한국산학기술학회논문지
Vol. 5, No. 2, pp. 191-196, 2004

가격 · 원가정보가 주어진 경우 배분적 성과를 측정하기 위한 DEA모형의 설계

오 동 일

Measuring Allocative Performance by using DEA Model when price and cost data are available

O Dong Il

요 약 경영자가 가격이나 원가와 관련된 정확한 정보를 얻을 수 있다면 DEA 모형을 이용하여 기술적 효율성 뿐 만 아니라 배분적 효율성과 관련된 분석이 가능해진다. 배분적 효율성을 분석하므로서 총체적 효율성을 기술적 효율성과 배분적 효율성으로 분해할 수 있고 이를 통해 보다 다양한 분석수단을 얻을 수 있다. 본 연구에서는 기본적 DEA 모형을 변형하여 배분효율성을 분석할 수 있는 DEA 모형을 설계한다. 우선 예산선에 바탕을 둔 비용최소화 모형을 설계하고 이것을 다시 이익극대화 모형으로 변환한 후 가산형의 DEA 모형으로 재설계한다. 가격정보가 주어진 경우 기술적 효율성의 범주를 벗어난 보다 다양한 형태의 효율성 분석이 가능해져 성과평가 및 그 결과의 해석 그리고 보다 현실성 있는 경영개선방안의 도출이 가능해진다.

Abstract Allocative efficiency measures the extents to which the technically efficient units falls shorts of achieving minimal cost. By using this measure manager can make decision about how to redistribute organizational resources to improve price efficiency. Allocative and overall efficiency are derived on the basis of budget line and cost minimization concept. The purpose of this study is to introduce the concept of allocative efficiency and propose two modified DEA models. Examples are provided to illustrate the similarities and the application procedure of the two model. By providing example and tracing the data application procedure, we found the same results but some cautions are needed to interpret the valuation.

Key words : DEA, allocative efficiency, radial efficiency, additive model

1. 서 론

기업의 경영성과를 총체적인 입장에서 파악하기 위한 방법의 하나로 DEA 모형이 이용되고 있다. DEA 모형을 이용함으로써 다수의 투입요소와 다수의 산출요소를 모형 내에 동시에 고려할 수 있고 투입산출물의 비례적인 감소 또는 증가를 측정함으로써 특정 기업의 상대적인 효율성 정도를 객관적인 관점에서 파악할 수 있다. 그런데 지금까지의 대부분의 연구는 순수한 투입산출물의 관점에서 물량단위에 초점을 맞추거나 이에 일부 질적인 요소를 추가함으로써 기술적인 효율성을 측정하는데 초점이 두어져 왔다. 그 이유는 두 가지로 볼 수 있다. 하나는 산출물과 관련된 가격정보의 취득이나 투입물과 관련된 원가정보의 획득이 어렵거나 오류의 정도가 심해 분석 목적에 사용하기 힘들기 때문이다. 또 다른 하나는 가격정보를 얻기 힘들어 배분적 모형과 관련된 모형의 개발이 상대적으로 늦게 이루어진 점에 기인한다. 만약 가격이나 단위원가의 분포와 관련된 정보를 얻을 수 있다면 이런 정보를 모형 내에 반영하여 분석함으로써 배분효율성과 관련된 정보를 얻을 수 있을 것이다. 본 연구는 분석가가 투입물과 산출물에 대대한 정확한 전문가적인 판단을 하고 있거나 가격, 원가와 같은 정보를 획득 가능한 경우의 DEA 모형을 설계함에 있다. DEA 모형은 그 분석 목적에 따라 매우 다양한 유형으로 변환가능한데 결국 이런 모형의 설계는 기본적인 DEA 모형에 추가적인 제약을 가하는 형태로 표현된다. 가격이나 원가정보를 도입함으로써 기술적 효율성에서 한 걸음 더 나아가 총체적인 효율성

