

## 좌굴과 상변화를 이용한 Micro Actuator의 개발 및 해석

송귀은† · 김정식\* · 김광호\*\* · 이윤표\*\*

(2003년 9월 5일 접수, 2004년 4월 17일 심사완료)

### Development and Analysis for Micro Actuator Using Buckling Membrane and Phase Change

Gwi Eun Song, Jeong Sik Kim, Kwang Ho Kim and Yoon Pyo Lee

**Key Words :** Micro Actuator(구동기), Bistable Membrane(쌍안정성 박막), Phase Change(상변화)

#### Abstract

A new micro actuation concept is introduced and studied in this paper. This idea is based on the thermo-pneumatic actuation principle. In order to improve the performance of a conventional thermo-pneumatic actuator, the idea of bistable buckling is added. By using a membrane which has the bistable buckling characteristics, the working pressure difference can be increased and as a result the work output can be increased. The analysis model for each phenomenon, bistable buckling and phase change, are suggested and the each model is verified with experimental data. From the comparison of the theoretical prediction with the experimental results, it can be concluded that these models are useful for such micro actuator analysis.

#### 기호설명

$X = \frac{x}{l}$	: 무차원 길이
$Z = \frac{\bar{d}}{t_m}$	: 박막의 두께와 최대 처짐량의 비
$\Delta = \frac{\delta}{d}$	: 무차원 최대 처짐량
$w(x) = \frac{w(x)}{d}$	: 무차원 처짐 곡선
$N^2 = \frac{R}{(EI/d^2)l^2}$	: 보의 압축에 의한 무차원 압축력
$F_1 = \frac{f_1}{EI/d^2 \cdot l^2}$	: 중앙에서의 무차원 집중하중
$F_2 = \frac{f_2}{EI/d^2 \cdot l^2}$	: 무차원 균일 분포하중
$U_b = \frac{u_b}{(EI/d^2) \cdot l^3}$	: 굽힘에 의한 무차원 변형 에너지
$U_c = \frac{u_c}{(EI/d^2) \cdot l^3}$	: 압축에 의한 무차원 변형 에너지
$U_f = \frac{u_f}{(EI/d^2) \cdot l^3}$	: 하중에 의한 무차원 일

#### 1. 서론

MEMS 분야에서는 가공 및 제작기술의 발전과 새로운 아이디어의 적용을 통해서 매년 다양한 종류의 micro actuator<sup>(1)</sup>가 개발 및 소개되어 왔다. 그 중에서도 상변화(phase change)를 동반한 actuator는 다른 actuator에 비하여 여러 가지의 장점들을 가지고 있는데, 상변화를 통해서 상대적으로 적은 전압과 적은 체적에서 큰 변위와 힘을 제공해 줄 수 있다. 본 연구에서는 이러한 thermo-pneumatic actuator의 장점을 극대화하기 위해서 박막의 인위적인 bistable buckling 현상<sup>(2)</sup>을 thermo-pneumatic actuator에 추가하여 actuator가 할 수 있는 일과 변위 모두를 크게 향상시킬 수 있는 장치를 고안하였다.

기존의 연구에서는 상변화와 좌굴 현상에 관한 많은 연구가 각각 독립적으로 수행되었다. 특히 마이크로 크기의 밀폐된 공간에서 상변화를 통한 열전달에 대하여, Kaviany<sup>(2)</sup>와 Kato<sup>(3)</sup>은 좌굴이 일어나지 않는 박막을 가지고, 밀폐공간에서의 상변화가 있는 actuator에 대한 열전달 문제를 다루었으며, 가열과 냉각을 통해서 작동유체의 상변화를

† 책임저자, 회원, 한국과학기술연구원 열유동 제어 연구센터  
E-mail : kwsong@kist.re.kr  
TEL : (02)958-5685 FAX : (02)958-5689

\* 한국과학기술원 기계기술연구소

\*\* 회원, 한국과학기술연구원 열유동 제어 연구센터

통한 열전달 해석 문제를 간단하면서도 유용한 모델들을 통해서 해석하였다. 또 다른 분야인 마이크로 시스템에서의 좌굴 현상에 관한 연구도 많이 이루어지고 있다. 그 중에서도 bistable 특성을 가지고 있는 beam 과 membrane 등은 작동할 순간에만 에너지를 필요로 하고, 유지할 때에는 추가적인 에너지가 필요하지 않다는 장점이 있으며 이러한 특성을 활용한 마이크로 시스템은 제한된 에너지를 효율적으로 활용할 수 있다. 이러한 이유로 bi-stable mechanism 을 이용한 다양한 micro relays, actuators, valves, switches 등이 개발 되었고, 이들에 대한 이론적 해석도 Schomburg<sup>(4)</sup>와 Qiu<sup>(5)</sup> 등의 여러 연구자들에 의해 이루어졌다.

본 연구에서는 이처럼 서로 독립적으로 연구되었던 밀폐된 공간에서의 작동 유체의 상변화 특성과 박막의 bistable buckling 특성을 통합한 새로운 방식의 micro actuator 를 제시하였다. 이 장치에 대한 특성을 이해하기 위하여 좌굴에 관한 근사모델과 열전달에 관한 근사해석 모델을 유도하였다. 이들 두 모델의 계산결과와 비교를 위해 실험 결과의 제시 및 비교를 통해서 제시된 micro actuator 의 특성을 살펴보았다.

## 2. 작동 원리

본 연구를 통해서 개발한 장치는 외부와 밀폐된 가압실(pressure cavity), 이 가압실 속의 액체-기체 혼합상태의 작동유체(Pentane, R-123), 좌굴 박막(bistable membrane), 열전달용 구리판, 가열-냉각을 위한 열전모듈(thermoelectric module), 외관을 이루고 있는 polycarbonate 등의 부품으로 구성(Fig. 1, Fig. 7)되어있다.

본 장치의 구동 원리는 액체의 증발·응축과 그로 인한 좌굴이라는 현상으로부터 출발한다. 열전 모듈에 전기를 흘려주면 하단의 구리로 만들어진 전열판을 통해 작동 유체가 가열된다. 가열된 액체는 기체 상태로 상변화를 하게 되고 증발된 기체를 통해 가압실 내부의 압력이 상승하게 된다. 상승된 압력이 일정한 압력 이상으로 상승하게 되면 박막이 이 압력을 견디지 못하고 좌굴 현상(snap-through buckling)에 의해 순간적으로 팽창

하게 된다.

