

## 초탄성고무 물성평가용 미소압입시험기의 소프트웨어 및 하드웨어 개발

이형일<sup>†</sup> · 김동욱<sup>\*</sup> · 이진행<sup>\*\*</sup> · 남승훈<sup>\*\*\*</sup>

(2003년 12월 4일 접수, 2004년 4월 6일 심사완료)

### Software and Hardware Development of Micro-indenter for Material Property Evaluation of Hyper-Elastic Rubber

Hyungyil Lee, Dong Wook Kim, Jin Haeng Lee and Seung Hoon Nahm

**Key Words:** Hyper-Elastic Rubber(초탄성고무), Spherical Indenter(구형압입자), Material Property (재료 물성치), Strain Energy Density(단위부피당 변형에너지), Invariant of Principal Stretches(주연신율의 불변량)

#### Abstract

In this work, effects of hyper-elastic rubber material properties on the indentation load-deflection curve and subindenter deformation are examined via finite element (FE) analyses. An optimal location for data analysis is selected, which features maximum strain energy density and negligible frictional effect. We then contrive two normalized functions, which map an indentation load vs. deflection curve into a strain energy density vs. first invariant curve. From the strain energy density vs. first invariant curve, we can extract the rubber material properties. This new spherical indentation approach produces the rubber material properties in a manner more effective than the common uniaxial tensile/compression tests. The indentation approach successfully measures the rubber material properties and the corresponding nominal stress-strain curve with an average error less than 3%.

#### 기호설명

$A_{10}, A_{01}$	: Mooney-Rivlin-모델 상수
$C_1, C_2, C_3$	: Yeoh-모델 상수
$D$	: 압입자 직경
$f$	: 압입자와 고무 사이의 마찰계수
$h$	: 압입깊이
$I_1, I_2, I_3$	: 주연신율에 대한 불변량
$l$	: 재료표면으로부터 표면하부방 의 관측깊이

$P$	: 압입하중
$r$	: 시편중앙에서부터 반경방향 으로의 직선거리
$W$	: 단위부피당 변형에너지
$\varepsilon$	: 변형률
$\phi$	: $I_1$ (첫 번째 불변량)
$\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$	: 주연신율
$\sigma$	: 등가응력
$\psi$	: $WhD/P$

#### 1. 서 론

† 책임저자, 회원, 서강대학교 기계공학과

E-mail : hylee@sogang.ac.kr

TEL : (02)705-8636 FAX : (02)712-0799

\* 현대엔지니어링

\*\* 서강대학교 대학원 기계공학과

\*\*\* 한국표준과학연구원 강도평가그룹

고무재료는 금속재료와는 달리, 큰 탄성변형, 회복, 완충 등과 같은 독특한 성질을 갖는다. 이에 더해 제조 용이성, 경제성으로 인해 자동차와 철도 차량뿐 아니라 강교량이나 반도체, 정보통신 등

전 산업분야에서 널리 사용되고 있다. 고무부품은 그러나 제작과정 중 발생하는 화학적 변화, 사용중 기계적 성질 변화는 물론이고 사용방법에 따라서도 다른 기계재료보다 빠른 시효현상, 특히 경화현상을 보인다. 이러한 성질은 고무제품이 진동이나 충격을 차단하지 못하거나, 고무 실링에서의 누설과 같은 기능저하로 이어져 종국적으로 제품의 전체 성능에 영향을 끼친다.<sup>(1)</sup>

고무재료의 중요성에 비해 그에 관한 연구들은 부품설계적 측면에서의 만족성이나 실용성과는 상당한 거리가 있다. 이로 인해 정확한 기계적 성질이나 내구수명 등을 부품 설계단계에서 평가할 수 없어, 시행착오를 거듭하게 되므로 설계기준을 맞추는 것이 쉽지 않다. 따라서 고무부품의 성능 및 내구수명은 표준시편보다는 주로 제품마다의 특정시험에 의존하고 있으며 이러한 경험적 설계 방법에서 벗어나기 위해서는 보다 체계적이고 신뢰성 있는 고무 재료거동 예측방법이 요구된다.<sup>(2)</sup>

이러한 요구에 대한 부응으로 고무의 기계적 거동을 보다 정확히 기술하고자 하는 고무 구성 방정식에 관한 연구들이 수행되었다. 이러한 연구 수행 과정에서는 고무 구성방정식의 계수들을 필요로 하는데, 별도 제작된 표준시편의 인장 및 전단시험을 통해 응력-연신율 데이터를 얻고 이 데이터로부터 계수들을 구한다. 이런 복잡한 과정을 줄임과 동시에, 엔진마운트 등<sup>(3)</sup> 현재 사용중인 열화 고무부품의 (제작시가 아닌) 현재 물성계수들을 경도값으로 추정코자 하는 연구가 일부 진행중이다.<sup>(4)</sup> 그러나 경도계에 의한 고무 재료의 물성평가는 그 방법의 적용가능 고무종류에 제한이 있고, 보다 주목할 점은 정밀성에 있어 아직 크게 미흡하다는 것이다.

이에 본 연구에서는 별도의 표준시편을 제작하지 않고서도 초탄성고무의 구성방정식인 변형에너지 함수의 계수들을 측정할 수 있는 미소압입시험기의 소프트웨어 및 하드웨어를 개발하고자 한다. 이러한 미소압입시험기를 사용하면 현재의 표준시편보다 제작이 간편한 미소시편은 물론 현재 사용중인 열화 고무부품에서 사용초기와는 크게 다른 현재의 (단순 경도값보다는 훨씬) 고급 물성치들을 바로 얻을 수 있게 된다. 이를 통해 고무부품 물성평가의 정확성과 환경 및 변형이력 평가, 그에 따른 내구평가의 신뢰성 향상에 크게 기여 할 수 있다.

