	~~	부정확성
b) 가장자리에	·	부주의로 인한 실수, 간단한 계산 실수(잘못 쓰기, 계산 실수)
	|	완전한 실수
	+	심각한 실수
	⌈	본문이나 계산이 누락됨
	#	전체적으로 부족하거나 과제의 나머지 부분의 부족
	≀	풀이에서 그 값이 본질적인 영향을 미치지 않는, 부정확성

5) 이러한 성취평가는 다양한 형태가 가능한데, 필기시험, 구술시험, 수업태도, 토론, 과제물, 보고서, 특별 협동활동 등이 그 예가 될 수 있다(홍종관, 1997: 279).

6) 초등학교부터 김나지움 중등단계 Ⅰ까지는 시험을 의미하는 Prüfung라는 말보다는 직역하면 학급활동이라고 할 수 있는 Klassenarbeit라는 말을 사용한다. 이는 홍종관(1997: 279)에 의하면 평가에서도 학생들의 다양성을 고려하고, 성취에 대한 자신감을 갖게 하며 학습상태를 진단하기 위해 필기시험을 보지만 결과에 대한 점수화 보다는 수업목표 도달도를 서술적으로 지적해주는 정도이기 때문이다.

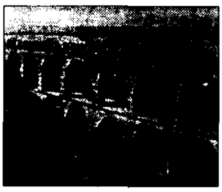
가를 하는데, 수학적인 정답만을 고려하지 않고 논술의 완성도, 목적에 적합하고 근거가 있는 접근방법의 선택, 접근방법과 결과에 대한 의미 있는 정리와 설명, 확인된 오류 등 다양한 관점을 고려한다. 또한 한 가지 유형의 오류를 계속할 때는 이를 모두 점수에 반영하지는 않는다.

다음은 김나지움 중등단계 II의 필기시험을 위한 예시과제이다(MSWWFNRW, 2000b: 18-21). 예시과제의 역할은 학교수업의 질을 향상시키고 교과규준을 명료하게 하며, 교사의 과제개발을 위한 모델을 제공하고 성취평가의 일관된 실행을 촉진한다. 교육과정에는 과제제시와 더불어 과제의 역할, 활동시간, 수업의 전제조건, 기대수준, 과제에 대한 설명 등을 제시하고 있는데, 여기서는 과제만 제시하고자 한다.

과제제시

a) Pont du Gard

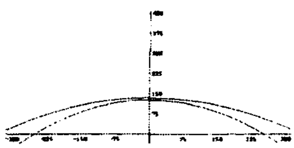
Nimes에 있는 Pont du Gard는 세 층이 서로 포개어져 있는 아치형 다리인데, 이는 Gard 위로 47m 높이이다. 다리의 아치 모양은 기하적으로는 기둥이 붙은 반원의 호이다.
다음 각 경우에 Gard 위의 폭이 24.52m이고 높이가 22m인 가장 큰 아치의 원의 방정식은 무엇인가?
(i) 원의 중점이 좌표평면의 원점에 놓일 때
(ii) 좌표평면의 원점이 왼쪽 강가 위에 있을 때



b) 시드니 항구의 다리

호주 시드니 항구의 다리는 세계의 유명한 철근아치형 다리 중 하나이다. 다리의 위의 테두리와 아래의 테두리는 포물선이다.
(i) 폭이 503m이고 높이가 126.7m인 아래의 테두리는 함수식으로 $u(x) = -0.002x^2 + 126.7$와 같이 나타낼 수 있음을 보이시오.

(ii) 다음의 좌표평면에서 아래의 테두리를 나타내는 포물선이 x축과 만나는 점에서의 두 접선을 나타내고, 이 접선의 방정식을 구하시오.



(iii) 두 접선의 교점을 구하시오. 여러분이 두 접선의 교점과 아래 테두리의 정점 사이의 거리에 대해 이야기할 수 있는 것은 무엇인가? 이 거리를 아래 테두리의 정점과 x축 사이의 거리와 비교하시오.
(iv) 두 테두리의 정점 사이의 거리는 7.3m이다. 다리의 중심에서 100m 멀어지면 이 거리는 15.3m가 된다. 위의 테두리를 나타내는 함수식을 구하시오.

