

이차원 메소해석에 의한 손상재료의 유효강성평가

이 정 권*

(2003년 8월 11일 접수, 2004년 3월 19일 심사완료)

Effective Strength Estimation of Damaged Materials Based on Two-Dimensional Mesoscopic Analysis

Jeoung Gwen Lee

Key Words: Strength(강성), Microcrack(미소균열), Damage(손상), Meso-Analysis(메소해석)

Abstract

Two-dimensional mesoscopic analysis (meso-analysis) is applied to solids including microdefects such as microcracks or holes. For the problem of effective moduli of microdefected solids, various approximate schemes are introduced by using microcrack density and hole density for macro level parameter. Also, microcracks distributed in the parallel direction and random direction are considered. Several numerical studies using meso-analysis are carried out and the results are compared with several approximate schemes in order to show the validity of proposed meso-analysis.

1. 서 론

휴대성이 강조되는 휴대폰, 노트북 또는 고정용인 텔레비전, 컴퓨터용 모니터 등의 화면표시장치로서의 TFT-LCD(Thin Film Transistor - Liquid Color Display)화면은 대형화, 대용량화, 칼라화 등의 표시성능의 향상에 주목 받으면서도 한편으로는 박막, 경량, 저소비전력 등이 요구되고 있다. 따라서, 액정을 제품에 장착하기 위한 기구에 대한 설계는, 박막경량의 엄격한 설계기준을 적용 받으면서도 충격, 진동, 피로 등에 대한 제품신뢰성의 확보가 강조되고 있다.

TFT-LCD의 기구에 대한 설계는, 일반적인 제품과는 달리, 수밀리미터 안팎의 얇은 부품으로 구성되면서도 액정의 성능이 유지되어야 한다는 어려움이 있으며, 각 부품 내부의 미시적인 초기

결함이나 동작환경 속에서 발생하는 손상의 축적 또는 성장은 극히 미세한 일부분이면서도 기구강도 측면에서 심각한 악영향을 미치며, 최종적으로는 파단이 발생하게 된다.

최근에, 국부적인 재료내부의 열화를 설명할 수 있는 대안으로 여러가지 손상이론이 제시되고 있으며, 연속체 손상역학에서는 재료내부의 손상상태를 적절한 손상변수로 기술하여, 손상의 발전 또는 손상재료의 역학적 거동을 연속체 역학적인 관점에서 취급 가능하다는 장점이 있다. 하지만, 손상변수, 손상발전방정식 및 손상을 받은 재료의 역학적 거동을 기술하는 구성식의 정식화가 필요하게 되며, 손상변수와 탄성계수와와의 관계식은 재료의 강도 및 손상모델을 구성하는 중요한 요소로 인식되고 있다.

기존에 제안된 간이 이론 모델들은 손상분포를 평균화함으로써 관계식을 구성하고 있으나, 손상분포를 평균화하는 방법에 따라서, 자기순응법(Self-consistent법),⁽¹⁾ 차등법(Differential법),⁽²⁾ 모리-타나카법(Mori-Tanaka법),⁽³⁾ 희석분포법(Dilute distribution법)⁽⁴⁾ 등이 제안되어있다. 그러나, 간이

* 회원, 삼성전자 AMLCD사업부
E-mail : jegwlee@samsung.com
TEL : (031) 209-7692 FAX : (031) 209-2228

이론식을 이용하여 해를 구하기 위해서는 반드시 어떤 가정이나 근사를 포함하고 있다. 특히, 손상의 이방성, 손상 각각의 폐쇄, 표면마찰, 방향성, 분포 등은 중요하면서도 파악하기 곤란한 요소이다.⁽⁹⁾

저자는 재료 내부의 미소 레벨에서 발생하는 손상 및 파괴 문제를 평가할 수 있는 수단으로서, 불연속체 모델인 강체-스프링 모델을 이용한 계산메소역학수법^(6,7)을 제안하고 유리, 알루미늄, 세라믹 등의 취성재료에 적용하여 해석모델과 계산수법의 유용성을 확인하였다. 이 수법은, 기존의 실험적인 방법으로 측정하기 힘든 재료내부의 여러 가지 정보들을 시뮬레이션해 볼 수 있는 장점이 있다.

