

차기유도무기의 최적배치에 관한 모형 (An Optimal Allocation Model for SAM-X)

김 승 빈, 전 건 욱*

Abstract

An optimal allocation model for SAM-X by using a set covering model is suggested. This allocation model considers to guarantee the maximum security of vital areas from the attack of enemy aircraft(s) and missiles.

In order to formulate this model, we applied the concept of parallel structure reliability to set covering model. This model gives both direction of the primary target line and location of the facility. When applied this model to the real situation, the solution of this model can be used to the references of decision making for the optimal military facility allocation.

* 국방대학교 관리대학원

1. 서 론

한반도가 남북으로 분단된 지금 한국의 가장 큰 위협은 북한의 대량 항공 전력과 전술 탄도탄이 될 것이다. 북한은 유사시 이들 무기로 그들의 목적을 달성하기 위해 전략 목표 및 군사 주요시설을 공격할 것이며, 인구밀집지역에 집중 공격하여 민심의 대혼란을 일으키고, 전쟁 초기에 공중우세를 확보하여 전쟁 주도권을 장악하는데 사용할 것이다[17].

전쟁 중심이 짧은 현 상황 하에서 북한의 대량 항공기에 의한 기습 공격 시 미 증원 전력 전개 이전에 아군의 항공전력 만으로 적의 공격을 방어하는데 많은 어려움이 있을 것으로 예상되며, 또한 북한의 전술 탄도탄 공격에 대한 방어무기로 주한 미군에 의해 운용 중인 소수의 패트리엇가 있으나 자체 방어 능력은 전무한 형편이다[15].

현재 우리나라의 중·장거리 지대공 유도무기로 나이키 및 호크 유도무기가 운용되고 있으나 이들은 항공기 위협에 대한 방어체계로서 미사일을 방어할 위한 기능이 없으며, 또한 노후화로 인해 교체 또는 개량이 요구되고 있다[8]. 이러한 상황에서 북한의 모든 공중 위협에 대한 방어 능력을 갖춘 차기 유도무기 도입은 불가피한 실정이다[5].

한반도에서 평화를 추구하는데 있어서 패트리엇 무기체계를 확보한다는 것은 군사적으로는 물론, 정치·경제·사회적으로도 중요한 의미를 갖는다. 패트리엇 무기체계에 대한 독자적인 평가가 이미 여러 나라에서 실시된바 있으며 이런 평가를 통해서 항공기나 전술탄도탄의 위협으로부터 자국을 방어할 수 있다고 인정하였다[14].

이에 따라 한국에서는 주한 미군이 소수의 패트

리어트를 운용 중에 있으며, 우리 군도 차기 유도무기로 패트리엇 무기체계 도입을 적극 추진하고 있다. 차기 유도무기로 패트리엇 도입이 확실한 상황에서 가장 우선적으로 대두되는 문제는 어느 지역에 배치할 것인가를 결정하는 것이다. 기존의 호크 및 나이키포대 진지를 활용하는 방안이 있지만 이는 과학적이고 객관적인 연구에서 도출된 결과라기보다는 비과학적이고 주관적인 판단의 결과로 새로운 무기체계에 대한 최적의 위치로서 타당하지는 의문점이 남는다.

본 연구의 목적은 북한의 공중위협(항공기, 스커드)으로부터 아군의 중요시설을 보호하기 위해 패트리엇을 배치하는 상황에서 수학적 모형으로 가장 근접하게 표현할 수 있고, 또한 효율적인 해법 절차를 가지고 있는 지역담당(Set Covering)모형을 적용하여 가장 효과적으로 방어할 수 있는 최적배치모형을 제시하는데 있다.

모형 적용 시 패트리엇의 가상 배치가 가능한 뿐만 아니라 설비위치 및 주사각 방향을 결정하여 중요시설이 어느 정도 보호 받을 수 있는지 객관적으로 판단할 수 있다.

본 연구에서 제시한 최적배치모형으로부터 산출된 결과에 대한 분석은 향후 효율적인 부대배치를 위한 의사결정에 참고자료로 활용할 수 있을 것이다. 배치모형 고려 시 패트리엇의 주요 역할은 아군의 중요시설을 공격하기 위해 접근하는 적의 공중위협을 방어하는데 목적을 두고 있다. 따라서 여러 고려요소 중에서 북한의 공중위협 중 항공기와 스커드 공격으로부터 아군의 중요시설을 보호하는 요소만 고려하여 중요시설의 안전을 최대한 보장해 줄 수 있는 패트리엇의 최적배치모형을 제

시하였다.

패트리어트 도입 시 예산 등의 여러 가지 이유로 제한된 설비 수가 도입 될 것으로 판단된다. 제한된 설비 수로 많은 중요시설을 보호하기 위한 배치문제는 지역담당문제 중 부분 지역담당문제로 구분할 수 있다.

본 연구는 부분 지역담당문제를 해결하기 위하여 병렬구조 신뢰도 모형을 적용하였다[6].