나) 교과활동

교과활동이 필기시험을 대체하기도 하는데 이는 교과교사가 평가한다. 교사는 교과활동 중의 관찰과 때에 따라서는 학습일지를 활용하기도 하며 전체적으로 최종결과물로 판단한다. 이 때 고려해야 할 사항은 필기시험에서 언급한 것 외에도 우선 교과와 관련하여 활동구성의 일목요연함, 주제에 적합한 분류, 사고과정의 논리정연함, 각 측면에 대한 가중치, 자주성, 자료수집의 정확함, 원천의 풍부함, 2차 문헌의 비판적 접근을 고려해야 하며, 통합교

과적인 측면에서는 전체적 인상, 언어의 정확성, 인용, 각주, 문헌표시 등 형식의 정확성, 표현의 객관성과 학문의 깊이, 주제에 대한 관심 등이 고려되어야 한다.

다) 대학수학능력시험

김나지움 중등단계Ⅱ의 교육과정은 다른 학교급별의 교육과정과는 달리 대학수학능력시험(Abitur)에 대한 설명을 제공한다. 이는 교과시험을 위한 요구사항의 수준을 제시하고, 과제 제시를 구조화하며, 이해하기 쉽고, 파악하기 쉬운 판별기준에 따라 성취능력의 평가를 가능하게 하기 위한 것으로 필기시험과 구술시험으로 이루어진다.

(1) 요구사항

대학수학능력시험의 요구사항은 요구사항 Ⅰ(지식의 재생), 요구사항 Ⅱ(지식의 응용), 요구사항 Ⅲ(문제해결과 평가)으로 구성되며, 자세한 내용은 <표Ⅲ-13>과 같다.

(2) 필기시험

대학수학능력시험을 위한 필기시험은 단답형이나 선택형은 출제하지 않으며, 2개 또는 3개의 서술형과제를 출제하며, 과제는 적절한 수준에 도달해야 하며 요구사항 Ⅰ, Ⅱ, Ⅲ을 모

