

셸 구조물의 설계최적화에 대한 인식적인 견해

A Perceptive Opinion on Design Optimization for Shell Structures



이 상 진*

*경상대학교 건축학부 조교수

1. 서 언

21세기에 들어서면서 구조설계최적화 알고리즘이 성숙 단계에 이르렀다. 이 단계에 도달하기까지 설계최적화와 관련한 매우 다양한 개념이 소개되었으며 이러한 개념은 구조물의 성능을 향상시키기 위한 컴퓨터 시뮬레이션 도구의 개발로 이어지고 있다.¹⁾²⁾

일반적으로 구조물의 설계최적화는 개선하고자하는 구조물의 대상 분야에 따라 그 종류가 크기, 형상, 위상최적화로 나누어진다.³⁾ 이전에는 이 세가지의 최적화기법이 개별적으로 그 연구가 진행되었으나 최근에는 이러한 최적화기법을 모두 합치는 통합설계최적화^{4)~6)}에 대한 관심이 증대되고 있다. 통합설계최적화는 기본설계에 있어서 발생할 수 있는 많은 문제점들을 그림 1에 도시된 바와 같이 다양한 최적화기법을 함께 사용하여 해결하는 것을 목

적으로 한다. 따라서 통합설계최적화는 구조물의 성능을 고도로 증대시킬 수 있는 장점을 가진 설계기법으로 인식되고 있으며 최근 그 잠재력에 대한 기대가 매우 높아지고 있다.

한편으로 고성능 컴퓨터의 발달과 함께 구조설계최적화에 활발히 도입되기 시작한 CAGD기법⁷⁾⁸⁾은 실제적으로 구조물의 표현을 보다 용이하게 하고 설계최적화과정에서 발생하는 설계변수의 수를 획기적으로 줄이는 역할을 하게 되면서 그 관심이 증폭되고 있으며 최근에는 개개의 구조물에 적합한 CAGD의 도입이 요구되고 있는 실정이다.

본고에서는 구조설계최적화와 관련한 연구 분야 중에서도 셸 구조물의 형상과 크기를 동시에 조절하는 설계최적화기법을 소개하고 이를 이용한 수치해석 결과를 기술하고자 한다. 다시 말하자면 본고에서는 셸 구조물의 설계최적화를 위하여 필요한 개개의 요소기술을 소개하고 실제로 최적화를 수행하는데 있어, 이 요소기술이 어떠한 방식으로 결합되는지, 그리고 각 요소기술이 최적화결과에 어떠한 영향을 끼칠 수 있는지에 대하여 간단히 언급하고자 한다.