상명대학교 금융보험학부

분석이 가능하고 이를 통해 기술적 효율성과 배분적 효율성을 함께 구할 수 있다. 본 연구에서는 배분적 효율성의 개념을 살펴본 후 기본적인 DEA 모형으로부터 총체적 효율성과 배분적 효율성을 구해주는 모형을 유도한다. 그리고 이러한 모형은 예산선을 비용최소화 모형이나 가산형 DEA 모형으로 설계 가능하다. DEA 모형을 유도한 후 실무적으로 이용가능하게 하고 심층적인 분석을 수행하기 위하여 예를 통해 효율성을 계산한다. 비록 가격 정보가 변동한다고 하더라도 평균가격이나 가격정보를 결합할 수 있는 지표를 선정함으로써 효율성 향상을 위한 보다 다양한 정보를 총체적 효율성으로 부터 구할 수 있다. 가격정보가 주어짐으로써 기술적 효율성, 배분적 효율성, 규모적 효율성 그리고 총체적인 효율성을 모두 구할 수 있게 됨으로써 표준적인 분석이 가능해 지고 영리기업의 전반적 효율성 파악에 많은 도움이 될 것이다.

2. DEA와 배분적 효율성

2.1 배분적 효율성

경제 내에 j = 1, 2 ,...n 개의 의사결정단위(이하 단위)가 존재하고 각 단위는 m개의 생산요소(x_{ij} : i = 1, 2, ...m)를 사용하여 s 개의 산출물(y_{rj} : r = 1, 2,..s)을 생산하는 경우 투입물 중심의 BCC 모형을 유도하였다.

$$\begin{aligned} h(x, y) &= \min\beta \\ s.t.\ \beta x_{io} &\geq \sum_{j}^{n}\lambda_j x_{ij} \\ y_{r0} &\leq \sum_{j}^{n}\lambda_j y_{rj} \\ \sum_{j}^{n}\lambda_j &= 1 \end{aligned} \qquad \text{<식 1>}$$

가격정보가 주어지는 경우의 배분적 효율성의 개념을 두 개의 투입물과 하나의 산출물을 생산하는 등생산량 곡선과 가격에 바탕을 둔 예산선으로 이루어진 <그림 1>을 통해서 살펴보자.

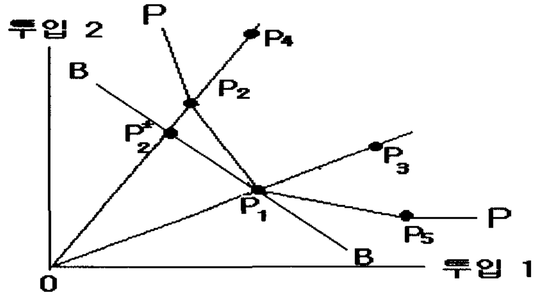

그림 1. 등생산량곡선과 예산선

우선 P_1과 P_2는 모두 등생산량곡선 상에 위치하므로 <식 2>로 주어지는 BCC 모형에서 기술적인 관점에서 효율적이다.

그리고 P_4는 $\frac{OP_1}{OP_4}$ 로 주어지므로 기슬적 관점에서 비효율적이다. 만약 투입물의 단위 원가가 각 각 v^*_1, v^*_2 라고 예산선을 $\overline{BB}$ 라 하자. 그러면 예산선의 기울기는 $-v_2^*/v_1^*$ 가 되고 예산선은 P_1을 지나는 $\overline{BB} = \sum^{2} v_i x_{io}$ 로 주어지며 가장 작은 예산으로 효율적인 생산을 이룬 경우에만 달성가능하다. 그러므로 P_1은 등생산곡선 뿐만 아니라 예산선상에도 존재하므로 기술적인 측면과 배분적(가격적) 측면에서 모두 효율적이다. 그러나 P_2는 등생산량곡선 상에는 위치하나 가장 효율적인 예산을 달성하지 못하므로 기술적 측면에서는 효율적이나 배분적 측면에서는 비효율적이다. 한편, P_3은 기술적인 측면에서는 비효율적이나 과 같은 투입 산출 배합 구조를 가지고 있으므로 배분적 측면에서는 효율적이다. 그러나 P_4는 등생산량곡선내의 점으로 등생산량곡선의 접선과 원점을 지나는 확장선이 만나는 선상에 존재하지 않으므로 배분적 측면에서도 비효율적이다. 따라서 P_4의 전체적인 효율성은 기술적인 효율성과 배분적 효율성의 곱으로 표현 가능하다.