<표 Ⅲ-13> 대학수학능력시험의 요구사항

영 역	중점사항	세부사항
요구사항 Ⅰ	·배운 범위 내에서 사실의 재생(자료, 사실, 규칙, 공식, 표현) ·반복적으로 배우고 연습한 활동 기능과 방법의 기술과 응용	·정의와 정리 재생하기 ·수업에서 충분히 다루고 반복한 간단한 증명 재생하기 ·수업에서 다룬 방식으로 대략적인 윤곽이나 함수 그래프 그리기 ·연습한 알고리즘 실행하기 ·연습한 방법으로 방정식, 부등식 및 연립방정식과 부등식의 풀이 ·배우고 연습한 방식으로 도함수를 구하기 ·연습한 방법으로 직접 해결할 수 있는 함수의 극값을 구하기 ·유리함수의 정적분 계산하기 ·간단하고, 연습한 방법으로 점, 직선, 평면 사이의 위치관계를 알아내기 ·간단하고 익숙한 조건을 제시했을 때 직선과 평면의 방정식 구하기 ·간단하고, 수업에서 다룬 익숙한 관계에서 확률을 구하기
요구사항 Ⅱ	·연습에 의해 익숙한 상황에서 미리 제시된 관점에 따라 잘 알고 있는 사실의 자율적인 선택, 정리, 이해 및 표현 ·배운 것을 새로운 상황으로 자율적으로 전이, 이 때 문제, 상황 아니면 방식은 불변	·친숙한 상태에서 근거와 관계를 도식적이 아니라 언어로 표현하기 ·증명 단계의 실행, 이 때 사고 과정에 대한 자율적인 재구성 요구하기 ·수업에서 다룬 비슷한 문제를 증명하기 ·수업에서 많이 다루지는 않았지만 구조적으로는 간단한 여러 가지 예에 개념 적용하기(극값, 기저, 가능성) ·수업에서 배운 방법으로 여러 가지 함수에 대한 분석 및 탐구하기 ·수업에서 배운 익숙한 방법으로 함수류에 대해 조사하기 ·조사 결과를 바탕으로 친숙하지 않은 유형의 함수 그래프 그리기 ·친숙하지 않은 유형에 대해 치환적분이나 부분적분으로 적분하기 ·주어진 조건에 맞는 함수 구하기 ·수업에서 다룬 익숙한 형태의 극값 문제에서 부차적인 조건을 인식하고 사용하기 ·다른 조건으로부터 직선이나 평면을 결정하는 점이나 방향이 추론되어야 하는 직선의 방정식이나 평면의 방정식 구하기 ·확률과 통계 과제에서 현실과 관련된 상황을 분석하고 익숙한 방식으로 확률과 통계 모델과 관련시키기 ·제시된, 숙련된 방법으로 가설을 검증하기
요구사항 Ⅲ	·자주적 문제해결, 구성, 해석, 추론, 논증, 평가를 요구하는 목표를 가지고 복잡한 상태의 계획적인 해결을 포함, 이 때 학습한 방법이나 문제해결 방법에서 그 과제를 해결하는 데 적절한 것을 스스로 선택하거나 아니면 새로운 문제상황에 맞게 조절	·과제제시에서 일상어로 기술된 광범위한 사실을 방정식, 부등식, 연립방정식 등의 형태로 변환하기 ·문제를 해결하기 위한 식을 발견하기, 이 때 필요한 지식은 수학의 여러 영역과 관련된 것이어야 하며, 이것이 유사한 관계에서 연습되지 않은 것이어야 함 ·단지 여러 개의 예를 통해서 알게 된 사실을 일반화하기 ·하나의 사실을 새로운 또는 확장된 영역에 전이할 수 있는지를 인식하고 논증하기 ·하나의 부분 과제를 다루거나 아니면 여러 개의 부분 과제를 비교함으로써 유도되는 결과를 추측하고 형식화하기 ·자주적인 생각에 의한 증명을 필요로 하는 증명을 수행하기 ·수업에서 배우지 않은 관계로 결과를 해석하기 ·수업에서 배우지 않은 여러 가지 예에 형식적인 정의를 사용하여 복잡한 개념을 적용하기(미분가능성, 일차 독립성, 조건부 확률) ·숙련된 그러나 스스로 선택한 방법으로 수업에서 다루지 않은 적분을 계산하기

두 고려해야 한다. 또한 시험과제는 적어도 두 가지 내용영역을 포함해야 하고 그 중 해석학은 반드시 포함되어야 하며, 수업에서 이미 다룬 문제나 너무 유사한 문제 또는 연습책에 있는 문제는 출제해서는 안 되며 과제제출시 출처가 보고되어야 한다.

대학수학능력시험의 출제자는 학교의 수학담당교사이다. 교사들은 인가서류와 더불어 두 가지의 시험안을 제출하며, 상급학교 감독기관은 그 중 하나의 시험안을 채택한다. 또한 시험안은 4학기의 자격단계, 즉 12, 13학년에서 배운 목표, 문제, 내용 및 방법이 폭 넓게 포함되어야 한다. 또한 시험안에는 과제의 풀이, 수업의 전제조건, 기대수준, 요구사항에 대한 언급 등이 포함되어야 하고 시험시간에 필요한 도구도 제시되어야 하며 도판을 제시할 때는 저자나 출판사를 기록해야 한다. 대학수학능력시험의 채점자는 관할 수학교사들이다. 채점시에는 기대수준에 기술된 구성요소를 고려하며 요구사항에 얼마나 도달했는지 설명해야 하며, 내용에 대한 성취 외에 방법에 관련된 성취와 자주성의 정도도 평가되어야 하며, 언어의 정확성에 대한 표현도 고려해야 한다. 성적을 부여할 때는 점수의 분배를 거의 4개의 동일한 간격으로 하여, 매우 우수함(sehr gut), 우수함(gut), 만족함(befriedigend), 양호함(ausreichend)의 성적을 부여하고 5분의 1보다 낮은 점수는 부족함(ungenügend)이 부여된다. 그러나 이러한 산술적 측정모델에 의해서만 결정되어서는 안 된다. 2차 채점자는 1차 채점자의 평가에 이유를 덧붙이거나 자신의 판단과 평가를 추가한다. 다음은 교육과정에 제시된 Nordrhein-Westfalen 주에 제출되었던 대학수학능력시험안이다(MSWWFNRW, 1999: 77-80). 이는 기본과정을 위한 문제로 함수 및 적분과 관련된다. 여기서는 과제에 관련된 여러 가지 기재사항은 생략한다.

