

고무부품의 유한요소해석을 위한 재료시험 및 비선형 재료물성에 관한 연구

김완두[†] · 김완수* · 김동진* · 우창수* · 이학주*

(2003년 12월 23일 접수, 2004년 4월 9일 심사완료)

Mechanical Testing and Nonlinear Material Properties for Finite Element Analysis of Rubber Components

Wan-doo Kim, Wan-soo Kim, Dong-jin Kim, Chang-soo Woo and Hak-joo Lee

Key Words: Rubber(고무), Material Test(재료시험), Nonlinear Material Property(비선형 재료물성), Finite Element Analysis(유한요소해석), Rubber Mount(고무 마운트)

Abstract

Mechanical testing methods to determine the material constants for large deformation nonlinear finite element analysis were demonstrated for natural rubber. Uniaxial tension, uniaxial compression, equi-biaxial tension and pure shear tests of rubber specimens are performed to achieve the stress-strain curves. The stress-strain curves are obtained after between 5 and 10 cycles to consider the Mullins effect. Mooney and Ogden strain-energy density functions, which are typical form of the hyperelastic material, are determined and compared with each other. The material constants using only uniaxial tension data are about 20% higher than those obtained by any other test data set. The experimental equations of shear elastic modulus on the hardness and maximum strain are presented using multiple regression method. Large deformation finite element analysis of automotive transmission mount using different material constants is performed and the load-displacement curves are compared with experiments. The selection of material constant in large deformation finite element analysis depend on the strain level of component in service.

1. 서론

고무는 금속과는 달리 큰 변형에서도 탄성을 유지하며, 하중과 변형이 비선형 관계를 보이는 초탄성(hyperelastic) 특성을 지닌다. 고무부품의 대변형 유한요소 해석을 위해서는 고무재료의 비선형 물성을 파악해야 하나 아직까지 규격화된

물성 및 표준화된 시험방법이 자리 잡지 못하고 있다. 이는 제조과정에서 배합성분 및 함량조건이 다양하고 제조과정에서 재현성을 확보하지 못하기 때문이다. 따라서 고무부품의 보다 정확한 해석결과를 얻기 위해서는 제품과 동일한 성분과 공정조건으로 시편을 제작하여 물성시험을 수행하여야 한다.

지금까지 고무류 기계부품의 유한요소해석과 실험에 관하여 많은 연구가 진행되어 오고 있다.⁽¹⁻⁴⁾

최근에 Wada 등⁽⁵⁾은 가황고무 인장시편의 형상에 따른 시험결과를 서로 비교하였으며, Kim 등⁽⁶⁾은 인장시편 및 순수 전단 시편의 형상비에 따른

[†] 책임저자, 회원, 한국기계연구원 구조연구부

E-mail : wdKim@kimm.re.kr

TEL : (042)868-7627 FAX : (042)868-7884

* 회원, 한국기계연구원 구조연구부

영향을 파악하기도 하였다.

고무의 기계적 물성을 보다 정확히 결정하기 위해서는 단축 인장, 단축 압축, 순수 전단(또는 평면 인장), 이축 인장 시험 등이 필요하지만 시험의 편리성으로 인하여 단축 인장 및 압축 시험이 주로 수행되어 왔다. Bradley 등⁽⁷⁾은 Valanis-Landel (VL) 함수를 이용하여 단축 인장시험결과만으로 해석결과를 향상시키는 방법을 제안하기도 하였다. Miller 등⁽⁸⁾은 단축 인장뿐만 아니라 순수 전단 및 이축 인장시험 등을 통하여 물성을 파악하였다. Mullins 등⁽⁹⁾은 반복 부하-제하(load-unloading)에 따른 응력완화 현상 및 손상으로 인한 영구변형에 대해 연구하였다. Rivlin, Ogden 등^(10,11)은 초탄성 재료를 위하여 변형률 에너지 함수를 기반으로 한 비선형 대변형 재료 모델을 제시하였으며, Arruda와 Boyce 등⁽¹²⁾은 8-체인(eight-chain) 분자구조를 이용한 재료모델을 제안하기도 하였다.

본 연구는 가황된 천연고무(vulcanized natural rubber)로 만든 고무 부품의 유한요소해석을 위해서 여러 가지 변형모드에서의 물성시험을 수행한다. 또한 물성시험으로부터 얻은 응력-변형률 데이터를 이용하여 Mooney 및 Ogden 재료상수를 구하고, 이 때 변형모드선택 및 반복 부하-제하시 최대변형률에 따른 재료상수의 변화를 알아본다. 마지막으로 위의 여러 조건에서 얻은 재료상수를 이용하여 고무 부품의 유한요소해석을 수행하여 실험결과와 비교하고자 한다.

2. 고무 대변형 해석의 이론적 배경

고무는 초탄성 재료로 비선형 및 대변형 거동을 보인다. 유한요소해석에서 초탄성재료 모델은 변형률 에너지 함수(strain energy function)로 표현되고, 다음과 같은 관계를 가진다.

$$\sigma_{ij} = \frac{\partial W}{\partial E_{ij}} \quad (1)$$

여기서, σ_{ij} 는 2차 Piola-Kirchhoff 응력 텐서, W 는 변형률 에너지 함수, E_{ij} 는 Green-Lagrange 변형률 텐서이며 다음과 같이 표현된다.

$$E_{ij} = \frac{1}{2}(F^T F - I) \quad (2)$$

여기서, F 는 변형구배텐서(deformation gradient tensor)로 $F_{ij} = \partial x_i / \partial X_j$ 이며 이 때 x_i 와 X_j 는 각각 변형 전과 변형 후의 선 요소 벡터이다. I 는 단위 텐서이다. 고무의 거동을 표현한 변형률 에너지 함수는 여러 형태가 연구되었으며, 일반적으로 주 변형률 불변량(principal strain invariant)과 주연신율(principal stretch ratio)의 형태로 표현된다. Mooney 및 Rivlin 등⁽¹⁰⁾은 주 변형률 불변량으로 변형률 에너지 함수 $W = W(I_1, I_2, I_3)$ 를 표현하였다. 이 때 I_1, I_2, I_3 는 다음 식과 같다.

$$\begin{aligned} I_1 &= \lambda_1^2 + \lambda_2^2 + \lambda_3^2 \\ I_2 &= \lambda_1^2 \lambda_2^2 + \lambda_2^2 \lambda_3^2 + \lambda_3^2 \lambda_1^2 \\ I_3 &= \lambda_1^2 \lambda_2^2 \lambda_3^2 \end{aligned} \quad (3)$$

여기서, λ 는 연신율(stretch ratio)이다.