$$OP_2^*/OP_4 = OP_2/OP_4 \times OP_2^*/OP_2 \qquad \text{<식 2>}$$

총체적효율성 = 기술적효율성×배분적 효율성

2.2 배분적 성과를 측정하는 DEA 모형 설계

2.2.1 예산선을 이용한 배분적 효율성 모형

투입물과 산출물의 단위 가격과 단위 원가를 $p = (p_1 \dots p_s)$, $c = (c_1 \dots c_m)$ 라고 하자. 그리고 비용최소화를 달성하는 경우의 예산을 $\sum_{i=1}^{m} c_i x_i^* = k_1$ 라고 하고 산출과정에서 실제 발생한 비용을라고 하면 전반적 효율성을 이 두 예산의 비율을 통해 구한다.

즉 전반적 효율성은 $\frac{\sum_{i=1}^{m} c_i x_i^*}{\sum_{i=1}^{m} c_i x_i} = \frac{k_1}{k_0} \leq 1$ 으로 효율적인 경우에는 1이 되고 비효율적인 경우에는 1 보다 작게 나타난다. 그러므로 예산선에 바탕을 둔 비용최소화 모형은 다음과 같은 비용최소화 모형으로 구성할 수 있다.

$$\min \sum_{i=1}^{m} c_{i0} x_{ij}$$

$$s.t.\ x_{i0} \geq \sum_{j}^{n} \lambda_i x_{ij}$$
$$y_{r0} \leq \sum_{j}^{n} \lambda_j y_{rj}$$
$$\sum_{j}^{n} \lambda_j = 1 \qquad \text{<식 3>}$$

위 식에서 구해진 해로 $E_c = \dfrac{\sum_{i=1}^{m} c_i x_i^*}{\sum_{i=1}^{m} c_i x_i}$ 를 구하면 이 값이 배분적 효율성을 측정하는 값이 된다. 위의 비용최소화 모형을 이익극대화모형으로 바꾸어 보자. <식 3>의 비용최소화 모형을 이익극대화모형으로 바꾸면 다음 <식 4>와 같다.

$$\max \sum_{r=1}^{s} p_r y_r - \sum_{i=1}^{m} c_i x_i$$
$$s.t.\ x_{io} \geq \sum_{j}^{n} \lambda_j x_{ij}$$
$$y_{r0} \leq \sum_{j}^{n} \lambda_j y_{rj}$$
$$\sum_{j}^{n} \lambda_j = 1$$
$$y_r = \sum_{j=1}^{n} \lambda_j y_{rj}$$
$$x_i = \sum_{j}^{n} \lambda_j x_{ij} \qquad \text{<식 4>}$$
$$\lambda_j \geq 0$$

2.2.2 가산모형을 이용한 배분적 효율성 모형

이제 비용최소화모형과는 달리 가산모형을 이용하여 배분적 모형을 설계해보자. 이를 위해 <식 1>의 BCC 모형과 동일한 결과를 산출하는 다음과 같은 가산(additive) DEA 모형은 다음과 같다.

$$\max \sum_{r=1}^{s} s_r^+ + \sum_{i=1}^{m} s_i^-$$
$$s.t.\ y_{r0} = \sum_{j=1}^{n} \lambda_j y_{rj} - s_r^+$$
$$x_{i0} = \sum_{j}^{n} \lambda_j x_{ij} + s_i^-$$
$$\lambda, s_i^-, s_r^+ \geq 0$$
$$\sum_{j=1}^{n} \lambda_j = 1$$
$$\lambda, s_i^-, s_r^+ \geq 0 \qquad \text{<식 5>}$$

위 가산모형의 효율성은 모든 여유변수인 s_i^-, s_r^+ 가 0인 경우에 달성된다. 가산모형에서 효율적인 단위는 그와 동시에 BCC모형에서도 효율적이므로 가산모형은 측정단위에 대하여 불변이 아니라는 점을 제외하고는 BCC모형과 동일한 결론을 제시한다.