본 연구에서는, 제품에 대한 손상설계 개념을 확립하기위한 기초연구로서, 계산메소역학수법을 이용하여, 재료내부에서 발생하는 마이크로 크랙 등의 미소한 결함들의 존재와 이들이 외부환경에 의해서 성장, 발전함으로써 발생하는 재료손상을 강도 측면에서 정성적으로 평가하고, 재료 전체의 강성에 미치는 영향을 검토하였다.

2. 이차원 메소역학모델

2.1 메소역학모델

메소역학은 연속체역학과 같은 매크로 영역과 분자동역학과 같은 마이크로 영역의 중간적인 의미

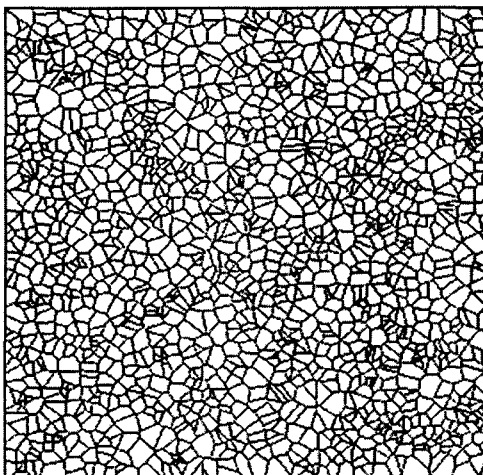


Fig. 1 Voronoi mesh tensillation

로서 메소 영역의 역학을 의미한다.

본 메소역학 모델의 형상모델은 Fig. 1에 나타난 바와 같이 랜덤하게 분산된 모점으로부터 보로노이(Voronoi) 분할법에 의해 임의의 다각형요소로서 생성된다. 해석모델은 Fig. 2에 나타난 바와 같이 계산불연속체역학모델인 강체-스프링모델을 이용한다.⁽⁶⁾ 즉, 임의의다각형요소 및 요소경계선은 각각 강체요소 및 강체요소를 결합하는 스프링계로 치환된다. 스프링계는 병진 상대변위에 저항하는 스프링 k_d 및 k_s 와, 회전상대변위에 저항하는 스프링 k_r 로 구성되며, 각각의 스프링계수는 다음과 같이 계산하였다.

$$\begin{aligned} k_d &= E_m L_{CD} / (d_A + d_B) \\ k_s &= k_d / 2(1 + \nu_m) \\ k_r &= k_d L_{CD} / 12 \end{aligned} \tag{1}$$

여기에서, E_m , ν_m 은 메소레벨에서의(각 경계선에 있어서의) 탄성계수 및 푸아송비를 나타낸다.

또한, A와 B는 임의의다각형의 중심점이며, C와 D는 경계선의 꼭지점을 나타낸다. d_A 및 d_B 는 각 중심점으로부터 경계선에 수직으로 내린 선의 길이를 나타낸다.

2.2 증분형 강성방정식의 정식화

3종류의 스프링 k_d , k_s 및 k_r 에 의해서 결합된 인접 다각형요소의 상대 변위성분 3자유도에 대해서, 상대변위증분벡터 $\{\Delta d\}$ 는 다음과 같이 계산

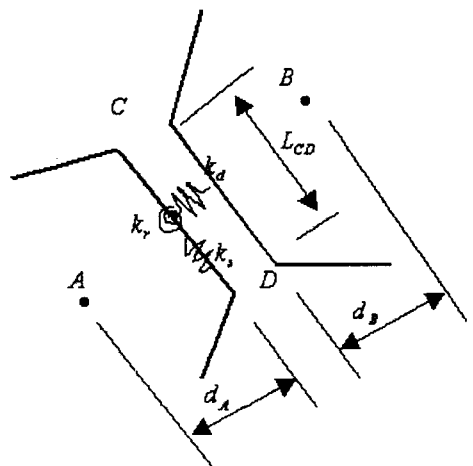


Fig. 2 Rigid Body Spring Model (RBSM)

된다.

$$\{\Delta d\} = [B]\{\Delta u\}_e \quad (2)$$

여기서, [B]는 상대변위증분벡터 $\{\Delta d\}$ 와 절점변위증분벡터 $\{\Delta u_e\}$ 관련행렬이며, 각각의 성분은 다음과 같다.