2. 기하학적 모델

기하학적 모델은 셸 구조물의 곡면을 컴퓨터상에서 효율적으로 표현하고 수정하기 위해서 개발되었다. 이러한

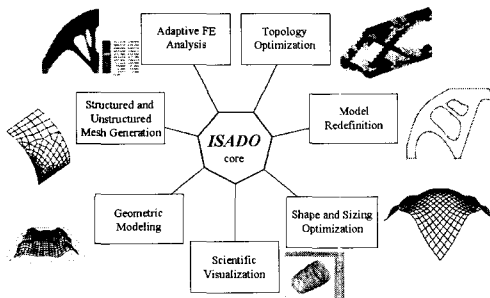


그림 1 통합설계최적화를 위한 요소기술

기하적인 모델은 독립된 연구 분야로 존재해 왔으며 곡면을 표현하기 위해서는 쿤의 조각면(Coons's Patch)⁹⁾을 시작으로 베지에 곡면, B-스플라인 곡면, 그리고 NURBS로 발전되어 왔다. 이렇게 개발된 기하학적 모델은 점차적으로 구조물의 설계최적화에 도입되는데 이러한 시도는 설계최적화과정에서 유한요소의 절점을 직접 이용할 경우 발생하는 기하학적인 불연속성과 구조물이 대형화될 경우 설계변수의 증가로 인해 발생하는 계산상의 문제를 한꺼번에 해결하게 된다. 또한 셀 구조물의 설계최적화에 이용되는 곡면의 정의는 곡면 자체의 개발보다는 최적화에 적용함으로써 생기는 요구사항이나 문제점을 해결하는 것이 더 중요한 것으로 인식되었다. 그리고 범용의 기하학적 모델을 대한 이용방법을 발견하는 것도 중요하지만 최적화하고자 하는 구조물에 적용성이 뛰어난 기하학적인 모델을 채택하는 것이 또한 필요한 것으로 나타났다.¹⁰⁾ 본고에서는 건축분야에서 미학적으로나 구조적으로 우수한 셀 구조물을 도출하기 위해서 CAGD기법 중에서도 표현하기 간편하고 자연스러운 기하학적 모델로 인식되고 있는 쿤의 조각면을 셀의 최적화에 적용한 연구내용을 소개하고자 한다.

셀의 형상을 표현하기 위해 이용한 쿤의 조각면은 다음과 같다.

$$r(\mathbf{u}, \mathbf{v}) = \mathbf{u} \mathbf{H} \mathbf{G}_p \mathbf{H}^T \mathbf{v}^T, p = x, y, z \quad (1)$$

여기서,

$$\mathbf{u} = \{u^3, u^2, u, 1\}, \mathbf{v} = \{v^3, v^2, v, 1\}$$

$$\mathbf{H} = \begin{bmatrix} 2 & -2 & 1 & 1 \\ -3 & 3 & -2 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{G}_p = \begin{bmatrix} \mathbf{R} & \mathbf{R}_{,v} \\ \mathbf{R}_{,u} & \mathbf{R}_{,uv} \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{R}_{\square} = \begin{bmatrix} r_p(0,0)_{\square} & r_p(0,1)_{\square} \\ r_p(1,0)_{\square} & r_p(1,1)_{\square} \end{bmatrix}$$

여기서 $r_p(0,0)$, $r_p(0,1)$, $r_p(1,0)$, $r_p(1,1)$ 은 쿤의 조각면 네 가장자리의 좌표값을 나타내고 $r_p(0,0)_{,u}$ 는 $r_p(u,v)$ 를 매개변수 u 에 대하여 점(0,0)에서 편미분값을 말한다. 식(1)을 이용하여 여러개의 쿤의 조각면을 조합한 기하학적 모델로 셀의 곡면을 표현할 수 있다. 또한 쿤의 조각면은 어떠한 스칼라 값도 보간할 수 있는 특성을 가지므로 셀의 두께값 역시 쿤의 조각면을 사용하여

셀 형상과 같은 방법으로 계산 할 수 있다.³⁾

3. 유한요소망 자동생성기

셀의 형상을 표현하기 위해서 도입된 기하학적인 모델이 수치해석에 사용되기 위해서는 그림 2에 도시된 바와 같이 기하학적인 모델을 유한요소로 이산화 하는 과정을 일반적으로 거쳐야한다. 기하학적인 모델에 상응하는 유한요소를 생성하는 방법은 다음과 같이 정리 할 수 있다.

전절에서 설명한 쿤의 조각면은 셀의 기하학적 모델을 형성하는데 이용되고 궁극적으로는 이 기하학적 모델위에 유한요소와 요소절점의 두께를 자동생성 하게 된다. 이때 셀의 기하학적 모델을 형성하는 과정은 다음과 같다.

- 1) 셀 구조물의 형상을 표현하는 쿤의 조각면의 조절점 좌표값을 준비한다. 수학적으로는 셀 구조물이 u 방향으로 k 개, v 방향으로 l 개의 조절점을 가진 규격격자의 형태로 표현 된다면 조각면의 위치벡터는 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$\mathbf{r}(i, j) = [r_x(i, j), r_y(i, j), r_z(i, j)]^T,$$

$$i = 0, 1, \dots, k, j = 0, 1, \dots, l \quad (2)$$

- 2) 조절점으로 이루어진 스플라인의 u 방향과 v 방향에 대한 접선값을 전단계에서 준비한 좌표값을 사용하여 계산한다. 그리고 식(2)를 이용하여 스플라인 내에 위치하는 중간조절점의 접선값을 계산한다. 이때 스플라인 양끝에 위치한 조절점의 접선값은 미리 지정해 주어야 한다.
- 3) 각 조각면 i 에 관련된 행렬 G_p^i 를 계산한다. 따라서 기하학적모델을 식(1)의 쿤의 조각면에서와 같이 매개변수 u 와 v 에 대한 함수로 표현할 수 있다.

