

강곡선 I형보 복부판의 탄성 전단좌굴

Elastic Shear Buckling of Curved Web Panels

한택희† 김재석* 김종현** 강영종***
Han, Taek-Hee Kim, Jae-Seok Kim, Jong-Heun Kang, Young-Jong
(논문접수일 : 2003년 5월 16일 ; 심사종료일 : 2004년 5월 10일)

요 지

최근 건설이 증가하고 있는 곡선교는 1960년대까지는 직선 거더의 조합으로 구성되어 건설되어 왔으나, 현재 곡선 거더의 사용이 증대되고 있는 추세이다. 곡선 거더를 사용하는 경우에는 시간과 건설비용의 절감 뿐 아니라 미관상으로도 유리하다. 판형교에서는 전단좌굴을 방지하기 위하여 전단 좌굴강도의 검토와 보강재의 설계가 반드시 필요하다. 직선 복부판과 비교하여 곡선 복부판은 형상비와 곡률에 따라 전단좌굴 강도가 변화하나, 현재까지 곡선 복부판의 전단좌굴강도에 대한 연구는 그다지 이루어지지 않은 실정이다. 따라서 본 연구에서는 곡선복부판의 전단좌굴 강도를 유한요소해석을 통하여 알아보고 이를 산정하는 간략식을 제시하였다.

핵심용어 : 곡선 판, 전단 좌굴, 좌굴 강도, 복부판

Abstract

The horizontally curved bridges have been used to connect bridges and roads. Until 1960s, they had been constructed with straight girders, called 'kinked girder bridges', which requires much cost and time-consuming construction of substructure. In case of using curved girders, practiced later, they would have many advantages such as reduction in the total construction cost and time, and ability to make aesthetic bridges. In designing plate girder bridges, it is necessary to determine the spacings between vertical stiffeners and the allowable shear stresses based on shear buckling capacity because it plays a key role in preventing the premature local shear buckling. Compared with the straight web, the critical shear buckling stresses of curved web panels vary with both aspect ratio and curvature coefficient. For designing curved web panels, a simplified formula and shear buckling coefficients were proposed by parametric models with F.E.M in this study.

keywords : curved plate, shear buckling, buckling strength, web

1. 서 론

1960년대까지 곡선교량은 직선보를 사용하고 바닥판만을 곡선으로 사용하였다. 곡선교량에 직선보를 사용할 경우, 구조해석은 용이하나, 바닥판 캔틸레버 부분의 길이가 제한되므로 많은 하부구조의 건설이 필요하다. 그러나 곡선보를 사용하면 하부구조 건설과 공사비, 공기를 감소시

킬 수 있을 뿐만 아니라 미려한 구조물 건설에도 도움을 줄 수 있다.

판형교의 경우, 구조물의 경량화와 건설비 절감의 이유로 박판을 조합한 거더를 사용하게 된다. 박판은 인장에 비해 압축력에 취약한 데, 이는 좌굴현상에 기인한다. 그러나 복부판은 주로 전단응력에 저항하는 역할을 하므로 임계좌굴하중을 넘게 되면 국부전단좌굴이 발생하게 된다.

† 책임저자, 정회원 · 고려대학교 사회환경시스템공학과 박사과정
전화: 02-924-0190 ; Fax: 02-921-5166

E-mail : taekie@korea.ac.kr

‡ 동부엔지니어링 구조부 과장

* 정회원 · 고려대학교 공학기술연구소 연구조교수

** 정회원 · 고려대학교 사회환경시스템공학과 교수

• 이 논문에 대한 토론을 2004년 9월 30일까지 본 학회에 보내주
시면 2004년 12월호에 그 결과를 게재하겠습니다.

이러한 국부전단좌굴을 방지하기 위하여 수직보강재를 설치하게 되는 데 국부전단좌굴이 발생하는 임계전단좌굴응력은 수직보강재의 간격과 복부판의 높이, 복부판의 두께, 경계조건에 따라 변하게 된다.

직선 복부판의 경우, 탄성순수전단좌굴에 대한 연구뿐만 아니라 후좌굴강도에 대한 많은 연구가 수행되어 이미 외국 시방서(AISC-LRFD등)에서는 극한좌굴강도식을 채택하여 사용하고 있다. 그러나 우리나라 시방서와 일본 시방서에서는 아직 극한좌굴강도식이 아닌 탄성전단좌굴에 기반을 둔 식을 사용하고 있다.

HEPC 곡선교 안내서(Guidelines for Design of Horizontally Curved Girder Bridges - The Hanshin Expressway Public Corporation)와 AASHTO 곡선교 안내서(Guide Specification for Horizontally Curved Highway Bridges)를 제외하고는 곡선교에 대한 내용이 모호하거나 언급이 없어 대부분의 설계 시 직선교의 시방규정을 따르고 있다. 따라서 곡선 복부판의 임계좌굴응력 값이나 수직보강재의 간격의 결정이 모호한 실정이다. 그러므로 본 연구에서는 곡선 복부판의 순수전단좌굴의 특성을 파악하여 곡선 복부판 설계의 합리적인 지침 개발에 도움을 주고자 한다.

2. 곡선 복부판 전단좌굴 미분방정식

원통형 셸이 순수전단을 받을 경우에 대한 Donnell의 순수전단좌굴 미분방정식을 Batdorf가 변형시켜 간략한 식으로 나타내었다. 그 후 그림 1과 같이 여러 개의 수직보강재가 있고 사변 단순 지지된 복부판에 대하여 Mariani는 Batdorf의 식을 사용하여 순수전단좌굴 미분방정식을 식(1)과 같이 표현하였다.

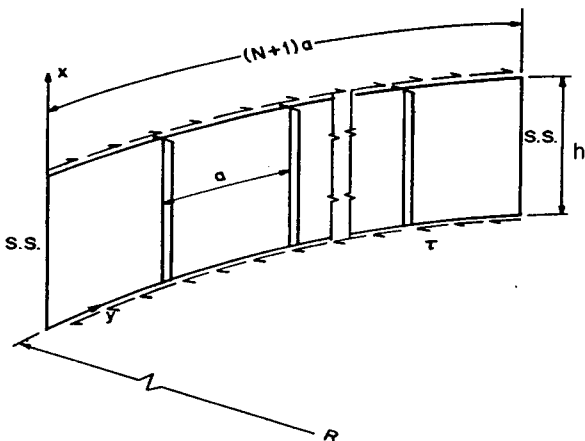


그림 1 Mariani 연구에서 순수전단좌굴 미분방정식에 사용된 곡선 복부판 형상과 좌표축

$$D\nabla^4 w + \frac{Et_w}{R^2} \nabla^{-4} \left(\frac{\partial^4 w}{\partial x^4} \right) + EI \sum_{i=1}^N \delta(y-ia) + 2\tau_w \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} = 0 \quad (1)$$

$$\delta(y-ia) = \int_{y_1}^{y_2} f(y) \delta(y-a) dy = f(a) \quad (2)$$

; $y_1 < y_2$

$$D = \frac{E \cdot t^3}{12(1-\nu^2)} \quad : \text{ 휨강성}$$

그림 1과 식 (1)에서 a 는 수직보강재의 간격, d 는 복부판의 높이, N 은 수직보강재의 수, R 은 곡률반경, E 는 탄성계수, I 는 수직보강재의 단면이차모멘트, t_w 는 복부판의 두께이다.