$$\{\Delta d\}^T = [\delta_n \ \delta_t \ \phi]$$

$$\Delta u_e^T = [u_1 \ v_1 \ \theta_1 \ u_2 \ v_2 \ \theta_2] \quad (3)$$

다음으로, 각 상대변위 성분에 저항하는 스프링계에 생기는 내력증분벡터 $\{\Delta S\}$ 와 상대변위증분벡터 $\{\Delta d\}$ 와의 관계는 다음과 같이 구할 수 있다.

$$\{\Delta S\} = [D]\{\Delta d\} \quad (4)$$

여기에서, 각각의 성분은 다음과 같다.

$$\{\Delta S\} = [NFM]$$

$$[D] = [k_d \ k_s \ k_r] \quad (5)$$

단, []은 대각성분만을 나타낸다. 또한, N, F 및 M은 각각 수직방향, 병진방향 및 회전방향에 대한 내력증분벡터를 나타낸다.

이상의 관계식을 요소경계선 CD의 스프링계에 대한 증분형의 가상일의 원리에 대입하면, 다음과 같은 증분형 강성방정식을 구할 수 있다.

$$[k]\{\Delta u_e\} = \{\Delta f\} + \{f_s\} \quad (6)$$

여기에서, $\{\Delta f\}$ 는 외력증분벡터이다. 또한, $\{f_s\}$ 은 증분해석의 전단계에서 마이크로크랙이 발생한 스프링계에 대한 해방력벡터이며, 다음 식과 같다.

$$\{f_s\} = -[B]^T\{S\} \quad (7)$$

마이크로 크랙은 다음과 같이 요소 경계선에서 수직인 방향의 스프링에 축적되는 수직응력(σ)이 한계값(σ_c)에 도달하였을 때 발생한다고 가정한다.

$$\sigma \geq \sigma_c \quad (8)$$

또한, 위식에 따라서 마이크로 크랙이 발생했다고 판단한 요소 경계선에 대해서는 스프링의 강성을 제거한다. 즉, 스프링계의 정수를 0으로 설정하고 식 (7)에 정의한 응력해방계산을 수행한다.

3. 2차원 근사 이론모델

3.1 2차원 관계식

본 연구에서는, 3차원의 근사이론모델을 평면 변형을 조건에서 2차원화 하였다.⁽⁵⁾ 먼저, 3차원의 등방성 선형탄성재료에서의 응력과 변형률의 관계는 다음식과 같이 주어진다.

$$\varepsilon_{ij} = \frac{1}{E}[(1+\nu)\sigma_{ij} - \nu\sigma_{kk}\sigma_{ij}],_{i,j,k=1,2,3} \quad (9)$$

여기에서, σ_{ij} , ε_{ij} 는 각각 응력 및 변형률을 나타낸다. 또한, E, ν 와 같이 위첨자가 있는 경우는 각각 3차원의 탄성계수 및 푸아송비를 나타낸다.

2차원 평면탄성 상태에서도 마찬가지로 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\varepsilon_{ij} = \frac{1}{E}[(1+\nu)\sigma_{ij} - \nu\sigma_{kk}\sigma_{ij}],_{i,j,k=1,2} \quad (10)$$

여기에서, 첨자가 없는 E, ν 는 각각 2차원의 탄성계수 및 푸아송비를 나타낸다.

또한, 면적탄성계수(K)와 전단탄성계수(G)는 2차원에서 다음과 같은 관계가 있다.

$$K = \frac{E}{1-2\nu}, G = \frac{E}{1+2\nu} \quad (11)$$

따라서, 2차원의 탄성계수 및 푸아송비는 다음과 같이 구할 수 있다.

$$\frac{4}{E} = \frac{1}{K} + \frac{1}{G}, \nu = \frac{K-G}{K+G} \quad (12)$$

그러므로, 평면변형을 조건상에서 2차원 및 3차원탄성계수 사이에는 다음과 같은 유용한 관계가 성립한다.

$$E = \frac{E'}{1-\nu'^2}, \nu = \frac{\nu'}{1-\nu'}, K = K' + \frac{G'}{3} \quad (13)$$

이상의 관계로부터, 2차원의 근사해를 구해서, 본 메소해석 결과와 비교하였다.

3.2 마이크로크랙 밀도

마이크로 크랙과 같은 미시적인 결함을 가지고 있는 고체의 유효탄성계수는 마이크로 크랙 밀도라고 하는 스칼라량의 손상변수를 도입함으로써, 손상상태를 정의할 수 있다.