## 2. 초탄성 고무모델의 구성방정식

### 2.1 고무의 구성방정식

고무 변형은 비선형, 비압축성 (또는 약간의 압축성), 대변형의 특성이 있고, 그 변형양상도 고무의 화학적 구성 성분에 따라 큰 차이를 보인다. 이같이 다양한 고무거동을 특성화하기 위해 여러 형태의 변형에너지 함수가 보고되었다. 이에 따르면 변형에너지지는 크게 아래와 같이 주불변량 (principal invariant) 또는 주연신율 (principal stretch)에 대한 함수형태로 표현된다.

$$W = W(I_1, I_2, I_3) = W(\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3) \quad (1)$$

$$I_1 = \lambda_1^2 + \lambda_2^2 + \lambda_3^2 \quad (2)$$

$$I_2 = \lambda_1^2 \lambda_2^2 + \lambda_2^2 \lambda_3^2 + \lambda_3^2 \lambda_1^2 \quad (3)$$

$$I_3 = \lambda_1^2 \lambda_2^2 \lambda_3^2 \quad (4)$$

여기서  $W$ 는 단위부피당 변형에너지 (strain energy density)이며,  $I_1, I_2, I_3$ 는 식 (2)-(4)에서 나타난 바와 같이 주연신율  $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$ 에 대한 불변량들이다. 한편 고무재료를 비압축성으로 고려하면  $\lambda_1 \lambda_2 \lambda_3 = 1$  이므로  $I_3 = 1$ ,  $I_2 = 1/\lambda_1^2 + 1/\lambda_2^2 + 1/\lambda_3^2$ 이 된다. 현재 유한요소 프로그램에 폭넓게 사용되고 있는 변형에너지 함수로 Rivlin<sup>(5)</sup>이 제안한 식 (5)와 같은 형태의 수식이 쓰이고 있다. 대부분의 고무재료는 비압축성이므로  $I_3 = 1$ 인 조건을 사용하면 식 (5)는 식 (6)과 같은 형태로 줄일 수 있다.

$$W = \sum_{ijk=0}^{\infty} A_{ijk}(I_1 - 3)^i(I_2 - 3)^j(I_3 - 3)^k \quad (5)$$

$$W = \sum_{ij=0}^{\infty} A_{ij}(I_1 - 3)^i(I_2 - 3)^j \quad (6)$$

식 (6)의 먹급수 형태에서 각 항의 선택에 따라 아래 같은 대표적 변형에너지 함수형태들로 표현된다.

#### Neo-Hookean-모델<sup>(6)</sup>

$$W = A_{10}(I_1 - 3) \quad (7)$$

#### Mooney-Rivlin-모델<sup>(6)</sup>

$$W = A_{10}(I_1 - 3) + A_{01}(I_2 - 3) \quad (8)$$

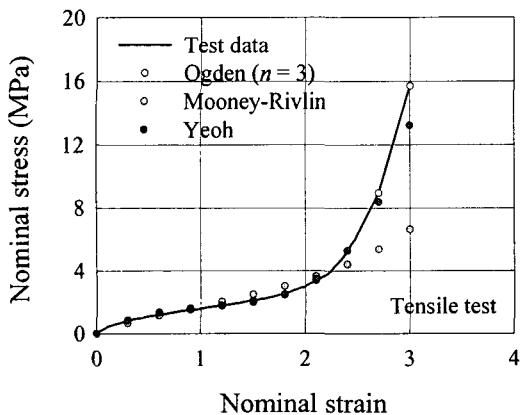


Fig. 1 Stress vs. strain curves from various constitutive models

여기서  $A_{10}$ ,  $A_{01}$ 는 재료상수이며, 인장실험에서의 응력-변형률 관계를 곡선회귀하여 얻을 수 있다. 두 개의 계수를 가진 MR-모델은 수학적 간편성과 그 계수값들의 물리적 의미로 인해 널리 활용된다. 그러나 MR-모델은 연신율이 큰 구간에서는 다양한 종류의 고무에 대한 응력-변형률 관계를 정확하게 표현할 수 없다. 일반적으로 MR-모델은 2보다 작은 연신율까지만 실험데이터를 잘 설명하고, 그 이상의 연신율 구간에서는 적용이 곤란한 단점이 있다. 그렇지만 대부분의 상용고무는 커다란 변형보다는 연신율 2이하의 변형률을 하는 경우가 많아 MR-모델을 사용하더라도 크게 문제되지 않으며, 특히 작은 연신율 범위에서는 MR-모델은 매우 정확한 응력-변형률 관계를 기술해 준다.

큰 변형률 구간에서는 주불변량  $I_1$ ,  $I_2$  자체가 어떤 물리적 의미를 가지지 않기 때문에 이 양들로 이루어지는 변형에너지 함수 자체에도 물리적 의미를 부여하기 어렵다. 이에 대한 해법으로 변형에너지 함수의 계수에서 물리적인 의미를 찾기보다는 함수 자체에 물리적인 의미를 부여하여 실험데이터를 기술하는 새로운 함수형태가 나타났다. 이는 변형에너지 함수를 연신율 불변량의 함수가 아닌 연신율 자체의 함수로 전개한 것이다. 이러한 변형에너지 함수 중 대표적인 것으로 다음과 같은 Ogden-모델<sup>(7)</sup>이 있다. 여기서  $\alpha_i$ 와  $\mu_i$ 는 재료상수이다.

$$W = \sum_{i=1}^n \frac{\mu_i}{\alpha_i} (\lambda_1^{\alpha_i} + \lambda_2^{\alpha_i} + \lambda_3^{\alpha_i} - 3) \quad (9)$$

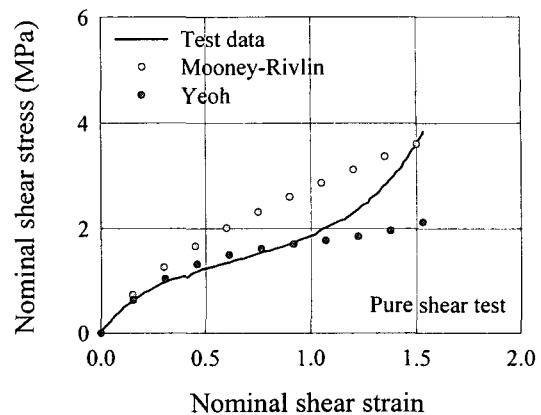


Fig. 2 Comparison of shear stress vs. shear strain curves from two constitutive models with the experimental one

연신율 2이하에서 아주 정확한 MR-모델과 연신율 2이상에서 정확한 Ogden-모델은 각각의 장단점으로 인해 실험 및 해석시 선택적으로 사용된다. 즉 사용목적에 따라 구성방정식은 달라질 수 있다. 이러한 이유로 MR-모델과 Ogden-모델 외에도 일반화된 MR-모델식 (6)에서 확장된 Yeoh-모델<sup>(8)</sup>식 (10)과 Arruda-Boyce-모델<sup>(6)</sup>식 (11) 등이 연구 목적으로 맞게 개발되었다.