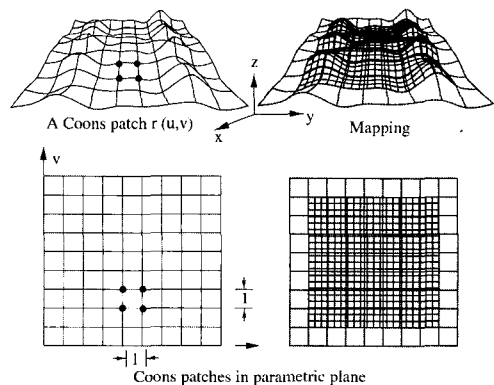


그림 2 기하학적인 모델과 사상된 유한요소망

위와 같은 방법으로 형성된 3차원의 기하학적 모델위에

2차원의 파라메트릭평면에서 형성된 유한요소망을 사상(mapping)하면 그림 2에 도시된 바와 같이 실제 곡면에 상응하는 유한요소망을 형성하게 된다. 이 절에서 기술한 방식의 장점은 쉘의 형상과 두께를 조절하는 방법으로 직접 유한요소망을 사용하지 않아도 되고, 쿤의 조각면이 C^2 의 연속성을 자동적으로 만족하므로 최적화결과는 부드러운 곡면과 완만한 두께의 변화를 가지게 된다는 것이다.

4. 쉘의 형상과 두께조절기법

설계최적화 반복계산과정에서 쉘의 형상과 두께의 변화를 적절히 표현하기 위해서는 도입된 CAGD를 바탕으로 형성된 기하학적 모델을 효과적으로 조절할 수 있어야 한다. 이 절에서는 CAGD를 이용하여 형성된 기하학적인 모델을 효율적으로 이용하는 방법에 대해 기술하였다.

- 1) 설계변수의 선택 : 본 고에서 기술한 쉘의 설계최적화는 CAGD를 사용하여 쉘의 형상 및 두께분포를 표현하였기 때문에 쿤의 조각면을 형성하는 조절점의 좌표와 두께값을 설계변수로 택하였다.
- 2) 설계변수의 연결 : 최적화 과정 중 설계변수의 연결(linking)은 필수적이다. 설계변수의 연결은 최적화 과정에 발생하는 많은 수의 설계변수의 수를 감소시켜주는 역할을 할 뿐만 아니라 구조물 형상의 초기 특성을 지켜주는 역할을 하기도 한다.

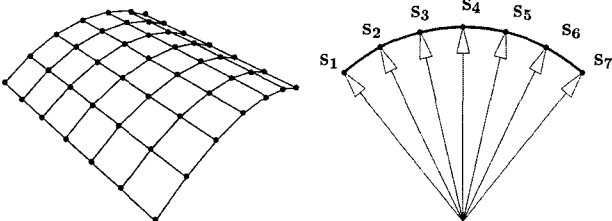


그림 3 실린더셀: (좌) 6x6 쿤의 조각면 (우) 실린더 길이 방향의 설계변수를 연결

그림 3에 도시된 바와 같이 실린더 쉘의 설계최적화에서 실린더 쉘의 초기형태특성을 유지하기 위하여 쉘의 축방향으로 분포해 있는 설계변수를 연계할 수 있다.

- 3) 설계변수의 이동방향 : 설계변수의 이동방향은 최적화 과정에서 중요한 의미를 가진다. 그 이유는 설계변수의 이동방향에 따라서 최적화를 위한 설계공간이 달라질 수도 있기 때문이다. 그림 4에는 설계변수를 연결하여 형성한 기하학적 모델의 조절점을 수직

방향과 방사선방향으로 이동하는 예를 도시하였다.