곡선 복부판 면외변형함수를 식 (2)와 같이 가정하여 Galerkin integral을 한 후 정리해 보면 식 (3)과 같이 처짐계수 (W_{pq})를 포함하는 선형일반대수 방정식이 나오게 된다.

$$w(x,y) = \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} W_{mn} \sin \frac{m\pi x}{d} \sin \frac{n\pi y}{(N+1)a} \quad (2)$$

$$W_{pq} \frac{\pi^2}{32\beta^3} \left[(p^2\beta^2 + q^2)^2 + \frac{12Z^2 p^4 \beta^8}{\pi^4 (p^2\beta^2 + q^2)^2} \right] + \gamma \frac{p^4 \pi^2}{16} \sum_{i=1}^N \sin \frac{q\pi i}{(N+1)} \sum_{n=1}^{\infty} W_{mn} \sin \frac{n\pi i}{(N+1)} + k \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} W_{mn} \frac{mnpq}{(m^2 - p^2)(n^2 - q^2)} = 0$$

여기서 $p, q = 1, 2, 3, \dots$

식 (3)에서 각 기호의 값은 다음과 같다.

$a/h < 1$ 일 경우,

$$Z = \frac{a^2}{Rt} \sqrt{1-\nu^2} \quad : \text{ 곡선 복부판 곡률계수}$$

$$k = \frac{\tau a^2 t_w}{\pi^2 D} \quad : \text{ 전단좌굴계수}$$

$$\gamma = \frac{EI}{Da} \quad : \text{ 수직보강재와 복부판의 강성비}$$

$$\beta = \frac{(N+1)a}{d}$$

$a/h > 1$ 일 경우, Z 와 k , γ 의 식에서 a 를 h 로 치환한다.

식 (3)에서 수직보강재를 생략하여 수직보강재와 복부판의 접합면을 단순지지로 가정하고 N 을 0으로 가정하면

식 (3)의 두 번째 항은 소거되어 식 (4)와 같이 정리된다.

$$W_{pq} \frac{\pi^2}{32\beta^3} \left[(p^2\beta^2 + q^2)^2 + \frac{12Z^2 p^4 \beta^8}{\pi^4 (p^2\beta^2 + q^2)^2} \right] + k \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} W_{mnn} \frac{mnpq}{(m^2 - p^2)(n^2 - q^2)} = 0$$

여기서 $p, q = 1, 2, 3, \dots$ (4)

식 (4)를 식 (5)와 같은 행렬로 정리하여 첫째 항의 행렬식(determinant)을 0으로 만드는 k 값이 전단좌굴계수가 된다.

$$([A] - k[B])\{W_{pq}\} = 0$$
 (5)

따라서 앞의 식에서 곡선 복부판 순수전단좌굴계수는 직선 복부판과는 달리 곡률계수(Z)와 복부판의 형상비(a/h)라는 두 개의 독립변수에 따라 변화한다는 사실을 알 수 있다.

3. 유한요소해석

직선 복부판의 경우, 보강재 사이의 복부판만을 고려하고 경계면에 적당한 경계조건과 복부판이 받는 하중을 재하하여 전단좌굴을 해석하였다. 수평방향 곡률을 갖는 곡선교의 곡선 복부판 경우도 그림 2와 같이 동일한 방법으로 전단좌굴을 해석하였다.

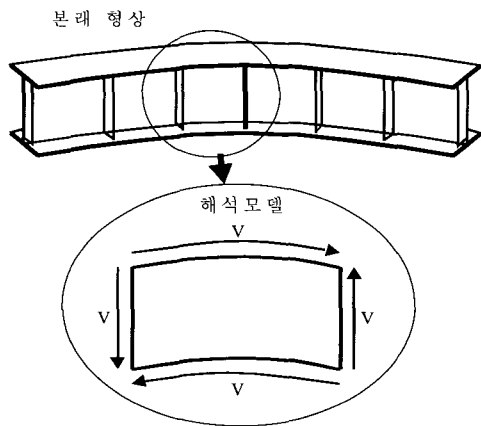


그림 2 곡선 복부판 부분해석

3.1 하중 및 경계조건

일반적으로 수직보강재의 강성은 상당히 크므로 복부판과 수직보강재의 접합면에서 면의변형이 생기지 않고 면의 각변형만이 생긴다. 또한, 대부분의 시방서에서도 단순지지의 거동 조건을 만족하도록 수직보강재의 강성을 제시하

고 있으므로 복부판과 수직보강재의 접합면을 단순지지로 가정하는 것은 타당하다 할 수 있다. 따라서 본 연구의 복부판 부분 해석에 있어서 곡선 복부판과 수직보강재가 접하는 면을 단순지지로 가정하였다.

복부판과 플랜지가 접하는 면의 경계조건은 플랜지에 의해 탄성적으로 지지되었다고 볼 수 있다. 이성철 등의 연구에 의하면 플랜지의 두께와 높이, 복부판의 두께와 길이(수직보강재사이의 거리)에 따라 복부판과 플랜지가 접하는 면의 지지조건이 변하는 것으로 나타나 있다. 그러나 대부분의 시방서에서 안전측으로 복부판과 플랜지의 접합면을 단순지지로 고려하고 있으며 복잡한 하중 하에서 플랜지와 복부판이 어떠한 지지조건을 갖는지에 대한 간편하고 정확한 결정방법이 나오지 않고 있기 때문에, 안전측인 단순지지로 가정하는 것은 타당하다고 생각된다. 그러므로 곡선 복부판 부분 해석 시에 사용한 경계조건은 사변이 단순지지된 것으로 가정하였다.

순수전단 하에서는 직선 복부판의 경계면을 따라 전단응력이 균일하게 분포한다는 가정을 전단좌굴에 대한 대부분의 연구에서 사용하였다. 그러한 가정은 정적 재하 실험 연구에 의해서 사실로 검증되었으므로, 본 연구에서도 곡률을 가진 상부와 하부 경계부분의 응력은 곡률의 접선방향으로 그림 3과 같이 균일하게 분포한다고 가정하였다.

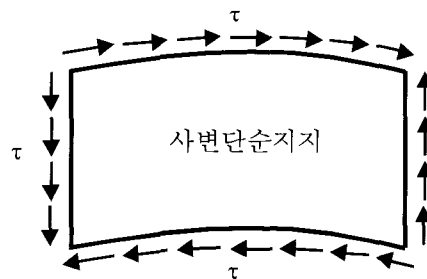


그림 3 곡선 복부판 전단응력분포

각 시방서의 복부판 형상비(a/h)에 대한 규정을 검토하고 일반적으로 사용되는 형상비를 조사하여 표 1과 같이 곡선 복부판 형상비를 결정하였다. 복부판의 형상비가 1이하일 경우, 복부판의 길이(c)를 60cm로 고정시키고 1을 초과할 경우, 복부판의 높이(h)를 60cm로 고정시켰다.

