

# 퍼지 페트리네트를 이용한 구간값 퍼지집합 추론

## (Interval-valued Fuzzy Set Reasoning Using Fuzzy Petri Nets)

조 경 달 \*      조 상 엽 \*\*

(Kyung Dal Cho) (Sang Yeop Cho)

**요 약** 일반적으로 퍼지 생성규칙의 확신도와 규칙에 나타나는 퍼지 명제의 확신도는 0과 1사이의 실수로 표현한다. 만일 퍼지 생성규칙의 확신도와 퍼지 명제의 확신도를 구간값 퍼지 집합으로 표현한다면, 규칙기반시스템이 더 유연한 방법으로 퍼지 추론을 하는 것이 가능하게 된다[15]. 본 논문에서는 퍼지 페트리네트와 이 네트에 기반을 둔 규칙기반시스템을 위한 구간값 퍼지 집합 추론 알고리즘을 제안한다. 규칙기반시스템에 있는 퍼지 생성규칙은 퍼지 페트리네트로 모형화된다. 여기에서 퍼지 생성규칙에 나타나는 퍼지 명제의 확신도와 규칙의 확신도는 구간값 퍼지 집합으로 표현한다. 제안한 구간값 퍼지집합 추론 알고리즘은 규칙기반시스템에서 더 유연한 퍼지추론을 하는 것을 가능하게 한다.

**키워드** : 퍼지 페트리네트, 퍼지추론, 구간값 퍼지집합

**Abstract** In general, the certainty factors of the fuzzy production rules and the certainty factors of fuzzy propositions appearing in the rules are represented by real values between zero and one. If it can allow the certainty factors of the fuzzy production rules and the certainty factors of fuzzy propositions to be represented by interval-valued fuzzy sets, then it can allow the reasoning of rule-based systems to perform fuzzy reasoning in more flexible manner[15]. This paper presents a fuzzy Petri nets and proposes an interval-valued fuzzy reasoning algorithm for rule-based systems based on fuzzy Petri nets. Fuzzy Petri nets model the fuzzy production rules in the knowledge base of a rule-based system, where the certainty factors of the fuzzy propositions appearing in the fuzzy production rules and the certainty factors of the rules are represented by interval-valued fuzzy sets. The proposed interval-valued fuzzy set reasoning algorithm can allow the rule-based systems to perform fuzzy reasoning in a more flexible manner.

**Key words** : Fuzzy Petri Nets, Fuzzy Reasoning, Interval-valued Fuzzy Sets

### 1. 서 론

실세계에서 사람들이 사용하는 불확실한 지식을 컴퓨터상에서 처리하기 위하여 다양한 지식표현방법이 연구되고 있다. 불확실한 지식을 표현하기 위해 많이 사용하는 지식표현 방법이 퍼지 생성규칙이다. 퍼지 생성규칙은 생성규칙에 나타나는 불확실한 정도를 퍼지이론[1]을 이용하여 확장한 규칙이다. 퍼지 생성규칙과 퍼지 추론 과정을 모형화하는 데 많이 사용하는 도구가 퍼지 페트리네트(fuzzy Petri net)이다[2-12]. 퍼지 페트리네트는 페트리네트[13,14]에 퍼지 개념[1]을 표현할 수 있도록 확장한 네트로서, 정보의 흐름을 표현하기 위해 객체간

의 입출력관계를 그래프를 이용하여 보여줄 수 있고, 병렬성, 비동기성 그리고 분산성을 갖는 정보처리시스템을 기술하거나 연구하는 데 유용한 도구이다.

[2]에서는 퍼지전문가 시스템의 추론기관을 구현하기 위해 퍼지 페트리네트를 사용하였다. [3]에서는 퍼지 생성규칙의 믿음값과 규칙에 나타나는 명제의 믿음값을 퍼지 집합을 기반으로 하여 표현하고, 규칙의 전제부와 결론부에 있는 명제에 퍼지 개념의 유무에 따라 결론의 믿음값을 평가하는 방법을 제안하였다. 이 방법은 [6]에서와 같이 min과 max 연산을 이용하여 확신도를 계산하는 방법과 달리 규칙에 있는 명제의 퍼지 개념을 고려하여 결론의 확신도를 계산하였다. [4]은 계층 퍼지 페트리네트와  $\alpha$ -수준 집합을 사용하여 규칙기반시스템의 추론과정을 모형화하였다. [5]에서는 퍼지 생성규칙의 확신도, 규칙에 나타나는 명제의 진리값과 규칙에 나타나는 명제의 중요도에 따라 부여하는 가중값(weight)