#### Yeoh-모델

$$W = C_1(I_1 - 3) + C_2(I_1 - 3)^2 + C_3(I_1 - 3)^3 \quad (10)$$

#### Arruda-Boyce-모델

$$W = \mu \sum_{i=1}^5 \frac{K_i}{\lambda_m^{2i-2}} (I_1^i - 3^i) \quad (11)$$

$$K_i = \left( \frac{1}{2}, \frac{1}{20}, \frac{11}{1050}, \frac{19}{7000}, \frac{519}{673750} \right)$$

#### 2.2 고무 구성방정식의 선택

MR-모델은 계수들의 상대적 단순·간편성으로 많이 이용되나 연신율 2이상의 구간에서는 정확하지 않은 단점이 있다. Ogden-모델은 대변형 구간에서 실험데이터와 매우 정확히 일치하는 장점이 있는 반면, 계수들의 복잡함과 일관성 결여로 인해 실제 물성계수들의 측정시 많은 어려움이 있어 현실성이 떨어진다. 두 모델들의 장점만을 살릴 수 있는 또 다른 모델로 식 (10)의 Yeoh-모델<sup>(8)</sup>이 있다. Fig. 1은 각 구성방정식 모델에 따른 응력-변형률 관계를 보여주는데, Yeoh-모델은 변형률

2.8까지의 대변형 구간을 정확히 기술하고 있다. 식 (10)과 같이 단지 3개의 물성계수들과 주불변량  $I_1$ 으로 정의되는 간편성에 비추어 보면 Yeoh-모델이 Ogden-모델보다 훨씬 실용적임을 확인할 수 있다. 무엇보다도 Yeoh-모델의 장점은 인장과 전단시험에서 서로 다른 물성계수가 얻어지는 MR-모델이나 Ogden-모델과는 달리 두 시험에서 동일한 물성계수를 얻을 수 있다는 점이다.<sup>(6)</sup> Fig. 2는 인장시험에서 구한 각 모델의 물성계수를 이용해 전단시험시의 응력-변형률 곡선을 예측해 실제 전단 데이터와 비교한 결과이다.

Fig. 2에서 MR-모델은 실제 전단시험 데이터와 많은 차이를 보이고 있는 반면 Yeoh-모델은 연신을 2까지 정확한 값을 예측해 준다. 따라서 본 연구에서는 이와 같이 간편·정확성을 겸비한 실용적 Yeoh-모델을 물성평가용 모델로 채택하였다.

### 3. 압입시험 유한요소 모델링 및 해석

#### 3.1 압입시험 유한요소모델

구형압입자를 이용한 재료의 압입시험은 Fig. 3(a)와 같이 간단화된 그림으로 표현될 수 있다. 여기서 하중과 형상이 모두 축대칭임을 고려하여 Fig. 3(b)와 같은 축대칭 유한요소모델을 형성하였다. 유한요소해석시 고무모재의 비압축성을 고려해 4절점 축대칭 혼합요소 CAX4H (요소형태 ABAQUS Library, 2002)<sup>(9)</sup>를 사용한다. 이 때 CAX8H 요소보다 보간함수가 한 차수 낮은 것을 보완하며 미세변형까지 충분히 감지할 수 있도록 압입하부 표면에 압입자 직경의 0.18% 크기의 미세요소를 배치하였다. 요소 크기가 바뀌는 경계지점에서는 대개 MPC (Multi-Point Constraints, ABAQUS Library, 2002)<sup>(9)</sup>가 간편하게 사용되나, 이 경우 MPC가 사용되는 절점상의 응력과 변형률이 불균일한 단점이 발견된다. 이에 따라 압입접촉부 근처의 요소크기 천이 영역에는 사다리형 요소를 사용하였으며, 접촉부에서 충분히 떨어진 위치에서만 MPC 모델링을 하였다. 또한 압입자는 모재에 비해 영률이 상대적으로 매우 크므로 변형이 없는 강체표면 (Rigid Surface, ABAQUS Library, 2002)<sup>(9)</sup>을 사용하였다. 이러한 모재와 압입자의 최종 유한요소모델은 각각 약 6200개와 800개의 사각형 4절점 축대칭 혼합요소들로 구성된다 (Fig. 4). 압입자와 모재의 접촉면에는 압입자와 모재 쪽 모두 접촉요소면 (Contact Surface, ABAQUS Library, 2002)<sup>(9)</sup>을

배치한다. 압입자와 모재의 대칭축상 절점들은 대칭축에 수직방향 변위성분을 구속하여 축대칭 조건을 만족시키고, 모재 밑면은 완전 구속시킨 후, 압입자를 하강시킨다. 압입자는 직경 (D) 1mm의 강체로 모델링하여 압입자변형은 고려않는 해석을 실시하였다. 주요 물성변수들이 압입시 하중-변위곡선 형상에 미치는 영향을 분석하기 위해 Table 1과 같이 마찰계수를 포함한 Yeoh-모델의 재료상수로 4가지 변수들을 설정하였다. 설정된 값들은 그 범위에 있어 천연 가황고무의 특성을 포괄적으로 포함하고 있음을 주목할 필요가 있다.

Table 1 Material properties used for FE analyses

모재 물성	사용 변수범위
마찰계수 ( $f$ )	0.075, 0.1, 0.2
$C_1$	0.5 ~ 1.2 N/mm <sup>2</sup>
$C_2$	-0.1 ~ -0.01 N/mm <sup>2</sup>
$C_3$	0.001 ~ 0.01 N/mm <sup>2</sup>

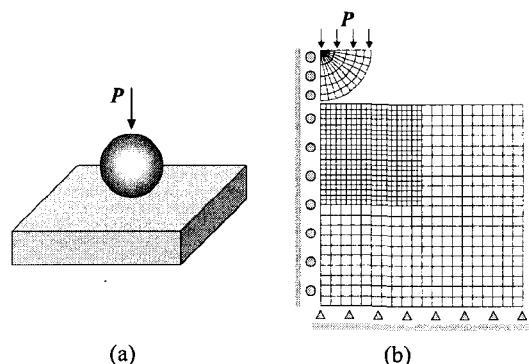


Fig. 3 (a) Schematic of indentation test model using spherical indenter  
 (b) FE mesh for investigating typical effects of friction coefficient and material properties