고무가 등방성(isotropic)이고 비압축성(incompressible) 재료일 때 변형률 에너지 함수는 다음 식과 같이 된다.

$$W = \sum_{i+j=1}^N C_{ij} (I_1 - 3)^i (I_2 - 3)^j \quad (4)$$

여기서, C_{ij} 는 Mooney 상수이다. 식 (4)에서 1차항만을 고려한 변형률 에너지 함수는 식 (5)와 같다.

$$W = C_{10}(I_1 - 3) + C_{01}(I_2 - 3) \quad (5)$$

또한 변형률 에너지 함수를 주 변형률 불변량으로 표현되는 모델에는 Neo-Hookean, Signorini, Yeoh 모델 등이 있다.⁽¹⁹⁾

Ogden⁽¹¹⁾은 주 연신율로 변형률 에너지 함수 $W = W(\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3)$ 를 표현하였으며 식 (6)과 같다.

$$W = \sum_{n=1}^N \frac{\mu_n}{\alpha_n} (\lambda_1^{\alpha_n} + \lambda_2^{\alpha_n} + \lambda_3^{\alpha_n}) \quad (6)$$

여기서, μ_n 및 α_n 는 Ogden 상수이며, λ 는 연신율이다.

이외에도, 근본적으로 고무 분자구조에서의 물리적 변형에 근거한 Arruda-Boyce 및 Gent 재료 모델 등이 있다.^(12,19)

위의 각 모델의 계수 값들은 공칭응력-연신율

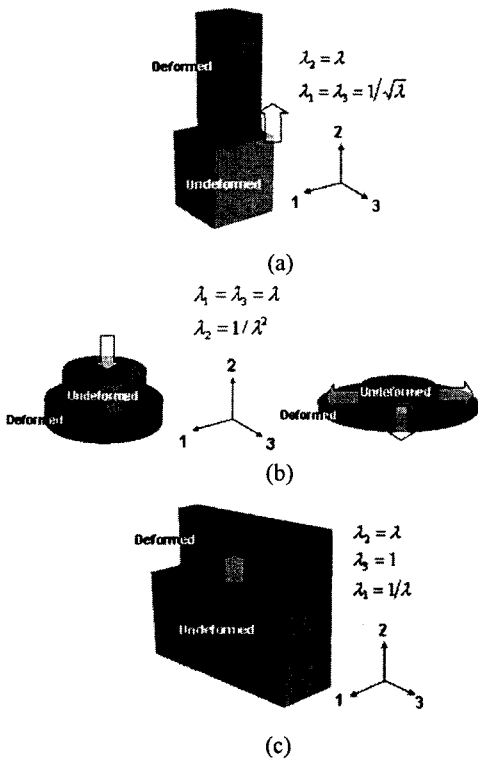


Fig. 1 Schematic of deformation modes: (a) uniaxial tension, (b) uniaxial compression and equibiaxial tension, (c) pure shear or planar tension

관계와 실험데이터를 이용하여 결정할 수 있다. 고무 재료 물성을 평가하는 시험에는 단축 인장, 단축 압축, 이축 인장, 순수 전단 및 단순 전단 시험 등이 있다. 이외에도 폼(foam)과 같은 압축성이 있는 고무재료 또는 개스킷, 시일(seal)과 같이 구속되어 사용되는 부품은 체적시험(volumetric test)이 별도로 필요하다. Fig. 1은 각 시험의 변형모드를 도식화 한 것이다.

3. 재료 물성 시험

3.1 시험재료 및 시편제작

본 연구에서 사용된 고무재료로는 방진고무재료로 많이 사용되는 천연고무(SMR-CV60, Standard Malaysian Rubber-Constant Viscosity 60)를 선택하였다. 보강제로는 N762 및 N550 카본블랙을 사용하였고, 공정소재로는 파라핀계 오일을 사용하였다.

가황 활성제로는 ZnO과 스테아린산을 사용하

Table 1 Compound recipes investigated

Compound Ingredient	A (phr)	B (phr)	C (phr)
NR ^{a)}	100	100	100
SRF(N762)	20	18	15
FEF(N550)	40	27	22
Stearic Acid	1.0	1.0	1.0
ZnO	5.0	5.0	5.0
Sulfur	1.8	1.8	1.8

^{a)} Standard Malaysian Rubber (SMR CV-60)

였고, 가황제로는 황을 사용하였다. 본 연구에서 사용된 고무컴파운드의 조성비를 Table 1에 나타내었다.

가황시킨 고무 컴파운드를 ASTM D3182에 따른 금형을 이용하여 크기가 대략 150×150×2 mm 가 되도록 가황프레스를 이용하여 압축성형으로 제작하였다. 단축 인장시편은 제작한 고무판으로부터 시편커터를 이용하여 ASTM D412 D형으로, 이축 인장시편은 지름 75 mm인 원형 금형 커터를 이용하여 따내었다.⁽¹⁴⁾ 순수 전단시편은 가로 길이 150 mm, 세로길이는 위아래 그림 되는 부분이 각각 5 mm 정도가 포함된 20 mm의 크기로 제작하였다. 단축 압축시편은 ASTM D575에 의하여 지름 28.8 mm, 두께 12.8 mm인 실린더형 금형에 몰딩하여 제작하였다. Fig. 2는 각 시편의 형상 및 치수를 나타낸 것이다.

시편은 시험 전에 23 °C에서 최소 24시간 이상 유지⁽¹⁵⁾시켰다. Table 2는 각 컴파운드의 경도 및 ASTM D412에 따른 인장시험을 통하여 얻은 결과를 나타낸 것이다. 카본블랙(N762 및 N550)의 함량이 많을수록 경도와 각 변형률 구간에서 모듈러스(modulus)는 증가하였으나, 신율(elongation at break) 및 인장강도(tensile strength)는 감소하였다.