\* 비 회 원 : 이젠시스템 대표  
kdcho88@daum.net

\*\* 정 회 원 : 청운대학교 인터넷컴퓨터학과 교수  
sycho@mail.chungwoon.ac.kr

논문접수 : 2003년 4월 8일

심사완료 : 2004년 3월 5일

을 퍼지 숫자로 설정하는 방법을 제안하였다. 이 방법은 퍼지 생성규칙의 전제부에 나타나는 명제와 진단과정에서 환자가 진술하는 증상과는 퍼지 매칭이 되고, 환자가 진술하는 각각의 증상은 서로 다른 정도의 중요도(importance)를 갖는 의료진단(medical diagnosis)분야 등에서 사용할 수 있다. [6][10][11]에서는 규칙베이스에 있는 퍼지 생성규칙을 퍼지 페트리네트로 표현하는 방법과 퍼지 생성규칙의 확신도와 규칙에 나타나는 명제의 확신도를 퍼지 집합으로 표현하는 방법과 퍼지 추론 알고리즘을 제안하였다. [7]에서는 퍼지 지식베이스를 퍼지 페트리네트로 표현하고, 이 지식베이스의 일관성 검사와 정리증명을 위한 반박(refutation)방법을 퍼지 페트리네트에서 플래스와 트랜지션을 제거하여 일관성 검사와 정리증명을 하는 퍼지 페트리네트의 축소(reduction) 방법을 제안하였다. [8]에서는 퍼지 페트리네트를 이용하여 불확실성을 처리하는 방법을 제안하였다. [9]에서는 규칙기반 의사결정에 사용하기 위해 기존의 페트리네트를 퍼지 페트리네트로 확장하고, 여기에 사용하기 위한 퍼지 추론 알고리즘은 퍼지 집합을 표현하는 퍼지 행렬을 기반으로 개발하였다. [12]에서는 다수준 가중값 퍼지 추론알고리즘을 위해 퍼지 페트리네트를 사용하였다.

본 논문에서, 우리는 퍼지 페트리네트를 이용하여 구간값 퍼지 집합을 기반으로 하는 지식표현과 퍼지 추론 알고리즘을 제안한다. 지식표현과 추론을 퍼지 페트리네트로 모형화하는 기존 연구[2-9,12]에서 규칙의 확신도나 믿음값, 명제의 확신도, 명제의 가중값 등을 표현하는 데 사용하는 퍼지 집합은 점값 퍼지 집합(point-valued fuzzy set)에 기반을 두고 있다. 이러한 방법에 대해서 [15]에서 최소해(minimum solution)와 최대해 사이의 해집합(set of solutions)을 점값 퍼지 집합(point-valued fuzzy set)으로 고려하는 것보다 구간(interval)으로 고려하는 것이 더 유연하고 효율적이고, 점값 퍼지 집합의 값은 변화에 매우 민감(high sensitivity)하다라고 지적하였다. [16]에서는 정규형식(normal form)에 기반을 둔 결합 개념(combined concept)을 표현하는 데 구간값 퍼지 집합의 유용함을 보여주고 있다. 그러므로 퍼지 생성규칙에 나타나는 퍼지 개념들이 결합될 때에도 점값 퍼지 집합보다 구간값 퍼지 집합을 이용하여 규칙의 확신도를 표현하면 기존의 퍼지 집합을 이용하는 방법에 비하여 더 유연한 방법으로 퍼지 추론을 할 수 있다. [17][18]에서는  $\alpha$ -cut상의 구간연산(interval arithmetic), 확장원리(extension principle), 퍼지 구간분석, 불확실성(uncertainty)분석 등에는 퍼지 집합이론에서도 집합으로 구간을 보는 관점에서의 구간 분석이 필요하다고 지적하고 있다.

그러므로 점값 퍼지 집합을 기반으로 하는 지식표현과 추론보다는 구간값 퍼지 집합을 기반으로 하는 지식표현과 추론이 규칙의 확신도, 명제의 확신도를 표현하고 평가하는 것이 더 유연하고 효율적이라고 할 수 있다.

본 논문의 구성은 다음과 같다. 2장에서는 구간값 퍼지 집합에 대하여 간단하게 살펴본다. 3장에서는 퍼지 페트리네트를 정의한다. 4장에서는 퍼지 페트리네트를 이용한 지식표현과 추론방법을 기술한다. 5장에서는 구간값 퍼지 집합 추론알고리즘을 제안하고, 예를 보인다. 마지막으로 6장에서는 결론을 기술한다.

## 2. 구간값 퍼지 집합

이 장에서는 구간값 퍼지 집합(interval-valued fuzzy set)에 대하여 간단하게 살펴본다. 만일 퍼지 집합이 구간값 소속 함수로 표현된다면 이러한 집합을 구간값 퍼지 집합이라고 부른다[16,19-22]. 구간값 퍼지 집합은 Turksen, I. B.이 정규형식(normal form)에 기반을 둔 결합 개념(combined concept)을 표현하기 위해 구간값 퍼지 집합의 정의를 제안하였다[16]. Gorzalczany, M. B.는 구간값 퍼지 집합에 기반을 둔 구간값 퍼지 집합 추론방법을 제안하고, 구간값 퍼지 집합 추론의 여러 가지 속성을 기술하였다[21,22]. Chen, S, et al.에서는 구간값 퍼지 집합에 기반을 둔 근사추론 방법을 다루고 있다[19,20].

전체집합(universe of discourse)  $U = \{u_1, u_2, \dots, u_n\}$ 의 구간값 퍼지 집합  $A$ 는 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$A = \{(u_1, [a_{11}, a_{12}]), (u_2, [a_{21}, a_{22}]), \dots, (u_n, [a_{n1}, a_{n2}])\}$$

여기에서 구간  $[a_{i1}, a_{i2}]$ 은 구간값 퍼지 집합  $A$ 에  $u_i$ 의 소속정도가  $a_{i1}$ 과  $a_{i2}$  사이에 있다는 것을 가리킨다.  $0 \leq a_{i1} \leq a_{i2} \leq 1, 1 \leq i \leq n$ .