마이크로 크랙 밀도는 Budiansky와 OConnell⁽⁸⁾

에 의해 2차원적으로 제안된 다음과 같은 식을 사용한다.

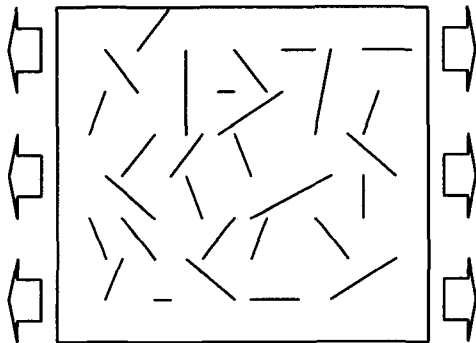
$$\xi = N \langle a^2 \rangle \quad (14)$$

여기서, N 은 단위면적당의 마이크로 크랙 총수, $2a$ 는 마이크로 크랙의 길이를 나타내며, $\langle \rangle$ 는 평균치를 의미한다.

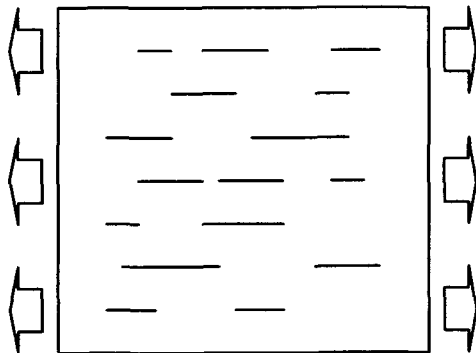
이하에서는 손상체의 유효탄성계수는 아래 첨자 e 를 첨부하고(E_e), 홀을 포함하는 경우의 전탄성계수는 계수의 윗부분에 바(\bar{E})를 첨부한다.

3.3 마이크로크랙과 유효탄성계수

고체는 등방성, 균질체로 가정한다. 마이크로 크랙은 위치, 크기에 대해서 랜덤 특성을 가지며, 방향성에 대해서는 Fig. 3과 같이 랜덤 분포(Random type)와 일정방향 분포(Parallel type)의



(a) Randomly distributed type



(b) Parallel distributed type

Fig. 3 Two types of idealized microcrack distribution

두 종류의 분포형태를 생각하며, 손상체의 내부는 등방성을 유지한다고 가정한다.

회석분포법⁽⁴⁾은, 마이크로 크랙이 균일한 응력과 변형률장의 균질재료 내부에 분산되어있다고 가정하고, 마이크로 크랙 사이의 상호작용은 무시하므로 다음과 같이 간단한 식으로 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned} \text{Random type} \quad E_e &= E/(1 + \pi\xi) \\ v_e &= v/(1 + \pi\xi) \end{aligned} \quad (15)$$

$$\begin{aligned} \text{Parallel type} \quad E_e &= E/(1 + 2\pi\xi) \\ v_e &= v/(1 + 2\pi\xi) \end{aligned} \quad (16)$$

자기순응법⁽¹⁾은, 마이크로 크랙 하나하나가 등가의 손상체에 포함되어있다고 근사함으로써 크랙 상호간의 간섭효과를 고려하였다.

$$\begin{aligned} \text{Random type} \quad E_e &= E/(1 - \pi\xi) \\ v_e &= v/(1 - \pi\xi) \end{aligned} \quad (17)$$

$$\begin{aligned} \text{Parallel type} \\ (E_e/E) + \pi\sqrt{(E_e/E)} C\xi &= 1 \\ (G_e/G)(1 + \pi\frac{1-2\nu}{2} C\xi) &= 1 \end{aligned} \quad (18)$$

여기에서, 일정방향 분포인 경우에는 계수 C 에 의해서 결합되어 비선형으로 정의되어진다.

차등법⁽²⁾은, 자기순응법의 증분형이며, 마이크로 크랙 밀도를 증분적으로 증가시키는 한편 각 증분스텝에서 유효탄성계수를 재계산하는 방법이다.

$$\begin{aligned} \text{Random type} \quad dE_e/d\xi &= -\pi\xi \\ dv_e/d\xi &= -\pi\xi \end{aligned} \quad (19)$$

$$\begin{aligned} \text{Parallel type} \quad dE_e/d\xi &= -2\pi\xi \\ dv_e/d\xi &= -2\pi\xi \end{aligned} \quad (20)$$

3.4 홀과 전탄성계수

재료 내부의 초기 결함의 존재 또는 마이크로 크랙의 집합체로서 홀이 발생하는 경우에는 마크로 레벨의 재료성질에 심각한 영향을 미친다. 홀의 형상을 원형으로 가정한다면 방향성이 없으므로 간단한 이론식으로 표현 가능하다.