기존의 연구로서 지역담당모형을 적용한 배치문제로는 차량위치 결정문제[21], 중앙설비 결정문제[26], 레이더 배치문제[12], 포병부대 배치문제[13], 패트리어트 미사일의 배치문제[11] 등 많은 분야에서 응용되었으며 이에 대한 해법으로는 평면 절단 기법, 경험적 기법, 분지 및 한계 기법 등으로 주어진 조건에서 목적식을 최대 또는 최소화하는 최적 위치를 결정하였다. 기존의 연구 중 패트리어트 미사일의 최적배치에 관한 연구에서는 북한의 공중위협 중 스커드 위협만 고려한 배치모형을 제시하였다. 그러나 패트리어트는 스커드 요격능력 뿐만 아니라 항공기 요격능력도 갖추고 있으므로 본 연구에서는 기존의 배치모형과는 달리 패트리어트의 스커드 및 항공기 요격능력을 모두 고려한 효율적인 최적배치 모형을 제시한다.

모형 구축 시 가장 중요한 고려요소는 아군의 중요시설이 적의 위협으로부터 어느 정도로 보호받을 수 있는가를 파악하는 것이다. 따라서 중요시설의 보호확률을 산출하는 것이 매우 중요하다. 적은 아군의 하나의 중요시설을 공격하기 위해 항공기와 스커드로 동시에 공격하지 않을 것으로 판단됨에 따라 항공기 위협과 스커드 위협에 대한 보호확률을 각각 산출하여 모형에 적용하였다.

중요시설의 보호확률 산출에서 항공기 위협으로부터 보호받을 수 있는 확률에 대한 산출절차는 새로이 제시하였으며, 스커드 위협에 대한 보호확률 산출절차는 기존 연구에서 제시한 것으로 이를 일부 수정 보완하였다.

하나의 중요시설이 항공기 위협으로부터 보호받을 확률과 스커드 위협으로부터 보호받을 확률이 각각 다르고, 적이 어떤 무기를 사용할 것인가에 대한 우선순위에 따라 전체 보호확률 또한 다르게 나타날 것이다.

본 모형에서는 기존 수학적 모형의 보호확률을 공중위협에 대한 중요시설의 보호확률에 가중치를 각각 부여하여 이들의 합으로 변경하였다. 모형에 대한 해법으로는 분지 및 한계 기법을 적용하였다[25].

사례를 적용하여 가중치를 세 가지 조건으로 부여하여 공중위협으로부터 중요시설의 안전을 최대한 보장해 줄 수 있는 패트리어트의 최적위치 및 주사각 방향을 선정하였으며, 가중치 변화에 따른 차이점을 비교 분석하였다.

2. 기존 모형의 연구

2.1 지역담당(Set Covering)모형의 개념

지역담당모형(Set Covering Model)은 주어진 지역 내에 분포되어 있는 고객들에게 서비스 할 설비의 수와 위치를 정량적 분석을 통하여 결정하는 것이다. 어떠한 문제이든 이를 수학적 모형을 통하여 해결하고자 하는 시도의 성공 여부는 다음과 같은 조건에 좌우된다. 즉, 실제 현상의 문제가 수학적 모형으로 얼마나 근접하게 표현될 수 있는가와 이 모형에 대한 효율적인 해법절차가 존재하는가이

다. 지역담당모형은 이 두 가지 조건을 잘 만족시키는 모형 중의 하나로서 설비의 입지문제에 널리 적용되어 좋은 성과를 얻고 있다[6].

지역담당모형은 다음의 두 가지 경우로 구분할 수 있다. 주어진 지역에 분포하는 모든 고객을 담당하는 최소의 설비의 수와 위치를 결정하기 위한 전체 지역담당모형(Total Covering Model)과, 주어진 수의 설비로 최대한의 고객을 담당하기 위한 설비의 수와 위치를 결정하기 위한 부분 지역담당모형(Partial Covering Model)으로 구분된다. 여기에서 전체담당과 부분담당은 담당 대상이 되는 고객의 담당 정도를 의미한다. 전체 지역담당모형과 부분 지역담당모형의 수식은 다음과 같다.

2.1.1 전체 지역담당모형(Total Covering Model)

이 모형은 모든 고객이 최소한 하나 이상의 설비로부터 담당되어야 함을 제약식으로 하고 설비 배치에 드는 총비용 최소화를 목적으로 하는 것으로서 수식은 다음과 같다

$$\text{Min } Z = \sum_{j=1}^n C_j X_j \quad (2.1)$$

$$\text{s.t. } \sum_{j=1}^n A_{ij} X_j \geq 1$$

$$X_j = 0 \text{ 또는 } 1$$

$$A_{ij} = 0 \text{ 또는 } 1$$

$$i = 1, \dots, m, \quad j = 1, \dots, n$$

여기에서

C_j : 설비를 후보지 j 에 1대 배치하는 비용

A_{ij} : 고객 i 가 후보지 j 에 배치되는 설비로부터

담당되면 1, 그렇지 않으면 0

X_j : 설비가 후보지 j 에 배치되면 1,

그렇지 않으면 0

계약식은 고객이 어떤 설비로부터든지 최소한 한번 이상 담당되어야 함을 의미한다. 여기서 후보지에 배치하는 비용(C_j)이 일정한 경우 목적함수는 총 배치설비의 수($\sum_{j=1}^n X_j$) 최소화가 될 것이다.