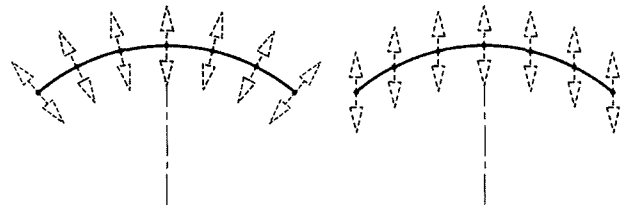


그림 4 설계변수의 이동방향: (좌) 쉘 곡면의 법선방향 (우) 수직방향

- 4) 설계변수의 미세변화 : 설계변수에 대한 민감도 해석을 수행하기 위해서 아주 미세한 양만큼 설계변수의 값을 이동시켜야 한다. 쉘 구조물의 설계최적화에서는 설계변수로 선택된 조절점의 좌표값과 그 위치에서의 두께 값을 민감도 해석을 위해 변화시켜야 한다. 이때 기하학적인 모델의 변화와 함께 그에 상응하는 유한요소망도 다시 생성해야 한다. 따라서 그림 5에 도시된 바와 같이 하며 기하학적인 모델을 이용하여 유한요소망을 효과적으로 조절할 수 있어야 한다.

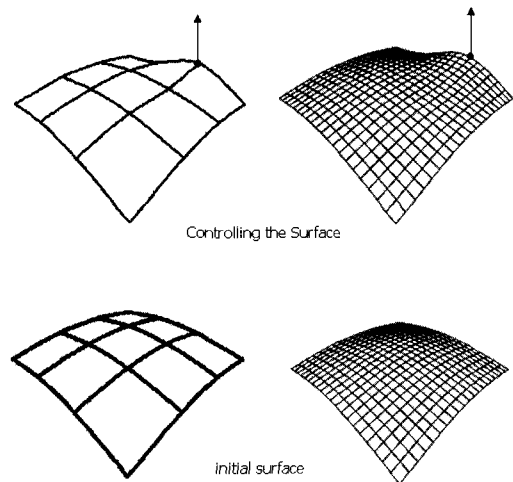


그림 5 기하학적인 모델을 이용한 유한요소망의 조절

5. 반응해석

형상과 두께의 변화에 따른 쉘의 응력특성은 수치해석 기법을 이용하여 분석할 수 있다. 쉘 구조물의 해석에는 퇴화셀요소를 사용하면 형상의 제약없이 하중에 대한 정확한 쉘의 반응을 분석할 수 있다.

쉘의 설계최적화를 수행하기 위해서는 쉘의 형상과 두께의 변화에 따른 응력분포의 변화를 계산하여야 한다. 본 고의 예제에서 가변형도를 바탕으로 개발된 Reissner-Mindlin

(RM) 퇴화셀요소¹¹⁾를 이용하여 셀의 변형도에너지를 계산하였다. 셀의 응력을 계산하기 위하여 이용된 퇴화셀요소와 유한요소해석방법은 참고문헌¹²⁾에 기술된 내용을 참고할 수 있다.

6. 민감도 해석

형상 및 크기최적화에서는 셀의 구조적 특성을 변화시키기 위해서 일반적으로 셀의 형상과 두께를 조절하게 된다. 이때 셀의 형상을 나타내는 기하학적 모델을 형성하는 조절점의 위치벡터와 조절점에서 셀의 두께값은 설계변수의 역할을 하게 되는데 이때 최적화 알고리즘은 이들 설계변수에 대한 민감도값을 필요로 한다. 설계변수에 대한 민감도는 해석적기법, 준해석적 기법, 유한차분법과 같은 세 가지의 방식으로 계산할 수 있다.¹³⁾ 본고에서는 셀 구조물의 최적화에 주로 이용되는 준해석기법과 유한차분법에 대해서 간략히 기술하고자한다. 선형정적해석에서 변위법을 이용하면 평형방정식은 다음과 같다.