또한 특정 단위의 투입산출물이 비효율적으로 밝혀지는 경우에는 이 단위의 투입산출물을 효율적인 경계면으로 투사함으로써 효율적인 단위로 만들 수 있다. 즉 특정의 투입산출물 (x_o, y_0)에 대해 여유변수가 각 각 (s_i^{-*}, s_r^{+*}) 라고 하자. 이때 $\hat{x}_0 = x_0 - s^{-*}$, 로 변환하면 $(\hat{x}, \hat{y})$ 는 효율적인 투입 · 산출물이 된다.

이제 위와 같은 가산모형의 기본형태를 이용해서 가격정보가 주어진 경우의 배분적 효율성을 구하기 위한 가산모형을 설계해 보자. 그 첫 단계로 <식 5>를 다음 <식 6>으로 변환해 보자.

$$\max \sum_{r=1}^{s} p_r s_r^+ + \sum_{i=1}^{m} c_i s_i^-$$
$$s.t.\ y_{r0} = \sum_{j=1}^{n} \lambda_j y_{rj} - s_r^+$$
$$x_{i0} = \sum_{j}^{n} \lambda_j x_{ij} + s_i^-$$
$$\lambda, s_i^-, s_r^+ \geq 0 \qquad \text{< 식 6>}$$

목적함수를 극대화한다는 의미는 실제 발생한 이익과 실현가능한 이익을 구하고 그 차이를 구하는 것으로 상실된 기회이익을 극대화한다는 의미이다. 만약 상실된 기회이익이 0이라면 그 기업은 효율적인 생산을 한 것으로 <식 6>의 목적함수값도 0이 될 것이다. 이런 측면에서 본다면 <식 6>의 여유변수를 고려한 모형은 결국 <식 5>의 모형과 동일하다.

특정의 투입물을 감소시키는 대신 다른 투입물을 증가시키거나 특정의 산출물을 줄이는 대신 다른 산출물을 증가시키는 대체과정을 허용하려면 여유변수가 비음의 조건을 가진다는 가정을 배제하고 자유로운 부호를 가질 수 있는 조건으로 전환하면 된다. 그리고 규모에 대한 가변적인 생산함수를 가정한다면 $\sum_{j=1}^{n} \lambda_j = 1$ 의 조건을 추가할 수 있다. 실무적인 분석을 하다보면 투입물과 산출물의 변동가능영역을 일정 범위로 제한할 필요가 생길 수 있다. 이런 범위의 한정은 관리적으로나 기술적으로 허용가능한 현실성 있는 벤치마킹을 위한 것이다. 여유변수의 범위를 일정범위로 제한함으로써 효율적으로 밝혀진 특정의 단위하고만 비교되는 것을 방지할 수 있다. 특히 비교대상이 되는 기업의 규모가 작은 경우에는 효율적으로 밝혀진 대기업과 소기업이 동일한 참조집합에 의해 비교되는 것을 방지할 수 있다. 여유변수의 범위 한정은 관리적으로나 기술적으

로 허용가능한 현실성 있는 벤치마킹을 위한 것이다. 여유변수의 변동 가능범위에 대한 특별한 제약이 없는 경우 배분적 효율성은 다음 모형으로부터 구할 수 있다. 아래 <식 7>에서 $(\hat{x}, \hat{y})$ 는 기술적으로 비효율적인 투입・산출물을 기술적 측면에서 효율적인 투입・산출물로 전환해 준다. 이렇게 함으로써 비효율적인 단위의 투입・산출물을 효율적인 프론티어 상에 옮겨 놓을 수 있다. 이러한 변환을 통하여 전체 비효율성 중 기술적 비효율성을 제거한 배분적 비효율성을 구할 수 있다.

$$\begin{aligned} &\max \sum_{r=1}^{s} p_r s_r^+ + \sum_{i=1}^{m} c_i s_i^- \\ &s.t.\ \ \hat{y_{r0}} = \sum_{j=1}^{n} \lambda_j y_{rj} - s_r^+ \\ &\hat{x_{i0}} = \sum_{j}^{n} \lambda_j x_{ij} + s_i^- \\ &\lambda \ge 0 \\ &\hat{y_{r0}} = y_{rj} + s_r^{+*} \\ &\hat{x_{i0}} = x_{i0} + s_i^{-*} \\ &\lambda \ge 0 \end{aligned} \qquad \text{<식 7>}$$

3. 사례 분석

<사례>

기업이 두 개의 생산요소를 사용하여 하나의 산출물을 생산하며 각 각의 투입・산출량과 단위가격(원가)가 다음 표와 같다고 하자.[1)]

표 1.