$A$ 와  $B$ 가 전체집합  $U$ 의 구간값 퍼지 집합이라고 하자. 여기에서,

$$U = \{u_1, u_2, \dots, u_n\},$$

$$A = \{(u_1, [a_{11}, a_{12}]), (u_2, [a_{21}, a_{22}]), \dots, (u_n, [a_{n1}, a_{n2}])\} \\ = \{(u_i, [a_{i1}, a_{i2}]) \mid 1 \leq i \leq n\}$$

$$B = \{(u_1, [b_{11}, b_{12}]), (u_2, [b_{21}, b_{22}]), \dots, (u_n, [b_{n1}, b_{n2}])\} \\ = \{(u_i, [b_{i1}, b_{i2}]) \mid 1 \leq i \leq n\}$$

구간값 퍼지 집합의 합집합, 교집합 그리고 여집합은 다음과 같이 정의된다.

$$A \cup B = \{(u_i, [c_{i1}, c_{i2}]) \mid c_{i1} = \text{Max}(a_{i1}, b_{i1}), c_{i2} = \text{Max}(a_{i2}, b_{i2}), \text{ 그리고 } 1 \leq i \leq n\}$$

$$A \cap B = \{(u_i, [d_{i1}, d_{i2}]) \mid d_{i1} = \text{Min}(a_{i1}, b_{i1}), d_{i2} = \text{Min}(a_{i2}, b_{i2}), \text{ 그리고 } 1 \leq i \leq n\}$$

$$A' = \{(u_i, [x_{i1}, x_{i2}]) \mid x_{i1} = 1 - a_{i2}, x_{i2} = 1 - a_{i1} \text{ 그리고 } 1 \leq i \leq n\}$$

만일  $\forall i, a_{i1} = b_{i1}$  그리고  $a_{i2} = b_{i2}$ 라면 구간값 퍼지 집합  $A$ 와  $B$ 는 동치( $A=B$ )이다.  $1 \leq i \leq n$ .

### 3. 퍼지 페트리네트

이 장에서는 구간값 퍼지 집합추론을 모형화하기 위한 퍼지 페트리네트 구조(Fuzzy Petri Net: FPN)를 다음과 같이 정의한다[5,6,11].

**정의 1.** 퍼지 페트리네트 FPN = (P, T, D, I, O, τ, α, β)

여기에서 P={p<sub>1</sub>, p<sub>2</sub>, ..., p<sub>n</sub>}은 플레이스(place)의 유한 집합이고, T={t<sub>1</sub>, t<sub>2</sub>, ..., t<sub>m</sub>}은 트랜지션(transition)의 유한 집합이며, D={d<sub>1</sub>, d<sub>2</sub>, ..., d<sub>n</sub>}은 명제의 유한 집합이다. P ∩ T = ∅, P ∪ T ≠ ∅. I: T → P<sup>∞</sup>은 트랜지션을 입력 플레이스에 사상시키는 입력함수이고, O: T → P<sup>∞</sup>은 트랜지션을 출력 플레이스에 사상시키는 출력함수이다. τ: P → [β<sub>1</sub>, β<sub>2</sub>]는 플레이스에 있는 토큰을 구간값으로 사상시키는 토큰함수이다. 0 ≤ β<sub>1</sub> ≤ β<sub>2</sub> ≤ 1. α: P → D는 플레이스를 명제에 사상시키는 전단사함수이다. β: T → [β<sub>1</sub>, β<sub>2</sub>]는 트랜지션을 0과 1사이의 실수로 사상시키는 트랜지션 함수이다. 0 ≤ β<sub>1</sub> ≤ β<sub>2</sub> ≤ 1.

[β<sub>1i</sub>, β<sub>2i</sub>] = τ(p<sub>i</sub>)는 플레이스 p<sub>i</sub>에 있는 토큰의 확신도이고, [β<sub>a1</sub>, β<sub>a2</sub>] = β(t<sub>a</sub>)는 트랜지션 t<sub>a</sub>의 입력 플레이스와 출력 플레이스의 관계의 정도를 나타내는 확신도이며, λ<sub>a</sub> = λ(t<sub>a</sub>)는 트랜지션 t<sub>a</sub>의 임계값이다. 만일 min{β<sub>1i</sub> | β<sub>1i</sub>, β<sub>2i</sub>} = τ(p<sub>i</sub>), p<sub>i</sub> ∈ I(t<sub>a</sub>) ≥ λ<sub>a</sub>이면, t<sub>a</sub>는 실행가능(enable)하다. 실행가능한 t<sub>a</sub>는 입력 플레이스에서는 토큰을 제거하고 출력 플레이스에는 토큰을 출력하면서 실행(fire)하게 된다. 출력 플레이스에 나타나는 토큰의 확신도는 트랜지션의 확신도와 실행전의 입력 플레이스에 있는 토큰의 확신도를 이용하여 계산한다.

만일 p<sub>i</sub> ∈ I(t<sub>a</sub>)이고 p<sub>j</sub> ∈ O(t<sub>a</sub>)이라면, p<sub>j</sub>는 p<sub>i</sub>에서 직접 도달가능하다(direct reachable). p<sub>i</sub>에서 직접 도달가능한 플레이스의 집합 DRS(p<sub>i</sub>)을 직접도달집합(direct reachability set)이라고 한다. p<sub>j</sub>가 p<sub>i</sub>에서 직접도달가능하고, p<sub>k</sub>는 p<sub>j</sub>에서 직접도달가능하다면, p<sub>k</sub>는 p<sub>i</sub>에서 도달가능하다(reachable). 이러한 플레이스의 집합을 도달집합(reachability set) RS(p<sub>i</sub>)라고 한다. 도달관계는 직접 도달관계의 반사추이폐포(reflexive transitive closure)가 된다.

p<sub>i</sub> ∈ I(t<sub>a</sub>)이고 p<sub>j</sub> ∈ I(t<sub>a</sub>)이라면 p<sub>j</sub>를 t<sub>a</sub>에 대한 p<sub>i</sub>의 이웃 플레이스(neighbor place)라고 한다. 이러한 p<sub>j</sub>의 집합을 이웃플레이스 집합(neighbor place set)이라고 하고 NPS(p<sub>i</sub>)로 표시한다. 그리고 |NPS(p<sub>i</sub>)|는 원소의 수이다.