Nakai 등이 발표한 곡선교 곡률 조사 문헌을 참고하면 식 (6)과 같이 정의된 곡률계수(c)가 대부분의 곡선교량에서 1이하의 범위에 포함된다는 것을 알 수 있다. 또한 곡선 복부판 순수전단좌굴계수는 곡률계수(Z)와 형상비(a/h)의 함수이므로 식 (6)의 곡률계수(c)와 곡률계수(Z)의 형태가 동일하다는 점은 식 (6)의 곡률계수(c)를 본 연구의 곡률 인자로 사용할 수 있는 이론적 기반을 제공해 주고 있다.

표 1 해석에 사용된 곡선 복부판 형상비(단위:cm)

종류	복부판의 길이(a)	복부판의 높이(h)	a/h
1	60	180	0.33
2	60	150	0.40
3	60	120	0.50
4	60	100	0.60
5	60	90	0.67
6	60	75	0.80
7	60	60	1.00
8	75	60	1.25
9	90	60	1.50
10	100	60	1.67
11	120	60	2.00
12	150	60	2.50
13	180	60	3.00

$$c = \frac{a^2}{8Rt_w} \leq 1.0 \quad (6)$$

여기서, a는 복부판의 길이와 높이 중 작은 값이며, 각 시방서의 복부판의 최소곡률반경에 대한 규정을 참고하고 식(6)을 이용하여 해석에 사용할 곡률계수(c)와 곡률반경을 표 2와 같이 결정하였다.

표 2 해석 곡선 복부판 곡률반경(R)과 곡률계수(c)

종류	곡률반경(R, cm)	곡률계수(c)
1	500	0.90
2	642.86	0.70
3	900	0.50
4	1500	0.30
5	2250	0.20
6	3000	0.15
7	4500	0.10
8	5500	0.0818

임계전단좌굴응력은 복부판두께의 제곱에 비례한다는 것을 알 수 있으므로 두께(t_w)는 1cm로 고정시켰다. 전단좌굴계수가 산정되면 임계전단좌굴응력은 임의의 두께에 대하여 구할 수 있기 때문이다. 곡선 복부판 직선 복부판에 대한 탄성전단좌굴해석의 수행에 앞서 곡선 복부판 형상비(a/h)와 곡률반경, 두께, 탄성계수(2.04×10⁶kgf/cm²), 포아송비(0.3)를 결정하였다.

3.2 직선 복부판의 탄성순수전단좌굴 해석

곡선 복부판의 탄성순수전단좌굴해석 결과와 직선 복부판의 해석결과를 정량적으로나 정성적으로 비교하기 위하여 직선 복부판의 탄성순수전단좌굴해석 결과를 산정하는

것이 필요하다. 물론, 시방서나 타 문헌에 산정되어 있는 직선 복부판 해석 결과와 비교하는 것도 필요할 것이다. 또한 아직 곡선 복부판의 전단좌굴계수가 정확히 산정되어 있지 않으므로 직선 복부판 해석을 통하여 간접적으로 해석을 위한 경계조건과 유한요소의 개수 등을 검토하는 것이 필요할 것으로 생각된다. 본 해석에는 범용 구조해석 프로그램인 ABAQUS(version 5.3)를 사용하였으며, 요소는 S4R을 사용하였다.

3.2.1 수렴도

유한요소해석의 결과치는 해석모델의 유한요소의 개수에 따라 상당한 차이를 보인다. 따라서 정해를 알고 있는 모델에 대하여 유한요소의 개수별 해석치의 비교를 통하여 적당한 유한요소 개수를 결정하는 것이 타당하다. 직선 복부판의 형상비(a/h)가 1.0일 경우에 대한 전단좌굴계수를 비교함으로써 적당한 유한요소 개수를 결정하려 한다.

직선 복부판 해석에 사용될 경계조건은 복부판의 사변이 단순 지지되었다고 가정하였고, 해석모델의 불안정을 피하기 위하여 여러 개의 부가적인 경계조건을 선정하여 수렴도를 검토하였다. 수렴도 검토는 3.2.2절과 3.2.3절에 설명되어 있는 부가적인 경계조건 검토, 평형조건 검토와 동시에 수행되었다.

유한요소망의 종류는 4×4, 8×8, 16×16, 20×20, 24×24, 다섯 가지의 경우를 선정하였다. 복부판의 형상비가 1.0일 때, 직선 복부판 전단좌굴계수의 정해는 9.34이고 표 3에서 해석결과와 정해의 비교를 보여주고 있다.

표 3을 살펴보면 유한요소망이 16×16일 때 정해와의 오차가 -0.67%이고 16×16 이상의 개수에서도 거의 비슷한 오차를 보이고 있다는 사실을 알 수 있다. 따라서 앞으로 직선 복부판과 곡선 복부판의 해석에 16×16의 유한요소망을 사용하고자 한다.

표 3 유한요소망별 직선 복부판 전단좌굴계수

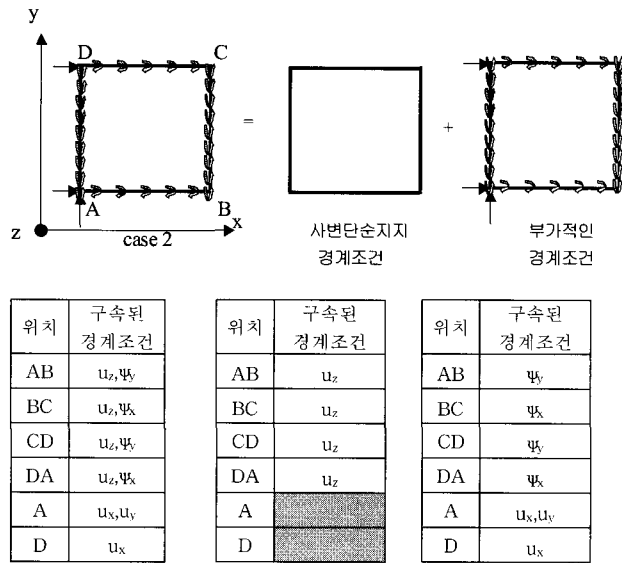
# of mesh	eigenvalue	k(buckling coeff.)	exact k	error(%)
4	4.8285	9.43	9.34	0.94
8	4.7580	9.29	9.34	-0.53
16	4.7515	9.28	9.34	-0.67
20	4.7511	9.28	9.34	-0.68
24	4.7509	9.28	9.34	-0.68

3.2.2 경계조건

직선 복부판 경계조건은 사변이 단순지더라는 경계조건과 해석 시 복부판의 불안정을 방지하기 위한 부가적인 경

계조건으로 나눌 수 있다. 그림 4에서 이러한 두 가지의 경계조건에 대한 간단한 그림을 보여주고 있다.