먼저, 홀의 밀도를 정의하는 파라미터 p 를 도입하여 다음과 같이 정의한다.⁽⁵⁾

$$p = \frac{1}{A} \pi \sum (a_k)^2 \quad (21)$$

여기에서, A 는 총면적비이며, a_k 는 홀의 반경이다.

이론근사해는 다음과 같이 구해진다.⁽⁵⁾

회석분포법 $\bar{E} = E/(1+3p)$
 $\bar{\nu} = (\nu+p)/(1+3p) \quad (22)$

자기순응법 $\bar{E} = E/(1-3p)$
 $\bar{\nu} = \nu[1-(2-1/\nu)p] \quad (23)$

차등법 $\bar{E} = Ee^{-3p}$
 $\bar{\nu} = \nu e^{-(3-1/\nu)p} \quad (24)$

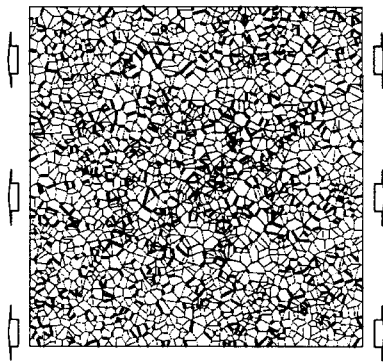
모리-타나카법 $\bar{E} = \frac{E}{1+3p(1-p)^{-1}}$
 $\bar{\nu} = \frac{\nu+p}{1+3p(1-p)^{-1}} \quad (25)$

여기에서, 회석분포법은 홀 상호간의 영향을 무시하는 반면, 모리-타나카법은 $(1-p)^{-1}$ 항이 첨가되어 홀 상호간의 간섭영향을 고려하고 있다.

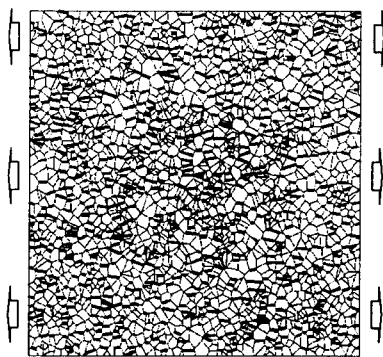
4. 수치해석 결과

4.1 마이크로크랙을 포함하는 경우

메소해석 모델에서, 마이크로 크랙의 발생은 요소 경계선에서만 가능하기 때문에 크랙의 방향

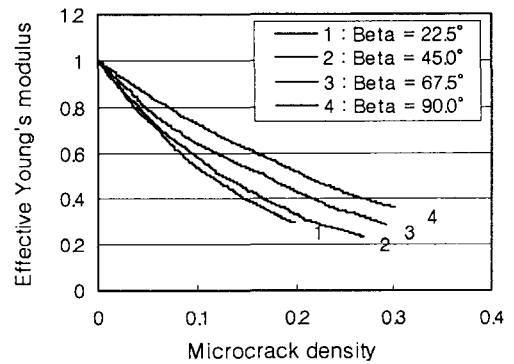


(a) Random distributed type
(Limit angle $\beta = 90.0^\circ$)

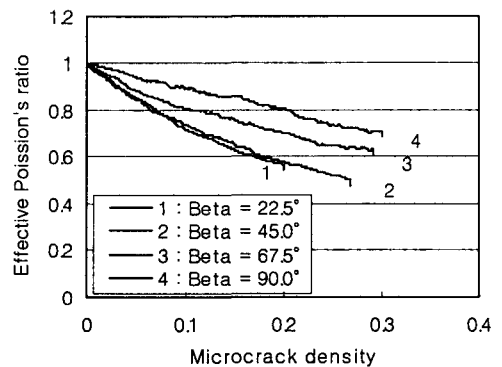


(b) Parallel distributed type
(Limit angle $\beta = 22.5^\circ$)