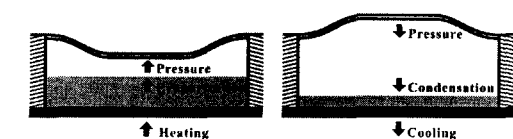
이러한 박막의 팽창을 통해서 박막이 Fig. 1(a)에서 (b)의 위치로 순간적으로 움직이게 된다. 역으로 전기의 극을 반대로 바꾸어 열전 모듈에 전기를 흘려 보내주면, 열전 모듈이 구리판을 냉각시키게 되고 다시 작동 유체를 냉각시키게 된다. 작동 액체와 기체가 모두 온도가 내려가면서 기체에서 액체로의 응축이 활발하게 일어나게 되고, 가압실 내의 압력도 급격히 떨어지게 된다. 낮아진 압력이 어느 일정 압력 이하로 떨어지게 되면, 변형된 박막이 이를 견디지 못하고 순간적으로 좌굴 수축하여 Fig. 1(a)의 위치로 다시 돌아오게 된다.

본 연구에서는 인위적으로 열전 모듈을 통한 온도 제어방법으로 가압실 내의 작동 유체를 가열 및 냉각시켜 Bistable 박막을 좌굴에 의해 연속적으로 작동되게 하였다.

## 3. Bistable 박막의 근사해석

본 연구에서 사용된 좌굴 박막은 Fig. 1 에서 볼 수 있듯이 가압실 내의 작동유체를 외부와 격리시키면서, 가압실 내의 압력이 어느 정도에 이르렀을 때에는 이 박막이 좌굴(snap-through buckling)을 일으켜 순간적으로 팽창(변형) 또는 수축(복원)하게 된다. 이러한 특성을 설계 및 해석에 적용하기 위해서는 박막의 bistability 의 발생 가능성과 어떠한 압력에서 좌굴이 일어날 것인지를 알아내는 것이 중요하며, 이 bistable 좌굴 현상을 나타낼 수 있는 단순화된 모델이 필요하다.

모델 유도와 실험에서 사용된 좌굴박막의 형상을 Fig. 2(a)에 간단히 그려놓았다.  $L_x \times L_y$ 의 정사각형의 박막은 4 면이 모두 고정지지(clamped) 경계 조건을 가지고 있고, 가운데 부분에 평평하고 휘어지지 않은  $L_x \times L_x$ 의 정사각형 부분이 있는 모습이다. 좌굴에 관한 모델을 유도할 좌굴 박막은 복잡한 3 차원이라서 FEA (Finite Element Analysis) 외에는 해석적 접근이 쉽지 않았으나, 본 연구에서는 이러한 어려움을 극복하기 위해서 approximate strip method for rectangular plates<sup>(6)</sup>을 사용하였다.



(a) Heating-induced Snap-up (b) Cooling-induced snap-down  
Fig. 1 Principle of the Actuator

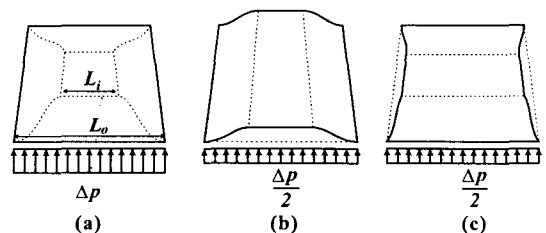


Fig. 2 Approximate strip method for rectangular plates

이 근사화 해석 방법에 의하면 4 면이 모두 고정지지(clamped) 조건이고  $\Delta p$ 의 균일분포 하중(압력)을 받는 Fig. 2(a)의 사각 박막은 전체 하중을 1/2로 각각 나누어 받는 Fig. 2(b)와 Fig. 2(c)의 strip들로 나누어 해석할 수 있다. Fig. 2(b)는 동서 방향으로 고정지지 조건을 가지고, Fig. 2(c)는 (b)와 직각을 이루며 남북 방향으로 고정지지 조건을 가지는 보(beam)로 볼 수 있다. 또한 이 이론에 의하면 (b)와 (c)의  $\Delta p/2$ 의 하중 조건에서 얻어진 처짐량은 (a), (b), (c)의 경우에 모두 동일하다. 따라서 (b) 경우에 대한 좌굴 특성에 대하여 알 수 있다면, 최종적으로 Fig. 2(a)의 사각 좌굴 박막의 bi-stable snapping에 대한 특성을 알게 될 것이다.

Approximate strip method for rectangular plates을 적용하여 난해한 사각 박막에 대한 문제를 Fig. 2(b)의 간단한 보에 대한 해석의 문제로 단순화할 수 있었으며, 추가적으로 Fig. 2(b)의  $\Delta p/2$  균일 분포 하중 문제를 더욱 단순화하여 Fig. 3(a)의 균일하중  $f_2$ 와 집중하중  $f_1$ 의 문제로 정리할 수 있다.

$$f_2 = L_o \frac{\Delta p}{2}; f_1 = f_2 \times L_i = L_i L_o \frac{\Delta p}{2}; \frac{F_1}{F_2} = \alpha = \frac{L_i}{L_o - L_i}$$

보에 대해서 길이( $l=L_o-L_i$ ), 두께( $t_m$ ), modulus of elasticity ( $E$ ), moment of inertia ( $I=L_o t_m^3/12$ ) 등을 이미 알고 있으며, Fig. 3(b)에서 하중  $f_1$ 와  $f_2$ 가 없고 압축력  $R$ 만 있는 경우에서의 보의 처짐량( $\bar{w}$ )을 보여 주고 있다. Fig. 3(c)에서는 하중  $f_1$ 와  $f_2$ 이 있는 경우에서의 처짐량( $w$ )이 정의되어 있다. Fig. 3(b)에서의 보의 모양은 다음의 형태로 가정하며,

$$\bar{w} = \frac{\bar{d}}{2} \left[ 1 - \cos\left(\frac{2\pi x}{l}\right) \right]$$