앞에서 언급한 단순지지의 조건과 부가적인 경계조건을 합하여 그림 5와 같이 네 가지 형태의 경계조건을 선정하고, 3.2.1절에서 검토한 16×16 유한요소망을 사용하여 형상비(a/h)가 1인 직선 복부판 탄성순수전단좌굴해석을 수행하였다. 표 4에서는 앞의 해석결과를 보여주고 있다.



$u_i=i$ 방향 변형 구속, $\psi_i=i$ 축 회전 구속
그림 4 복부판의 경계조건과 부가적인 경계조건

표 4 직선 복부판 경계조건별 전단좌굴계수(a/h=1.0)

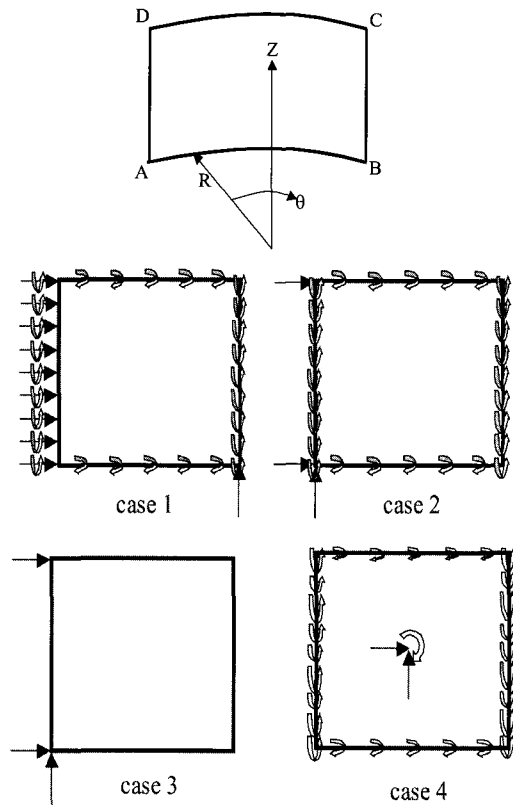
boundary	eigenvalue	k (buckling coeff.)	exact k	error(%)
case 1	4.7515	9.28	9.34	-0.67
case 2	4.7510	9.28	9.34	-0.68
case 3	4.7266	9.23	9.34	-1.19
case 4	4.7515	9.28	9.34	-0.67

표 4에서 알 수 있듯이 case 3의 경계조건은 부가적인 경계조건에 의하여 전단좌굴계수 값의 오차가 큰 것으로 나타나 있다. 평형조건의 검토를 통하여 case 1, case 2, case 4 중 가장 적당한 경계조건을 결정하였다.

3.2.3 평형조건

직선 복부판 정적해석을 통하여 직선 복부판 전체의 유한요소들의 전단응력과 법선응력을 검토하여 순수전단을 받는지 여부와 부가적인 경계조건에 의한 반력을 검토하여 복부판이 자체평형을 유지하는가를 검토하였다. 만약, 유한요소들이 순수전단을 받지 못하고 있거나 부가적 경계조건에 의한 반력들이 크면 부가적 경계조건에 의한 영향이 큰 것

으로 볼 수 있으므로 전단좌굴계수 해석에 적합하지 못한 경계조건으로 생각할 수 있다.



위치	구속된 조건			
	case 1	case 2	case 3	case 4
AB	u_R, ψ_Z	u_R, ψ_Z	u_R	u_R, ψ_Z
BC	u_R, ψ_θ	u_R, ψ_θ	u_R	u_R, ψ_θ
CD	u_R, ψ_Z	u_R, ψ_Z	u_R	u_R, ψ_Z
DA	$u_R, \psi_\theta, u_\theta$	u_R, ψ_θ	u_R	u_R, ψ_θ
A		u_θ, u_z	u_θ, u_z	중양점에서 u_θ, u_z, ψ_R
B	u_z			
C				
D		u_θ	u_θ	

그림 5 복부판의 경계조건 네 가지 형태

표 5를 살펴보면 case 1과 case 2, case 4의 반력의 절대최대치가 거의 0에 가깝다는 사실을 알 수 있다. 따라서 부가적인 경계조건에 의한 영향은 세 개의 경우 모두 작다고 할 수 있으나, case 1의 프로그램 수행 시간이 짧고 좋은 수렴도를 나타내어 해석 경계조건으로 결정하였다. 검토 결과, 16×16의 요소망과, case 1의 경계조건이 해석에 있어서 적절한 것으로 판단되어 직선 복부판 곡선 복부판의 탄성전단좌굴해석에 사용하였다.

표 5 경계조건별 정적해석에 의한 반력의 절대 최대치

Reaction force	node /value	case 1	case 2	case 3	case 4
RF1	node				
	value	0	0	0	0
RF2	node	201		101	1717
	value	2.8626E-10	1.2786E-09	4.2611E-09	4.1746E-10
RF3	node	133	101	101	1717
	value	1.3492E-09	-1.7405E-09	5.5255E-09	1.4143E-10
RM1	node				1717
	value	0	0		1.1480E-08
RM2	node				
	value	0	0		0
RM3	node				
	value	0	0		0

4. 곡선 복부판의 탄성순수전단좌굴 해석

수평방향의 곡률을 갖는 곡선 복부판도 직선 복부판과 같이 동일한 유한요소망과 경계조건을 사용하여 전단좌굴 해석을 수행하였다. 그러나 경계조건을 곡선 복부판에 동일하게 적용하기 전에 재검토과정을 거쳤다. 또한 곡선 복부판의 전단좌굴계수에 영향을 주는 인자를 검토하고 Mariani의 연구에서 발췌한 곡선 복부판의 전단좌굴 계수값(k_v)과 비교해 보았다.

최적의 경계조건을 확인한 후, 여덟 가지 곡률계수(c)와 열세가지의 복부판 형상비(a/h)를 가진 곡선 복부판에 대하여 탄성순수전단좌굴해석을 수행하였다. 곡선 복부판의 해석치와 AISC-ASD에서 제시하고 있는 직선복부판의 전단좌굴계수(k_v)를 비교해 보았고 직선복부판의 전단좌굴계수(k_v)와도 비교해 보았다. 그리고 곡률계수(c)와 복부판의 형상비(a/h)에 대한 회계분석을 통하여 설계시나 검토시에 곡선복부판의 전단좌굴값을 간단히 계산할 수 있는 간략식을 결정하였다.