	기업1	기업 2	기업 3	가격
산출물	4	4	2	6
생산요소1	4	2	4	2
생산요소2	2	4	6	4

3.1 예산선을 이용한 배분적 효율성 모형

1) 비용최소화모형

예산선에 바탕을 두고 기업 3의 전반적 효율성을 측정하는 비용최소화 문제는 <식 3>를 이용여 다음과 같이 구할 수 있다.

$$\begin{aligned} \min \quad & 2x_1 + 4x_2 \\ s.t. \quad & 2 = 4\lambda_1 + 4\lambda_2 + 2\lambda_3 - s^+ \\ & 4 = 4\lambda_1 + 2\lambda_2 + 4\lambda_3 - s_1^- \\ & 6 = 2\lambda_1 + 4\lambda_2 + 6\lambda_3 - s_2^- \\ & 1 = \lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{단} \quad & y = 4\lambda_1 + 4\lambda_2 + 4\lambda_3 \\ & x_1 = 4\lambda_1 + 2\lambda_2 + 4\lambda_3 \\ & x_2 = 2\lambda_1 + 4\lambda_2 + 6\lambda_3 \\ & 0 \le \lambda_1, \lambda_2, \lambda_3 \\ & s^+, s_1^-, s_2^- \ge 0 \end{aligned}$$

이 모형의 최적해는 $\lambda_1 = 1, s^+ = 2, s_1^- = 0, s_2^- = 4$ 이므로 $y^*=4$, $x_1^*=4$, $x_2^*=2$가 되며 이 값이 바로 기업 1의 투입・산출과 일치한다. 그리고 전반적 효율성은 최적 생산비용과 실제 생산비용의 비율이므로 다음과 같이 구한다.

$$\frac{c_1 x_1^* + c_2 x_2^*}{c_1 x_1 + c_2 x_2} = \frac{\text{기업1의 원가}}{\text{기업3의 원가}} = \frac{16}{32} = 0.5$$

그리고 기술적인 효율성은 <식 1>에 의해 다음과 같이 구한다.

$$\begin{aligned} \min \quad & \theta_0 \\ & s.t. \\ & 2 = 4\lambda_1 + 4\lambda_2 + 2\lambda_3 - s^+ \\ & 4\theta_0 = 4\lambda_1 + 2\lambda_2 + 4\lambda_3 + s_1^- \\ & 6\theta_0 = 2\lambda_1 + 4\lambda_2 + 6\lambda_3 + s_2^- \\ & 1 = \lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3 \\ & 0 \le \lambda_1, \lambda_2, \lambda_3 \qquad \text{로부터} \\ & s^+, s_1^-, s_2^- \ge 0 \end{aligned}$$

$\theta_0 = 0.6, \lambda_1 = 0.2, \lambda_1 = 0.8 \quad s^{+*} = 2$ 이다. 그러므로 기술적 효율성은 0.6 이고 배분적 효율성은 <식 2>에 따라 $\frac{0.5}{0.6} = 0.83$ 가 된다.

2) 이익극대화모형

비용최소화모형으로 구해진 최적 투입・산출구조를 <식 4>의 이익극대화모형으로 구해보자. 기업 3의 전반적 효율성은 다음과 같이 구한다.

$$\begin{aligned} \max \quad & 6y - 2x_1 - 4x_2 \\ s.t. \quad & 2 = 4\lambda_1 + 4\lambda_2 + 2\lambda_3 - s^+ \\ & 4 = 4\lambda_1 + 2\lambda_2 + 4\lambda_3 + s_1^- \\ & 2 = 6\lambda_1 + 4\lambda_2 + 6\lambda_3 - s_2^- \\ & 1 = \lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3 \end{aligned}$$

[1)]본 예제는 Cooper et al.(2000) p.229.의 자료를 변형한 것임.