$$K\mathbf{u} = \mathbf{f} \tag{3}$$

위식에서 강성행렬 K , 변위벡터 \mathbf{u} 그리고 하중벡터 \mathbf{f} 가 최적화에서 선택된 설계변수와 독립적이라고 가정하면 위식은 설계변수 s_i 에 대하여 다음과 같이 미분이 가능하게 된다.

$$K \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial s_i} + \frac{\partial K}{\partial s_i} \mathbf{u} = \frac{\partial \mathbf{f}}{\partial s_i} \tag{4}$$

따라서 설계변수에 대한 변위의 민감도값은 위의 식을 이용하여 구할 수 있으며 이때 강성행렬과 하중벡터의 미분값을 구하는 방식에 따라 위에서 언급한 세가지의 민감도해석방법으로 나뉘어진다.

- 1) 준해석법 : 이 방법은 해석법과 유한차분법의 혼성법으로 강성행렬과 하중벡터의 설계변수에 대한 미분값을 유한차분법을 이용하여 계산한다. 준해석법은 식(4)를 다음과 같은 형태로 재정리하게 된다.

$$K \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial s_i} = \frac{\partial \mathbf{f}}{\partial s_i} - \frac{\partial K}{\partial s_i} \mathbf{u} \tag{5}$$

그리고 위식의 좌변에 있는 설계변수에 대한 변위의 미분값은 소거법을 이용하여 식(5)의 연립방정식을 풀어서 구할 수 있다.

- 2) 유한차분법 : 민감도 해석에서 필요로 하는 각 설계변수에 대한 미분값을 유한차분법을 도입하여 구하게 된다. 예로서 설계변수에 대한 변위의 민감도 값

은 다음과 같이 구하게 된다.

$$\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial s_i} \approx \frac{\Delta \mathbf{u}}{\Delta s_i} = \frac{\Delta \mathbf{u}(s_i + \Delta s_i) - \Delta \mathbf{u}(s_i)}{\Delta s_i} \tag{6}$$

여기서 Δs_i 는 민감도해석을 위해 도입한 i 번째 설계변수의 미소변화값을 나타낸다.

7. 최적화 알고리즘

셀의 설계최적화를 수행하기 위한 기본 알고리즘은 전절에서 기술한 요소기술들을 순차적으로 이용하게 되는데 정리하면 그림 6에 도시된 플로차트와 같다.

위에서 제시한 CAGD를 이용한 셀의 설계최적화 기본 알고리즘은 다음과 같은 다섯 가지의 기본 과정을 거친다.

- 1) 최적화 문제 정의 : 셀의 초기형상과 두께의 분포를 쿤의 조각면을 사용하여 정의한다. 설계변수의 이동방향과 이동범위 또한 이 단계에서 정의한다. 유한요소해석에서 필요한 하중 및 경계조건 등을 준비한다.
- 2) 유한요소망의 자동생성 : 제 3절에서 언급한 유한요소 자동생성기를 사용하여 이전 단계에서 정의된 기하학적 모델위에 유한요소망을 생성한다. 파라메트릭평면위에 유한요소를 생성할 경우에는 규격요소망과 비규격요소망을 모두 사용할 수 있다.
- 3) 유한요소해석 : 제 5절에서 언급한 셀요소를 사용하여

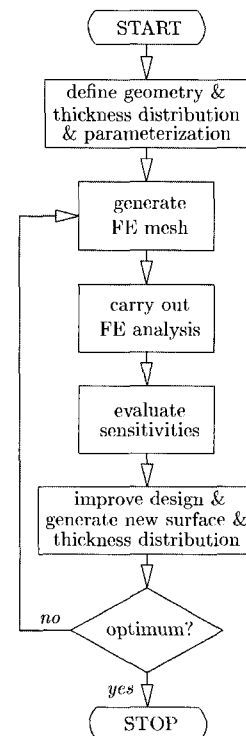


그림 6 셀의 설계최적화 기본알고리즘

여 유한요소 해석을 수행한다. 이 단계에서 목적함수에 해당하는 쉘의 변형에너지와 제약함수인 쉘의 부피를 계산한다.