4.1 경계조건

3.2.1절의 수렴도 검토를 통하여 직선 복부판에 사용한 유한요소의 개수는 곡선 복부판 전단좌굴계수의 정해가 안정되어 있지 않아 수렴도의 검토를 할 수 없으므로 곡선 복부판에 그대로 적용하였다. 그러나 직선 복부판에 쓰인 경계조건을 곡선 복부판 그대로 적용하는 것은 적합하지 못한 것으로 판단하여 재검토를 수행하였다. 3.2.2절에서 직선 복부판 적용된 case 3의 경계조건은 정해와의 오차가 크므로 곡선 복부판 경계조건에서 제외시켜 case 1, case 2, case 4에 대한 경계조건만을 재검토하였다.

표 6에서는 곡선 복부판 형상비(a/h)가 1이고 곡률계수(c)가 0.9에 대하여 앞에서 언급한 경계조건별 탄성순

수전단좌굴해석의 결과를 보여주고 있다. 표 6에서 case 2의 경계조건을 가진 곡선 복부판 유한요소의 전단응력이 순수전단의 상태를 만족하지 못하고 있고 case 4의 경계조건은 좌굴형상의 첫 번째 모드가 1차 모드가 아닌 2차 모드가 나오므로 case 2, case 4를 적합하지 못한 경계조건으로 판단하였다. 따라서 곡선 복부판 직선 복부판 사용된 경계조건(case 1)을 동일하게 적용하였다.

표 6 곡선 복부판 경계조건별 전단좌굴계수 ($a/h=1.0, c=0.9$)

boundary	eigenvalue	k (buckling coeff.)	diff(%)
case 1	5.1072	9.97	0.00
case 2	4.9961	9.75	-2.18
case 4	invalid		

4.2 순수전단좌굴계수의 인자

2절에서 곡선 복부판 전단좌굴계수는 곡률계수(Z)와 형상비(a/h)의 두 개의 인자에 의하여 영향을 받는다는 사실을 이론적으로 증명하였다. 유한요소법을 사용하여 전단좌굴계수를 산정할 때는 직선 복부판 좌굴이론과는 달리 복부판의 세장비(a/t_w)의 영향이 존재하므로, 곡선 복부판 전단좌굴계수에 대한 복부판의 세장비(a/t_w)의 영향을 평가해 보고 표 2에서 결정된 곡률계수(c)에 대한 해석을 수행하기 위하여 동일한 경계조건일 경우, 곡률계수(c)와 형상비(a/h)만이 전단좌굴계수를 결정한다는 이론적 사실을 검토해보고자 한다.

복부판의 세장비(a/t_w)를 200, 100, 80, 60, 40, 다섯 가지 경우로 나누고 Mariani의 연구에서 발췌한 곡률계수(Z)가 5와 10인 두 가지 경우에 대하여 해석하였다. 곡선판의 형상비(a/h)는 0.5, 0.75, 1.0, 1.5, 네 가지 경우에 대한 해석을 수행하였다.

그림 6과 7을 살펴보면 복부판의 형상비(a/h)가 0.5일 때, 유한요소법을 사용하여 얻은 곡선 복부판 전단좌굴계수는 Mariani의 값보다 크며 대체적으로 최대 $\pm 9\%$ 정도의 차이를 보이고 있다. 이는 Mariani의 연구에서 사용된 면외변형함수와 본 연구에서 사용된 유한요소의 면외변형함수함수가 서로 다르기 때문인 것으로 사료된다.

동일한 곡률계수(Z)일 때는 복부판의 세장비(a/t_w)가 증가함에 따라 Mariani의 값과의 차가 일정해진다. 그러나 세장비(a/t_w)에 따른 전단좌굴계수의 상대적 차이가 거의 무시할 만 하다. 복부판의 세장비(a/t_w)가 40이상일 경우에는 그 영향이 미미하다고 판단되며 본 연구에서 사용된 세장비(a/t_w)도 적절한 것으로 사료된다.

본 연구에서 사용하는 곡률계수(c)와 2절에서의 곡률계수(Z)는 식 (7)과 같이 앞의 계수만이 다르고 같은 형태를 가지고 있다.

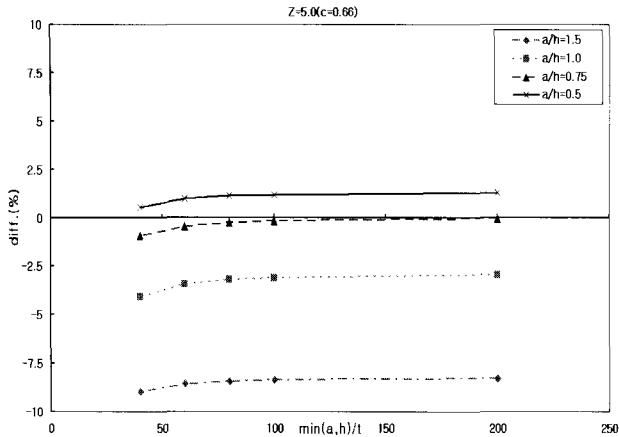


그림 6 복부판 세장비(a/t_w)에 따른 유한요소해석과 Mariani 연구의 전단좌굴계수 차이 ($Z=5$)

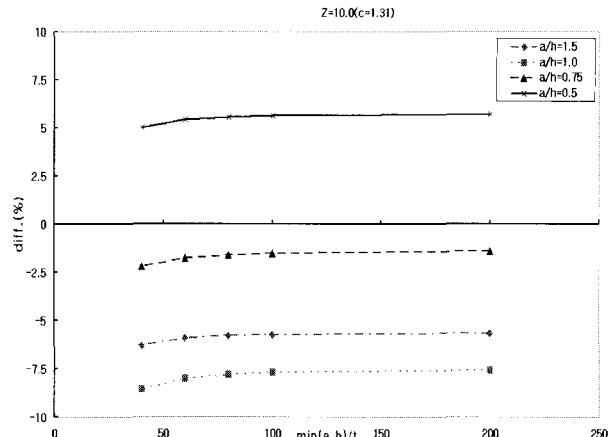


그림 7 복부판 세장비(a/t_w)에 따른 유한요소해석과 Mariani 연구의 전단좌굴계수 차이 ($Z=10$)

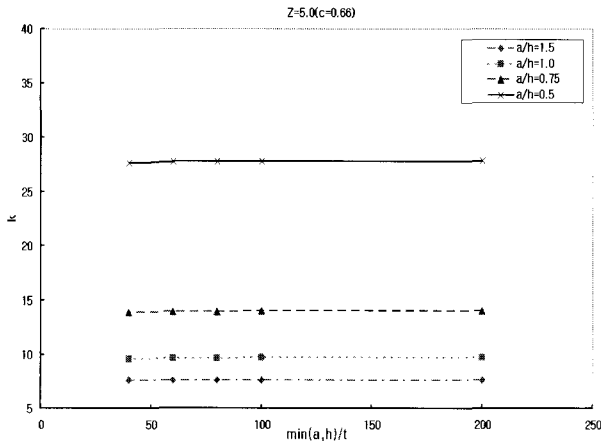


그림 8 동일한 곡률계수(Z)일 때 복부판의 세장비(a/t_w)에 따른 전단좌굴계수 ($Z=5$)