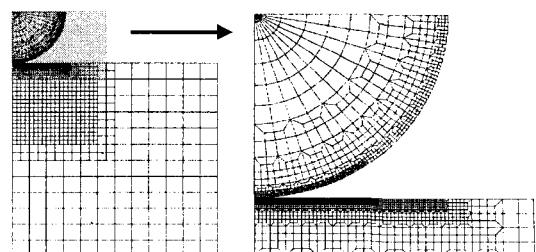


Fig. 4 Refined FE mesh for indentation analyses

### 3.2 압입 하중-변위 곡선 특성

압입시험의 전산모사를 통하여 마찰계수,  $C_1$ ,  $C_2$ ,  $C_3$  등의 주요변수들이 하중-변위 곡선에 미치는 영향을 살펴보았다 (Figs. 5-6). Fig. 5는 마찰계수  $f$ 의 변화에 따른 압입하중-변위곡선이다. 고무재료와 강구 압입자 사이의 마찰계수는 오일윤활일 경우 0.09-0.13으로 평가된다.<sup>(10)</sup> Fig. 5를 통해 마찰계수가 하중-변위 곡선에 거의 영향을 주지 않음을 확인하였으며, 이로부터 데이터 확보에 신뢰성을 줄 수 있는 압입깊이로  $h/D = 0.4$ 를 선정하였다. Fig. 6은 재료상수 변화에 따른 하중-변위 곡선을 보여준다. 그림에서  $C_1$ ,  $C_2$ 가 증가할수록 동일 압입깊이에서의 하중은 증가하나  $C_3$ 변화에 따라서는 하중-변위 곡선이 크게 바뀌지 않음을 알 수 있다.

## 4. 압입변형특성

### 4.1 Yeoh-모델에서의 변형에너지변화

Fig. 5로부터 하중-변위곡선이 마찰계수에 영향을 받지 않는 최대 압입깊이가  $h/D = 0.4$ 임을 확인하였다. 그러나 마찰계수가 하중-변위 곡선에는 영향을 주지 않더라도 시편하부의 변형상태에는 영향을 줄 수 있다. 이에 Yeoh-모델에서 마찰계수 변화에 따른 압입하부 변형에너지를 살펴보았다. Figs. 7-8은 실제 마찰계수의 상하한값을 선정해 압입모사 후, 후처리과정 (\*.fil file, ABAQUS Library, 2002)<sup>(9)</sup>을 거쳐 마찰계수, 압입깊이, 시편하부 깊이별 (단위부피당) 변형에너지 변화를 보여준다. 여기서  $r$ 은 시편중앙에서부터 반경방향으로의 직선거리를 나타내며,  $l$ 은 재료표면으로부터 표면하부의 관측깊이를 나타낸다. 재료상수  $C_1$ ,  $C_2$ ,  $C_3$ 가 결정되면 식 (10)으로 주어진 Yeoh-모델에서의 변형에너지와 변형률 불변량은 항상 *self-adjust* 관계를 유지하므로 이를 관계를 나타내는 그림들은 생략하였다. Figs. 7-8은 압입자 직경의 10, 20, 30, 40% 압입시 시편중심 하부 6.5, 15, 25, 35, 45, 50% 지점별 변형률에너지변화에 대한 유한요소해이다. 시편중심 하부 6.5, 15% 지점에서의 변형에너지는 마찰계수 변화에 민감함을 보여주는 반면 25, 35, 45, 50% 지점에서는 마찰계수의 영향이 현저히 줄어드는 것을 볼 수 있다. 이에 본 연구에서는 마찰계수의 영향을 받지 않고 최대변형에너지를 얻을 수 있는 최적 관측지점으로 압입중심하부 25% 지점을 선정하였다.

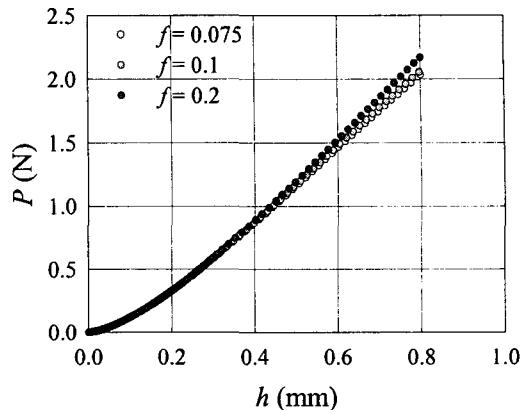


Fig. 5 Force vs. indentation depth curves for various frictional coefficients

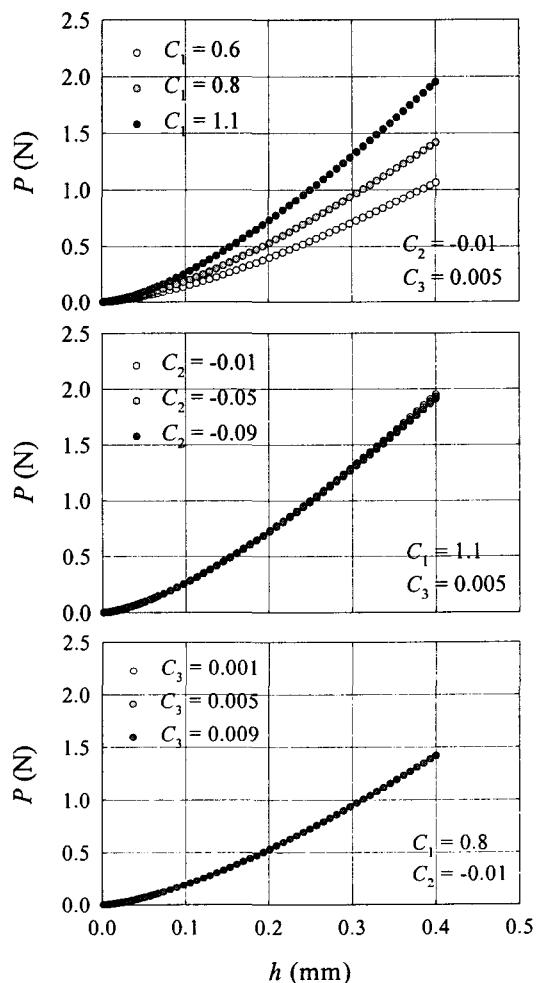


Fig. 6 Force vs. indentation depth curves for various values of material properties