3.2 재료시험

3.2.1 일반적 시험조건

고무재료는 점탄성(viscoelastic) 특성으로 인하여 변형률 속도(strain rate)에 영향을 받는다. 일반적으로 변형률 속도가 클수록 고무재료의 응력은 증가하며, 작을수록 응력완화현상으로 인하여 상대적으로 응력이 감소한다. 정적 물성을 얻기 위한 적절한 속도 범위는 0.007/s ~ 0.17/s 이며,⁽⁷⁾ 이 구간 내에서 고무의 응력-변형률 곡선은 별 차이가 없었다. 본 연구에서는 0.01/s의 동일한

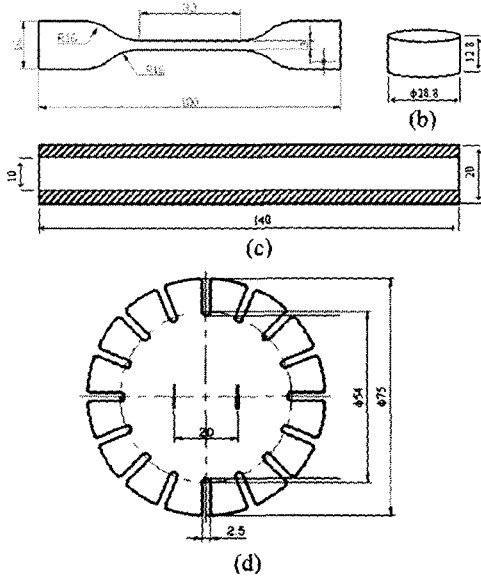
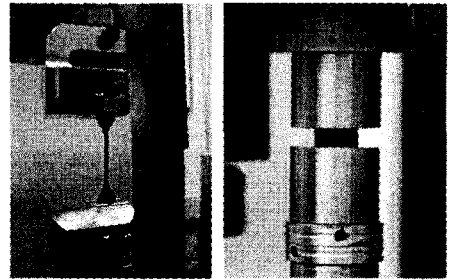
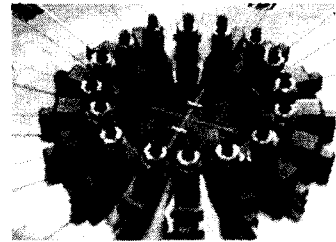


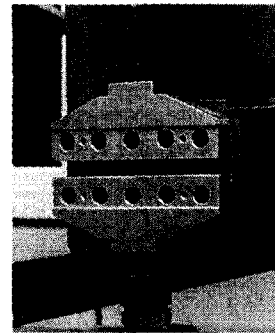
Fig. 2 Specimens for (a) uniaxial tension, (b) uniaxial compression, (c) pure shear and (d) equi-biaxial tension test



(a) (b)



(c)



(d)

Fig. 3 Various mechanical tests: (a) uniaxial tension, (b) uniaxial compression, (c) pure shear and (d) equi-biaxial tension test

Table 2 Physical properties of NR compounds

Compound	A	B	C
Properties			
Hardness (IRHD)	67.6	61.0	52.5
Tensile modulus at			
50% (MPa)	1.62	1.20	0.96
100% (MPa)	3.24	2.30	1.68
200% (MPa)	7.99	5.88	4.12
300% (MPa)	13.20	10.40	7.85
Tensile strength (MPa)	20.3	23.2	24.3
Elongation at break (%)	452	535	584

변형률속도로 각각의 시험을 수행하였다.

고무부품은 반복 하중을 받으면 고무 가교(crosslink) 구조의 파손과 고무분자 표면의 보강재(fillers) 이탈 등으로 강성이 감소하는 Mullins 효과가 나타난다. 이는 카본블랙과 같은 보강재가 들어간 고무에서 뚜렷하게 발생하며 이러한 현상으로 인하여 고무물성을 한 가지로 표현하기 어렵다. 일반적으로 유한요소해석을 위한 고무물성은 분자구조가 어느 정도 안정화되었을 때의 데이터를 이용하여야 한다. 이를 위해서 재료시

험시에 시편을 일정변형률 구간에서 응력-변형률 관계가 어느 정도 안정화될 때까지 반복적인 부하-제하과정이 필요하며, 이때의 최대변형률은 고무부품이 시스템에서 받는 하중 또는 변형률 이력을 통하여 결정되어야 한다.

3.2.2 단축 인장시험

단축 인장시험은 Fig. 3(a)와 같이 재료시험기(Testometric, UK)에 500 N의 로드셀과 변형률을 측정하기 위해 레이저 신장계(laser extensometer)를 사용하였으며 표점거리는 20 mm로 하였다.

Fig. 4(a)는 A 컴파운드에 대해 단축 인장시험을 25 %, 50 %, 100 % 변형률 구간에서 각 5회의 부하-제하과정을 수행한 결과를 나타낸 것이다. 변형률구간이 클수록 응력은 감소하였다.

3.2.3 단축 압축시험

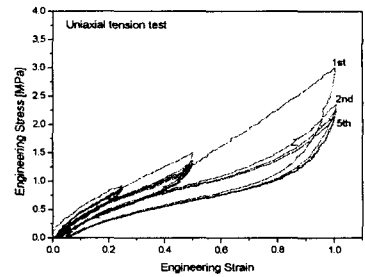
단축 압축시험은 Fig. 3(b)와 같이 재료시험기 (Instron, USA)에 5 kN 용량의 로드셀을 장착하여 수행하였다. 원통형 시편을 압축하는 과정에서 상하 압축판과 시편의 접촉면에서 마찰로 인하여 시편의 좌우 자유표면에 배럴링(barreling) 현상이 나타난다. 이러한 현상으로 인하여 순수한 압축 변형을 유지하지 못하게 되고 결국 왜곡된 변형-하중 관계를 얻는다. 이러한 문제를 해결하기 위해 본 연구에서는 압축판의 표면을 정밀 연마가 공한 후 압축판과 시편 사이에 오일을 이용하여 윤활시켰다. Fig. 4(b)는 단축 압축시험을 25 %, 50 % 변형률구간에서 각 5회의 반복 부하-제하과정을 수행한 결과를 응력-변형률 관계로 나타낸 것으로 변형률구간이 클수록 응력은 감소하였다.