예제 1(기본 과정)

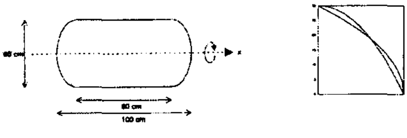
과제 제시

a) f의 그래프를 x축 둘레로 회전시킨 입체의 부피를 계산하기 위한 공식 $V=\pi\int_a^b (f(x))^2\,dx$ 을 유도하는 대략적인 과정을 쓰시오. 가로놓여 있는 물탱크는 두 개의 둥근 지붕 모양의 장식을 가진 원기둥으로 이루어져 있다. 측정은 그림에서 얻을 수 있다. 물탱크는 곡선을 x축 둘레로 회전시키면 생긴다.

b) 간단한 기하학적 방법을 이용해서 물탱크에는 400l 보다 적은 물이 적당하다는 것을 어림하시오.

c) 함수의 그래프가 $g(x)=\sqrt{4500-90x}$ 와 $k(x)=-\frac{3}{10}(x-40)^2+30$ 으로 주어졌을 때, 두 그래프 중에 어느 것이 g이고 어느 것이 k인지 이유를 제시하시오.
두 함수가 물탱크의 둥근 지붕 모양을 근사적으로 기술함을 보이시오.
어디에서 차이가 나는가?
g(x)를 이용해서 물탱크의 입체를 구하시오.

d) 하나의 수도꼭지에서 동일한 시간간격으로 항상 동일한 양의 물이 탱크로 흘러 들어가고 있다. 탱크가 두 개의 지붕 모양 중 하나를 바닥으로 하여 서 있거나 한 측면을 바닥으로 하여 누워있을 때, 각각의 함수 H(t)에 대한 그래프의 개요를 그리시오(t: 채우기 시작할 때부터의 시간, H(t): 시간 t에 대한 바닥에서 물탱크의 물의 높이). 그래프의 경과를 설명하시오.



물탱크의 횡단면의 윤곽

(3)구술시험

대학수학능력시험을 위한 구술시험은 필기시

험과 같은 요구사항을 갖는다. 구술시험은 1부와 2부로 구성되는데, 1부에서는 제시된 과제의 풀이를 조리 있게 설명해야 하며, 2부에서는 구술시험 대화에서 교과와 통합교과적인 관계에 대해 설명해야 한다. 1부 시험과제는 부분과제로 구성되어야 하고 열린 과제도 가능하다. 또한 계산에 시간을 낭비하지 않도록 해야 하며, 사실에 대한 기술과 논증이 중요시되어야 한다. 풀이를 설명할 때 정확성뿐만 아니라 식과 각 풀이 단계에 대한 이해하기 쉬운 설명과 논증이 중요하다. 2부 시험은 1부 시험과제 중에 학생이 명료하기 않게 언급한 것이나 아니면 과제와 연결된 다른 질문을 할 수 있다. 대화에 유익한 측면은 풀이방법에 대한 설명과 판단뿐만 아니라 연산, 사실의 일반화 및 개념과 핵심 아이디어에 대한 설명이나 목표지식에 대한 기술이 추천할만하다. 구술시험에 대한 평가기준은 수학적 지식의 범위와 수준, 수학적 방법사용의 정확성, 이해 가능한 설명, 적절한 표현, 교과언어의 숙달, 핵심을 제시하는 능력, 유익한 개관에 대한 통찰, 독창성, 구술시험에서 파트너 역할, 질문과 반증의 이해, 자신의 관점에 대한 입증 등이다. 다음은 교육과정에 제시된 대학수학능력시험의 구술시험 과제의 예이다(MSWWFNRW, 1999: 91).

예제 1

과제제시

사람들은 숲에 1 ha당 750그루의 어린 나무를 심었다. 1 ha당 산출은 다음과 같은 식에 의해 계산된다.