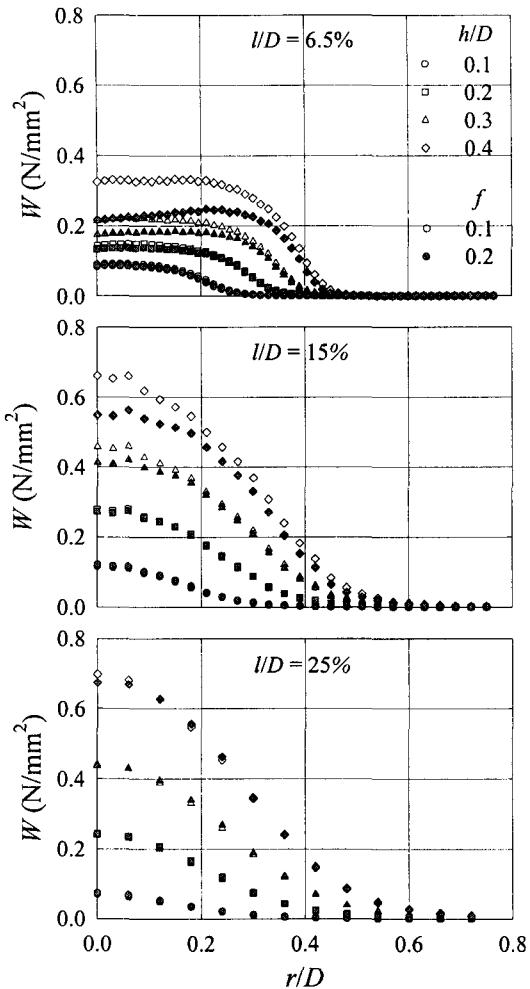


Fig. 7 Distribution of strain energy per unit volume at the depth of  $l/D = 0.065, 0.15$  and  $0.25$  from the contact surface

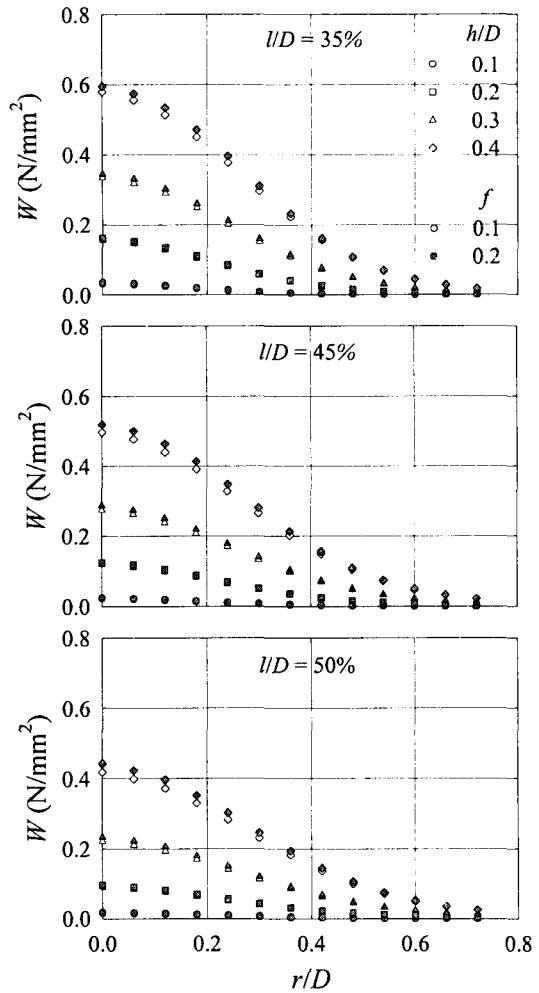


Fig. 8 Distribution of strain energy per unit volume at the depth of  $l/D = 0.35, 0.45$  and  $0.5$  from the contact surface

#### 4.2 새 압입이론의 전개

앞 절에서 선정된 시편중심하부 ( $l/D = 25\%$ )의 변형률에너지의 곡선형태를 근거로 고무 물성평가 압입이론을 전개하였다. Fig. 9는 압입자 직경의 40% 압입시  $C_1$ ,  $C_2$ ,  $C_3$ 변화에 따른 응력-변형률 곡선의 변화추이를 나타낸다. 여기서 공칭변형률 (nominal strain) 1 이하일 경우  $C_1$ 과  $C_2$ 는 응력-변형률 곡선에 영향을 주지만  $C_3$ 는 공칭변형률이 1보다 큰 구간에서만 영향이 있음을 볼 수 있다. 실제 상용고무 부품의 해석시 공칭변형률의 범위가 1 이상인 경우는 거의 없으므로 본 연구에서는  $C_3$ 를

대표값 (0.005)으로 설정한 후 먼저  $C_1$ ,  $C_2$ 를 구하고  $C_3$ 는 별도 방법으로 구한다.

응력-변형률 관계로 직접 표현되는 금속재료의 구성방정식과는 달리 Yeoh-모델의 고무 구성방정식은 식 (10)과 같이 단위부피당 변형에너지  $W$ , 연신률 불변량  $I_1$ , 물성계수  $C_1$ ,  $C_2$ ,  $C_3$ 로 표현된다. 따라서 이들 물성계수들을 알면 바로 해당 고무 재료를 이해하는 것이 되므로 이들 계수들을 구하는 것이 본 연구의 핵심이다. 이를 위해  $P-h$  곡선을 변형에너지 ( $W$ )와 변형률 불변량 ( $I_1$ ) 평면상의 대응곡선으로 사상시키는 무차원 함수를 아래식 (12)-(13)과 같은 형태로 도입하였다.