2.1.2 부분 지역담당모형(Partial Covering Model)

이 모형은 전체 지역담당모형과 반대의 개념으로 개발되었다. 즉 유용 가능한 설비의 한계를 제약식으로 하고 담당되는 고객의 수를 최대화하는 것으로써 다음과 같이 수식화 할 수 있다.

$$\text{Max } Z = \sum_{j=1}^n (\max A_{ij} X_j) \quad (2.2)$$

$$\text{s.t. } \sum_{j=1}^n X_j \leq Y$$

$$X_j = 0 \text{ 또는 } 1$$

$$A_{ij} = 0 \text{ 또는 } 1$$

$$i = 1, \dots, m, \quad j = 1, \dots, n$$

여기에서 목적함수에서($\max A_{ij} X_j$)는 고객(i)이 모든 설비로부터 전혀 담당되지 못하면 0, 그렇지 않으면 1이 되어 목적함수 값은 적어도 한번 이상 담당되는 고객의 수를 최대화할 수 있음을 의미한다. 그러므로 A_{ij} 를 i, j 사이의 거리로 표시하면 목적함수는 총 담당거리를 최소화하는 문제로 즉,

$Min Z = \sum_{j=1}^n (min A_{ij} X_j)$ 로 표현가능하다. 제

약식에서 Y 는 가용 설비 수를 나타낸다.

이 모형의 해법으로는 평면 절단기법, 분지 및 한계기법, 경험적 기법 등을 주로 활용하였다.

2.2 기존 모형의 분석

레이더 기지(설비)에서 적 항공기(고객)를 탐지(담당)하거나, 포대(설비)에서 침공하는 적군(고객)을 요격, 저지(담당)하는 경우에서와 같이 고객을 완벽히 담당하는 것을 보장하기는 불가능한 경우가 발생한다. 즉, 설비의 신뢰성 또는 가용성 등으로 인하여 설비는 어떤 확률로만 고객을 담당할 수 있게 된다. 따라서 한 대만의 설비가 고객을 담당하는 것이 적절하지 못한 경우가 생기며, 필요한 담당확률에 따라 여러 대의 설비가 중복하여 동시에 담당하는 것이 필요하게 된다.

이러한 확률의 개념을 도입하여 부분 지역담당 모형(PSC)을 주어진 예산 한도 내에서 고객의 담당확률의 합을 최대화하는 설비의 위치를 결정하는 신뢰도를 최대화하는 지역담당(RSC: Reliability Set Covering) 모형으로 개발하였다[6]. 이 RSC 모형은 PSC 모형을 일반화시킨 것으로 볼 수 있다.

이 모형은 병렬구조 신뢰도 모형의 개념을 이용하여 고객이 중복담당 되면 될 수록 담당 신뢰도가 점점 증가되어 확률적 담당과 중복담당 등의 경우에 고려되었다. 설비배치에 소요되는 총비용이 주어진 예산의 한도를 넘을 수 없다는 것을 제약식으로 하고 각 고객에 대한 담당 신뢰도의 합을 최대화하는 것을 목적함수로 한다(식 2.3). 이 모형의 최적해를 구하는 해법절차로 분지 및 한계기법을

적용하였다.

$$Max Z = \sum_{i=1}^m \{1 - \prod_{j=1}^n (1 - p_{ij})^{X_j}\} \quad (2.3)$$

$$s.t \quad \sum_{j=1}^n C_j X_j \leq \bar{B}$$

$$\bar{l}_j \leq X_j \leq \bar{u}_j, \text{ 정수, } j=1, \dots, n$$

$$\bar{l}_j : \text{하한 대수}$$

$$\bar{u}_j : \text{상한 대수}$$

$$\bar{B} : \text{예산 한도액}$$

$$i=1, \dots, m, j=1, \dots, n$$

방공레이더의 배치문제에서[12], 고객이 후보지에 설치된 설비로부터 담당되는 지의 여부 즉, $A_{ij} = (0,1)$ 의 두 상태로만 구분하는 것은 현실적으로 불합리하여 확률로 주어지는 것이 더 일반적이며, 또 어떤 고객이 여러 설비들로부터 중복담당 되는 것을 고려하기 위해 병렬구조 신뢰도개념을 도입하였다. 제한된 설비 수(K)를 제약조건으로 각 고객의 중요도에 따라 상대적 가중치를 고려하여 다음과 같이 수식화 하고 경험적 기법으로 최적의 설비 위치를 결정하였다.

$$Max Z = \sum_{i=1}^m W_i \{1 - \prod_{j=1}^n (1 - p_{ij})^{x_j}\} \quad (2.4)$$

$$s.t \quad \sum_{j=1}^n x_j \leq K$$

$$x_j = 0 \text{ 또는 } 1$$

$$W_i : \text{고객의 중요도에 따른 상대적}$$

가중치($W_i \geq 0$)

p_{ij} : 후보지 j 에 설비가 설치됨으로써
고객 i 가 담당될 확률

$$0 \leq p_{ij} \leq 1$$

$$i = 1, \dots, m, j = 1, \dots, n$$

포병화기를 진지에 배치하는 모형[13]에서 고객 (i)과 후보지(j)에 추가로 포대의 유형(k)을 고려하여 주어진 제약하에 어느 후보지에 어떤 포대를 배치할 것인가를 결정하는 문제로 다음과 같이 제약식을 강화시켜 수식화 하였다.