3.2.4 이축 인장시험

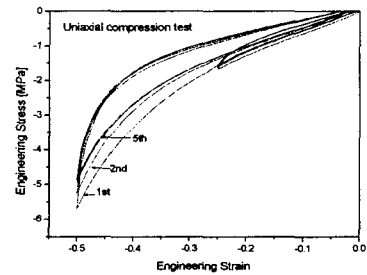
단축 압축시험은 압축판과 고무시편의 접촉면에서 발생되는 마찰로 인하여 근본적으로 순수한 압축응력-변형을 관계를 얻기 어렵다. 이러한 문제를 극복하기 위해 압축시험과 동일한 변형모드를 갖는 이축인장시험이 필요하다. 본 연구에서 이축인장시험은 원형시편을 Fig. 3(c)와 같이 원주방향으로 균일하게 인장시켜 하중-변형률관계를 측정하는 방법을 선택하였다. 시험기는 구동 모터에 의해 상하방향으로 작동되며 레이저 신장계가 시험기 상단에 장착되어 있어 시편의 변형률을 측정한다.⁽¹⁴⁾ 시편의 표점거리는 20 mm이며 사용된 로드셀의 용량은 5 kN이다. Fig. 4(c)는 이축 인장시험을 25 %, 50 %, 75 % 변형률구간에서 각 5회의 반복 부하-제하과정을 통하여 측정된 하중-변위 관계로부터 계산된 응력-변형률 관계를 나타낸 것이다. 단축 인장시험 결과와 유사한 형태의 거동을 보였으나 응력은 높게 나타났다.

3.2.5 순수 전단시험

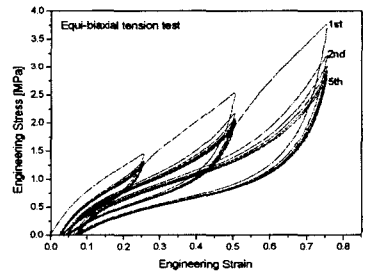
순수 전단시험은 Fig. 3(d)와 같이 재료시험기 (Testometric, UK)에 5 kN 용량의 로드셀을 장착하여 수행하였다.



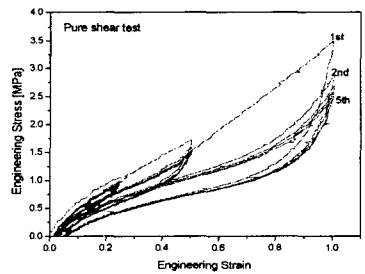
(a)



(b)



(c)



(d)

Fig. 4 Experimental stress-strain curves for compound A: (a) uniaxial tension, (b) uniaxial compression, (c) equi-biaxial tension and (d) pure shear tests

순수 전단시험은 스트레칭시 Fig. 2(c)와 같이 전단시편이 그림에 고정되는 영역(빗금 부분)에서의 미끄러짐(slip)이 발생으로 인하여 순수전단모드를 유지시키기 어려우므로 정확한 시험결과를 얻기 위하여 이러한 현상이 발생되지 않도록 주의하여야 한다. 변형률 측정을 위해서 레이저 신장계를 사용하였으며 반사태일은 표점거리가 6.5 mm가 되도록 시편의 중앙부분에 부착시켰다. Fig. 4(d)는 순수 전단시험을 25%, 50%, 100% 변형률구간에서 각 5회의 반복 부하-제하과정을 통하여 측정된 하중-변위 관계로부터 계산된 응력-변형률 관계를 나타낸 것이다. 단축인장 및 이축인장 결과와 유사한 형태의 거동을 보였으며, 응력은 단축 인장보다 다소 높게 나타났으나 이축 인장보다는 낮게 나타났다.

3.3 응력-변형률 데이터의 오프셋

고무시편은 일정 하중을 가하여 변형시킨 후 다시 하중을 제거할 때 초기상태로 돌아오지 않고 Fig. 4에서 보는 바와 같이 일정량의 영구 변형률이 발생한다. 이는 정도가 높은 재료일수록 크게 나타난다. 유한요소해석을 위한 응력-변형률 데이터로 사용하기 위해서 영구 변형률을 영점으로 오프셋(offset)시키는 과정이 필요하며, 반복 부하-제하과정에서 변화된 단면적을 고려한 식⁽¹⁶⁾은 다음과 같다.

$$\epsilon = (\epsilon' - \epsilon_p) / (1 + \epsilon_p) \quad (7)$$

$$\sigma = \sigma' (1 + \epsilon_p) \quad (8)$$

여기서, ϵ' 는 오프셋 이전의 변형률, σ' 는 오프셋 이전의 응력이며 ϵ_p 는 반복 부하-제하 과정으로 인한 영구 변형률이다.

Fig. 5는 이러한 오프셋 과정을 거친 후 단축 인장, 단축 압축, 이축 인장, 순수전단 응력-변형률 관계를 나타낸 것으로 최대변형률이 증가할수록 강성이 감소하는 것을 볼 수 있다. 여기서, FTS(First Time Stretching)는 첫 번째 스트레칭시의 응력-변형률 곡선을 의미한다.

4. 비선형 재료상수 평가

4.1 커브 피팅

유한요소해석을 위한 재료물성으로 식 (7), (8)을 이용하여 처리한 응력-변형률 데이터를 커브

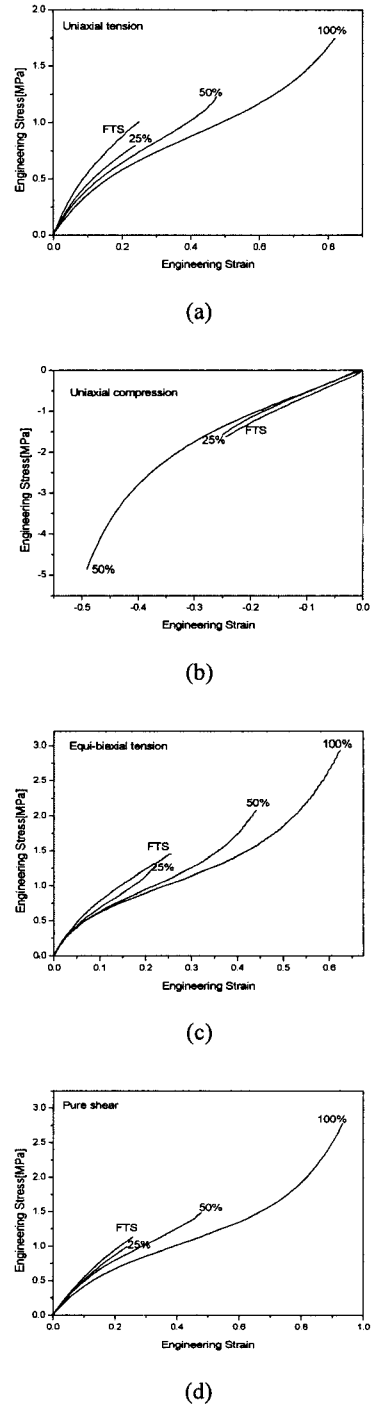


Fig. 5 Stable stress-strain curves for compound A: (a) uniaxial tension. (b) uniaxial compression, (c) equi-biaxial tension and (d) pure shear tests