경계조건은  $w(0)=w(l)=0; w'(0)=w'(l)=0; w'(l/2)=0$ 이고, Fig. 3에서 볼 수 있듯이 양 끝에서는 고정 지지 조건으로 경계면에서의 처짐량과 기울기가 모두 0이고, Fig. 2(a)의  $L_i \times L_i$ 의 정사각형 부분에 의해서 정의되는 경계 조건인  $x=l/2$  위치에서는 기울기가 0인 것으로 표현된다. 위에서 도시한  $f_1, f_2, R$ 의 다양한 하중 조건과 경계 조건들을 만족하는 보의 처짐 곡선을 유도해내기 위해서, 무한히

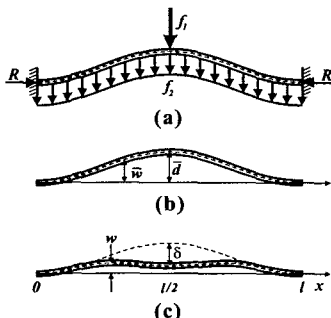


Fig. 3. Free body diagram of bistable beam

많은 buckling mode의 중첩으로 보의 처짐 곡선(deflection curve)을 표현할 수 있다고 가정하여 무차원 처짐 곡선을 다음의 식으로 표현할 수 있다.

$$W(X) = \sum_{i=0}^{\infty} A_i W_i(X) \tag{1}$$

$W(X)$  : deflection curve

$A_i$  : buckling mode amplitude

$W_i(X)$  : buckling mode shape

Euler 보에 대한 지배 방정식과 위에서 주어진 경계조건들은 고유치 문제를 이루게 되며, 처짐 곡선  $W(X)$ 은  $x=l/2$ 를 중심으로 대칭을 이루게 된다. 따라서 발생 가능한 모든 buckling mode shape 중에서 비대칭적인 항들을 모두 0으로 처리하고 고유함수와 고유치를 정리하면

$$\left. \begin{aligned} W_i(X) &= 1 - \cos(N_i X) \\ N_i &= 2\pi(i+1) \end{aligned} \right\} i = 0, 1, 2, 3, 4, \dots \tag{2}$$

이로서 보의 처짐 곡선을 유도해내는데 있어서 buckling mode shape( $W_i$ )는 결정되었으며, 여러 경계 조건과 하중 조건들을 만족하도록 mode amplitude ( $A_i$ )를 결정하면 보의 처짐 곡선을 최종적으로 유도할 수 있게 될 것이다. 이러한 중앙 부분에서 기울기가 0인 경우는 centrally clamped beam으로 볼 수 있으며 이에 대한 bistable 보의 해석은 Qiu<sup>(5)</sup>의 해석 및 유도과정을 적용하였다.

압력이 0인 경우에 대하여 처짐곡선은

$$\bar{w}(X) = \frac{\bar{w}}{d} = \frac{1}{2} \left[ 1 - \cos\left(\frac{2\pi X}{l}\right) \right] = \frac{1}{2} [1 - \cos(2\pi X)] = \bar{A}_0 W_0(X)$$

따라서  $\bar{A}_0 = 1/2$ 의 식이 성립한다. 그리고 보의 호의 길이에 대한 무차원 길이는 아래의 식처럼 계산할 수 있다.

$$S = \frac{l}{d^2} s = \frac{l}{d^2} \int_0^l \sqrt{1 + w'(x)^2} dx \approx \frac{l}{d^2} \int_0^l \left( 1 + \frac{w'(x)^2}{2} \right) dx$$

$$= \frac{l^2}{d^2} \left( 1 + \frac{1}{4} \frac{d^2}{l^2} \sum_{i=0}^{\infty} A_i^2 N_i^2 \right)$$

$$\bar{S} = \frac{l}{d^2} \bar{s} \approx \frac{l}{d^2} \int_0^l \left( 1 + \frac{\bar{w}(x)^2}{2} \right) dx = \frac{l^2}{d^2} \left( 1 + \frac{1}{4} \frac{d^2}{l^2} \bar{A}_0^2 N_0^2 \right)$$

Mode amplitude  $A_i$ 를 계산하기 위해서 Rayleigh-Ritz 방법(minimum total potential energy method)을 사용하였는데, 이는 다양한 하중 조건에서 보가 경험하게 되는 총 potential energy( $U_i$ )가 최소가 되는 조건에서 보의 처짐 곡선이 형성된다는 이론으로, 총 potential energy를 이루고 있는 굽힘에 의한 변형 에너지( $U_b$ ), 압축에 의한 변형 에너지( $U_s$ ), 하중에 따른 일( $U$ ) 등을 유도해서, 이를 모두 더한 총 potential energy( $U_i$ )의 최소치가 되는 조건에서 mode amplitude  $A_i$ 를 찾도록 하는 방법이다.

- 굽힘에 의한 변형 에너지:

$$U_b = \frac{1}{2} \int_0^l [\bar{w}''(X) - w''(X)]^2 dX = \frac{1}{4} \left[ (\bar{A}_0 - A_0)^2 N_0^4 + \sum_{i=1}^{\infty} A_i^2 N_i^4 \right]$$

- 압축에 의한 변형 에너지:

$$U_s = N^2 \cdot (\bar{S} - S) = N^2 \cdot \left( \frac{\bar{A}_0^2 N_0^2}{4} - \frac{1}{4} \sum_{i=0}^{\infty} A_i^2 N_i^2 \right)$$

- 집중하중  $f_1$  과 균일하중  $f_2$  에 의한 일:

$$U_f = [\bar{w}(l/2) - w(l/2)] \cdot F_1 + \int_0^l [\bar{w}(X) - w(X)] \cdot F_2 dX$$

$$= F_1 \cdot \left( 2\bar{A}_0 - 2 \sum_{j=0}^{\infty} A_{4j} \right) + F_2 \cdot \left( \bar{A}_0 - \sum_{i=0}^{\infty} A_i \right)$$

따라서 total potential energy  $U_t$  를 계산하면

$$U_t = U_b + U_s - U_f$$

$$= C_t + \left[ \frac{(A_0^2 - 2\bar{A}_0 A_0) N_0^4}{4} - \frac{N^2 N_0^2 A_0^2}{4} + 2F_1 A_0 + F_2 A_0 \right]$$

$$+ \left[ \sum_{i=1}^{\infty} \frac{N_i^4 A_i^2}{4} - \sum_{i=1}^{\infty} \frac{N^2 N_i^2 A_i^2}{4} + 2F_1 \sum_{j=1}^{\infty} A_{4j} + F_2 \sum_{i=1}^{\infty} A_i \right]$$