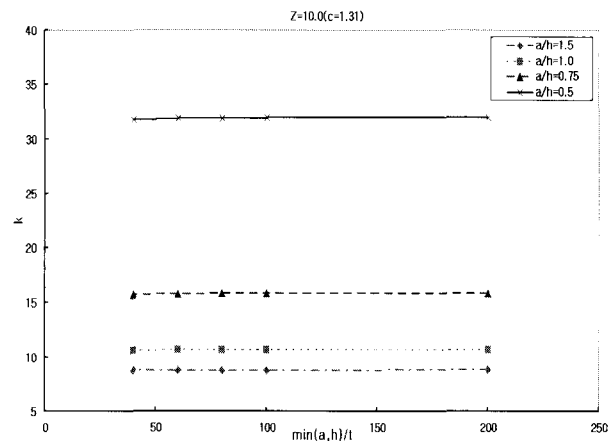


그림 9 동일한 곡률계수(Z)일 때 복부판의 세장비(a/t_w)에 따른 전단좌굴계수 ($Z=10$)

$$c = \frac{a^2}{8Rt_w} = 0.125 \frac{a^2}{Rt_w} \quad (7a)$$

$$Z = \frac{a^2}{Rt_w} \sqrt{1-v^2} = 0.9539 \frac{a^2}{Rt_w} \quad (7b)$$

여기서, v 는 포아송비로 0.3이며, a 는 복부판의 길이, 높이 중 작은 값을 의미한다.

식 (7)을 살펴보면 곡률계수 Z 와 c 는 서로 상호변환 가능하며 값의 차이만 존재할 뿐 본질적인 의미는 동일한 것을 알 수 있다. 본 연구에서 사용하는 곡률계수(c)는 다시 식 (8)과 같이 나눌 수 있다.

$$c = \frac{a^2}{8Rt_w} = 0.125 \frac{a^2}{Rt_w} = 0.125 \frac{a}{R} \frac{a}{t_w} \quad (8)$$

식 (8)에서 복부판의 형상비(a/h)가 1보다 작을 때,

우변의 첫 번째 값은 곡선 복부판 내부각을 의미하며 두 번째는 복부판의 세장비를 의미한다. 따라서 이 두 가지의 의미를 가지고 있는 인자를 이론에서와 같이 곡률계수(c) 하나로 통합하여 나타낼 수 있는지를 검토해 보았다. 동일한 곡률계수(c 또는 Z)를 갖는 경우, 형상비(a/h)가 같으면 복부판의 세장비(a/t_w)에 따른 오차를 가지고 있음에도 불구하고 서로 거의 비슷한 좌굴계수값을 갖는다는 것을 그림 8과 9에서 확인할 수 있다.

그림 8과 9에서 식 (7)과 같이 두 가지의 의미를 가진 인자를 곡률계수(c)라는 인자로 대표할 수 있으며 곡선 복부판 전단좌굴계수는 곡률계수(c)와 복부판의 형상비(a/h)에 의해 결정된다는 사실을 확인할 수 있다.

4.3 곡률계수(c)에 따른 순수전단좌굴계수

앞 절에서 결정된 경계조건을 적용하고 표 1과 표 2의

형상비와 곡률계수(c)에 따라 곡선 복부판 전단좌굴계수를 해석한 결과는 그림 10 및 그림 11과 같다.

그림 10은 곡률계수에 따른 곡선 복부판의 전단좌굴계수값을 나타낸 것으로, 곡률계수(c)가 감소함에 따라 곡선 복부판 전단좌굴계수가 직선 복부판 값에 접근한다는 사실을 보여주고 있다. 여기서, 곡률계수(c)가 0인 곡선은 직선 복부판을 해석하여 얻은 전단좌굴계수를 의미한다.

그림 11은 유한요소법을 사용하여 해석한 직선 복부판에 대한 곡선 복부판 전단좌굴계수의 상대적 크기를 나타낸 것으로 곡선 복부판 전단좌굴계수의 값을 직선 복부판 전단좌굴계수의 값으로 나눈 값이다.

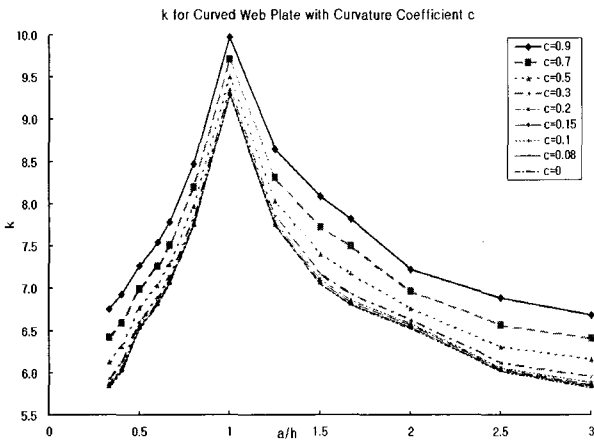


그림 10 곡률계수(c)에 따른 전단좌굴계수

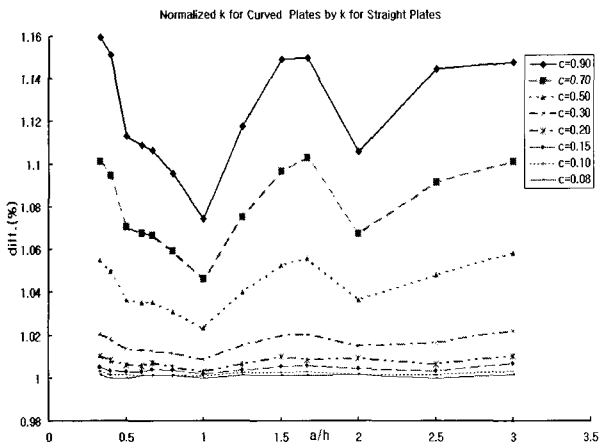


그림 11 직선 복부판에 대한 곡선 복부판 상대적인 k값

앞의 결과들을 살펴보면 곡선 복부판 경우, 직선 복부판은 다른 전단좌굴계수를 가지고 있음을 알 수 있다. 따라서 곡선 복부판 설계와 검토 시, 직선 판의 전단좌굴계수를 사용하는 것은 불합리하다고 판단되며, 곡선 복부판에 대한 새로운 전단좌굴계수가 필요하다.

4.4 곡선 복부판 순수전단좌굴계수 간략식

유한요소법을 사용하여 해석한 곡선 복부판 전단좌굴계수는 시방서에서 제시하고 있는 직선 복부판 전단좌굴계수식 값보다 최대 16%까지 크다는 사실을 알 수 있다. 따라서 곡선 복부판 설계와 검토 시 시방서에서 제시하고 있는 전단좌굴계수식을 사용하는 것은 비경제적 일 수 있다. 그러나 대부분의 시방서에서 곡선 복부판에 대한 규정이 정립되어 있지 않으므로 실제 설계 시 직선 복부판 규정을 그대로 사용하고 있는 형편이다. 따라서 본 연구의 해석결과를 간략식으로 나타내어 사용할 경우, 곡선 복부판의 합리적인 설계와 검토에 도움을 줄 수 있을 것이다.