피팅(curve fitting) 알고리즘을 이용하여 재료상수를 구하였다. 식 (5)의 Mooney 모델로 피팅 시험수의 선형적 특성으로 인하여 최소자승법을 사용하였으며, 식 (6)의 Ogden 모델 시에는 비선형 커브피팅법을 사용하였다.⁽¹⁷⁾ 피팅의 정확성을 높이기 위하여 식 (9)의 오차를 최소화 시키도록 수렴조건 등을 조절하였으며 식 (10)과 같이 안정성(stability)이 유지되도록 재료상수를 구하였다.

$$Error = \sum_{i=1}^N (1 - \sigma_i^{fit} / \sigma_i^{test})^2 \quad (9)$$

$$d\sigma \cdot d\epsilon > 0 \quad (10)$$

여기서, σ_i^{test} 및 σ_i^{fit} 는 각각 실험 및 피팅 응력이며, $d\sigma$ 와 $d\epsilon$ 은 각각 응력 및 변형을 증분값이다.

4.2 변형모드 조합에 따른 재료상수 변화

응력-변형을 결과를 이용하여 재료상수를 구하는 과정에서 각 시험 결과를 조합하는 방법에 따른 비선형 재료상수의 차이를 비교하고자 한다.

Fig. 6은 A 컴파운드의 단축 인장시험 결과만을 이용하여 Mooney 함수로 피팅한 결과를 나타낸 것이다. 피팅곡선이 단축 인장시험 결과와 비교적 잘 일치하였다. 그러나 이 함수를 이용하여 압축영역을 외삽(extrapolation)할 때 단축 압축시험 결과보다 강성이 높게 평가되었다. 이는 압축하중을 주로 받는 고무부품의 해석에서 단축 인장시험 결과만으로는 부족하다는 것을 알 수 있다. Fig. 7은 A 컴파운드의 단축 인장, 이축 인장 및 순수 전단시험 결과를 복합적으로 고려하여 Mooney 함수로 피팅한 결과이다. 이를 통하여 압축영역을 예측한 결과, 압축시험 결과와 비교적 잘 일치되는 것을 볼 수 있다.

Table 3과 4는 A 컴파운드의 각 시험결과 데이터를 조합하는 방법에 따라 Mooney 2항 및 Ogden 3항 함수로 피팅하여 얻어진 재료상수를 정리한 것이다. 조건에 따른 결과를 정량적으로 비교하기 위하여 전단탄성계수(G)를 이용하였다.

전단탄성계수는 고무재료가 비압축성이며 변형이 작은 영역에서 식 (11) 및 (12)를 이용하여 계산할 수 있다.⁽¹⁸⁾ Table 3에서 단축 인장시험 결과만으로 얻은 전단탄성계수는 1.58 MPa로 단축 인장, 이축 인장 및 순수 전단시험 결과만으로 얻

은 1.30 MPa에 비해 약 20 % 높게 나타났다.

$$G_{mooney} = 2(C_{10} + C_{01}) \quad (11)$$

$$G_{ogden} = \sum_{i=1}^3 \frac{\mu_i \alpha_i}{2} \quad (12)$$

여기서, G 는 전단탄성계수, C_{10} 및 C_{01} 은 Mooney 재료상수이며, μ_i 및 α_i 는 Ogden 재료상수이다.

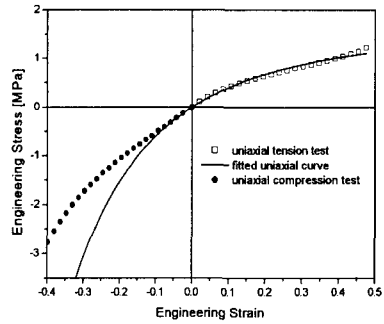


Fig. 6 Mooney function fitting result using only uniaxial tension test data

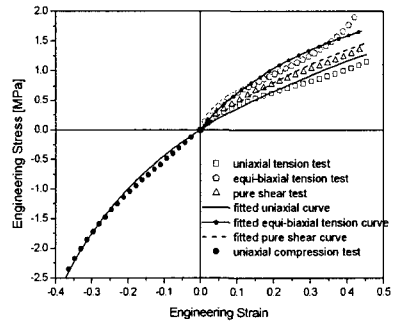


Fig. 7 Mooney function fitting result using uniaxial tension, pure shear and equi-biaxial tension test data

Table 3 Comparison of material coefficients with deformation modes: Mooney model at 50% strain level

Combination of deformation mode	C ₁₀	C ₀₁	G
	(MPa)	(MPa)	(MPa)
T ^{a)}	0.03	0.76	1.58
C ^{b)}	0.70	0.0	1.40
B ^{c)}	0.66	0.0	1.32
T + B	0.65	0.0	1.30
T + P ^{d)}	0.37	0.30	1.34
T + C	0.57	0.11	1.36
T + B + P	0.65	0.0	1.30

^{a)}T : Uniaxial tension data

^{b)}C : Uniaxial compression data

^{c)}B : Equi-biaxial tension data

^{d)}P : Pure shear data

Ogden 재료상수로 표현된 Table 4 또한 Table 3과 같은 유사한 경향을 보였으나 단축 인장시험 결과만으로 얻은 전단탄성계수의 오차가 12 %로 다소 감소하는 경향을 보였다. 이는 Ogden 함수가 Mooney 함수에 비해 비선형적인 곡선을 더 잘 표현할 수 있기 때문으로 보인다.