$$\text{Min } Z = \sum_{i=1}^m W_i \prod_{j=1}^n \prod_{k=1}^r (1 - p_{ijk})^{x_{jk}} \quad (2.5)$$

$$\text{s.t.} \quad \sum_{j=1}^n \sum_{k=1}^r c_{jk} x_{jk} \leq Y$$

$$\sum_{k=1}^r x_{jk} \leq 1$$

$$\sum_{j=1}^n x_{jk} \leq B_k$$

$$j = 1, \dots, n, k = 1, \dots, r$$

x_{jk} : j 진지에 k 포대가 할당되면 1,
그렇지 않으면 0

W_i : 각 표적의 군사적 위협치

p_{ijk} : j 진지에 k 포대가 배치된 경우
 i 표적이 제압 될 확률

c_{jk} : j 진지에 k 포대가 배치된 경우
적의 포병사격에 의해 받게 될
예상 피해율

$$i = 1, \dots, m, j = 1, \dots, n, k = 1, \dots, r$$

목적식은 적 표적을 제압하지 못할 가능성을 최소화하는 것이며 제약식은 전체 포대가 받는 피해율은 지휘관이 요구하는 요망 피해율(Y)이하이고, 동시에 피해를 줄이기 위해 한 진지에 한 개 포대만 배치하며, 진지에 할당 가능한 화기별 포대의 수는 각 포대별 가용 수(B_k)의 제한 하에 많은 진지 중에서 어떤 진지(j)에 어떤 포대(k)를 배치할 것인가를 결정하였다. 해법으로 경험적 기법을 사용하였으며, 이 모형과 지역담당모형과의 차이는 표적제압확률(p_{ijk})이 공간개념·담당여부 등이 없이 표적의 정보(위치, 유형, 크기등), 화기의 특성(105, 155, 8인치), 진지의 정보(위치, 방열 방위각등) 등을 이용한 합동 무기효과 교범에서 도출한 상대적 계수이다.

북한의 스킨드 미사일을 요격하기 위한 패트리엇 배치문제[11]에서 설비위치뿐만 아니라 패트리엇 무기체계특성상 요격 시 큰 영향을 미치는 주사격 방향도 최적 배치모형 구축 시 고려하였다. 제한된 패트리엇의 설비수내에서 어떤 고객이 들 이상의 설비로부터 중복보호 된다면 그 고객의 보호확률이 향상된다는 신뢰도 개념을 적용하였으며, 각 고객이 받는 보호확률의 합을 최대화하기 위하여 어느 위치(j)에 어떤 주사격 방향(k)으로 설치할 것인가를 결정하는 문제로 다음과 같이 수식화(식 2.6) 하고 분지 및 한계기법으로 최적의 위치를 결정하였다.

$$\text{Max } Z = \sum_{i=1}^J \sum_{l=1}^L (1 - \prod_{j=1}^J \prod_{k=1}^K (1 - p_{ijlk})^{x_{jk}}) \quad (2.6)$$

$$\text{s.t.} \quad \sum_{j=1}^J \sum_{k=1}^K x_{jk} \leq N$$

$x_{jk} \geq 0$, 정수, $j=1, \dots, J, k=1, \dots, K$

p_{ykl} : 설비가 j 위치에 k 방향으로 설치되고
발사지가 l 일 때 고객 i 가 받는 보호
확률

$$0 \leq p_{ykl} \leq 1$$

$i=1, \dots, I, j=1, \dots, J,$

$k=1, \dots, K, l=1, \dots, L$

3. 최적배치 모형의 구축

3.1 수학적 모형

본 절에서는 적 지역에 위치한 비행 기지와 스커드 기지에서 아군 지역에 위치한 중요시설에 대해 항공기와 스커드로 공격한다고 가정할 때 적 항공기와 미사일을 요격하기 위한 패트리엇를 최적으로 배치하기 위한 위치와 주사격 방향을 결정하는 최적배치의 수학적 모형을 구축한다.

기존 연구에서는 각종 군사시설 배치 시 설비위치와 중요 시설간의 거리만 고려하여 중요시설에 대한 보호확률을 보호하면 1, 보호하지 못하면 0으로만 부여하여 최적의 설비위치를 결정하였고, 기존의 패트리엇 최적배치 문제에서는 보호확률을 0과 1로 부여하지 않고 중요시설이 어느 정도로 보호되는지에 대한 보호확률을 산출하여 최적위치를 결정하였다. 그러나 보호확률 산출 시 한 가지 위협요소 즉, 스커드 위협에 대한 중요시설 보호확률만 부여하여 최적위치를 결정하였다. 따라서 본 연구에서는 패트리엇가 항공기방어와 미사일방어를 동시에 수행할 수 있는 무기체계의 성능을 고려하여 두 가지 위협요소로부터 중요시설이 최대한 보

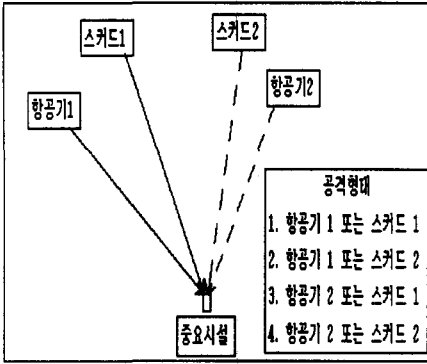
호받을 수 있는 위치를 결정한다. 또한 패트리엇 배치 시 무기체계 특성상 설비위치 뿐만 아니라 미사일의 주사격 방향도 적의 공중위협을 요격하는데 큰 영향을 미치는 요소이므로 제한된 패트리엇 설비 수 내에서 어느 위치에 어떤 주사격 방향으로 설치할 것인가를 결정한다.