Fig. 4 Two types of microcrack distribution for the case of meso-analysis



(a) Effective Young's modulus



(b) Effective Poisson's ratio

Fig. 5 Effective elastic properties for microcracked solid using by meso-analysis

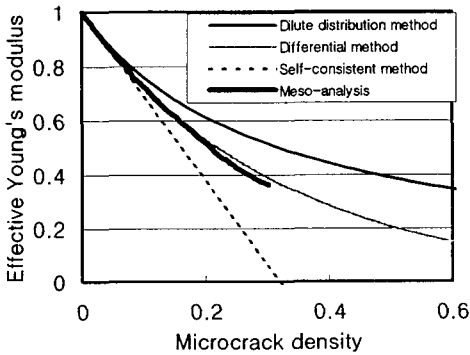
성은 요소분할 단계에서 미리 결정되어진다. 그러므로, 각 방향에 대하여 발생 가능한 크랙을 선택하는 방법으로 한계각도 β 를 정의한다. 여기서, β 는 하중방향에 수직한 방향과 마이크로 크랙의 방향으로 이루어지는 각도의 임계치를 의미한다. Fig. 4에 $\beta=90^\circ$ 및 $\beta=22.5^\circ$ 일 경우의 발생 가능한 마이크로 크랙의 분포도를 나타내었다. 또한, 해석모델은 2,000요소수를 사용하였다.

Fig. 5에는, 한계각도 β 가 마이크로크랙 밀도에 의한 유효탄성물성, 즉, 유효탄성계수 및 유효푸아송비의 변화에 미치는 영향을 계산하였다. 마이크로 크랙의 방향이 랜덤한 경우($\beta=90^\circ$)에는 유효탄성계수가 직선적으로 변하지만, 한계각도가 작아지면($\beta=22.5^\circ$) 크랙발생으로 인한 이방성이 크게되어 초기단계에서부터 비선형적으로 변화하는 것을 확인할 수 있다.

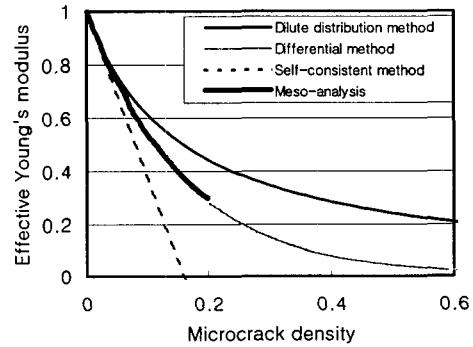
Fig. 6 및 7에는, 랜덤 분산형과 일정방향 분산형의 두가지 경우의 유효탄성률 및 유효푸아송비에 대한 이론해 및 메소해석 결과를 표시하였다. 그림에서 알 수 있듯이, 유효탄성계수의 저하율은 각 경우에 대해서 차등법의 결과에 상당히 근접해있음을 알 수 있다. 또한, 이론해에서는 유효탄성계수 및 유효푸아송비의 저하율을 동일하게 고려하고 있으나, 메소해석에 의한 결과는 상이하게 평가됨을 알 수 있다. 이는 탄성계수의 변화와 푸아송비의 변화가 동일하지 않다는 것을 의미한다.

4.2 홀을 포함하는 경우

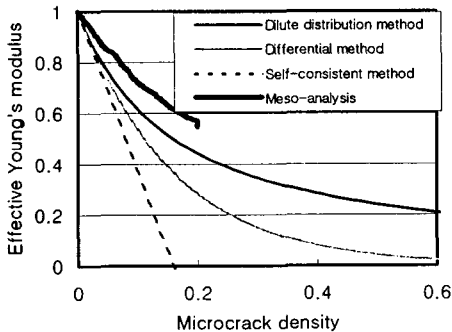
재료내부에 홀이 존재하는 경우에는, 일반적으로 강성의 저하를 초래하고, 나아가서 마이크로 크랙의 발생과 진행에 의해 최종적인 파단에 도



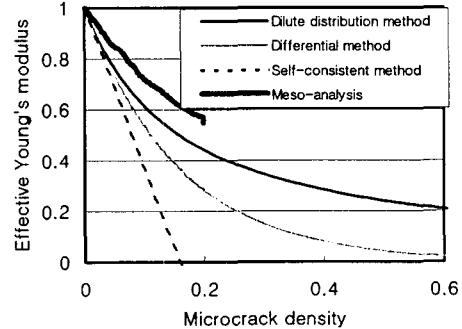
(a) Effective Young's modulus



(a) Effective Young's modulus



(b) Effective Poisson's ratio



(b) Effective Poisson's ratio

Fig. 6 Effective elastic properties for randomly distributed microcracks : result for meso-analysis vs micromechanics models

Fig. 7 Effective elastic properties for parallel distributed microcracks : result for meso-analysis vs micromechanics models

달하게된다. 본 절에서는, 홀을 원형으로 가정하고 홀의 크기를 변화시켜, 마크로 탄성계수 및 마크로 푸아송비를 계산하였다.