4.3 변형률 구간에 따른 재료상수 변화

고무는 반복 부하-제하과정에서 최대변형률 수준에 따라 다르게 거동하며 이에 따라 재료상수 또한 일정한 값으로 나타나지 않고 변화한다. 본 연구에서는 여러 변형률 구간에서 단축 인장, 이축 인장, 순수 전단 시험결과를 조합하여 구한 재료상수의 차이를 비교하였으며 A 컴파운드의 경우에 대해서 Table 5, Table 6에 각각 나타내었다. FTS 결과를 이용한 재료상수가 가장 크게 나타났으며, FTS의 전단탄성계수와 100 % 변형률 구간에서 안정화시킨 전단탄성계수의 차이는 A 컴파운드의 경우 약 45 % 내외였으며, 컴파운드의 경도가 낮을수록 차이는 감소하였다.

4.4 전단탄성계수 실험식 도출

고무재료는 고무원료, 보강제, 가황조건 뿐만 아니라 최대 변형률에 따라 재료물성이 달라지므로, 금속재료와 같이 하나의 물성 값으로 표현하기 어렵기 때문에 고무의 경도와 최대 변형률에 따른 전단탄성계수 실험식을 얻고자 한다.

Table 4 Comparison of material coefficients with deformation modes: Ogden model at 50% strain level

Combination of deformation mode	moduli (μ _i)	exponents (α _i)	G (MPa)
	(MPa)	-	
T ^{a)}	1.43	0.65	1.47
	1.03	0.73	
	1.83	0.69	
C ^{b)}	0.0	1.65	1.41
	0.82	2.51	
	0.30	2.52	
B ^{c)}	0.01	3.29	1.34
	0.87	3.04	
	0.0	1.26	
T + B	3.89	0.0	1.31
	1.34	1.96	
	0.0	0.52	
T + P ^{d)}	8.67	0.18	1.41
	2.96	0.18	
	4.10	0.18	
T + C	1.60	0.73	1.41
	0.78	0.73	
	1.48	0.73	
T + B + P	0.0	1.22	1.31
	0.56	1.85	
	0.84	1.88	

^{a)}T : Uniaxial tension data

^{b)}C : Uniaxial compression data

^{c)}B : Equi-biaxial tension data

^{d)}P : Pure shear data

Table 5 Comparison of material coefficients with different strain range: Mooney model

Strain range during loading - unloading	C ₁₀ (MPa)	C ₀₁ (MPa)	G (MPa)
FTS ^{a)}	0.84	0.0	1.68
0 - 25 %	0.75	0.0	1.50
0 - 50 %	0.65	0.0	1.30
0 - 100 %	0.48	0.08	1.12

^{a)}FTS : First time stretching

A, B, C 컴파운드의 재료물성 시험결과를 이용하여 Mooney 2항 재료상수를 얻었으며, 식 (11)

Table 6 Comparison of material coefficients with different strain range: Ogden model

Strain range during loading - unloading	moduli (μ_i)	exponents (α_i)	G (MPa)
	(MPa)	-	
FTS ^{a)}	0.0	1.51	1.69
	0.0	2.13	
	1.14	2.97	
0 - 25 %	0.0	1.51	1.51
	0.56	2.63	
	0.58	2.67	
0 - 50 %	0.0	1.22	1.31
	0.56	1.85	
	0.84	1.88	
0 - 100 %	0.00	1.63	1.19
	0.18	2.66	
	1.75	1.09	

^{a)}FTS : First time stretching

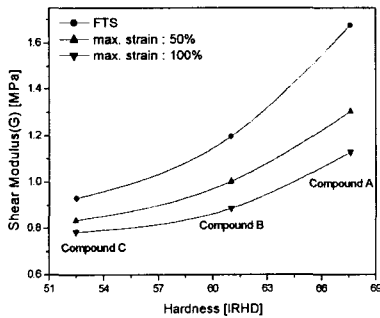


Fig. 8 Plot of shear modulus of various compounds

로부터 전단탄성계수를 계산하였다. Fig. 8은 경도 및 최대변형률에 따른 전단탄성계수를 나타낸 것으로 경도가 증가할수록 전단탄성계수는 비선형적으로 증가하는 반면에 최대변형률이 증가할수록 전단탄성계수는 감소하는 경향을 보였다. 다음 식은 Fig. 8로부터 얻은 실험식이다.

$$G_{FTS} = 7.682 - 0.267 * H + 0.00264 * H^2 \quad (13a)$$

$$G_{50} = 5.165 - 0.171 * H + 0.00168 * H^2 \quad (13b)$$

$$G_{100} = 5.198 - 0.167 * H + 0.00158 * H^2 \quad (13c)$$

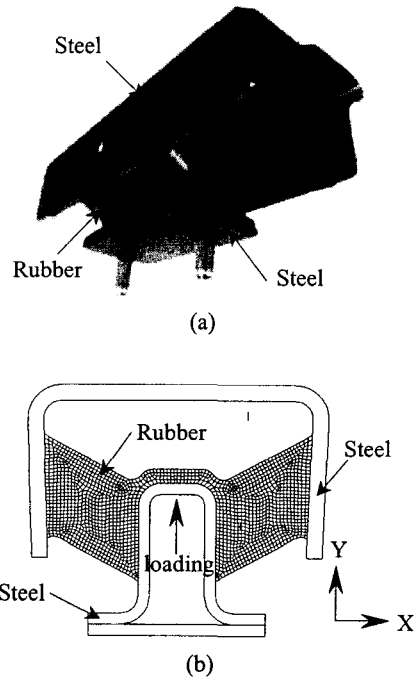


Fig. 9 The photograph and finite element model of automotive transmission rubber mount

여기서, G_{FTS} , G_{50} , G_{100} 는 각각 FTS, 50 %, 100 %에서의 전단탄성계수[MPa], H 는 경도(IRHD)이다.

5. 트랜스미션 고무 마운트의 유한요소해석 및 실험

본 연구에서는 자동차 트랜스미션의 정적 하중을 지지하고 동시에 진동 및 충격을 흡수하여 완화시키는 역할을 하는 고무 마운트를 대상으로 유한요소해석 및 실험을 수행하였다.

트랜스미션 고무 마운트는 Fig. 9(a)와 같이 금속판 사이에 고무가 접착된 구조로 되어 있으며 장착시 Y 방향으로 하중을 지지한다.