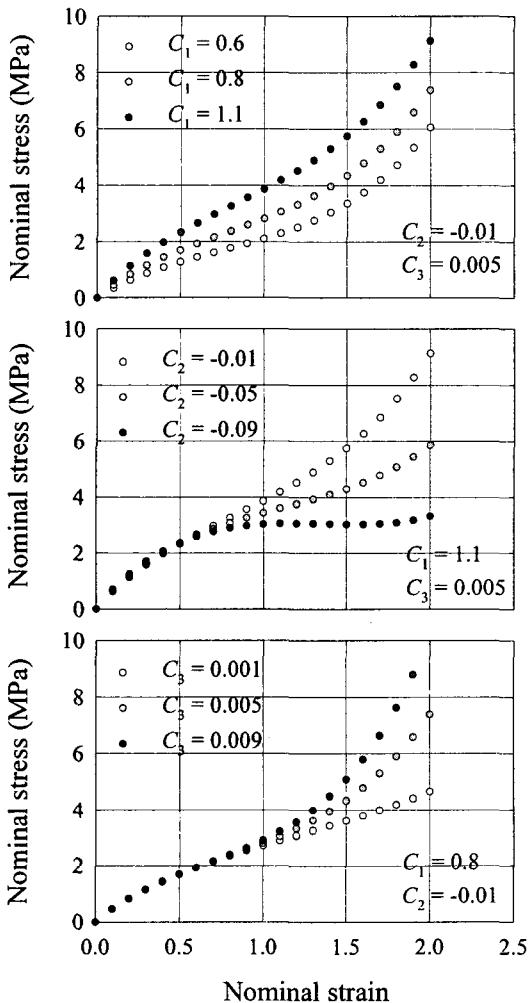


Fig. 9 The stress-strain curves for various values of material coefficients

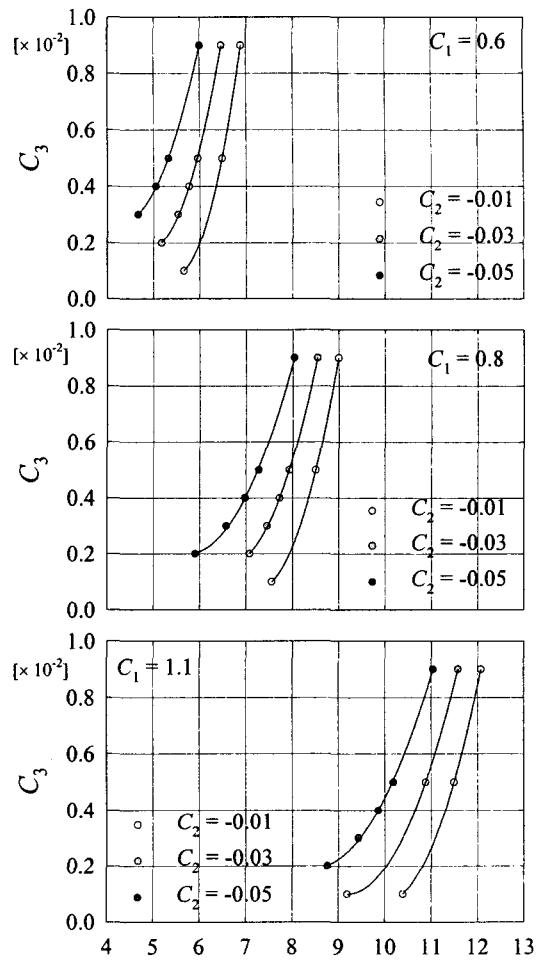


Fig. 10 Variation of  $C_3$  with  $P$  for various values of  $C_2$  for given  $C_1 = 0.6, 0.8, 1.1$

$$\psi \equiv WhD/P \quad (12)$$

$$\phi \equiv I_1 \quad (13)$$

Table 1에 제시된 상용 천연 가황고무가 가지는 일반적인  $C_1, C_2$ 의 범위에 대한 유한요소해석으로부터 압입하중-변위에 대응하는  $\psi-\phi$  관계를 얻을 수 있다. 이를 관계를 각각 곡선회귀함으로써 아래식 (14)-(15)과 같은 통합함수들을 얻을 수 있다.<sup>(11)</sup>

$$\psi = \sum_{i=0}^3 f_i^\psi(C_1, C_2) \left(\frac{h}{D}\right)^i \quad (14)$$

$$\phi = \sum_{i=0}^3 f_i^\phi(C_1, C_2) \left(\frac{h}{D}\right)^i \quad (15)$$

압입깊이  $H/D = 0.4$ 에서 우선적으로  $C_1, C_2$ 를 구한 후, 추가적으로  $h/D = 0.8$ 까지 압입하여 이때의  $P$ 로써  $C_3$ 를 예측하였다. 이와 같이 압입자 반경 이상을 압입할 수 있는 이유는 고무와 같이 탄성이 큰 재료의 경우 sink-in 현상으로 인해 실제 접촉되는 압입깊이가 압입자의 이동거리보다 상당히 작기 때문이다.<sup>(11)</sup> Fig. 10은  $h/D = 0.8$ 까지 압입시 주어진  $C_1, C_2$ 에서 압입하중 따른  $C_3$ 의 변화를 보여준다. 이로부터  $P-C_3$  상관관계를 아래식 (16)과 같은 형태로 얻을 수 있다. 여기서  $\eta_{ijk}$ 는 다항함수의 계수이다.<sup>(11)</sup>

$$C_3 = f^C(P) = \sum_{i=0}^2 \left[ \sum_{j=0}^2 \left( \sum_{k=0}^2 \eta_{ijk} C_1^k \right) C_2^j \right] \left( \frac{P}{D^2} \right)^i \quad (16)$$

#### 4.3 새 압입이론에 준한 물성치 계산

이상의 사항들을 종합하여 압입시험에 의한 고무 물성치 산정프로그램을 작성하였다. 전체 흐름도는 Fig. 11과 같다. 먼저 초기 재료물성치인  $C_1$ ,  $C_2$  및  $C_3$ 를 가정하고, 압입시험을 통해 측정되는 하중-변위 관계에 기초하여 함수  $\psi$ ,  $\phi$  및  $I_1$ 과  $W$ 를 계산한다. 이로부터 새로운 재료 물성치  $C_1$ ,  $C_2$ 를 구할 수 있으며, 이와 같은 과정을 반복하여  $C_1$ ,  $C_2$ 의 변화량이 지정된 오차 이내에 들어오면 이 값을 최종적인  $C_1$ ,  $C_2$ 로 선정한다. 계산된  $C_1$ ,  $C_2$ 와 추가압입에 의한 하중  $P$ 를 이용하여  $C_3$ 를 예측한다. 또한 Yeoh-모델 물성치는 다시 Mooney-Rivlin-모델 혹은 Ogden-모델의 재료물성치로 변환시킬 수 있다.<sup>(11)</sup> Fig. 12는 이러한 흐름도를 도식적 그림으로 나타낸 것이다. Fig. 13은 물성치산정 프로그램을 통해서 얻은 응력-변형률을 곡선과 실제 주어진 응력-변형률 곡선을 비교한 그림이다. 그림으로부터 실제 응력-변형률을 곡선과 계산된 응력-변형률 곡선이 매우 잘 일치함을 볼 수 있다.