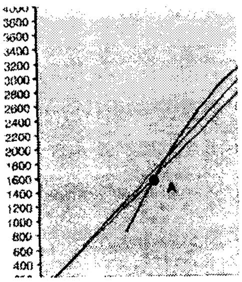
$P = -2{,}5t^2 + 240t - 2200,\ 15 \le t \le 40$

여기서 P는 1 ha당 산출 m^3이고 t는 연수를 의미한다.

a) 이 나무들이 20년 후에 죽는다고 가정하자. 1 ha 당 산출은 몇 m^3가 되겠는가?

b) 사람들이 40년 후에 이 나무들을 벌목한다고 할 때 연간 평균 산출 P를 구하시오. 이 평균 산출 P가 직선 OB의 기울기와 같음을 보이시오(B=(40IP(40))).

c) 그래프 위의 임의의 점을 Q라하고 Q의 t 좌표를 15에서 40까지 변화시키시오. 그렇다면 직선 OQ의 기울기는 증가하는가?



d) 그림에서 직선 OQ의 기울기가 최대가 될 때의 t값을 구하시오. 이 경우에 직선 OQ는 어떤 특별한 직선인가?

e) 평균 산출이 최대일 때는 언제인지 구하시오.

f) 여러분은 사람들이 언제 벌목을 해야한다고 생각하는가?

수업의 전제조건

중요한 지식: 유리함수의 곡선의 경과, 기울기, 극값 문제, 제시된 모델링에서 그래프 성질의 해석

기대수준

과제의 계산 부분은 미분법의 정형적인 계산을 검사하는 것이다. 이 과제의 특별히 어려운 부분은 수학적 내용을 실제적인 관계를 위해 해석하고 이용하는 데 있다(요구사항 Ⅲ)

성취와 평가에 관련하여 우리나라 교육과정에서는 원론적인 수준에서 수업 개선을 위한 평가, 사고력, 문제해결력 및 수학적 성향에 대한 평가, 수학의 기본 개념, 원리, 법칙 용어에 대한 평가, 수학적 지식과 기능을 실생활 현상에 적용하는 능력 등에 대한 평가를 강조하며, 평가기준의 수준 구분을 상, 중, 하로 제시하

고, 다양한 평가 방법을 적용하도록 권고하고 있다.

반면 독일 수학 교육과정에서는 중등교육 이후로는 시험에서 요구하는 능력을 앞에서 제시한 수학 교과의 과제와 목표의 내용과 일관성 있게 구체적으로 제시하고 이에 대한 평가 문항의 예를 교육과정 문헌이나 별책에서 구체적으로 제시하고 있으며, 특히 대학수학능력시험의 경우에는 구체적인 방향을 제시하고 좀더 상세한 안내를 함으로써 학교에서 교사와 학생이 이에 대한 준비를 서서히 할 수 있도록 하고 있다.

IV. 맺으며

지금까지 고찰한 내용을 바탕으로 Nordrhein-Westfalen 주의 수학 교육과정의 전체적인 특징을 제시함으로써 우리나라 수학 교육과정의 발전적 고찰을 위한 시사점으로 삼고자 한다.

첫 번째, 교과의 기본목표와 내용, 교육학적, 교과교육학, 교수학적인 논의가 풍부하다. 주로 수학의 영역별 목표와 내용중심으로 기술되어 있는 우리나라 교육과정과는 달리 독일의 교육과정에서는 전통적으로 논의되어 온 것에서부터 최근까지 논의되고 있는 다양한 교육학, 교과교육학, 교수학의 원리들이 골고루 반영되고 이러한 것들이 각 내용을 기술할 때도 구체화된다.

두 번째, 학교급별 과제와 목표 그리고 교과의 과제와 목표 사이에는 일관성이 있다. 독일 수학 교육과정에서는 개인의 인성과 책임감 있는 사회적 태도의 발달을 그 목표로 하고 각 교과에서는 나름대로 이를 구현하기 위한 목표를 설정하고 구체화하여 제시하고 있다.