### 4. 퍼지 페트리네트를 이용한 지식표현과 추론

퍼지 생성규칙을 이용하면 실세계에서 사람이 사용하는 불확실하고 애매한 지식을 표현할 수 있다. 퍼지 생성규칙은 두 명제사이의 퍼지 관계를 기술한다고 생각

할 수 있다[5,6,11]. 이 장에서는 구간값 퍼지 집합을 이용한 지식표현과 퍼지 추론에 대하여 기술한다.

**사례 1.** 다음과 같은 규칙이 규칙베이스에 있다고 가정하자.

$$\text{Rule}_1: d_j \Rightarrow d_k \text{ (CF}=[\beta_{11}, \beta_{12}])$$

여기에서 Rule<sub>1</sub>는 규칙의 이름이고, d<sub>j</sub>와 d<sub>k</sub>는 각각 퍼지 변수를 포함하는 퍼지 명제이다. [β<sub>11</sub>, β<sub>12</sub>]는 확신도이다. 0 ≤ β<sub>11</sub> ≤ β<sub>12</sub> ≤ 1. d<sub>j</sub>의 인스턴스의 확신도가 [β<sub>11</sub>, β<sub>12</sub>]라고 하자. 0 ≤ β<sub>11</sub> ≤ β<sub>12</sub> ≤ 1. λ를 임계값이라고 하자. λ ∈ [0, 1]. β<sub>11</sub> ≥ λ이면 규칙은 실행이 가능하고, β<sub>11</sub> < λ이면 규칙은 실행되지 않는다. 명제 d<sub>k</sub>의 확신도가 [β<sub>k1</sub>, β<sub>k2</sub>]라고 하자. 0 ≤ β<sub>k1</sub> ≤ β<sub>k2</sub> ≤ 1. 그러면 d<sub>k</sub>의 확신도는 β<sub>k1</sub> = β<sub>11</sub> \* β<sub>11</sub>와 β<sub>k2</sub> = β<sub>12</sub> \* β<sub>12</sub>로 평가할 수 있다.

그림 1-2는 사례 1의 퍼지 생성규칙에 대한 퍼지 페트리네트표현이다.

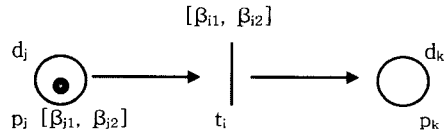


그림 1 t<sub>i</sub> 실행전 사례 1의 FPN

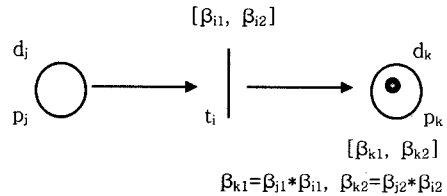


그림 2 t<sub>i</sub> 실행후 사례 1의 FPN

**사례 2.** 다음과 같은 합성 퍼지 생성규칙이 규칙베이스에 있다고 가정하자.

$$\text{Rule}_i: d_{j1} \wedge d_{j2} \wedge \dots \wedge d_{jm} \Rightarrow d_k \text{ (CF}=[\beta_{1i}, \beta_{2i}])$$

여기에서 [β<sub>1i</sub>, β<sub>2i</sub>]는 규칙 Rule<sub>i</sub>의 확신도이다. 0 ≤ β<sub>1i</sub> ≤ β<sub>2i</sub> ≤ 1. 명제 d<sub>j1</sub>, d<sub>j2</sub>, ..., d<sub>jm</sub>과 d<sub>k</sub>의 확신도가 각각 [β<sub>1j1</sub>, β<sub>1j2</sub>], [β<sub>2j1</sub>, β<sub>2j2</sub>], ..., [β<sub>1jm1</sub>, β<sub>1jm2</sub>]과 [β<sub>k1</sub>, β<sub>k2</sub>]라고 하자. 0 ≤ β<sub>1j1</sub> ≤ β<sub>1j2</sub> ≤ 1, 0 ≤ β<sub>2j1</sub> ≤ β<sub>2j2</sub> ≤ 1, ..., 0 ≤ β<sub>1jm1</sub> ≤ β<sub>1jm2</sub> ≤ 1과 0 ≤ β<sub>k1</sub> ≤ β<sub>k2</sub> ≤ 1. 그러면 명제 d<sub>k</sub>의 확신도는 β<sub>k1</sub> = min(β<sub>1j1</sub>) \* β<sub>11</sub>과 β<sub>k2</sub> = min(β<sub>1j2</sub>) \* β<sub>12</sub>로 평가할 수 있다. p = 1, 2, ..., m.

그림 3-4는 사례 2의 퍼지 생성규칙에 대한 퍼지 페트리네트표현이다.