Fig. 8에는 홀의 반경을 0.025L, 0.05L, 0.075L 및 랜덤하게 분산시켜 계산한 결과를 나타내었다. 여기에서, L은 해석모델의 전장을 의미한다.

Fig. 9에는 홀의 반경을 랜덤하게 한 경우의 결과를 표시하였다. 여기에서 휘석분포법에 의한 결과는 홀 상호간의 간섭을 무시하고 있으므로 다른 결과와 상이함을 확인할 수 있으며, 상호간의 간섭효과를 고려한 차등법의 결과에 가장 근사하게 나타났다. 또한, 메소해석에 의한 결과를 보면, 홀의 밀도가 작은 경우에는 자기순응법과 같이 직선에 가깝지만 커짐에 따라서 비선형적으로 저하함을 알 수 있다.

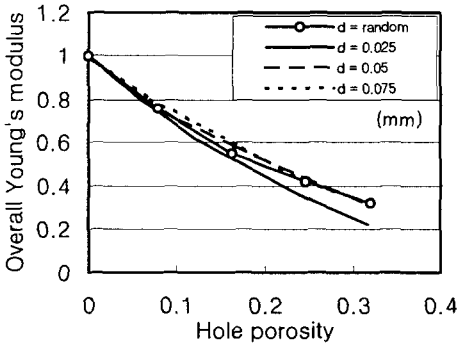
Fig. 10에는 홀의 주위에 마이크로크랙이 분산 분포하는 경우의 메소해석 결과를 나타내었다.

앞에서 파악한 바와 같이, 본 메소해석결과는 차등법과 유사하다고 판단되며, 홀의 존재로 인한 초기강성의 저하 및 홀의 주위에 마이크로크랙이 분산 분포하는 상태 등의 근사이론으로 파악하기 힘든 부분의 영향에 대해 평가가 가능하다고 판단된다.

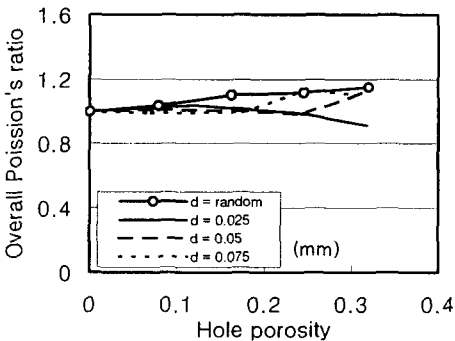
5. 결론

본 연구에서는 손상역학모델을 구성하는 경우에 요구되는 마이크로 크랙 밀도와 재료의 탄성계수와의 관계를 파악하기 위해, 메소해석수법을 도입하고 그 유용성에 대해 평가하였다.

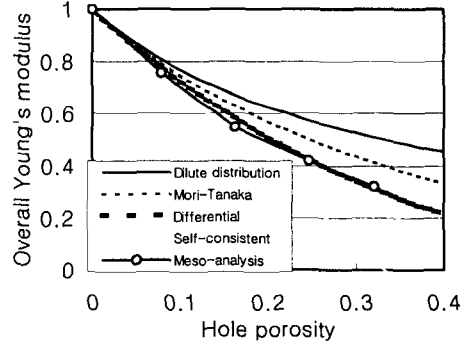
메소해석법은 이론적으로 파악하기 힘든 마이크로 크랙의 분포패턴을 자유롭게 조절 가능하고, 이론 해에서 구하기 힘든 부분예까지 적용가능하므로 재료내부의 손상 또는 파괴거동을 메소