간략식을 얻기 위하여 앞의 해석결과를 시방서에서 제시하고 있는 직선 복부판 전단좌굴계수식과 같은 형태로 가정하여 복부판의 형상비(a/h)에 대한 회귀분석을 수행하였다. 식 (9)에서 계수, a₁, a₂의 결과를 곡률계수에 대해 그래프로 나타내면 그림 12와 같다.

$$k_v = a_1 + \frac{a_2}{\left(\frac{a}{h}\right)^2} \quad (9)$$

여기서, a는 복부판의 길이와 높이 중 작은 값이며, a₁ = f(c), a₂ = g(c) 라는 함수로 표현할 수 있다.

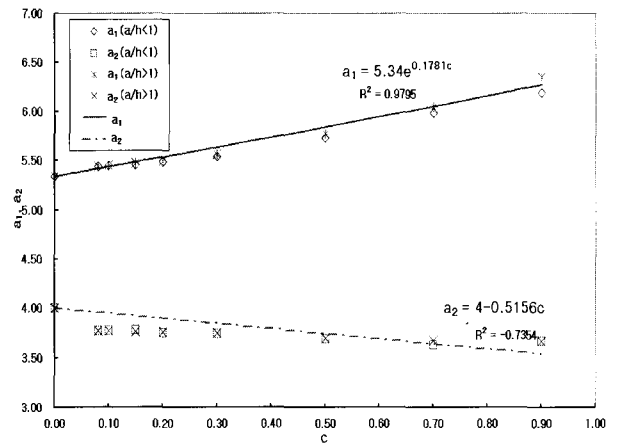


그림 12 곡선 복부판 전단좌굴계수식의 계수(a₁, a₂)

식 (9)와 같이 복부판 전단좌굴계수식의 계수, a₁과 a₂를 다시 곡률계수(c)의 함수로 가정하여 회귀분석하면 식 (10)과 같은 식을 얻을 수 있다. 그림 12에 복부판 형상비(a/h)가 1보다 클 때와 작을 때의 두 가지 경우에 해당하는 a₁과 a₂의 점들이 나타나 있다. 직선판복부판에서 복부판의 길이와 높이 중 작은 값을 기준으로 전단좌굴계

수를 계산해 보면 해석한 결과뿐 아니라 시방서의 식에서도 동일한 전단좌굴계수를 갖는다. 그림 12의 두 가지 경우에 대한 a_1 과 a_2 의 점들이 거의 일치한다는 사실로부터 곡선 복부판에서도 직선 복부판과 같이 복부판 형상비(a/h) 1을 기준으로 전단좌굴계수가 서로 대칭이 된다는 사실을 확인할 수 있다.

시방서에서 앞과 동일한 방법으로 유도된 식을 사용하였으므로 곡선 복부판 전단좌굴계수의 간략식을 결정하는 데 복부판 형상비(a/h)가 1보다 큰 데이터에 관하여 회귀분석하였다. 그러나 복부판의 형상비(a/h)가 1보다 클 때와 작을 때의 간략식의 결과는 거의 차이를 보이지 않았다.

$$k = a_1 + \frac{a_2}{\left(\frac{a}{h}\right)^2}; \frac{a}{h} \geq 1 \quad (10)$$

$$k = \frac{a_1}{\left(\frac{a}{h}\right)^2} + a_2; \frac{a}{h} < 1$$

여기서, $a_1 = 5.34e^{0.1781c}$

$$a_2 = 4 - 0.5156c$$

$$c = \frac{h^2}{8Rt_w}; \frac{a}{h} \geq 1$$

$$c = \frac{a^2}{8Rt_w}; \frac{a}{h} < 1$$

간략식에 의한 곡선 복부판 전단좌굴계수 값을 나타내면 그림 13과 같으며, 유한요소해석에 의한 값을 나타낸 그림 10과 일치함을 알 수 있다. 수치상으로 유한요소해석 결과와 간략식은 최대 $\pm 3.56\%$ 차이를 보인다.

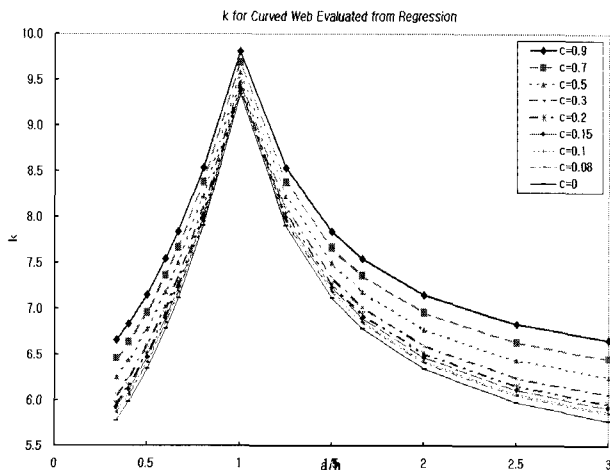


그림 13 간략식에 의한 곡선 복부판 전단좌굴계수

5. 무한복부판의 탄성순수전단좌굴 해석

직선 복부판 전단좌굴계수식을 살펴보면 형상비(a/h)를 무한대로 가정하여 계산해보면 5.35라는 전단좌굴계수가 나온다. 이 값은 무한직선복부판의 전단좌굴계수로서 수직보강재를 생략할 수 있는 규정에 사용된다. 따라서 곡선 복부판 있어도 이 규정을 사용하기 위해서는 무한곡선복부판의 전단좌굴계수를 산정할 필요가 있다. 식 (10)에서 회귀분석을 통하여 얻은 a_1 이 이 값을 의미한다. 그러나 이 값은 세장비가 최대 3.0일 때까지의 값을 기본으로 하여 계산된 값으로 정확도에 의문이 제시된다. 따라서 무한직선복부판의 전단좌굴계수값에 수렴하는 형상비(a/h)를 구하고 그 형상비를 곡선 복부판에 적용하여 무한곡선복부판의 전단좌굴계수를 구하였다.

무한곡선복부판의 해석에 앞서, 그림 14와 같이 무한 직선 복부판 좌굴계수 수렴에 대해 해석을 실시하였으며, 형상비(a/h)가 20정도가 되면 무한직선복부판의 전단좌굴계수와의 차이가 0.11%정도까지 수렴됨을 알 수 있다. 따라서 무한 판을 대표하는 형상비(a/h)를 20으로 선택하였다.

5.1 무한곡선복부판의 순수전단좌굴계수

직선 복부판 통하여 선정한 형상비(a/h) 20을 사용하여 곡선 복부판을 해석해 보면 그림 14와 같다. 곡선 복부판 경우에는 수렴도 검토를 통하여 유한요소망을 48×16 으로 결정하여 해석하였다.