$A_i$  는 total potential energy 가 최소가 되도록 결정되므로  $\partial U_t / \partial A_i = 0$  의 식이 만족하도록  $A_i$  을 계산하면 다음을 얻게 된다.

$$A_0 = -\frac{\bar{A}_0 N_0^2}{N^2 - N_0^2} + \frac{(4\alpha + 2)F_2}{N_0^2(N^2 - N_0^2)}$$

$$A_{4j} = \frac{(4\alpha + 2)F_2}{N_{4j}^2(N^2 - N_{4j}^2)}, \quad j = 1, 2, 3, \dots$$

$$A_k = \frac{2F_2}{N_k^2(N^2 - N_k^2)}, \quad k \neq 0, 4, 8, 12, \dots$$

또한 이 보에 대해서 Hooke 법칙이 적용되므로 보에 대한 호의 무차원 길이와 무차원 압축력을 대입하고 정리하면

$$\bar{S} - S = \frac{N_0^2 \bar{A}_0^2}{4} - \frac{1}{4} \sum_{i=0}^{\infty} A_i^2 N_i^2 = \frac{N^2}{12Z^2}$$

따라서  $F_2$  에 대해서 2 차 함수를 얻을 수 있다.

$$\left( 1 + \sum_{j=1}^{\infty} \frac{N_0^2(N^2 - N_0^2)^2}{N_{4j}^2(N^2 - N_{4j}^2)^2} \right) \cdot (4\alpha + 2)^2$$

$$+ \sum_{k=0,4,8,\dots} \frac{4N_0^2(N^2 - N_0^2)^2}{N_k^2(N^2 - N_k^2)^2} \right) \cdot F_2^2$$

$$- 4(2\alpha + 1)\bar{A}_0 N_0^4 \cdot F_2 + \bar{A}_0^2 N_0^4 N^2 (2N_0^2 - N^2) + \frac{N^2 N_0^2 (N^2 - N_0^2)^2}{3Z^2} = 0$$

중앙 지점에서의 무차원화된 처짐량은

$$\Delta = \frac{\delta}{d} = \bar{w}(l/2) - w(l/2) = \bar{A}_0 W_0(l/2) - \sum_{i=0}^{\infty} A_i W_i(l/2)$$

$$= 2\bar{A}_0 - 2 \sum_{j=0}^{\infty} A_{4j}$$

이로서 처짐 곡선과 처짐량 등을 이론적으로 계산할 수 있는 식 (2), (3), (4), (5)를 유도하였고, 압력  $\Delta p$  와 최대 처짐량  $\delta$  사이의 관계를 계산할 수

있게 되었다. 전체 계산 과정을 다시 정리하면, 보에 작용하는 무차원 압축력  $N$  을 가정하여 식 (4)를 통해  $F_2$  를 계산하고,  $N$  과  $F_2$  를 통해서 식 (3)의  $A_i$  를 계산할 수 있다. 최종적으로 식 (5)를 통해서 무차원 처짐량  $\Delta$  을 계산할 수 있다.

그러나 가압실 내의 압력을 계속 증가시키면 압축력  $R(N)$ 은 이에 비례하여 증가하면서 가해진 압력에 대한 반력을 형성하여 박막의 좌굴 변형을 억제한다. 하지만 일단 좌굴이 발생하여 움직이게 되면 이 압축력은 박막이 좌굴 변형하는 동안 일정하게 유지된다. 따라서 위에서 유도되었던 식들을 좌굴 발생 이후에는 이러한 상황을 만족하는  $U_s$ 가 상수인 조건으로 식 (3), (4), (5) 모두를 다시 유도할 수 있다. 또한 이러한 좌굴이 일어나는 순간은 mode amplitude  $A_i$  가 무한대로 커질 때에 발생할 것이므로 식 (3)의  $A_k$  가 무한히 커질 수 있는 최초의 조건인  $N=N_1=4\pi$ 에서 좌굴이 발생할 것이다. 따라서 유도된 식 (3), (4), (5)는  $0 \sim 4\pi$ 에서 유효하다.

위에서 제시한 모델을 이용하여 계산한 결과와 Malhaire<sup>(7)</sup>의 실험 결과와의 비교를 Fig. 4에 정리하여 놓았다. Malhaire<sup>(7)</sup>의 실험에서는 박막을 Si로 제작하였으며,  $L_0 = 3\text{mm}$  이고  $t = 8 \sim 25\mu\text{m}$ 에 대해서 실험을 수행하였다. Fig. 4(a)를 통해  $\bar{d}$ 를 알 수 있으며  $L_i$ 는 모든 경우에  $1.1\text{mm}$ 로 같다고 가정하였고,  $E$ 는  $169 \times 10^9 \text{Pa}$ 의 값을 계산에 사용하였다. Fig. 4(b)에서는 좌굴을 발생시키기 위해 필요한 압력을 비교하여 놓았고, Fig. 4(c)에서는 bistable 좌굴의 발생 가능성을 실험과 계산결과를 비교하여 놓았으며, Fig. 4(d)에서는 계산을 통해서 압력과 최대 처짐량 사이의 관계를 그려놓았다.