단 $y = 4\lambda_1 + 4\lambda_2 + 4\lambda_3$
$x_1 = 4\lambda_1 + 2\lambda_2 + 4\lambda_3$
$x_2 = 2\lambda_1 + 4\lambda_2 + 6\lambda_3$
$0 \le \lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$;

이 모형의 해는 $\lambda_1^* = 1, y = 4, x_1 = 4, x_2 = 2$ 이다. 따라서 획득 가능한 최대이익은 6×4−4×2−2×4 = 8 이다. 그런데 기업 3의 손실이 20이므로 기업3은 비효율적인 기업이고 상실된 기회이익은 8-(-20) = 28이 된다.

한편 기업 1의 전반적 효율성을 구하면 $\lambda_1^* = 1$ 이며 최대이익은 6×4−4×2−2×4 =8 이다. 그런데 이는 바로 기업 1의 실제 이익이므로 상실된 기회이익은 0이다.

3.2 가산모형을 이용한 배분적 효율성 모형

가산형 DEA모형으로 전반적 효율성을 구하기 위해서는 <식 7>에 따라 다음과 같이 모형을 구성한다. 우선 각 기업의 이익을 계산하면 다음과 같다. 각 기업의 기회이익은 0, 4, 28이 된다.

기업 1: 4×6−4×2−2×4 = 8
기업 2: 4×6−2×2−4×4 = 4
기업 3: 2×6−4×2−6×4 = -20

따라서 최대이익을 산출하는 기업1을 기준으로 살펴보면 기업2와 기업 3의 기회이익은 각 각 4, 28이 된다. 우선 기업 3의 전체적인 효율성은 다음과 같이 구한다.

$$\begin{aligned} \max \quad & 6s^+ + 2s_1^- + 4s_2^- \\ s.t. \quad & \\ & 2 = 4\lambda_1 + 4\lambda_2 + 2\lambda_3 - s^+ \\ & 4 = 4\lambda_1 + 2\lambda_2 + 4\lambda_3 + s_1^- \\ & 6 = 2\lambda_1 + 4\lambda_2 + 6\lambda_3 + s_2^- \\ & 1 = \lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3 \\ & 0 \le \lambda_1, \lambda_2, \lambda_3 \end{aligned}$$

이 모형의 해는 $\lambda_1 = 1, s^+ = 2, s_1^- = 0 \quad s_2^- = 4$ 이다. 따라서 기업 3이 효율적으로 생산하지 못함으로써 발생하는 상실된 기회이익은 6×2+2×0+4×4 = 28이 된다.

기업 2에 대해서는

$$\begin{aligned} \max \quad & 6s^+ + 2s_1^- + 4s_2^- \\ s.t. \quad & 4 = 4\lambda_1 + 4\lambda_2 + 2\lambda_3 - s^+ \\ & 2 = 4\lambda_1 + 2\lambda_2 + 4\lambda_3 - s_1^- \\ & 4 = 2\lambda_1 + 4\lambda_2 + 6\lambda_3 - s_2^- \\ & 1 = \lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3 \\ & 0 \le \lambda_1, \lambda_2, \lambda_3 \ ; \end{aligned}$$

이 모형의 해는 $\lambda_1 = 1, s_1^- = -2, s_2^- = 2$ 이고 기업 2가 효율적인 생산을 하지 못함으로써 발생한 상실된 기회이익은 -2×2+4×2 = 4가 된다. 기업 2가 효율적으로 되기 위해서는 투입물 1을 2 단위 줄이는 대신에 투입물 2를 2 단위 늘이면 4의 산출물을 달성할 수 있다. 즉 투입물 1과 투입물 2의 대체관계가 하나의 여유변수는 음이고 다른 하나의 여유변수는 양이 된다.

마지막으로 기업 1에 대해서도 이 모형을 적용하면 해는이고 기업 1의 상실된 기회이익은 2×0+4×0 = 0이 된다. 즉 기업 1은 실제 생산배합과 최적의 생산배합이 동일하므로 효율적인 생산단위라는 의미이다.