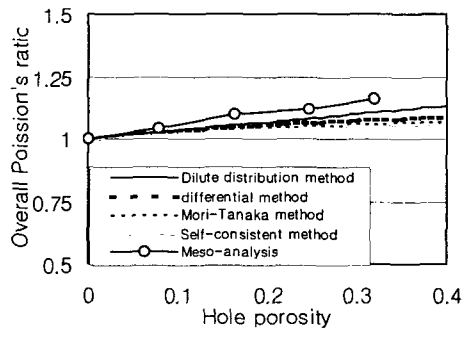
(a) Overall Young's modulus



(b) Overall Poisson's ratio



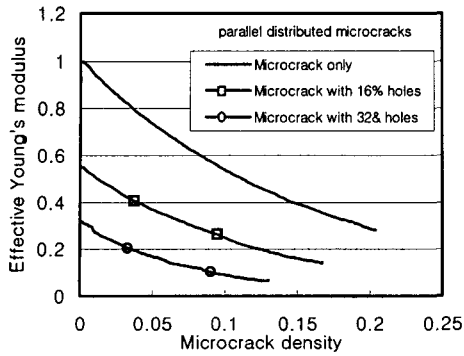
(a) Overall Young's modulus



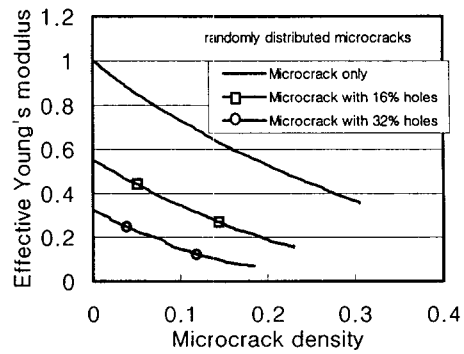
(b) Overall Poisson's ratio

Fig. 8 Overall elastic properties with various size of holes : result for meso-analysis

Fig. 9 Overall elastic properties for randomly distributed holes : result for meso-analysis vs micromechanics models



(a) Randomly distributed type



(b) Parallel distributed type

Fig. 10 Overall elastic properties with holes and microcracks : result for meso-analysis

레벨에서 설명하기 위한 수단으로서 유용하다고 사료된다.

본 연구는 재료 내부에서 발생하는 손상을 엄밀히 평가함으로써 향후 실제 제품 설계시에 적용 가능한 손상설계 개념을 정립하기 위한 기초 연구로서 수행하였으며, 향후 취성적인 성질이 특색인 LCD관련 제품의 신뢰성을 확보하기 위한 엄밀한 해석수단으로서 개발하고자 한다.

참고문헌

- (1) Huang, A., Hu, K. X. and Chandra, A., 1994, "A Generalized Self-consistent Mechanics Method for Microcracked Solids," *J. Mech. Phys. Solids*, Vol. 42, pp. 1273~1291
- (2) Kachanov, M., 1992, "Effective Elastic Properties of Cracked Solids : Critical Review of Some Basic Concepts," *Appl. Mech. Rev.*, Vol. 45, pp. 304~335.
- (3) Benyeniste, Y., 1986, "On the Mori-Tanaka Method in Cracked Solids," *Mech. Res. Comm.*, Vol. 13, pp. 193~201.
- (4) Kachanov, M., 1993, "Elastic Solids with Many Cracks and Related Problems," *Adv. Appl. Mech.*, Vol. 30, pp. 259~445.
- (5) Huang, A., Chandra, A. and Jiang, Z.Q., 1996, "The Numerical Calculation of Two Dimensional Effective Moduli for Microcracked Solids," *Int. J. Solids Structure*, Vol. 33, pp. 1575~1586.
- (6) Toi, Y and Lee, J. G., 1998, "2-D Mesoscopic Simulation of Two-Phase Materials Containing Short Fibers," *JSME*, Vol. 64, No. 625, pp. 2223~2230.
- (7) Lee, J. G. and Toi, Y., 1998, "2-D Mesoscopic Simulation of Two-Phase Materials with Micro inclusions Exhibiting Transformation Plasticity," *JSME*, Vol. 64, No. 620, pp. 1052~1060
- (8) Budiansky, B. and O'Connell, 1976, "Elastic Moduli of a Cracked Solid," *Int. J. Solids Structure*, Vol. 12, pp. 81~97.
- (9) Kim, M. S. and Park, S.B., 1991, "Matrix Cracking and Delamination in Laminated Composite Plates Due to Impact," *KSME*, Vol. 15, No. 3, pp. 723~734