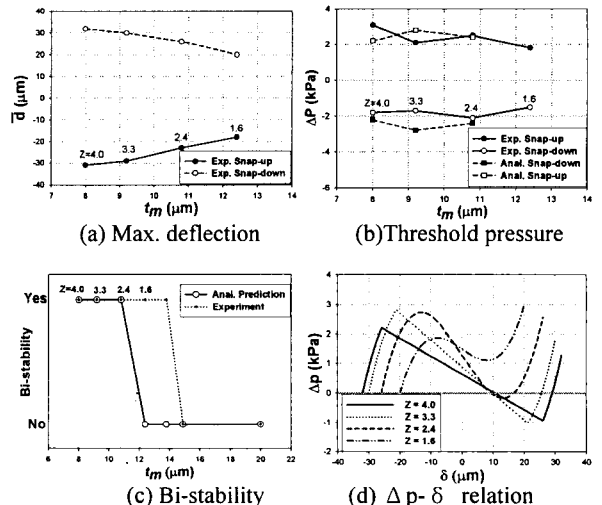


Fig. 4 Comparison between modeling and experiments

이 그림을 통해서  $Z = 2.3$  이하의 경우에는 어떠한 조건에도 압력이 "0" 이하로 떨어지지 않으므로 bistable 좌굴이 발생하지 않을 것임을 알 수 있으며, 이러한 특성에 대한 계산-실험의 비교는 Fig. 4(c)를 통해서 확인할 수 있다. 그러나 모델에서는 약  $t_m=12\mu\text{m}$  ( $Z = 2.3$ )에서부터 bistable 특성을 잃어 버리는 것으로 계산되었으나 실험에서는 약  $t_m=15\mu\text{m}$ 로 나타났다. 이러한 모델의 계산 결과와 실험 결과와의 비교를 통해서 approximate strip method와 초기 처짐 폭선 등의 많은 가정들에도 불구하고 실험 결과와 상당히 잘 일치하는 계산 결과를 보여주었고, 이를 통해서 Qiu<sup>(5)</sup> 등의 방법론이 strip method를 통해서 충분히 bistable 좌굴박막의 해석과 설계에 간편한 도구로서 사용될 수 있음을 보였다.

Table 1 Data required for the analysis of actuator

Geometric data & initial conditions			
$L_0$	Length of square cavity	= 19.5	[mm]
$L_i$	Length of central rigid square	= 9.0	[mm]
$H_c$	Depth of Cavity	= 4.0	[mm]
$t_m$	Thickness of membrane	= 0.1	[mm]
$\bar{d}$	Bistable deflection of membrane	= 1.0	[mm]
$H_i$	Initial depth of working fluid pool	= 2.0	[mm]
$T_H$	Temperature of heating block	= 16, 32	[°C]
$T_\infty$	Temperature of ambient air	= 20	[°C]
Thermal properties			
n-pentane (n-C <sub>5</sub> H <sub>12</sub> )			
$M$	Relative molecular mass	= 72.151	[kg/kmol]
$T_{sat}$	Boiling temperature	= 36.06	[°C]
$\rho_l$	Density at liquid state	= 609.78	[kg/m <sup>3</sup> ]
$\rho_g$	Density at vapor state	= 2.9693	[kg/m <sup>3</sup> ]
$C_{p,l}$	Specific heat of liquid	= 2367.3	[J/kg-K]
$C_{p,g}$	Specific heat of gas	= 1764.0	[J/kg-K]
$k_l$	Thermal conductivity of liquid	= 0.10724	[W/m-K]
$k_g$	Thermal conductivity of gas	= 0.015283	[W/m-K]
$\Delta h_{lg}$	Enthalpy	= $3.576 \times 10^5$	[J/kg]
Dry Air (at 20 °C)			
$\rho_{air}$	Density of dry air	= 1.205	[kg/m <sup>3</sup> ]
$C_{p,air}$	Specific heat of air	= 1006.0	[J/kg-K]
$k_{air}$	Thermal conductivity of air	= 0.025	[W/m-K]
$h_{\infty}$	Free convection heat transfer coeff.	= 20	[W/m <sup>2</sup> -K]
Membrane			
$\rho_m$	Density of membrane	= 1380	[kg/m <sup>3</sup> ]
$C_{p,m}$	Specific heat of membrane	= 960	[J/kg-K]
$k_m$	Thermal conductivity	= 0.15	[W/m-K]
$E$	Modulus of elasticity	= 3.4	[GPa]

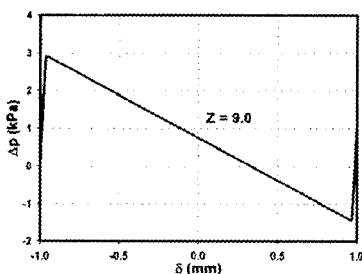


Fig. 5 Pressure-deflection relation

그러나 Malhaire<sup>(7)</sup>의 실험에서는 박막의 잔류 응력에 의한 영향이 있었고,  $L_i$ 에 대한 가정된 수치를 계산에 사용하는 등의 이유로 실험 결과와 모델을 통한 계산 결과에는 어느 정도 차이를 보이고 있다. 마지막으로 이러한 bistable 박막에 대한 근사해석 모델을 본 연구의 실험 결과와 비교하기 위해서 Table 1의 계산 및 실험 조건으로 계산을 수행하였으며 그 결과를 Fig. 5에 제시하였다.  $Z = 9.0$ 으로 압력이 대기압에 비하여 약 2.98 kPa 정도 이상이거나 이하가 될 경우에 박막의 좌굴 현상을 일으킬 수 있다는 것을 예측할 수 있다. 또한 좌굴을 일으킬 때까지의 처짐량인  $\delta$ 는 약 0.04 mm로 초기 변형량인 1 mm에 비하여 무시할 수 있을 만큼 작았다.

#### 4. 상변화 열전달 근사해석 모델

이전 절에서 설명한 박막의 좌굴은 어느 일정 압력에서 발생하므로, 그 압력에 이르기 위해서 작동 유체의 가열 또는 냉각 온도를 알 필요가 있다. 이러한 압력과 온도 사이의 관계는 밀폐된 공간에서의 작동 유체의 상변화 열전달 해석을 통해서 어느 정도 이론적 예측이 가능하다. 이론 예측을 위한 근사해석 모델을 유도하기 위해서 작동 유체와 박막에 대해서 에너지 보존식과 밀폐된 공간에 대한 질량 보존식을 등을 사용하여 상변화 열전달을 나타내는 상미분방정식 2 개를 이끌어낼 수 있다.

시험부 내의 온도와 압력의 변화를 근사적으로 해석하기 위해서 지배적 현상의 큰 특징들을 놓치지 않으면서 문제를 단순화 시키는 몇 가지 가정이 필요하다. 우선 시험부에서의 열의 흐름을 보면 열전달에 의해 가열된 열이 구리판과 작동 유체를 거쳐 대기중으로 방출된다. 구리판의 온도  $T_H$ 와 대기온도  $T_\infty$ 는 고정된 값이고, 박막의 온도는 박막의 두께가 얇으므로 작동 유체와 같은 온도라고 가정하였다. 시험부 가열면의 가로세로 길이( $19.5 \times 19.5 \text{mm}^2$ )는 높이(2mm)에 비해 상대적으로 크므로 열전달은 전도와 상변화에 의해 지배된다고 할 수 있다.