본 모형은 제한된 설비 수 내에서 보호되는 중요시설의 수를 최대화하는 모형인 부분지역담당모형에 어떤 중요시설이 둘 이상의 설비로부터 중복 보호 된다면 그 중요시설의 보호확률이 향상된다는 신뢰도 개념을 적용하였다.

패트리엇가 어느 위치($j=1, \dots, J$)에 어떤 주사격방향($k=1, \dots, K$)으로 설치될 때 중요시설($i=1, \dots, I$)이 적 위협 위치($l=L_m, L_s$)으로부터 보호받을 확률을 p_{ykl} 로 표시 할 때, 모든 설비로부터 중요시설(i)이 보호받을 확률은 병렬구조의 신뢰도로서 식(3.1)과 같이 표현할 수 있다.

$$1 - \prod_{j=1}^J \prod_{k=1}^K (1 - p_{yjk})^{z_{yjk}} \quad (3.1)$$

모형 구축 시 가장 중요한 고려요소는 아군의 중요시설이 적의 공중위협으로부터 어느 정도로 보호받을 수 있는가를 파악하는 것으로 중요시설의 보호확률을 산출하는 것이 매우 중요하다. 적은 아군의 하나의 중요시설을 공격하기 위해 항공기와 스커드로 동시에 공격하지 않을 것으로 판단된다. 하나의 중요시설에 대해 적은 항공기로 공격하거나 또는 스커드로 공격할 것이며 공격형태는 <그림 3-1>과 같이 예상할 수 있다.



<그림 3-1> 중요시설에 대한 공격형태

연구에서는 예상되는 공격형태에 따라 항공기 위협과 스커드 위협에 대한 보호확률을 각각 산출한다.

그러나 중요시설이 보호받을 확률은 항공기 위협으로부터 보호받을 확률과 스커드 위협으로부터 보호받을 확률이 각각 다르기 때문에 어떤 무기를 사용할 것인가에 대한 우선순위 즉, 가중치에 따라 중요시설의 전체 보호확률은 다르게 나타날 것이다. 따라서 기존 연구의 수학적 모형의 보호확률에 해당되는 부분을 각각의 위협에 가중치를 부여한 보호확률로 변경하였다. 즉, 중요시설이 보호받을 확률(p_{ijk})은 적 항공기 위협으로부터 보호받을 확률(p_{ijk})과 스커드 위협으로부터 보호받을 확률(p_{ijk})에 각각 항공기 위협의 가중치(w_m)와 스커드 위협의 가중치(w_s)를 부여하고 이들의 합으로 표현하였다.

$$p_{ijk} = w_m p_{ijk} + w_s p_{ijk} \quad (3.2)$$

여기에서 결정변수(x_{jk})를 패트리엇가 위치(j)

에 주사격 방향(k)로 설치된 대수라 하면

$$\sum_{j=1}^J \sum_{k=1}^K x_{jk} \text{는 총 설치 대수가 된다. 이에 대한 제약}$$

조건으로 총 설치 대수는 제한된 설비 대수(N)를 초과할 수 없어야 하고 목적함수는 모든 중요시설이 적의 공중위협으로부터 최대한 보호받을 수 있도록 하는 것이다. 본 모형은 다음과 같이 수식화할 수 있다.

$$\text{Max } Z = \quad (3.3)$$

$$\sum_{i=1}^I \sum_{l=1}^L [1 - \prod_{j=1}^J \prod_{k=1}^K (1 - (w_m p_{ijk} + w_s p_{ijk})^{x_{jk}})]$$

$$\text{s.t. } \sum_{j=1}^J \sum_{k=1}^K x_{jk} \leq N$$

$$x_{jk} \geq 0, \text{ integer, } j=1, \dots, J, k=1, \dots, K$$

$$0 \leq w_m p_{ijk} + w_s p_{ijk} \leq 1, \quad w_m + w_s = 1$$

$$i=1, \dots, I, j=1, \dots, J, k=1, \dots, K$$

$$l=1, \dots, L$$

$$l: (l_m, l_s)$$

$$l_m = 1, \dots, L_m, \quad l_s = 1, \dots, L_s,$$

$$l=1, \dots, L(L_m \times L_s)$$

이 모형에서 가중치를 고려한 중요시설의 보호 확률은 어느 한 가중치 값이 0 또는 1중의 어느 한 값만을 갖는 특정한 경우에는 기존의 부분 지역 담당모형이 됨을 알 수 있다.

$$\text{이상의 목적식에서 } [1 - \prod_{j=1}^J \prod_{k=1}^K (1 - (w_m p_{ijk} + w_s p_{ijk})^{x_{jk}})]$$

는 신뢰도 개념에 의해 어떤 고객이 들 이상의 설비에 의해 중복 담당 시 보호확률이 향상된다는 것을 의미하며, 목적식은 모든 중요시설의 안전을 최대한 보장하기 위한 것이다.