유한요소해석은 상용 프로그램인 MARC를 사용하였으며, Fig. 9(b)와 같이 2차원 평면변형률 모델로 고무부분은 비압축성으로 가정하였으며 물성은 Mooney 모델을 이용하였다. 금속판은 고무에 비해 변형이 거의 없으므로 강체로 가정하였다. 경계조건으로 상단 금속판의 X, Y 방향의 변위를 구속시켰으며, 하단 금속판을 (+) Y 방향

으로 15 mm 이동시켜 고무에 변형을 가하였다. Fig. 10은 (+) Y 방향으로 각 변형 단계에서 고무

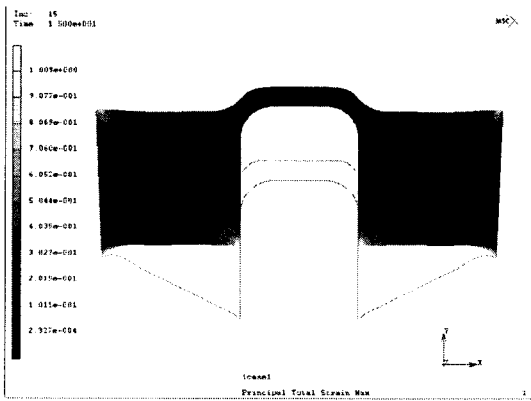
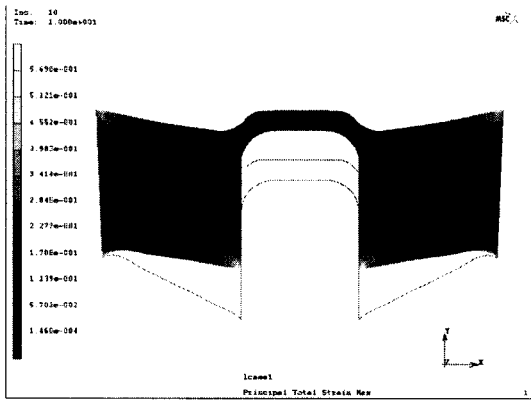
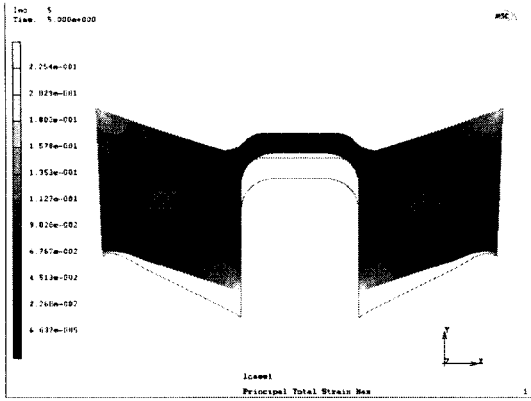


Fig. 10 Deformation pattern and maximum principal strain distribution: (a) 5mm, (b) 10mm, (c) 15mm

의 변형된 형상 및 최대 주 변형률 분포를 나타낸 것이다. 앞 장에서 여러 가지 경우의 고무 재료상수를 유한요소해석에 적용하여 하중-변위 관계를 얻었다.

시제품을 제작하여 실험을 수행하였으며, Fig. 11은 각각 컴파운드 A 및 C를 이용하여 만든 트랜스미션 고무 마운트를 Fig. 9에서 보는 바와 같이 (+) Y 방향으로 5, 10, 15 mm 간격으로 각 5회 반복 부하-제하과정을 10 mm/min의 속도로 시험하여 얻은 하중-변위 결과를 나타낸 것이다.

반복 부하-제하 과정에서 영구변형 및 히스테리시스 발생하였으며, 카본블랙 함량이 상대적으로 많은 A 컴파운드가 C 컴파운드에 비해 더 크게 나타났다. 3개의 실험 결과는 Fig. 11에서 5회째의 하중-변위곡선을 각각 선택하여 영점으로

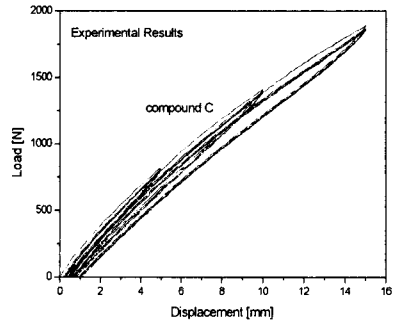
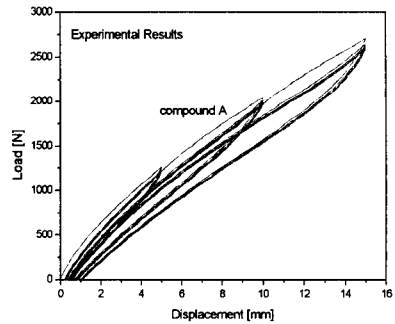


Fig. 11 Experimental force-displacement curves of transmission rubber mount

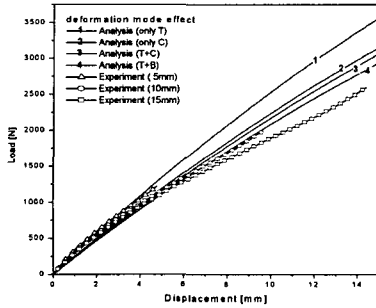


Fig. 12 Comparison of experimental and analytical force-displacement curves using material coefficients obtained from various deformation modes in compound A

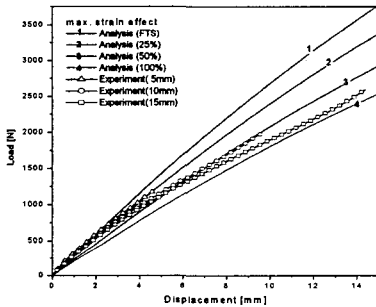


Fig. 13 Comparison of experimental and analytical force-displacement curves using material coefficients obtained from various strain range in compound A

오프셋시킨 것이다. 두 가지 이상의 모드에서 얻은 재료상수를 적용하는 것이 바람직하다는 것을 알 수 있다.