- 4) 민감도해석 : 민감도 해석은 설계변수의 변화가 구조물의 구조적 특성에 끼치는 영향의 정도를 파악하는 단계이다. 본 고에서는 유한차분법 또는 준해석법을 사용하여 설계민감도를 계산하였다.
- 5) 최적값검색 : 민감도 해석에서 계산된 각 변수에 대한 설계민감도값을 이용하여 최적값을 검색한다. 최적값이 구해 질 때까지 2)~5)과정을 반복한다.

8. 쉘 구조물의 최적화 예

이 절에서는 앞서 기술한 기하학적인 모델, 유한요소자동생성기, 반응해석, 민감도 해석 그리고 최적화 알고리즘을 이용하여 쉘의 변형에너지를 최소화시킨 최적화결과를 기술하였다. 쉘의 설계최적화를 위하여 이중곡률을 가지는 쉘을 이용하였다. 이중곡률을 가지는 쉘의 초기형상은 아래함수를 이용하여 형성하였으며 그림 7과 같다.

$$z = \frac{C(x^2 + y^2)}{(L/2)^2}$$

여기서 $L=6m$ 이고 $C=L/10$ 이다.

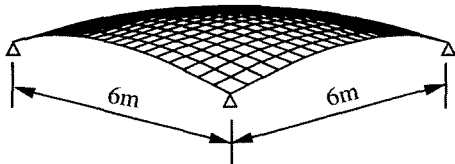


그림 7 쉘의 초기형상

쉘 구조물의 네 모퉁이는 고정지지된 것으로 가정하였고 최적화에 사용된 재료특성치는 탄성계수와 프와송비가 각각 $E=3.2 \times 10^7 kN/m^2$ 과 $\nu=0.3$ 이다. 쉘의 초기두께는 쉘 전체에 걸쳐 균일한 두께($h=0.2m$)를 가지는 것으로 가정하였다. 쉘 전체의 형상을 표현하기 위하여 6×6 의 쿤의 조각으로 구성된 기하학적인 모델을 사용하였고 쉘

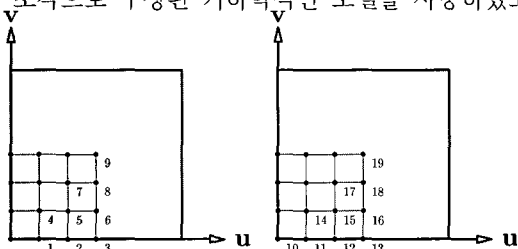


그림 8 설계변수의 위치 (좌) 형상설계변수, (우) 두께설계변수

의 1/4을 6×6 유한요소망으로 이상화하였다. 그림 8에는 쉘의 최적화를 수행하기 위해서 파라메트릭 평면상에서 지정한 조절점의 위치를 도시하였다.

본 고에서는 최적화에 목적함수로 쉘의 변형에너지를 채택하였고 초기부피값을 제약조건으로 이용하였다. 그리고 그림 8에 도시된 바와 같이 형상설계변수($s_1 - s_9$)와 두께설계변수($s_{10} - s_{19}$)를 함께 사용하여 최적화를 수행하였다. 설계최적화에 이용된 설계변수의 초기값과 구속범위 그리고 세가지의 수학적 프로그래밍에 따라 도출된 쉘의 최적형상과 쉘의 두께분포를 표 1에 정리하였다.