식(3.3)에서 목적함수를 최소화 시키는 문제로 변환하면 다음과 같다.

$$\text{Min } Z = \sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^J \sum_{k=1}^K \prod_{l=1}^L (1 - (w_m p_{i\bar{j}k_l} + w_s p_{i\bar{j}k_l})^{x_{\bar{j}k_l}}) \quad (3.4)$$

$$\text{s.t. } \sum_{j=1}^J \sum_{k=1}^K x_{\bar{j}k} \leq N$$

$$\begin{aligned} x_{\bar{j}k} &\geq 0, \text{ integer, } j=1, \dots, J, k=1, \dots, K \\ 0 &\leq w_m p_{i\bar{j}k_l} + w_s p_{i\bar{j}k_l} \leq 1, \quad w_m + w_s = 1 \\ i &= 1, \dots, I, j=1, \dots, J, k=1, \dots, K \\ l &= 1, \dots, L \\ l &: (l_m, l_s) \\ l_m &= 1, \dots, L_m, \quad l_s = 1, \dots, L_s, \\ l &= 1, \dots, L(L_m \times L_s) \end{aligned}$$

식(3.4)을 $p_{i\bar{j}k_l} = w_m p_{i\bar{j}k_{l_m}} + w_s p_{i\bar{j}k_{l_s}}$ 라 하고,
 $a: (i, l) i=1, \dots, I, l=1, \dots, L,$
 $a=1, \dots, I \times L, \quad b: (j, k) j=1, \dots, J,$
 $k=1, \dots, K, \quad b=1, \dots, J \times K$ 의 순서쌍으로 대
 용시키고 $A = I \times L, B = J \times K$ 라 하면 다음과
 같이 간소화 시킬 수 있다.

$$\text{Min } Z = \sum_{a=1}^A \prod_{b=1}^B (1 - p_{ab})^{x_b} \quad (3.5)$$

$$\text{s.t. } \sum_{b=1}^B x_b \leq N$$

$$x_b \geq 0, \text{ integer, } b=1, \dots, B$$

$$0 \leq p_{ab} \leq 1$$

$$a=1, \dots, A, b=1, \dots, B$$

식(3.5)는 식(2.3)에서 제약식의 C_j 를 1로 하고
 예산제약을 설비수로 바꾼 것과 같은 형태이므로
 분지 및 한계기법을 적용할 수 있으며 이를 정리하
 면 다음과 같다.

식(3.5)를 $q_{ab} = 1 - p_{ab}$ 로 대치하고 x_b 의 범위를
 상한 대수와 하한 대수로 대치하면 식(3.6)으로 표
 현할 수 있다.

$$\text{Min } Z = \sum_{a=1}^A \prod_{b=1}^B (q_{ab})^{x_b} \quad (3.6)$$

$$\text{s.t. } \sum_{b=1}^B x_b \leq N$$

$$\bar{l}_b \leq x_b \leq \bar{u}_b, \text{ integer, } b=1, \dots, B$$

\bar{l}_b : 하한 대수

\bar{u}_b : 상한 대수

$$a=1, \dots, A, b=1, \dots, B$$

여기에서 $F = \{b: \bar{u}_b > \bar{l}_b\}, \quad u_b = \bar{u}_b - \bar{l}_b,$

$b \in F, N' = N - \sum_{b=1}^B \bar{l}_b$ 라고 정의하고,

$$\beta_a = \prod_{b=1}^B q_{ab}^{\bar{l}_b}, \quad y_b = x_b - \bar{l}_b \text{라 하면 식(3.6)은 다}$$

시 식(3.7)과 같이 표현할 수 있다.

$$\text{Min } Z = \sum_{a=1}^A \beta_a \prod_{b \in F} (q_{ab})^{y_b} \quad (3.7)$$

$$\text{s.t. } \sum_{b \in F} y_b \leq N'$$

$$0 \leq y_b \leq u_b, \text{ integer, } b \in F$$

식(3.7)에서 변수의 분지를 위하여 산술평균과 기하평균의 관계를 이용하여 하한(LB)을 식(3.8)로부터 구할 수 있다.

$$\sum_{a=1}^A \beta_a \prod_{b \in F} (q_{ab})^{\lambda_b} \geq A \left\{ \prod_{a=1}^A \beta_a \prod_{b \in F} (q_{ab})^{\lambda_b} \right\}^{\frac{1}{A}} \quad (3.8)$$

식(3.8)의 우변을 식(3.7)의 목적함수로 대치하면 하한은 다음의 수식(3.9)로부터 구할 수 있다.