**사례 3.** 다음과 같은 합성 퍼지 생성규칙이 규칙베이스에 있다고 가정하자.

$$\text{Rule}_i: d_j \Rightarrow d_{k1} \wedge d_{k2} \wedge \dots \wedge d_{kn} \text{ (CF}=[\beta_{1i}, \beta_{2i}])$$

여기에서 [β<sub>1i</sub>, β<sub>2i</sub>]는 규칙 Rule<sub>i</sub>의 확신도이다. 0 ≤ β<sub>1i</sub> ≤ β<sub>2i</sub> ≤ 1. 명제 d<sub>j</sub>, d<sub>k1</sub>, d<sub>k2</sub>, ..., d<sub>kn</sub>의 확신도가 각각 [β<sub>1j</sub>,

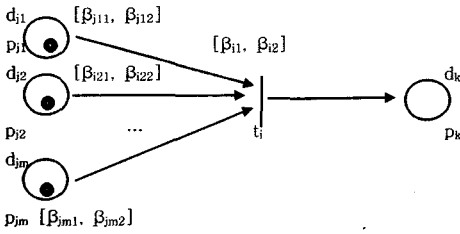


그림 3  $t_i$  실행전 사례 2의 FPN

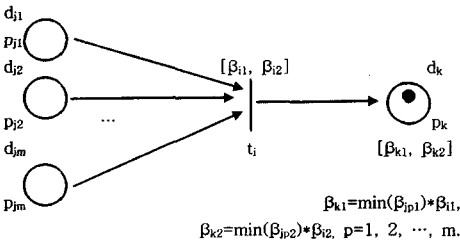


그림 4  $t_i$  실행후 사례 2의 FPN

$\beta_{j2}$ ,  $[\beta_{k11}, \beta_{k12}]$ ,  $[\beta_{k21}, \beta_{k22}]$ , ...,  $[\beta_{kn1}, \beta_{kn2}]$ 라고하자.  $0 \leq \beta_{j1} \leq \beta_{j2} \leq 1$ ,  $0 \leq \beta_{k11} \leq \beta_{k12} \leq 1$ ,  $0 \leq \beta_{k21} \leq \beta_{k22} \leq 1$ , ...,  $0 \leq \beta_{kn1} \leq \beta_{kn2} \leq 1$ . 그러면 명제  $d_{k1}, d_{k2}, \dots, d_{kn}$ 의 확신도는  $\beta_{kp1} = \beta_{j1} * \beta_{i1}$ 과  $\beta_{kp2} = \beta_{j2} * \beta_{i2}$ 로 평가할 수 있다.  $p=1, 2, \dots, n$ .

그림 5-6은 사례 3의 퍼지 생성규칙에 대한 퍼지 패턴네트표현이다.

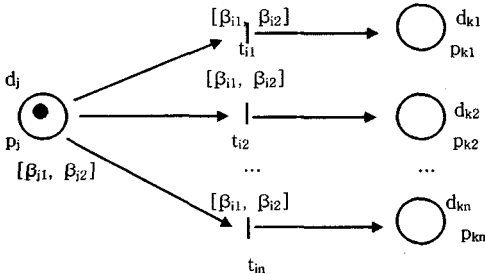


그림 5  $t_i$  실행전 사례 3의 FPN

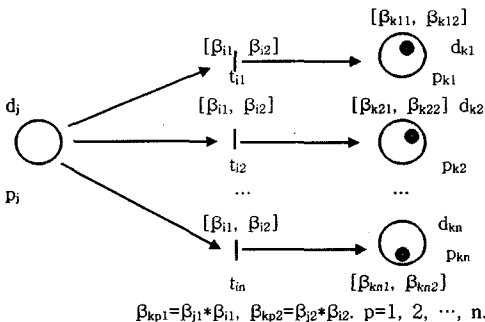


그림 6  $t_i$  실행후 사례 3의 FPN

**사례 4.** 다음과 같은 합성 퍼지 생성규칙이 규칙베이스에 있다고 가정하다.

Rule:  $d_{j1} \vee d_{j2} \vee \dots \vee d_{jm} \Rightarrow d_k$  ( $CF=[\beta_{i1}, \beta_{i2}]$ )

여기에서  $[\beta_{i1}, \beta_{i2}]$ 는 규칙 Rule<sub>i</sub>의 확신도이다.  $0 \leq \beta_{i1} \leq \beta_{i2} \leq 1$ . 명제  $d_{j1}, d_{j2}, \dots, d_{jm}$ 과  $d_k$ 의 확신도가 각각  $[\beta_{j11}, \beta_{j12}]$ ,  $[\beta_{j21}, \beta_{j22}]$ , ...,  $[\beta_{jm1}, \beta_{jm2}]$ 과  $[\beta_{k1}, \beta_{k2}]$ 라고하자.  $0 \leq \beta_{j11} \leq \beta_{j12} \leq 1$ ,  $0 \leq \beta_{j21} \leq \beta_{j22} \leq 1$ , ...,  $0 \leq \beta_{jm1} \leq \beta_{jm2} \leq 1$ 과  $0 \leq \beta_{k1} \leq \beta_{k2} \leq 1$ . 그러면 명제  $d_k$ 의 확신도는  $\beta_{k1} = \max(\beta_{jp1} * \beta_{i1})$ 과  $\beta_{k2} = \max(\beta_{jp2} * \beta_{i2})$ 로 평가할 수 있다.  $p=1, 2, \dots, m$ .

그림 7-8은 사례 4에 대한 퍼지 패턴네트표현이다.