표 1 초기 쉘과 최적화된 쉘의 설계변수값 및 정규화 된 목적함수값

i	s_i^o	s_i^f	s_i^u	SQP	SLP	MFDM
1	-0.87	-1.2	1.2	-0.5550	-0.5224	-0.5325
2	-0.67	-1.2	1.2	0.3055	0.4655	0.3838
3	-0.60	-1.2	1.2	0.2827	0.3678	0.4320
4	-0.53	-1.2	1.2	0.0935	-0.0880	-0.0976
5	-0.33	-1.2	1.2	0.4394	0.4697	0.4543
6	-0.27	-1.2	1.2	0.6109	0.8021	0.6394
7	-0.13	-1.2	1.2	0.8715	1.1470	0.8662
8	-0.07	-1.2	1.2	1.0674	0.7673	1.0753
9	0.00	-1.2	1.2	1.2000	-0.1671	1.2000
10	0.20	0.1	0.3	0.3000	0.3000	0.2999
11	0.20	0.1	0.3	0.3000	0.2998	0.3000
12	0.20	0.1	0.3	0.1000	0.1000	0.1000
13	0.20	0.1	0.3	0.1000	0.1000	0.1000
14	0.20	0.1	0.3	0.1717	0.1300	0.1780
15	0.20	0.1	0.3	0.2040	0.1988	0.2034
16	0.20	0.1	0.3	0.3000	0.2998	0.3000
17	0.20	0.1	0.3	0.1000	0.1000	0.1000
18	0.20	0.1	0.3	0.1000	0.1000	0.1000
19	0.20	0.1	0.3	0.1000	0.1000	0.1000
$\Psi(s)$	-	-	-	0.0847	0.0935	0.0834

표 1에 정리된 이중곡률을 가지는 쉘 최적화의 결과를 보면 수리적인 프로그래밍 기법을 달리하였을 때 근사한 차이를 보이는 것으로 나타났다. 물론 최적화에 이용된 대상 쉘 구조물에 따라 다소의 차이를 보일 수 있으나 채택된 이중곡률을 가지는 쉘의 경우, MFDM, SQP 그리고 SLP¹⁴⁾의 순으로 더 나은 목적함수값 즉 더 낮은 변형도에너지를 도출하였다. 최적화결과 쉘의 변형도에너지는 초기쉘이 가지는 변형도에너지의 10%값을 가지게 되었으며, 형상최적화만을 실시했을 때 보다 훨씬 많은 변형에너지의 감소를 가져 올 수 있었다. 본고에서는 SQP를 이용하여 계산한 쉘의 형상과 두께의 분포를 주요반복계산단계에 대해 상세하게 그림 9에 도시하였다.

그림 9에 도시된 것을 보면 최적화를 통하여 변형에너지가 최소화된 쉘의 형상은 초기의 쉘에 비하여 윗부분에

다소 복잡한 곡률이 생성되었으며 두께분포는 쉘의 지지점에서 매우 두꺼워 졌으나 쉘의 상부는 얇아졌다. 이때 그림 9에서 쉘의 어두운 부분이 두께가 두꺼운 부분을 나타낸다.

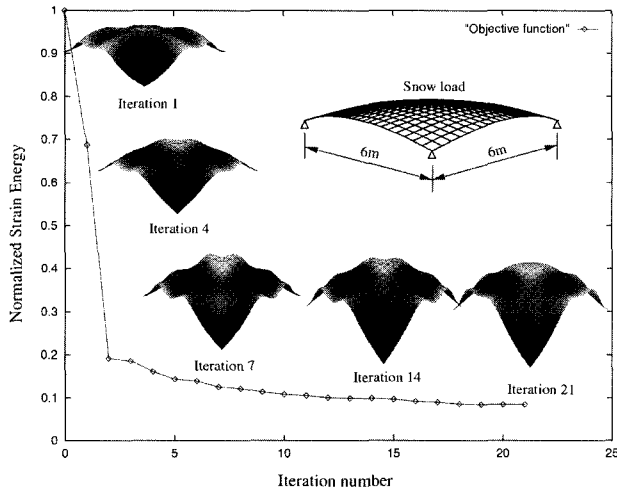


그림 9 변형에너지를 최소화하기 위한 쉘의 형상 및 두께 최적화의 이력곡선

이 예제에서는 SQP를 사용한 경우 최적의 쉘의 형상과 두께의 분포를 검색하기 위하여 전부 20번의 반복계산을 수행하였으며 최적화를 통하여 쉘의 변형에너지의 값을 초기값보다 무려 90%나 감소시켰다. 그림 9에 도시된 최적화의 이력값을 보면 최적화검색과정의 초기반복계산부분에서 쉘의 변형에너지가 대부분 감소하였으며 이후에 쉘의 형상이 세부적으로 교정됨을 알 수 있었다.