세 번째, 내용영역과 관련하여 살펴보면 우리나라와 비교하였을 때, 특히 초등학교에서 자연수의 지필계산이 우리나라의 경우보다 늦게 도입되고, 분수와 소수가 중등단계 I 에서 처음 도입되며, 기하영역에서 공간감각과 관련하여 우리나라 수학 교육과정에서는 다루지 않는 위치와 방위를 다루며, 특히 중등단계 II에서는 기본과 심화의 차이가 있지만 전반적인 김나지움 학생들을 대상으로 높은 수준의 내용이 다루어짐을 알 수 있고, 특히 응용상황에서 직관적으로 다루도록 되어 있지만 선형대수와 수치해석이 다루어진다.

네 번째, 수학의 구조적 측면과 응용적 측면을 동일하게 강조한다. 초등학교부터 김나지움 중등단계II에 이르기까지 수학 학습과정에서는 수학의 여러 가지 개념과 사실사이의 관계뿐만 아니라 현실을 이해하는 데 이러한 수학적 개념과 사실 및 방법을 적용하도록 촉구하며, 내용영역에 대한 설명에서도 각 영역에 적절한 응용의 예를 몇 가지 언급하고 있다.

다섯 번째, 상호작용에 의한 문제중심의 활동을 강조한다. 학문예비교육을 위해서나 사회적 책임감을 가진 개인의 발달을 위해서나 자신의 관점을 설명하고, 정당화하고, 설득하고, 반성할 뿐만 아니라 다른 사람의 관점을 이해하거나 반증하는 능력은 아주 중요하다. 독일 교육과정에서는 이러한 관점에서 교육과정 곳곳에서 상호작용을 강조한다.

여섯 번째, 수학의 문화적·역사적 측면을 강조한다. 수학교과의 과제에서도 제시되었듯이 수학수업은 학생들에게 문화와 문명과 관련된 수학의 의미를 보여주어야 하며, 수학이 어떻게 발생되는지 그리고 복잡한 문제를 기술하고 해결하는 데 어떻게 사용될 수 있는지를 명백히 보여주어야 한다. 이를 위해서 각 내용영역이나 교과 또는 통합교과활동에 이와 관련된 예를 간단히 언급하고 있다.

일곱 번째, 수학에서 연습의 중요성과 오류에 대한 긍정적인 관점을 명시적으로 강조한다. 수업의 구성원리와 관련해서 연습의 중요성을 강조하고 있는데, 이는 교사의 안내에 의한 연습과 학생 자신의 자주적인 연습에 의해 행해져야 하며, 단순한 계산보다는 생산적인 연습을 하도록 강조하고 있다. 또한 오류를 인식하는 것은 여러 가지 관계에 대한 통찰을 가능하게 하고, 새로운 인식의 근원이 되고, 이후의 학습을 위한 출발점이 될 수 있다는 것을 전제로 수업시간에는 오류를 공개적이고 생산적으로 다루며, 오류는 학습에서 피할 수 없는 부분으로 인식하고, 공동으로 이를 해결하게 한다.

여덟 번째, 통합교과적인 활동을 중시한다. 독일의 수학 교육과정에서는 단일교과의 관점에서 현실을 이해하는 것이 아니라 여러 교과의 다양한 관점이나 통합된 관점에서 현실을 이해하는 것을 중시하면서 교과 내의 활동뿐만 아니라 학년별로 여러 교과에 걸친 통합교과활동을 중시하고 학년협의회에서 이러한 것을 주관하도록 하고 있다.

마지막으로 성취평가에 대한 상세한 내용과 채점에 대한 상세한 설명을 제공하고 성취평가를 위한 과제의 예를 제시한다. 특히 김나지움 중등단계 II에서는 대학수학능력시험을 위한 요구사항과 출제 및 과제의 예를 제공한다. 이는 수학 교과의 과제의 목표와 일관성 있게 평가기준을 제시하고 이에 대한 구체적인 평가 문항의 예를 상세하게 다루고 있다는 점에서 우리나라의 수학 교육과정이 평가에 대해서 원론적인 수준에서 기술하고 있는 것과는 차이가 있다.