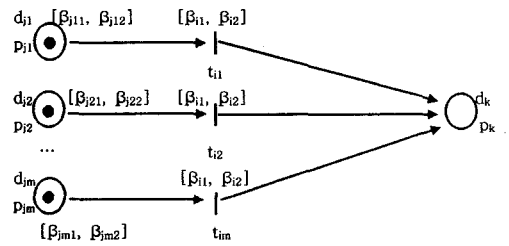


그림 7  $t_i$  실행전 사례 4의 FPN

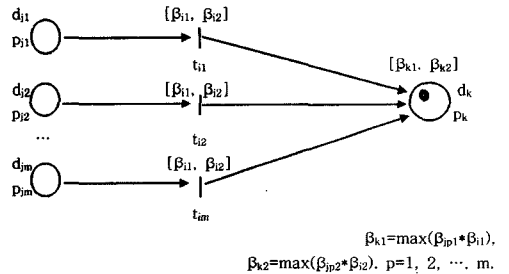


그림 8  $t_i$  실행후 사례 4의 FPN

### 5. 구간값 퍼지 집합 추론알고리즘

알고리즘은 NPS 중 확신도가 없는 경우 사용자가 확신도를 입력하는 대화식 알고리즘이다. 시작 플레이스  $p_s$ 의 확신도  $[\beta_{s1}, \beta_{s2}] = \tau(p_s)$ 를 알면 목표 플레이스  $p_g$ 에 있는 토큰의 확신도  $[\beta_{g1}, \beta_{g2}] = \tau(p_g)$ 를 평가할 수 있다. 추론 알고리즘은 도달나무로 표현할 수 있다. 도달나무는 유한한 방향성 나무이고 나무의 각 노드는  $(p_i)$ 로 표현한다.  $(p_s)$ 와  $(p_g)$ 는 각각 시작노드와 목표노드가 된다.

OPEN은 알고리즘이 생성한 노드 중에서 아직 조사하지 않은 노드, 즉 자식 노드를 생성하지 않은 노드를, CLOSED는 이미 조사한 노드, 즉 자식 노드를 이미 생성한 노드를 관리한다. GOALS는 목표노드를 관리한다.  $\lambda$ 는 임계값이고,  $CF_{ik}$ 는  $p_i$ 와  $p_k$ 사이 에 있는 트랜지션의 확신도이다.  $| (p_i) |$ 는 플레이스  $p_i$ 에 있는 토큰의 수를

나타낸다.  $\beta_{j1}^{old}$  와  $\beta_{j2}^{old}$ 는 다른 추론통로를 통해 먼저 계산된 플레이스  $p_j$ 의 확신도이다.

추론 알고리즘  
 입력: 시작노드  $p_s$ ; 출력: 목표노드의 확신도  $[\beta_{g1}, \beta_{g2}]$

```

I. OPEN ← (p_s)
II. repeat until (OPEN == ∅)
    do for each p_i in OPEN
        1 OPEN -= (p_i)
        2 if (p_i == p_k)
            then {βg1=βi1; βg2=βi2; GOALS ← (p_k)}
            else if (|DRS(p_i)| != 0) then CLOSED ← (p_i)
                else {
                    2.1 if (|DRS(p_i)|=1 && NPS(p_i) == ∅)
                        then (if (p_i ∉ CLOSED && CFij1 ≥ λ)
                            then {βj1=βi1*CFij1; βj2=βi2*CFij2; p_j ∈ DRS(p_i);
                                if (p_j = p_k) then GOALS ← (p_j)
                                if (p_j ∈ OPEN)
                                    then βj1=max(βj1, βj1old); βj2=max(βj2, βj2old);
                                    else OPEN ← (p_j)
                                }
                            )
                        2.2 if (|DRS(p_i)|=1 && NPS(p_i) != ∅)
                            then if (p_i ∉ CLOSED && CFij1 ≥ λ)
                                then { do for each p_k in NPS(p_i)
                                    ( if (|p_k| == 0) then input βk1, βk2;
                                        CLOSED ← (p_k);
                                    )
                                    βj1=min(βi1, βk1)*CFij1; βj2=min(βi2, βk2)*CFij2;
                                    if (p_j = p_k) then GOALS ← (p_j)
                                    else OPEN ← (p_i)
                                }
                            )
                        2.3 if (|DRS(p_i)| ≥ 2 && NPS(p_i) == ∅)
                            then do for each p_j in DRS(p_i)
                                ( if (p_j ∉ CLOSED && CFij1 ≥ λ)
                                    then {βj1=βi1*CFij1; βj2=βi2*CFij2;
                                        if (p_j = p_k) then GOALS ← (p_j)
                                        else OPEN ← (p_i)
                                    }
                                )
                            )
                    }
        3 CLOSED ← (p_i)
III. if (GOALS != ∅)
    then { βg1=max(βg1 | βg1 ∈ GOALS)
        βg2=max(βg2 | βg2 ∈ GOALS)
    }
    else p_s와 p_k는 퍼지 관계가 존재하지 않는다.
    
```

5.1 예((5. 6)의 예를 기반으로)

$d_1, d_2, d_3, d_4, d_5, d_6, d_7$ , 그리고  $d_8$ 을 퍼지 명제라고

하자. 그리고 다음과 같은 퍼지 생성규칙이 지식베이스에 있다고 가정하자.