$$\text{Min } Z = A \left\{ \prod_{a=1}^A \beta_a \prod_{b \in F} (q_{ab})^{\lambda_b} \right\}^{\frac{1}{A}} \quad (3.9)$$

$$\text{s.t. } \sum_{b \in F} y_b \leq N'$$

$$0 \leq y_b \leq u_b, \text{ integer}, b \in F$$

여기에서 $K = A \left\{ \prod_{a=1}^A \beta_a \right\}^{\frac{1}{A}}$ 라 하고,

$$\lambda_b = -\frac{1}{A} \ln \left\{ \prod_{a=1}^A q_{ab} \right\}, b = 1, \dots, B \text{라고 정의}$$

하면 식(3.9)는 다음의 식(3.10)으로부터 구할 수 있다.

$$\text{Max } Z = \sum_{b \in F} \lambda_b y_b \quad (3.10)$$

$$\text{s.t. } \sum_{b \in F} y_b \leq N'$$

$$0 \leq y_b \leq u_b, \text{ integer}, b \in F$$

식(3.10)으로부터 나온 목적식의 최적값을 L 이라 하면 하한은 다음과 같이 요약할 수 있다.

$$LB = Ke^{-L}$$

분지할 변수를 선택하기 위한 절차를 살펴보면 다음과 같다.

$$S_1 = \{b \in F: 0 < y_b < u_b\}, S_2 = \{b \in F: y_b = u_b\}$$

고 정의하고 모든 b 에 대해서 λ_b 를 구해서 이를 내림차순으로 정렬하였을 때의 순위를 ρ_b 라 한다.

$b \in F$ 에 대해 현 노드에 오기까지 분지되었던 변수에 대해서는 1, 아니면 0으로 하는 지정자(indicator)를 Δ_b 라 하였을 때, 분지변수(branching variable)의 index k 는 다음과 같이 선정된다.

$$k = \begin{cases} \arg \text{lexmin}_{b \in S_1} (\Delta_b, \rho_b) & \text{if } S_1 \neq \emptyset \\ \arg \text{lexmin}_{b \in S_2} (\Delta_b, \rho_b) & \text{if } S_2 = \emptyset \end{cases}$$

where $\text{lexmin}(\cdot) =$

lexicographically smallest vector(\cdot)

이 문제는 다시 $x_k \leq \bar{u}_k + [u_k/2]$ 와

$x_k \geq \bar{u}_k + [u_k/2] + 1$ 로 분지된다.

이상을 정리하면 본 모형의 해법절차는 다음과 같다.

절차 1) λ_b 를 계산하고 이를 내림차순으로 정렬하여 ρ_b 를 구한다.

$$\bar{u}_b = 0, \bar{u}_b = N, b = 1, \dots, B \text{부터}$$

시작한다.

절차 2) 각 마디에 대해 식(3.10)으로부터 LB 값을 계산한다. $LB > Z^*$ 이면 그 마디 이후는 분지끝 시키고, $LB \leq Z^*$ 이면 Z 값을 계산하고 Z^* 와 비교하여 둘 중

작은 값을 Z^* 로 개선한다.

절차 3) 분지 변수 선택 절차에 의해 분지한다. 더 이상 분지할 마디가 없으면 현재까지의 최적해 Z^* 가 문제의 최적해가 된다.

그렇지 않으면 \bar{b}, \bar{u}_b for $b \in F$ 를 개선하고 절차 2)로 돌아간다.

3.2 보호확률 산출

본 절에서는 항공기와 스커드에 의한 각각의 위협으로부터 중요시설이 보호받을 수 있는 확률을 산출하는 절차를 제시하고자 한다.

3.2.1 항공기 위협에 대한 보호확률 산출

3.2.1.1 가정사항

보호확률 산출 시 가정사항은 다음과 같다.

첫째, 적 항공기는 중요시설을 공격하기 위하여 일정속도 및 고도로 진입한다.

둘째, 적 항공기는 비행기지에서 공격목표까지 최단거리로 비행한다.

셋째, 위치를 X축과 Y축의 한점으로 표시하기 위해 한반도에 해당되는 Georef 좌표를 이용한다.

넷째, 적 항공기가 탐지가 되면 작전반응시간 내에 발사가 이루어진다.

다섯째, 패트리엇가 적의 공중 및 지상공격에 의해 피해 입는 상황과 패트리엇 성능에 영향을 미치는 요소는 고려하지 않는다.

여섯째, 적 항공기를 요격하기 위하여 대항공기용(GEM) 미사일을 사용한다.

3.2.1.2. 기호

보호확률 산출 시 사용되는 기호는 다음과 같이 정의한다.