지금까지 Nordrhein-Westfalen 주 수학 교육과정의 몇 가지 특징에 대해 살펴보았다. 한 나라의 교육과정을 이해하기 위해서는 문헌뿐만 아니라 앞에서 고찰한 교육제도와 교사를 포함한 다양한 관점에서 살펴보아야 한다. 본 고에서 고찰한 내용이 그러한 측면에서 부족하기는 하지만, 앞으로 우리나라 교육과정의 체계를 좀더 공고히 하는 데 도움이 되기를 기대해 본다.

참고문헌

곽노의(1994). 독일 교육대학에서의 교사양성교육. **서울교육대학교 논문집, 27**(1), 337-336.

교육부(1997). **수학과 교육과정.** 서울: 대한 교과서 주식회사.

______(2001). 고등학교 교육과정 해설 -수학-. 서울: 대한 교과서 주식회사.

한국교육과정평가원(2000). **교육과정·교육평가 국제비교연구(II)- 주요국의 학교 교육과정·교육평가 운영 실태 분석.** 연구보고 RRC 2000-6-1.

홍종관(1997). 독일 초등학교의 학습과정과 학습평가. **대구교육대학교 논문집, 32,** 273-286.

Bussmann, D. A., Schbring, G., & Thiemann, A.(2000). *Die aktuellen mathematiklehrpläne der allgemeinbildenden schulen der deutchen bundesländer.* Occasional Paper Nr. 174 des IDM. http://www. uni-bielefeld.de/idm/service/ lehrplan.html.

Griesel, H. (1995). Scientific orientation of mathematical instruction history and chance of a guiding principle in east and west Germany. In Elmar Cohors-Fresenberg (Eds.) *The annual Conference of didactics of Mathematics.* Osnabrueck: FMD.e.V. www.fmd.uni-osnabrusck.de/ebooks/gdm/ annual1997.html.

KMK Lehrplan Datenbank(2003). http://db.kmb.org/lehrplan/

Ministerium für Schule und Weiterbildung, Wissenschaft und Forschung des Landes Nordrhein-Westfalen(MSWWFLNW)(1996). *Richtlinien und lehrpläne für grundschule in Nordrhein-Westfalen mathematik.* Frechen: Ritterbach Verlag.

_____(1999). *Richtlinien und lehrplane für die sekundarstufe II gymnasium/ gesamtschule in Nordrhein-Westfalen mathematik.* Frechen: Ritterbach Verlag.

_____(2000a). *Richtlinien und lehrplane für das gymnasium sekundarstufe I in Nordrhein-Westfalen mathematik.* Frechen: Ritterbach Verlag.

_____(2000b). *Qualitäsentwicklung und qualitätssicherung-aufgabenbeispiele für die gymnasiale oberstufe in Nordrhein-Westfalen.* Frechen: Ritterbach Verlag.

Sekretariat der ständigen Konferenz der Kultusminister der Länder in der Bundesrepublick Deutchland, Dokumentations-und Bildungsinformationsdienst(2002). Grundstructur des bildungswesen in der bundesrepublik Deutchland. http://www.kmk. org /doku/dt-2002.pdf.

Vollrath, H. J.(ed.)(1997) Mathematics Education in Germany. http://www.mathematik. uni-wuerzburg.de/ History/mathed.html.

Reflections on Mathematics Curriculum of Germany -Focusing on Nordrhein-Westfalen-

Chong, Yeong-Ok (Chinju National University of Education)

Recently, there are many countries which have tried to renew mathematics curriculum in the world. The study aims to induce useful implications for improving our mathematics curriculum through reflections on revised mathematics curriculums in many countries.

In order to attain these purposes, the present paper reflects systems and contents of mathematics curriculum of Germany, which is not well known to us in spite of old mathematical tradition including Klein's theory for mathematics education. But there are inherent mathematics curriculum for each state in Germany. Therefore this paper analyzes mathematics curriculum in state Nordrhein-Westfalen. Under these analyses, implications for our mathematics curriculum are discussed.

* key words : German mathematics curriculum(독일 수학 교육과정), German education system(독일 교육제도), 통합교과활동(interdisciplinary activities), student teacher education(예비교사교육)

논문접수 : 2004. 5. 7
심사완료 : 2004. 6. 9