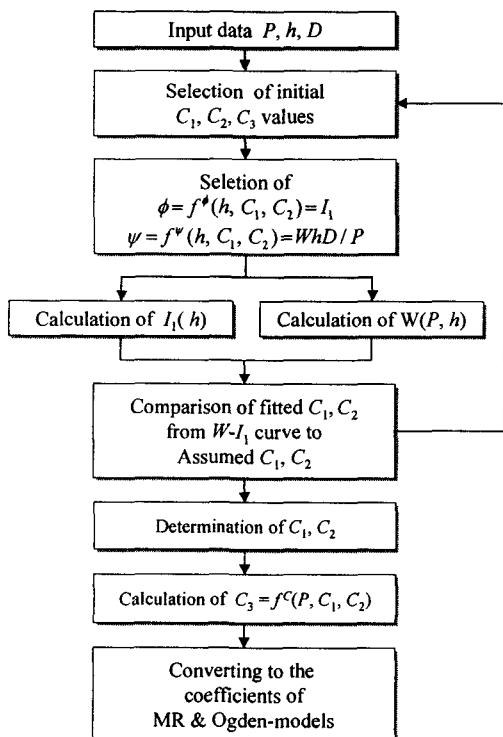


Fig. 11 Flow chart for determination of rubber material properties

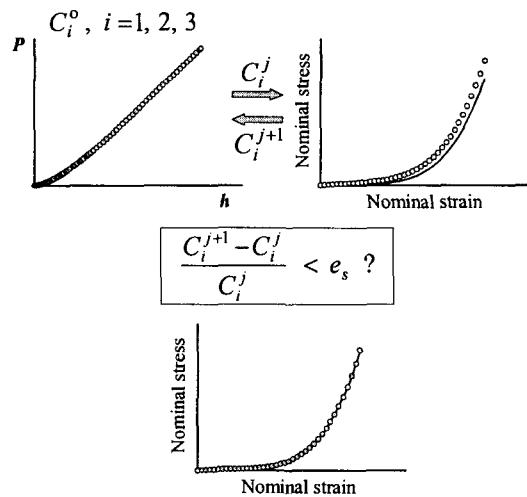


Fig. 12 Schematic of the flow chart

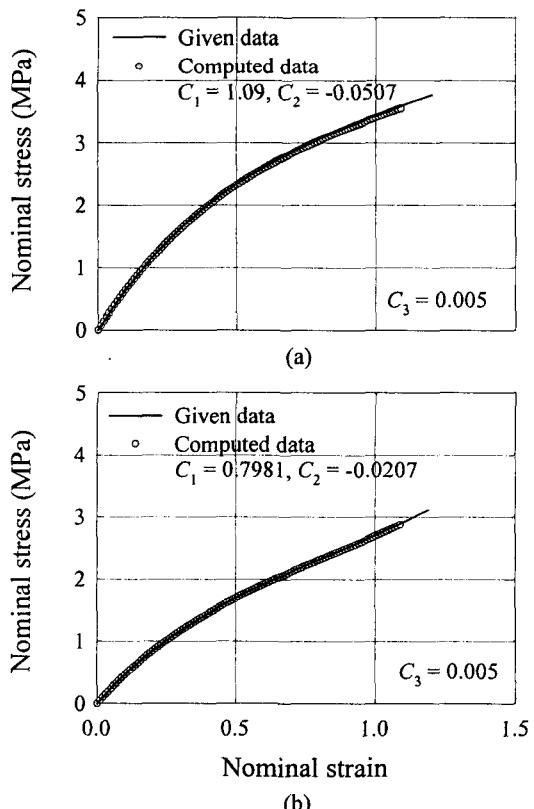


Fig. 13 Comparison of computed stress-strain curves to those given for [(a)  $C_1 = 1.1$ ,  $C_2 = -0.05$   
(b)  $C_1 = 0.8$ ,  $C_2 = -0.02$ ]

## 5. 압입이론의 검증

### 5.1 압입시험기 제작

천연 가황고무는 초기 변형에 따라 반영구적으로 물리적 성질이 변한다. 이는 불규칙적으로 배열된 고무의 분자사슬이 일정한 방향성으로 가지면서 나타나는 현상으로 Mullins 효과라고 한다. 그러나 본 연구는 고무의 성질을 실시간으로 측정하기 때문에 변형이력에 영향을 주는 Mullins 효과를 무시하였다. 먼저 정밀한 하중과 변위 측정을 위해 최대하중 20kgf, 분해능 0.01kgf인 로드셀과 분해능 0.001mm인 laser 변위센서를 사용한 해드부분을 제작하였다 (Fig. 14). 압입자는 지름 1 mm의 구(球)형 텅스텐 카바이드를 사용하였다.

### 5.2 압입시험과 인장시험의 비교

압입시험에서 얻은 해를 검증하기 위해 동일한 재질의 인장시편을 사용해 인장시험을 하였다. 먼저 IRHD-60, 70인 압축시편에서 압입시험기를 통해 하중-변위 곡선을 얻었다. 그리고 동일한 재질의 인장시편으로 인장시험을 해서 얻은 재료상수를 사용해 유한요소해석을 수행하였다. Fig. 15은 인장시험과 압입시험으로부터 구한 하중-변위 곡선을 나타내며, Fig. 16은 최종적으로 압입시험과 인장시험으로 구한 응력-변형률 곡선을 비교한 것이다. Table 2에 이로부터 구한 재료 물성치  $C_1$ ,  $C_2$ ,  $C_3$ 들을 비교하여 나타내었다. 인장시험과 압입시험으로 구한 응력-변형률 곡선이 매우 잘 일치함을 확인할 수 있다.