Fig. 13은 컴파운드 A로 만든 트랜스미션 고무 마운트의 실험 및 해석으로 얻은 하중-변위 관계 선도를 나타낸 것이다. 4개의 유한요소해석 결과는 재료물성을 Table 5에 나타낸 것과 같이 반복 부하-제하과정에서 최대 변형률 수준에 따른 서로 다른 재료상수를 적용하여 얻은 것이다. 3개의 실험 결과는 Fig. 11에서 5회째의 하중-변위 곡선을 각각 선택하여 영점으로 오프셋시킨 것이다. 5 mm 변형구간에서는 25 %, 10 mm 변형구간에서는 50 %, 15 mm 변형구간에서는 100 % 변형률 구간에서 반복하여 얻은 재료물성을 적용

하여 해석한 결과와 비교적 잘 맞는 것으로 나타났다. 결과적으로 고무부품의 1차 유한요소해석을 통하여 전반적인 변형률 수준을 파악한 후, 이 때의 변형률 수준에 따른 재료물성을 선정하여 2차 해석을 수행해야 보다 정확한 해석결과를 얻을 수 있었다.

6. 결론

고무부품의 유한요소해석의 정확성을 높이기 위해서 여러 종류의 재료시험을 수행하고 재료상수를 평가하였으며, 해석과 실험을 통하여 다음과 같은 결론을 얻었다.

(1) 단축 인장시험만으로 재료상수를 구할 경우 압축영역에서 강성이 높게 평가되었다. 이를 통하여 정확한 고무재료상수를 얻기 위해서는 단축 인장뿐만 아니라 압축시험 또는 이축 인장시험을 추가적으로 수행하여야 함을 알 수 있었다. 또한 단축 인장시험과 순수 전단시험 결과를 이용하여 재료상수를 얻을 경우 역시 강성이 높게 평가되어 바람직하지 않으며, 반드시 이축 인장시험과 병행해야함을 알 수 있었다.

(2) 자동차용 트랜스미션 고무 마운트의 대변형 유한요소해석에서 최대 변형률에 따른 재료상수를 각각 다르게 적용하여 하중-변위관계를 얻었고 실험과 비교하였다. 이로 부터 고무부품의 하중-변위 관계를 유한요소해석으로 정확히 예측하기 위해서는 고무부품이 받는 변형률 수준에 따라 재료상수를 달리 적용해야함을 알 수 있었다.

(3) 재료상수와 전단탄성계수의 관계식으로부터 최대변형률 및 경도에 따른 전단탄성계수의 변화를 비교하였으며 실험식을 제시하였다.

후 기

본 논문은 과학기술부에서 시행한 국가지정연구실사업의 연구결과의 일부임을 밝히며 연구비 지원에 감사드립니다.

참고문헌

- (1) Moreau, C., Thuillier, S., Rio, G. and Grolleau, V., 1998, "The Mechanical Behavior of a Slightly

- Compressible Rubber-Like Material: Correlation of Simulations and Experiments," *Rubber Chemistry and Technology*, Vol. 72, pp. 269~282.
- (2) Kim, H. Y., Choi, C., Bang, W. J. and Kim, J. S., 1993, "Large Deformation Finite Element Analysis for Automotive Rubber Components," *Trans. of KSAE*, Vol. 15, No. 1, pp. 107~119.
- (3) Joun, M. S., Moon, H. K. and Kim, S. J., 1997, "A Simple Finite Element Method to Determination of Deformed Shape and Load- Displacement Curve of Elastomers," *Trans. of KSME(A)*, Vol. 21, No. 2, pp. 217~222.
- (4) Shin, S. J., Lee, T. S. and Oh, S. I., 1998, "Three-dimensional Finite Element Analysis of Rubber Pad Deformation," *Trans. of KSME(A)*, Vol. 22, No. 1, pp. 111~131.
- (5) Wada, N., Takashima, M., Kondo, T. and Mitsuhashi, K., 2002, "Effect of Precision of Types of Test Pieces on Tensile Data of Vulcanized Rubbers," *International Rubber Conference*.
- (6) Kim, W. D., Kim, W. S. and Woo, C. S., 2001, "Test Method of Rubber Material Model For Finite Element Analysis," *International Rubber Conference*.
- (7) Bradley, G. L., Chang, P. C., Mckenna and G. B., 2001, "Rubber Modeling Using Uniaxial Test Data," *J. of App. Poly. Sci.*, Vol. 81, pp. 837~848.
- (8) Miller, K., 2002, "Structural Testing of Materials for Finite Element Analysis of Elastomeric Parts," *Automotive Elastomers Conference*.
- (9) Mullins, L., 1969, "Softening of Rubber by Deformation," *Rubber Chemistry and Technology*, Vol. 42, pp. 339~362.
- (10) Rivlin, R. S. and Saunders, D. W., 1951, "Large Elastic Deformations of Isotropic Materials - VII. Experiments on the Deformation of Rubber," *Philos. Trans. R. Soc.(A)*, Vol. 243, pp. 251~288.
- (11) Ogden, R. W., 1972, "Large Deformation Isotropic Elasticity: On The Correlation of Theory and Experiment for Incompressible Rubberlike Solids," *Proc. of The Royal Society(A)*, Vol. 326, pp. 565~584.
- (12) Arruda, E. and Boyce, M. C., 1993, "A Three-Dimensional Constitutive Model for the Large Stretch Behavior of Rubber Elastic Materials," *J. Mech. Phys. Solids*, Vol. 41, No. 2, pp. 389~412.
- (13) MSC Software Co., 2001, *MARC user's manual*.
- (14) Kim, W. D., Kim, D. J., Kim, W. S. and Lee, Y. S., 2003, "A Study on the Equi-biaxial Tension Test of Rubber Material," *Trans. of KSAE*, Vol. 11, No. 5, pp. 95~104.
- (15) Brown, R. P., 1996, *Physical Testing of Rubber*, Chapman & Hall, London, pp. 44~47.
- (16) Kim, W. D., Kim, W. S. and Kim, C. H, 2001, "Determination of Rubber Material Model and The Deformation Behaviors of Rubber Component Considering Mullins Effect," *MSC User's Conference*.
- (17) Maron, M. J. and Ropez, R. J., 1991, *Numerical Analysis*, Wadsworth Publishing, Belmont.
- (18) Gent, A. N., 1992, *Engineering with Rubber*, Oxford Univ. Press., New York, pp. 245~246.
- (19) MSC Software Co., 2001, *Nonlinear Finite Element Analysis of Elastomers*.