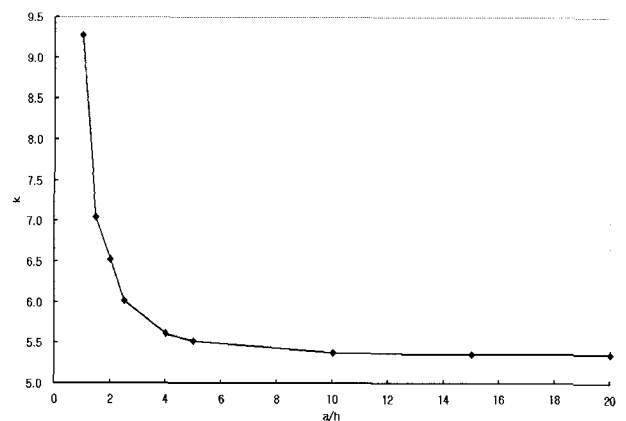


그림 14 무한직선복부판의 전단좌굴계수의 수렴

그림 15로부터 회귀분석을 통해 얻은 곡률계수(c)에 따른 무한곡선복부판의 전단좌굴계수가 해석치와의 차이가 최대 $\pm 3\%$ 영역 안에 든다는 사실을 알 수 있다. 따라서 회귀분석을 통하여 얻은 값도 신뢰성을 가지고 있다는 사실을 확인할 수 있다.

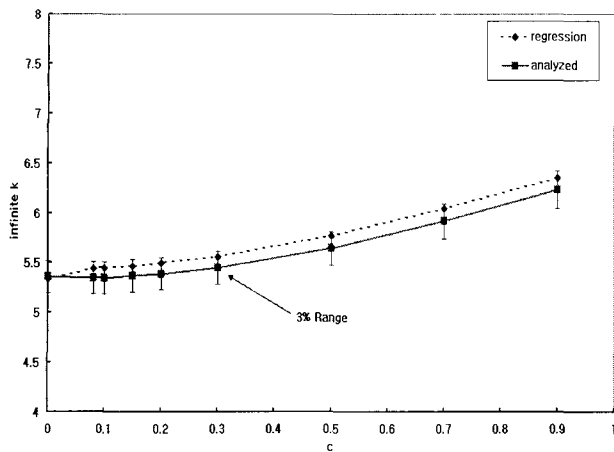


그림 15 곡률계수(c)에 따른 무한직선복부판의 전단좌굴계수

6. 결 론

HEPC 곡선교 안내서와 AASHTO 곡선교 안내서를 제외하고는 곡선교에 대한 내용을 시방서에서 언급하지 않거나 내용이 모호한 상태이다. 따라서 대부분의 곡선 복부판 설계 시 직선 복부판 설계규정을 그대로 적용하고 있다. 직선 복부판 규정을 그대로 사용할 경우, 곡선 복부판 좌굴특성을 고려하지 못한 비합리적인 설계를 할 가능성이 있다고 생각된다.

곡선 복부판에서는 직선 복부판 달리 전단좌굴특성을 나타내는 전단좌굴계수가 형상비뿐만 아니라 곡률계수에 의하여 결정된다. 그러므로 곡선 복부판 전단좌굴계수에 대한 식은 두 개의 인자를 갖는 식으로 제안되는 것이 바람직할 것이다. 따라서 본 연구에서는 범용구조해석 프로그램인 ABAQUS를 사용하여 곡선 복부판 좌굴특성을 고찰하고, 그 결과를 바탕으로 설계에 쉽게 사용할 수 있는 간략한 전단좌굴계수식을 제시하였다. 또한 본 연구에서 곡선 복부판 전단좌굴계수 간략식 외에 다음과 같은 결론을 얻을 수 있었다.

1. 곡률계수는 형상비가 1보다 작을 때, 수직보강재 사이의 거리를 호로 이루는 곡선 복부판 내부각과 세장비의 두 개의 인자로 나눌 수 있다. 그 내부각과 세장비가 곡률계수를 일정하게 만드는 조합이면 형상비에 따라 동일한 전단좌굴계수를 갖게 된다는 사실을 알 수 있다.
2. 곡선 복부판 곡률계수가 일정할 경우, 곡선 복부판 전단좌굴계수는 직선 복부판 전단좌굴계수보다는 항상 크며, 곡률계수가 0.9일 때 최대 16%정도까지 차이를 보인다.
3. 복부판의 길이, 높이 중 작은 값을 기준으로 직선 복부판 전단좌굴계수를 산정하면 형상비 1을 기준으로 서

로 대칭의 형태를 가지고 형상비가 증가함에 따라 일정한 값으로 수렴하는 데, 곡선 복부판 경우도 동일한 경향을 가진다는 사실을 알 수 있다.

4. 곡률계수가 0.3이하일 경우에는 곡선 복부판과 직선 판의 전단좌굴계수의 차이가 1%미만으로 무시할만하여 곡선 복부판 설계 시 직선 복부판 전단좌굴계수식을 사용해도 무방하다고 판단되며, 0.3이상일 경우에는 보수적 설계를 유발함을 알 수 있다.
5. 곡률계수가 0.3이상일 경우, 곡선 복부판 설계에 직선 복부판 전단좌굴계수를 사용하게 되면 보수적 설계를 유발한다는 사실이 확실하므로 본 연구 결과를 바탕으로 곡선 복부판에도 사용할 수 있는 새로운 전단좌굴계수식이 필요하다고 판단된다.

참 고 문 헌

1. AISC, "Manual of Steel Construction, LRFD", 2nd Ed., 1994
2. 건설교통부, "도로교 설계기준", 2000
3. Nicholas, Mariani, "Transverse Stiffener Requirements for Curved Webs", *Journal of Structural Division, ASCE*, 99, ST4, 1973, pp.757~766
4. S. C. Lee, J. S. Davidson and C. H. Yoo, "Shear Buckling Coefficients of Plate Girder Webs Panels", *Computers & Structures*, 59, No. 5, 1996
5. Sung C. Lee and Chai H. Yoo, "Strength of plate girder web panels under pure shear", *Journal of Structural Engineering, ASCE*, 124, Feb., 1998
6. Rudolph Szilard, "Theory and Analysis of Plates", Prentice-Hall, Inc. 1974
7. Timoshenko and Woinowsky-Krieger, "Theory of Plates and Shells", 2nd Ed., McGraw-Hill, Inc., 1959
8. Timoshenko and James M. Gere, "Theory of Elastic Stability", 2nd Ed., McGraw-Hill, Inc., 1961
9. Hiroshi Nakai and Chai Hong Yoo, "Analysis and Design of Curved Steel Bridges", McGraw-Hill, 1988
10. Bathe, K., "Finite Element Procedures", Prentice-Hall, Inc., 1996
11. Irving H. Shames and Clive L. Dym, "Energy and Finite Element Methods in Structural Mechanics", Hemisphere Publishing Corporation, 1993