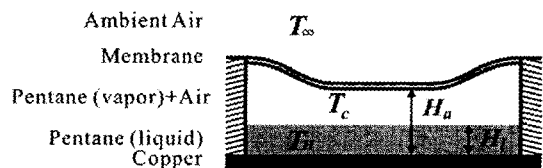


Fig. 6 Phase change heat transfer model

시험부 내부에서 2 가지 상이 존재하는 조건에서의 열전달은 전도에 의해서 이루어진다고 가정하였는데, 이 가정은 자연 대류의 영향은 유체에 작용하는 점성력에 대한 부력의 비율을 나타내는 Grashof 수로 판단한다. Grashof 수가 2000 이하의 경우 자연 대류보다 전도에 의한 열전달이 지배적이며, 특성 길이의 3 승에 비례하므로 micro-scale<sup>(8)</sup>에서는 더욱 작게 된다.

가열판의 열은 액체상태의 작동유체를 거쳐 전도 열전달( $Q_H$ )을 통해서 전달되고, 일부가 기체로의 상변화( $\dot{S}_g$ )을 통해 기밀실에 들어온다. 들어온 열은 외부 공기를 통해 손실( $Q_{air}$ )되며, 들어온 열은 작동 유체와 박막의 온도를 높이거나 낮추는 역할을 한다. 이와 같은 작동유체와 박막에 대한 열수지 관계는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$-Q_{air} + Q_H + \dot{S}_g = (\rho c_p V)_m + (\rho c_p V)_g + (\rho c_p V)_{air} \frac{dT_c}{dt}$$

위 식의 각 항들은

$$Q_H = A_{cav} \cdot k_g \frac{T_H - T_c}{(H_c - H_l)2}$$

$$Q_{air} = A_{cav} \cdot \bar{h}_o (T_c - T_\infty)$$

$$\dot{S}_g = \dot{m}_g \Delta h_{fg} = \Delta h_{fg} \rho_l \left( A_{cav} \frac{dH_l}{dt} \right) = A_{cav} \rho_l \Delta h_{fg} \frac{dH_l}{dt}$$

액체 상태의 경우, 밀도가 일정하다고 볼 수 있으나, 기체의 경우는 압력과 온도에 따라 밀도의 변화가 크므로 이상 기체 방정식으로 근사화하여 온도와 압력관계에서 밀도를 알 수 있다. 비체적과 엔탈피와 함께 상이 변할 때, 포화압력과 온도의 관계를 나타내는 Clausius-Clapeyron 식을 적용할 수 있다.

$$p_{vap} = p_{vap,o} \cdot \exp \left[ -\frac{M \Delta h_{fg}}{R_g} \left( \frac{1}{T_c} - \frac{1}{T_{c,o}} \right) \right]$$

따라서 가스의 밀도는

$$\rho_x = \frac{M}{R_g} \cdot \frac{p_{vap}}{T_c} = \frac{M p_{vap,o}}{R_g} \cdot \frac{1}{T_c} \cdot \exp \left[ -\frac{M \Delta h_{fg}}{R_g} \left( \frac{1}{T_c} - \frac{1}{T_{c,o}} \right) \right]$$

이들을 작동 유체에 대하여 정리하면

$$\frac{M p_{vap,o} c_{p,g} (H_c - H_l)}{R_g T_c} \cdot \exp \left[ -\frac{M \Delta h_{fg}}{R_g} \left( \frac{1}{T_c} - \frac{1}{T_{c,o}} \right) \right] \frac{dT_c}{dt} = \rho_l \Delta h_{fg} \cdot \frac{dH_l}{dt} - 2k_g \cdot \frac{T_H - T_c}{H_a - H_l} \quad (6)$$

그리고 기밀실 내에서의 압력은

$$p = \frac{p_{vap}}{y_g} \quad (7)$$

이때  $y_g$  는 기체 상태의 작동 유체에 대한 mole fraction 을 나타낸다. 질량 보존 법칙을 밀폐된 가압실에 적용하면, 액체에서 감소된 작동 유체의 질량은 기체에서 증발된 질량과 같으므로 시간 변화량에 대해서는  $\dot{m}_l + \dot{m}_g = 0$  으로 표현될 수 있다. 이 식을 정리한 것이 아래의 식이며 밀도와 액체층의 높이로 표현되고 있다.

$$\frac{d}{dt} (A_{cav} \rho_l H_l) + \frac{d}{dt} (A_{cav} \rho_g (H_a - H_l)) = 0$$

위의 식을  $H_l$  과  $T_c$  만의 식으로 정리한 것이 아래의 식이다.

$$\frac{H_a \rho_l - \frac{M_{cav}}{A_{cav}}}{(H_a - H_l)^2} \cdot \frac{dH_l}{dt} = -\frac{M p_{vap,o}}{R_g} \left[ \frac{(M \Delta h_{fg} / R_g)}{T_c^3} - \frac{1}{T_c^2} \right] \times \exp \left[ -\frac{M \Delta h_{fg}}{R_g} \left( \frac{1}{T_c} - \frac{1}{T_{c,o}} \right) \right] \cdot \frac{dT_c}{dt} \quad (8)$$

최종적으로 2 개의 변수  $T_c$  와  $H_l$  에 대한 식 (6) 과 (8)의 2 개의 비선형 연립 미분방정식들을 얻을 수 있다. 이 상미분방정식들을 Runge-Kutta Method 를 사용하여 앞서 제시한 Table 1 의 조건에 대하여 계산을 하였고, 그 결과를 Fig. 7 에 나타내었다.