- Rule<sub>1</sub>: IF  $d_1$  THEN  $d_2$  ( $\beta=[0.85, 0.90]$ )
- Rule<sub>2</sub>: IF  $d_2$  THEN  $d_3$  ( $\beta=[0.80, 0.85]$ )
- Rule<sub>3</sub>: IF  $d_2$  THEN  $d_4$  ( $\beta=[0.80, 0.85]$ )
- Rule<sub>4</sub>: IF  $d_1$  THEN  $d_5$  ( $\beta=[0.90, 0.95]$ )
- Rule<sub>5</sub>: IF  $d_5$  THEN  $d_4 \wedge d_8$  ( $\beta=[0.95, 1.00]$ )
- Rule<sub>6</sub>: IF  $d_1 \wedge d_7$  THEN  $d_6$  ( $\beta=[0.90, 0.95]$ )
- Rule<sub>7</sub>: IF  $d_6$  THEN  $d_4$  ( $\beta=[0.90, 0.95]$ )

$d_1$ 과  $d_7$ 의 확신도는 사용자가 각각 [0.80, 0.85]와 [0.70, 0.75]로 제공하는 것으로 가정한다.  $p_1$ 과  $p_4$ 는 각각 시작 플레이스와 목표 플레이스이다. 이 지식베이스의 퍼지 페트리네트 표현은 그림 9과 같고, 직접도달집합과 도달집합 그리고 이웃플레이스 집합은 각각 표 1과 표 2와 같다. 표 2에서  $NPS_{ik}$ 는  $p_i$ 와  $p_k$ 사이에서  $p_i$ 와 이웃플레이스 관계에 있는 플레이스이다. 알고리즘을 실행한 후 생성되는 도달나무는 그림 10과 같다.  $p_6$ 의 확신도는  $p_1$ 과  $p_7$ 의 확신도를 고려하여 평가한다.  $GOALS = \{(p_4, [0.54, 0.65]), (p_4, [0.68, 0.81]), (p_4, [0.57, 0.67])\}$ 이므로  $[\beta_{41}, \beta_{42}]$ 의 확신도는 다음과 같이 구할 수 있다.

$$\beta_{41} = \max(0.54, 0.68, 0.57) = 0.68$$

$$\beta_{42} = \max(0.65, 0.81, 0.67) = 0.81$$

그러므로 퍼지명제  $d_4$ 의 확신도는 [0.68, 0.81]이 된다.

표 1 직접도달집합과 도달집합

플레이스	DRS(p <sub>i</sub> )	RS(p <sub>i</sub> )
p <sub>1</sub>	{p <sub>2</sub> , p <sub>5</sub> , p <sub>6</sub> }	{p <sub>2</sub> , p <sub>3</sub> , p <sub>4</sub> , p <sub>5</sub> , p <sub>6</sub> , p <sub>8</sub> }
p <sub>2</sub>	{p <sub>3</sub> , p <sub>4</sub> }	{p <sub>3</sub> , p <sub>4</sub> }
p <sub>3</sub>	∅	∅
p <sub>4</sub>	∅	∅
p <sub>5</sub>	{p <sub>4</sub> , p <sub>8</sub> }	{p <sub>4</sub> , p <sub>8</sub> }
p <sub>6</sub>	{p <sub>4</sub> }	{p <sub>4</sub> }
p <sub>7</sub>	{p <sub>6</sub> }	{p <sub>4</sub> , p <sub>6</sub> }
p <sub>8</sub>	∅	∅

표 2 이웃플레이스 집합

플레이스 p <sub>i</sub>	플레이스 p <sub>k</sub>	NPS <sub>ik</sub>
p <sub>1</sub>	p <sub>2</sub>	∅
	p <sub>5</sub>	∅
	p <sub>6</sub>	{p <sub>7</sub> }
p <sub>2</sub>	p <sub>3</sub>	∅
	p <sub>4</sub>	∅
p <sub>5</sub>	p <sub>4</sub>	∅
	p <sub>8</sub>	∅
p <sub>6</sub>	p <sub>4</sub>	∅
p <sub>7</sub>	p <sub>6</sub>	{p <sub>1</sub> }

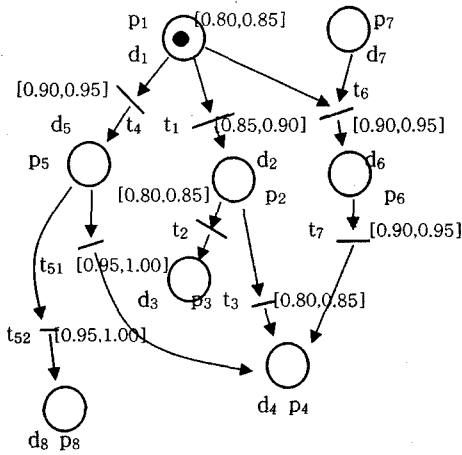


그림 9 퍼지페트리넷표현

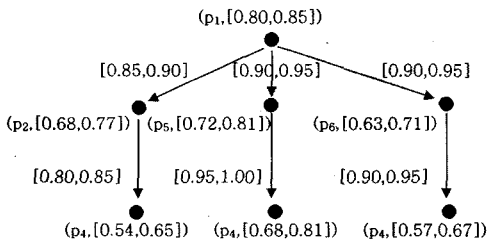


그림 10 도달나무

6. 결론

본 논문에서, 우리는 기존의 퍼지 페트리넷 연구와는 달리 구간값 퍼지 집합을 이용한 퍼지 페트리넷모형과 이 넷트에서 사용할 수 있는 구간값 퍼지추론 알고리즘을 제안하였다. 퍼지 생성규칙의 퍼지 명제와 퍼지 생성규칙의 확신도를 각각 구간값 퍼지 집합으로 표현하고, 시작노드의 확신도를 구간값 퍼지 집합으로 주어진다면, 구간값 퍼지 집합 추론 알고리즘이 실행되어 목표노드의 확신도를 구간값 퍼지 집합으로 출력한다. 여기에서 제안한 방법은 기존의 퍼지 집합을 사용하는 대신 구간값 퍼지 집합을 사용하기 때문에 기존의 방법보다 더 유연한 표현과 추론이 가능하다.