9. 결 언

본고에서 기술한 쉘의 설계최적화기법은 쉘 구조물을 설계하기 위하여 거치는 수많은 시공상의 시행착오를 줄여주고 보다 과학적인 방법으로 쉘의 형상과 두께를 결정할 수 있는 방법이다. 쉘의 설계최적화는 앞서 기술한 여러가지 요소기술을 적절히 조합하여 사용할 때 비로소 가능하며 특히 쉘 구조물의 기하학적 모델과 유한요소망과의 관계를 효율적으로 정의할 때 그 진가를 발휘할 수 있다. 또한 쉘 구조물의 최적설계를 성공적으로 수행하기 위해서는 개개의 요소기술에 대한 개발도 중요하지만 대상 쉘 구조물의 특징을 잘 파악하고 각 대상구조물에 필요한 요소기술을 선정하고 이를 효율적으로 조합하는 과정을 반드시 거쳐야 한다.

참 고 문 헌

1. Rasmussen, J., "The Structural optimization system CAOS." *Structural Optimization*, Vol. 2, 1990, pp. 109-115.
2. Bletzinger, K.-U., Reiteringer, R., Kimmich, S. and Ramm, E., Shape optimization with program CARAT, In *Software Systems for Structural Optimization* : edited by Hörnlein, H., Schittkowski, K., *Int. Series of Numerical Mathematics*, Vol. 110, pp. 97-124. Birkhäuser, 1993.
3. Lee, S.J. and Hinton, E., "Dangers inherited in shells optimized with linear assumptions," *Computers and Structures*, Vol. 78, 2000, pp. 478-486
4. Olhoff N., Bendsoe, M.P. and Rasmussen, J. "On CAD-integrated structural topology and design optimization," *Comp. Meth. Appl. Mech. Eng.*, Vol. 89, 1991, pp. 259-279
5. Maute K. and Ramm E., "General shape optimization-an integrated model for topology and shape optimization," in *Proc. of the 1st World Congress of Structural and Multidisciplinary Optimization*, edited by Rozvany G.I.N., pp. 299-306, Goslar, Germany, 1995
6. Hinton, E., Sienz, J. and Hassani, B., "Fully integrated design optimization for engineering structures," in *Proc. of Third International Conference on Computational Structures Technology - Advances in Structural Engineering Optimization*, Budapest, Hungary 1996
7. Farin, G., "Curves and surfaces for computer aided geometric design, Academic Press, San Diego, 1990
8. Anand, V.B., *Computer Graphics and Geometric Modelling for Engineers*, John Wiley and Sons, New York, 1993
9. Coons, S.A., *Surfaces for Computer-Aided Design of Space Figures*, Mech. Eng. Dept., MIT, 1964
10. 이상진, "스위프 기하학적 모델을 사용한 프리즘 쉘의 최적화," *한국전산구조공학회논문집 제12권 제4호*, 1999, pp.551~561
11. Ahmad, S. B.M. Irons and Zienkiewicz, O.C., "Analysis of thick and thin shell structures by curved finite elements," *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, Vol. 2, 1970,

pp. 419-451

12. Lee, S.J., Kanok-Nuchulchai, W, "A nine-node assumed strain finite element for large deformation analysis of laminated shells," *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, Vol. 42, 1998, pp.777-798

13. Haftka R.T. and Adelman, H.M., "Recent developments in sensitivity analysis," *Structural Optimization*, Vol. 1, 1989, pp137-151

14. Vanderplaats, G. N., *Numerical Optimization Techniques for Engineering Design*, McGraw-Hill, 1984 