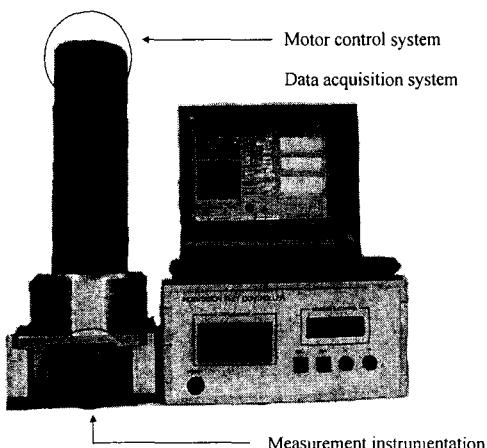


Fig. 14 Full indentation system configuration

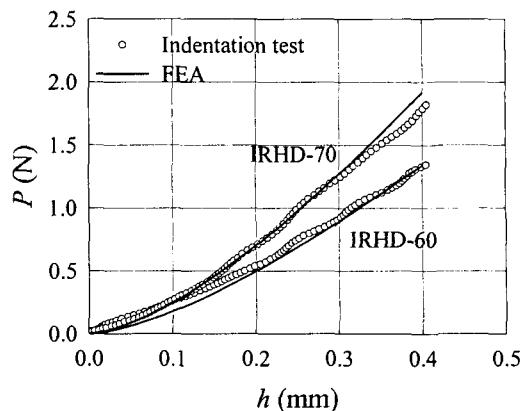


Fig. 15 Comparison of load-depth curves from indentation tests with FEAs

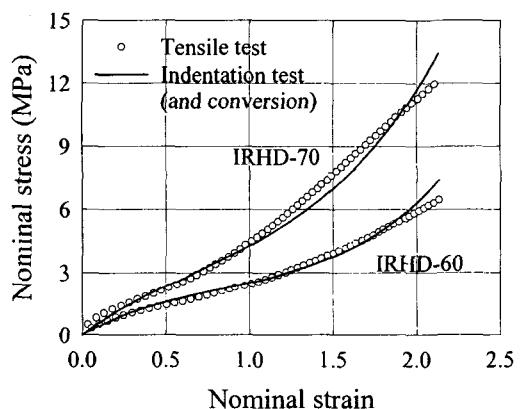


Fig. 16 Comparison of stress-strain curves from indentation and tensile tests

Table 2 Comparison of computed material property values  $C_1$ ,  $C_2$  and  $C_3$  to tensile test

Material	Test	$C_1$	$C_2$	$C_3$
IRHD-60	Tensile	0.76	-0.0203	0.00414
	Indentation	0.79	-0.0335	0.00564
IRHD-70	Tensile	1.14	-0.0261	0.00405
	Indentation	1.08	-0.0192	0.00513

## 6. 결 론

본 연구에서는 먼저 구형 압입시험의 유한요소 해석을 통해 고무 물성치와 마찰계수가 압입하중-깊이곡선에 미치는 영향을 분석하였다. 시편 압입 시험에서 얻는 압입하중-깊이를 응력-변형률 곡선으로 변환해야 하는데, 이 과정에서 재료상수를 변수로 사용하는 무차원함수들을 도입했다. 이를 바탕으로 압입시험의 하중-깊이 데이터로부터 고무 물성치들을 정밀 산정해 주는 관련 압입식들을 유도하였으며 이를 실험을 통하여 검증해 보았다. 이상 수행된 연구는 다음과 같이 요약될 수 있다.

(1) 본 연구에 사용된 Yeoh-모델은 3개의 재료상수만으로 연신율 2이상의 응력-변형률 곡선을 얻을 수 있으며, 인장시험에서 얻은 재료상수를 이용해 전단시험시의 응력-변형률 곡선을 정확히 예측해 주는 장점을 갖는다.

(2) 마찰계수는 최대 압입깊이에 따라 하중-변위 곡선에 영향을 주며, 또한 압입하부 변형에는 접촉면으로부터의 깊이에 따라 중요한 영향을 준다.

(3) 유한요소해에 준해 마찰계수의 하중-깊이 곡선에 대한 영향이 거의 없는 최적 압입깊이로  $h/D = 0.4$ 를 택했다.

(4) 마찰계수, 압입관측지점의 변화에 따른 변형률에너지 밀도 변화와 변형률 불변량을 살펴봄으로써, 마찰계수의 영향이 없으며 최대 변형률 에너지를 얻을 수 있는 최적관측지점으로 압입중심 하부  $0.25D$  지점을 선정하였다.

(5) 압입시험의 유한요소해로부터 하중-깊이 곡선을 응력-변형률 곡선으로 사상시켜주는  $\phi$ ,  $\psi$  두 변수들을 회귀하였다.

(6) 압입중심 하부지점  $0.25D$ 에 대한 압입변수들의 회귀를 통해 고무재료 물성치 산정프로그램을 작성하였다. 유한요소해석을 사용하여 압입자 직경의 40% ( $h/D = 0.4$ ) 압입을 실시하고 추가 80% ( $h/D = 0.8$ ) 압입을 통해 재료물성치를 구할 수 있으며, 이를 실제 고무의 인장 및 압입시험으로부터 그 타당성을 검증하였다.

(7) 본 연구에서 구한 Yeoh-모델의 재료상수를 바탕으로 응력-변형률 곡선을 얻을 수 있으며, 이를 이용해 Mooney-Rivlin-모델의 재료상수로 변환할 수 있다.

## 후 기

본 연구는 2002년도 한국대학교육협의회 대학교수 국내교류 연구지원에 의해 이루어 졌으며, 이에 감사드립니다.

## 참고문헌

- (1) Kang, H.-J., 2000, *Mechanical Behavior and Fatigue Prediction of Automobile Rubber Components*, Department of Mechanical Engineering, Sogang University, Masters Thesis, Chapter 2.
- (2) Korea Institute of Machinery and Materials, 1999, *Development of Deformation Analyses and Design Technology of Mechanical Components of Hyper-elastic Rubber*, The Ministry of Science and Technology.
- (3) Kim, J.-J. and Kim, H.-Y., 1994, "Shape Optimization of Rubber of Engine Mount Using Shape Parameter Method," *Korean Society of Automobile Engineering*, Vol. 2, No. 2, KSAE No. 943715, pp. 33~41.
- (4) Kim, W. D., 1998, "Application of Finite Element Method to the Design of Rubber Components," *KSME Magazine*, Vol. 38, No. 12, pp. 42~48.
- (5) Rivlin, R. S., 1956, *Large Elastic Deformations in Rheology : Theory and Application*, Academic Press, New York. Vol. 1.
- (6) ABAQUS *Theory Manual*, 2002, Version 6.3, Hibbit, Karlsson and Sorensen, Inc., Pawtucket, RI.
- (7) Ogden, R. W., 1972, "Large Deformation Isotropic Elasticity-On the Correlation of Theory and Experiment for Incompressible Rubber-like Solids," *Proceedings of Royal Society of London*, Vol. A (326), pp. 565~584.
- (8) Yeoh, O. H., 1990, "Characterization of Elastic Properties of Carbon-black-filled Rubber Vulcanizates," *Rubber Chemistry and Technology*, Vol. 63, pp. 792~805.
- (9) ABAQUS *User's Manual*, 2002, Version 6.3, Hibbit, Karlsson and Sorensen, Inc., Pawtucket, RI.
- (10) Kim, W. D., Kim, D.-J., Na, C.-W. and Lee, Y.-S., 2001, "A Study on the Frictional characteristics of Vulcanized Rubber Plates," *Journal of Korean Rubber Society*, Vol. 36, No. 2, pp. 121~129.
- (11) Kim, D. W., 2002, *Software and Hardware Development of Micro-indenter for Material Property Evaluation of Hyper-elastic Rubber*, Department of Mechanical Engineering, Sogang University, Masters Thesis.