이 계산에 필요한 여러 계산조건들은 실험에 사용된 값들을 사용하였다. 우선  $T_H$  등은 계산에 있어서는 경계 조건에 해당하므로 Fig. 11(a)의 구리 가열판의 온도 변화를 근사식으로 적용하였다. 또한 박막과 구리판 사이의 거리  $H_a$  는 좌굴에 의해  $\bar{a} = \pm 1mm$  만큼 순간적으로 움직이는 것으로 계산하였는데, 가압실 내의 압력이 미리 설정된 좌굴 팽창 압력보다 커질 경우에  $H_a$  가  $\bar{a}$  만큼 증가하여 체적이 순간적으로 증가 되도록 하였고, 역으로 좌굴 수축 압력 이하로 떨어지게 되면  $H_a$  가  $\bar{a}$  만큼 감소해 체적도 순간적으로 감소되도록 하였다. 압력 계산을 위한 식에서  $p_{vap,o} = 1.01 \times 10^5$  Pa 와  $T_{c,o} = 36^\circ C$  로 설정하였으며, 좌굴 팽창 전후에  $y_g$  는 각각 0.595 와 0.605 로 순간적으로 변화되도록 하였다.

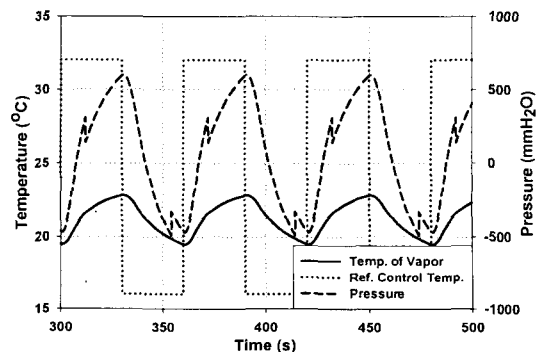


Fig. 7 Heat transfer simulation results

좌굴 팽창-수축의 임계 압력(threshold pressure)은 Fig. 11(c)의 실험에서 얻어진 값을 사용하였으며, 좌굴에 의해 체적이 변하게 될 때에 이러한 변화는 짧은 순간에 일어나므로 단열 압축 및 단열 팽창으로 보고, 압력의 계산에 반영하였다. 이러한 계산의 결과를 Fig. 7에 그려놓았다. 전체적으로는 이러한 체적과  $H_0$ 의 순간적 변화는 온도장에 작은 영향만을 주고 있는 것으로 계산되었다.

### 5. 실험

이 actuator 를 실험적으로 구현하기 위해서 간단한 시험용 모듈을 설계 제작하였고, 이 장치를 측정 및 제어하기 위한 시스템을 꾸며 보았다. 측정용 모듈은 Fig. 8에 자세히 정리되어 있듯이, 맨 위에는 bistable 박막과 이를 고정 및 기밀성(sealing)을 유지시켜 줄 수 있는 틀을 한 덩어리로 제작하여 박막 부분만 쉽게 교체할 수 있도록 하였다. 모듈의 몸체는 polycarbonate 로 이루어져 있으며 박막은 PET 필름을 사용하였고 바닥은 구리로 접착되어 있다. 구리의 아랫면에는 열전 모듈을 부착하였고 그 아래에는 열을 배출할 수 있는 방열 핀과 팬을 부착하였다. 측정을 하기 위해 압력 센서를 작은 튜브에 연결해서 시험 모듈에 부착하였고, 온도 측정을 위해서 열전대를 구리판과 몸체 중간 정도에 부착하였다.

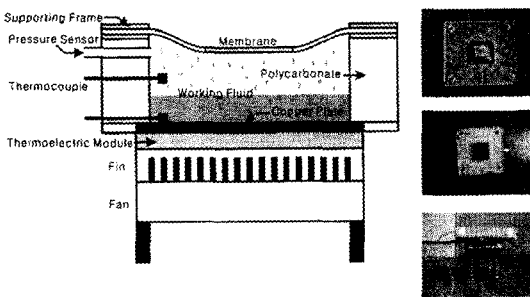


Fig. 8 Schematic and photos of test module

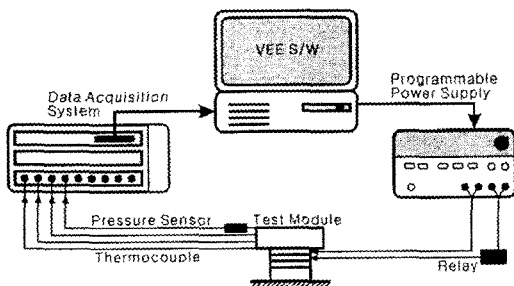


Fig. 9 Measurement and Control

온도제어는 이 열전대에서 측정된 온도를 입력 받아서 VEE 계측 소프트웨어를 이용한 제어 신호를 만들고, programmable power supply 를 통해서 열전 모듈에 인가되는 전압을 조절함으로써 해서 온도를 일정한 제어온도로 설정 및 유지할 수 있었다. 또한 하나의 열전 모듈로 가열과 냉각을 하여야 하므로, 추가적인 제어 신호를 programmable power supply 를 통해 relay 를 구동하여 열전 모듈에 흐르는 전압의 극성을 바꿀 수 있도록 하였다. 전체적인 제어와 측정 신호의 흐름을 Fig. 9에 정리하여 놓았다.

Fig. 10은 실험 모듈에 공기를 작동유체로 했을 때의 기밀실 내의 압력과 온도의 변화이고 Fig. 11는 작동 유체(pentane, R-123)를 가지고 실험한 경우이다. 두 결과를 통해서 알 수 있듯이 상변화가 없는 경우에 비하여 상변화가 있는 경우에 10배 정도의 더욱 큰 압력 변화를 보이고 있다. Fig. 10에서는 좌굴 현상을 볼 수 없으나, Fig. 11에서는 이러한 큰 압력 변화를 통해서 좌굴 현상과 좌굴에 의한 압력과 온도의 순간적 변화를 살펴볼 수 있다. 이러한 좌굴은 팽창의 경우 298 mmH<sub>2</sub>O에서 일어났으며, 수축의 경우 약 -487 mmH<sub>2</sub>O에서 일어난 것을 알 수 있다. 좌굴에 필요한 압력이 snap-up 과 snap-down 의 경우가 대칭을 이루지 못하는 것은 박막 가공중에 박막에 잔류 응력이 생겨서 이러한 비대칭적인 모습을 보이게 된 것이다. 그러나 Fig. 11 (b)와 (c)를 보면 작동 유체의 종류와 온도와 무관하게 일정한 압력에서만 좌굴이 발생하는 것을 확인할 수 있다.