참고 문헌

[1] Zadeh, L. A., "Fuzzy Sets," Information and Control 8, pp.338-353, 1965.  
 [2] 전명근, 변중남, "Fuzzy Petri Nets를 이용한 퍼지추론 시스템의 모델링 및 추론기관의 구현", 전자공학회 논문지, 제29권, 제7호, pp.508-519, 1992, 7.  
 [3] 조상엽, 김기태, "퍼지 페트리넷을 이용한 퍼지 생성규칙의 표현", 한국정보과학회논문지, 제21권, 제2호,

pp.298-306, 1994, 2.  
 [4] Camargo, H., and Gomide, F., "Hierarchical Fuzzy Petri Nets and  $\alpha$ -level Sets Inference," Int'l J. Intelligent Systems, Vol. 14, No. 8, pp.859-871, 1999.  
 [5] Chen, Shyi-Ming, "Weighted Fuzzy Reasoning using Weighted Fuzzy Petri Nets," IEEE Trans. on Knowledge and Data Engineering, Vol. 14, No. 2, pp.386-397, 2002.  
 [6] Chen, Shyi-Ming, Ke, J., and Chang, J., "Knowledge Representation Using Fuzzy Petri-nets," IEEE Trans. on KDE, Vol. 2, No. 3, Sep., pp.311-319, 1990.  
 [7] Garg, M. L., Ahson, S. I., and Gupta, D. V., "A Fuzzy Petri-nets for Knowledge Representation and Reasoning," Information Processing Letters, 39, pp.165-171, 1992.  
 [8] Konar, A., and Mandel, A. K., "Uncertainty Management in Expert Systems Using Fuzzy Petri Nets," IEEE Trans. on KDE, Vol. 8, No. 1, pp.96-105, 1996.  
 [9] Looney, G. C., "Fuzzy Petri Nets for Rule-based Decision Making," IEEE Trans. on SMC, Vol. 18, No. 1, Jan./Feb., 1988.  
 [10] Manoj, T. V., Leena J., and Soney, R. B., "Knowledge Representation Using Fuzzy Petri Nets-Revisited," IEEE Trans. on KDE, Vol. 10, No. 4, Jul./Aug., pp.666-667, 1998.  
 [11] Sheng-Ke Yu, "Comments on Knowledge Representation Using Fuzzy Petri Nets," IEEE Trans. on KDE, Vol. 7, No. 1, Feb., pp.190-192, 1995.  
 [12] Yeung, D. S., and Tsang, E. C. C., "A Multilevel Weighted Fuzzy Reasoning Algorithm for Expert Systems," IEEE Trans. SMC-Part A: Systems and Humans, Vol. 28, No. 2, pp.149-158, 1998.  
 [13] Murata, T., "Petri Nets: Properties, Analysis and Applications," Proceedings of the IEEE, Vol. 77, No. 4, April, pp.541-580, 1989.  
 [14] Peterson, J. L., Petri Net Theory and the Modeling of Systems, Prentice-hall, 1981.  
 [15] Arnould, T., and Tano, S., "Interval-valued Fuzzy Backward Reasoning," IEEE Trans. Fuzzy Systems, Vol. 3, pp.425-437, 1995.  
 [16] Turksen, I. B., "Interval-valued Fuzzy Sets Based on Normal Forms," Fuzzy Sets and Systems 20, pp.191-210, 1986.  
 [17] Lodwick, W. A., and Jamison, K. D., "Special Issue: Interface Between Fuzzy Set Theory and Interval Analysis," Fuzzy Sets and Systems 135, pp.1-3, 2003.  
 [18] Moore, R., and Lodwick, W. A., "Interval Analysis and Fuzzy set theory," Fuzzy Sets and Systems 135, pp5-9, 2003.  
 [19] Chen, Shyi-Ming, and Hsiao, Wen-Hoar, "Bidirectional Approximate Reasoning For Rule-based Systems Using Interval-valued Fuzzy Sets," Fuzzy Sets and Systems 113,

pp.185-203, 2000.

- [20] Chen, Shyi-Ming, Hsiao, Wen-Hoar, and Jong, Hwei-Tzy, "Bidirectional Approximate Reasoning Based on Interval-valued Fuzzy Sets," Fuzzy Sets and Systems 91, pp.339-353, 1997.
- [21] Gorzalczany, M. B., "A Method of Inference in Approximate Reasoning Based in Interval-valued Fuzzy Sets," Fuzzy Sets and Systems 21, pp.1-17, 1987.
- [22] Gorzalczany, M. B., "An Interval-valued Fuzzy Inference Method - Some Basic Properties," Fuzzy Sets and Systems 31, pp.243-251, 1989.

#### 조 경 달

1990년 경기대학교 전자계산학과 학사 졸업. 1992년 중앙대학교 컴퓨터공학과 석사 졸업. 1998년 중앙대학교 컴퓨터공학과 박사 수료. 1992년~1999년 미래산업주식회사 기술연구소 근무. 2000년~2003년 시스닥코퍼레이션 근무. 2003년~현재 이젠시스템 대표. 관심분야는 인공지능, 유전자알고리즘, 진화신경망, 퍼지시스템

#### 조 상 업

1986년 한남대학교 전자계산학과(학사) 1988년 중앙대학교 대학원 전자계산학과(석사). 1993년 중앙대학교 대학원 전자계산학과(박사). 1995년~현재 청운대학교 인터넷컴퓨터학과 교수. 관심분야는 인공지능, 퍼지이론, 페트리네트 응용