기업 3의 기술적인 효율성은 <식 5>를 이용하여 다음 모형으로 구한다.

$$\begin{aligned} \max \quad & s^+ + s_1^- + s_2^- \\ s.t. \quad & 2 = 4\lambda_1 + 4\lambda_2 + 2\lambda_3 - s^+ \\ & 4 = 4\lambda_1 + 2\lambda_2 + 4\lambda_3 + s_1^- \\ & 6 = 2\lambda_1 + 4\lambda_2 + 6\lambda_3 + s_2^- \\ & 1 = \lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3 \\ & 0 \le \lambda_1, \lambda_2, \lambda_3 \ ; \end{aligned}$$

위 모형은 다음과 같은 복수해를 가진다.

$$\lambda_1 = 1, s^+ = 2, s_1^- = 0, s_2^- = 4$$
$$\lambda_2 = 1, s^+ = 2, s_1^- = 2, s_2^- = 2$$

그리고 첫 번째 해의 경우 기술적 효율성을 달성하지 못함으로써 발생하는 기회이익은 6×2+4×0+4×4 = 28 이다. 그리고 배분적 효율성은 <식 7>에 따라 다음과 같이 구한다.

$$\begin{aligned} \max \quad & 6s^+ + 2s_1^- + 4s_2^- \\ s.t. \quad & \\ & 2+2 = 4\lambda_1 + 4\lambda_2 + 2\lambda_3 - s^+ \\ & 4-0 = 4\lambda_1 + 2\lambda_2 + 4\lambda_3 + s_1^- \\ & 6-4 = 2\lambda_1 + 4\lambda_2 + 6\lambda_3 + s_2^- \\ & 1 = \lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3 \end{aligned}$$

이 모형의 해는 앞의 모형과 동일하게 $\lambda_1 = 1, s_1^- = 0, s_2^- = 0$ 이고 기업 3이 배분적 효율성을 달성하지 못함으로써 발생하는 상실된 기회이익은 0이다. 따라서 기업3의 전체적인 기회이익은 기술적 비효율로 인한 기회이익과 배분적 비효율로 인한 기회이익의 합인 28+0 = 28이 된다. 두 번째 해에 의한 기술적 효율성을 달성하지 못함으로써 발생하는 기회이익은 6×2+2×2+4×2 = 24 이다. 그리고 배분적 효율성은 < 식 7>에 따라 다음과 같이 구성할 수 있다.

$$\begin{aligned} \max \quad & 6s^+ + 2s_1^- + 4s_2^- \\ s.t. \quad & \\ & 2+2 = 4\lambda_1 + 4\lambda_2 + 2\lambda_3 - s^+ \end{aligned}$$

$$
\begin{aligned}
4-2 &= 4\lambda_1 + 2\lambda_2 + 4\lambda_3 + s_1^- \\
6-2 &= 2\lambda_1 + 4\lambda_2 + 6\lambda_3 + s_2^- \\
1 &= \lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3 \\
0 &\le \lambda_1, \lambda_2, \lambda_3
\end{aligned}
$$

모형 해는 $\lambda_2 = 1$ 이고 $s^+ = 0$, $s_1^- = -2$, $s_2^- = 2$ 이므로 기업 3이 배분적 효율성을 달성하지 못함으로써 발생하는 상실된 기회이익은 2×(-2)+4×2 = 4이다. 따라서 기업 3의 전체적인 기회이익은 첫 번째 해의 경우와 마찬가지로 24+4 = 28 가 된다. 그런데 위 분석에서 알 수 있는 바와 같이 상이한 복수해가 존재하는 경우에는 어느 해를 선택하느냐에 따라서 배분적 효율성의 크기도 달라진다. 이는 결국 배분적 효율성은 전반적 효율성과 기술적 효율성으로부터 유도된 효율성간의 잔여분이라는 의미이다. 기업 2의 기술적인 효율성 모형은 다음과 같다.