주기는 60s로 설정하여 30s 동안은 가열을 나머지 30s 동안은 냉각을 시켜서 한 주기 동안 한번의 좌굴 팽창과 한번의 좌굴 수축을 관찰할 수 있었다. 주기를 10s 이내로 줄일 수도 있으나 시험부의 외관인 Polycarbonate 와 구리판의 열팽창 계수 차이로 인해서 발생하는 가압실 내의 균열과 열전 모듈의 열응력에 의한 파괴 등의 이유로 좀더 다양한 실험은 어려웠다.

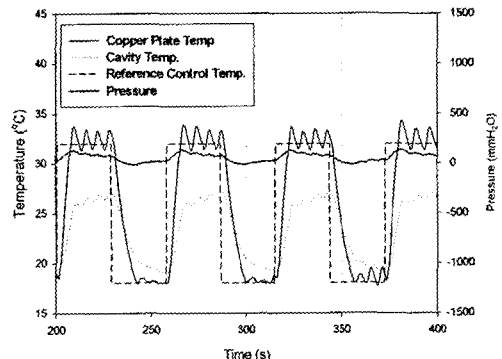
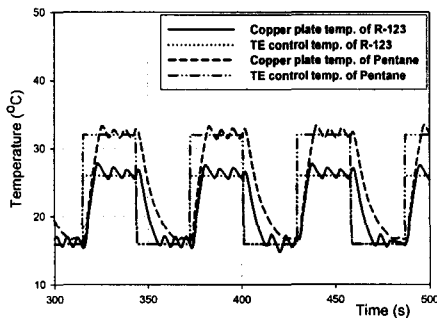


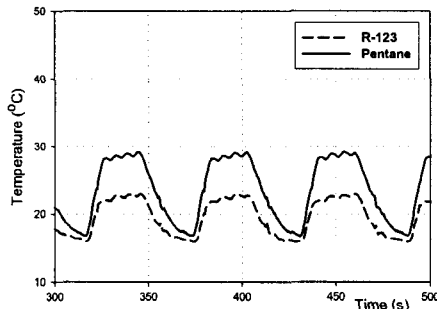
Fig. 10 Test results with air

**Table 2** Thermal properties of Working Fluids

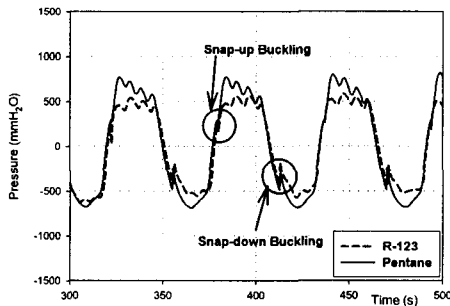
	Molar mass [kg/kmol]	Boiling temp. [°C]	Latent heat [kJ/kg]
n-pentane	72.15	36.06	357.2
R-123	153	27.82	170.1



(a) Copper plate temperature response



(b) Cavity temperature response



(c) Pressure response

**Fig. 11** Test Results with pentane and R-123

Table 2 는 작동 유체의 물성치를 나타낸다. R-123 은 n-pentane 보다 더 적은 온도에서도 좌굴에 필요한 압력을 발생시킬 수 있다. 따라서 pentane 은  $\Delta T = 16\text{ }^{\circ}\text{C}$  에서 좌굴이 가능하지만 R-123 은 이 보다 적은  $\Delta T = 10\text{ }^{\circ}\text{C}$  이하에서 가능하였다.

열전달의 계산에 있어서도 Fig. 7 의 계산 결과와

Fig. 11(c)의 실험 결과와의 비교를 통해서 압력의 변화에 차이를 보이고 있는 것을 알 수 있다.

이는 주로 벽면을 통한 열전달의 무시와 가압실 내부와 박막이 균일 온도분포를 가진다는 가정에서 오는 오차로 판단되며, 정성적으로는 유사한 특성을 보이고는 있으나 좀더 열전달 해석 모델을 개선할 여지가 아직 남아있다.

## 6. 결론

본 연구를 통해서 좌굴 현상과 상변화를 이용한 새로운 micro actuator 의 개념을 제시하였고, 그 운전 가능성을 실험적으로 입증하였다. 또한 이 장치의 구동원리를 이해하기 위해서 좌굴박막에 관한 구조 역학적인 근사 모델과 상변화를 포함한 열전달 해석 모델을 각각 제시하였다. 이러한 이론적 해석 모델들의 계산 결과와 실험 결과와의 비교를 통해서 각 모델들의 타당성을 살펴보았다.

추후의 연구에서는 이 장치를 macro-scale 이 아닌 MEMS 에 적용하여 마이크로 스케일에서 구현할 것이며, 이론적으로는 FEM 이나 CFD 등의 해석 도구를 통하여 좀더 심도 있는 보완이 필요하다고 생각된다.

## 참고문헌

- (1) Nguyen, N.T. and Wereley, S.T., 2002, "Fundamentals and Applications of Microfluidics," Artech House, pp. 257~260.
- (2) Kaviany, M., 2002, "Principles of Heat Transfer," Wiley-interscience, pp. 828~834.
- (3) Shigeo Kato, 1997, "Simulation of a Gas-liquid Phase-change Micro-actuator," Computers ind. Engng Vol. 33, pp. 609~612.
- (4) Schomburg, W. K. and Goll, C., 1998, "Design Optimization of Bistable Microdiaphragm Valves," Sensors and Actuators A 64, pp. 259~264.
- (5) Qiu, J., Lang, J. H. and Slocum, A. H., 2001, "A Centrally-Clamped Parallel-Beam Bistable MEMS Mechanism," proc. IEEE MEMS 2001, CH37090, pp. 353~356.
- (6) Ragab, A.R. and Bayoumi, S.E., 1999, Engineering Solid Mechanics, CRC Press, p. 465.
- (7) Malhaire, C., Didiergeorges, A., Bouchardy M. and Barbier D., 2002, "Mechanical Characterization and Reliability Study of Bistable SiO<sub>2</sub>/Si Membranes for Microfluidics Applications," Sensors and Actuators A 99, pp. 216~219.
- (8) Nicolas D., Paul P. L. and Miko E., 2003, "Heat Transfer in a MEMS for Microfluidics," Sensors and Actuators A 105, pp. 137~149.