$$
\begin{aligned}
\max \quad & s^+ + s_1^- + s_2^- \\
s.t. \quad & \\
4 &= 4\lambda_1 + 4\lambda_2 + 2\lambda_2 - s^+ \\
2 &= 4\lambda_1 + 2\lambda_2 + 4\lambda_3 + s_1^- \\
4 &= 2\lambda_1 + 4\lambda_2 + 6\lambda_3 + s_2^- \\
1 &= \lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3 \\
1 &\le \lambda_1, \lambda_2, \lambda_3
\end{aligned}
$$

위 모형은 다음과 같은 복수해를 가진다.

$$
\begin{aligned}
&\lambda_1 = 1, s^+ = 0, s_1^- = -2, s_2^- = 2 \\
&\lambda_1 = 1, s^+ = 0, s_1^- = 0, s_2^- = 0
\end{aligned}
$$

그러나 두 해 모두 기술적 비효율성이 0으로 동일하다. 첫 번째 해의 경우 배분적 효율성은 다음과 같다.

$$
\begin{aligned}
\max \quad & 6s^+ + 2s_1^- + 4s_2^- \\
s.t. \quad & \\
4+0 &= 4\lambda_1 + 4\lambda_2 + 2\lambda_3 - s^+ \\
2+2 &= 4\lambda_1 + 2\lambda_2 + 4\lambda_3 + s_1^- \\
4-2 &= 2\lambda_1 + 4\lambda_2 + 6\lambda_3 + s_2^- \\
1 &= \lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3 \\
0 &\le \lambda_1, \lambda_2, \lambda_3
\end{aligned}
$$

이 모형의 해는 다음 두 가지이다.

$$\lambda_1 = 1, s^+ = 0, s_1^- = 0, s_2^- = 0$$

$$\lambda_1 = 1, s^+ = 0, s_1^- = -2, s_2^- = 2$$

두 번째 해의 배분적 효율성을 구하면 $\lambda_1 = 1$ 이고 $s_1 = -2$, $s_2 = 2$ 이고 기업 2가 배분적 비효율성으로 인해 상실하는 기회이익은 2×(-2)+4×2 = 4이다. 따라서 기업 2의 전체적인 기회이익은 모두 배분적 비효율에 의해 비롯된 것임을 알 수 있다. 마지막으로 기업 1에 대해서 기술적인 효율성과 배분적 효율성을 구해 보면 모두 효율적임을 알 수 있다.

4. 결 론

가격이나 원가정보가 주어진 경우 배분적 측면에서 효율적인 가를 판단해주는 DEA 모형을 설계할 수 있다. 배분적 성과는 이익극대화 모형을 설계해서 구할 수도 있고 이를 예산선을 이용한 비용최소화 관점에서 구할 수도 있다. 그리고 Cooper 등이 설계한 가산모형으로 구할 수도 있다. 어떤 모형을 사용하는가는 분석가가 판단할 문제이나 각 방법에 따른 장단점을 고려하여 분석해야 할 것이다. 가격과 원가 정보가 명시적으로 주어짐으로써 DEA 모형의 분석 틀이 더욱 다양해지고 경영자가 자원배분을 하는데 더 많은 도움을 가질 수 있을 것이다.

참고문헌

[1] 오동일, "가중치에 대한 제약 및 분석 표본 수에 따른 DEA 효율성과 참조집단의 변화에 대한 실험연구", 경영학연구, 한국경영학회, pp.746-768, 11월 2000년.

[2] 오동일, "투입·산출요소에 통제불가능한 범주형 변수가 포함된 DEA모형의 설계 및 분석 결과에 대한 연구", 생산성 논집, 한국생산성학회, pp.135-156, 2월, 2000년.

[3] 오동일, "우량 상장건설업체의 비생산적 과잉투입에 관한 연구", 회계정보연구, 한국회계정보학회,pp203-218, 6월 2001년.

[4] 오동일, "DEA를 이용한 IMF체제하의 우리나라 우량 상장 건설업체의 경영효율성 평가와 관리적 시사점", 회계학연구,pp.27-55, 한국회계학회, 12월 2001..

[5] Banker, R. D., and R. M. Thrall(1992), "Estimation of Returns to Scale Using Data Envelopment Analysis." European Journal of Operational Research 66, 74-78.

[6] Cooper W.W., L. Seiford , K. Tone(2000), Data Envelopment Analysis, Kluwer Academic Publishers.