$C_i(C_{ix}, C_{iy})$: 중요시설의 위치

$F_j(F_{jx}, F_{jy})$: 패트리엇의 위치

θ_k : 주사각 방향

$G_k(G_{kx}, G_{ky})$: 적 비행기지

$D_m(D_{mx}, D_{my})$: 적 항공기가 최초 탐지선과 만나는 위치

E_m : 예상 요격 지점

K_m : 중요시설에서 예상 요격 지점까지의 직선거리

$p_{\text{위협}}$: 항공기 위협에 대한 중요시설의 보호확률

M_j : 패트리엇의 최대사거리

r_1 : 적 항공기가 일정속도로 중요시설 방향으로 15초간 비행한 거리

$R_1(x_1, y_1)$: 중요시설 방향으로 15초간 비행한 거리에 해당되는 좌표

r : $R_1(x_1, y_1)$ 에서 중요시설 방향의 예상 요격지점까지 비행한 거리

d : 패트리엇 미사일 발사 시 적 항공기와 의 직선거리

r_2 : 적 항공기가 패트리엇 포대로 접근 시 예상요격지점 까지 비행한 거리

$R_2(x_2, y_2)$: 패트리엇 포대로 접근 시 예상요격지점

t : 패트리엇 미사일의 예상요격지점(K_m)까지의 비과 시간

θ : 적 항공기가 최초 탐지 후 15초간 비행한 지점에서 패트리엇 설비 위치와 이루는 직선과 중요시설 위치와 이루는 직선과의 각도

θ_m : 최초 탐지선과 만나는 지점 D_m 이 주사각 방향과 이루는 각도

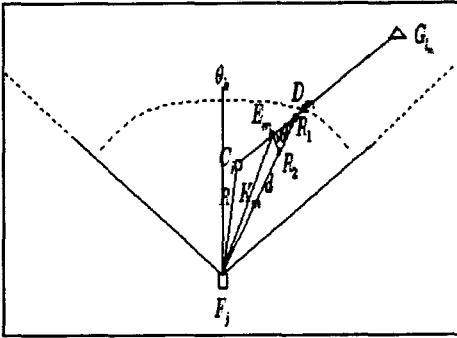
3.2.1.3 산출절차

적 항공기가 발진기지(G_c)에서 아군 지역의 어떤 중요시설(C_i)를 공격하기 위하여 이륙했다고 가정할 때, 패트리엇 설비가 $F_j(F_{jx}, F_{jy})$ 에 설치되고 주사각방향이 θ_k 인 상황에서 패트리엇가 적 항공기를 요격할 수 있는 확률, 즉 중요시설의 보호확률(P_{ijkl_m})을 계산해 보자.

먼저 중요시설의 보호확률에 대해서 살펴보면 패트리엇가 적 항공기를 요격하는 지점이 중요시설로부터 가까우면 가까울수록 보호 받을 확률은 그만큼 낮아질 것이며 예상요격지점이 중요시설 위치와 같다면 보호확률은 0이 될 것이다. 중요시설로부터 예상요격지점까지 이격된 거리로 중요시설이 보호받을 수 있는 정도를 파악하기 위해 패트리엇의 최대사거리로 비교하였다. 패트리엇 포대가 중요시설이 되어 자체 방어를 위해 적 항공기를 최대사거리에서 요격한다면 보호확률은 1이 될 것이다. 따라서 보호확률은 패트리엇의 최대사거리(M_j)와 중요시설로부터 예상요격지점까지의 거리(K_m)의 비율로 구할 수 있다. K_m 은 적 항공기의 최초 탐지 위치(D_m)를 파악하고, 적 항공기가 패트리엇 설비 위치로 접근할 경우의 예상요격지점(R_2)을 구하면 중요시설 방향으로 접근하는 적 항

공기의 예상요격지점까지의 거리(r)를 구할 수 있고, 중요시설 위치(C_i)와 적 항공기의 예상요격지점(E_m)까지의 거리(K_m)를 구할 수 있다. 적 항공기의 최초 탐지 위치는 패트리엇를 설치하고자 하는 지역의 레이더 시계도를 작성한 후 이 시계도를 활용하여 적 항공기의 최초 탐지 위치(D_m)를 파악할 수 있다. 패트리엇 설비 위치로 접근 시 예상요격까지의 소요시간은 적 항공기의 속도를 알고, 패트리엇 미사일 발사 시점에서 적 항공기와 이격거리를 알면 예상요격까지의 소요시간을 알 수 있다. 패트리엇의 작전반응시간은 최소 8초에서 최대 15가 소요된다. 따라서 탐지 후 발사 시까지 소요시간이 최대인 15초가 소요된다고 볼 때 적 항공기가 일정속도로 중요시설 방향으로 15초간 비행한 거리(r_1)에 해당하는 지점(R_1)에서 패트리엇 미사일이 발사된다고 볼 수 있다. 여기서 $R_1(x_1, y_1)$ 은 중요시설의 위치(C_i)와 적 항공기가 최초 탐지된 지점(D_m)간의 직선방정식을 이용하여 구할 수 있다. 따라서 $F_j(F_{jx}, F_{jy})$ 와 $R_1(x_1, y_1)$ 간의 직선거리(d)를 알고, 적 항공기의 속도와 패트리엇 미사일의 속도를 알면 패트리엇 설비 위치로 접근하는 적 항공기에 대한 예상요격까지의 패트리엇 미사일의 비과 시간(t)을 구할 수 있다. 이 비과 시간만큼 적 항공기가 패트리엇 포대로 접근한 거리(r_2)에 해당되는 지점(R_2)이 패트리엇 포대로 접근 할 경우의 예상요격지점이 된다. $R_2(x_2, y_2)$ 은 패트리엇 미사일 발사시점에서의 $F_j(F_{jx}, F_{jy})$ 와 $R_1(x_1, y_1)$ 간의 직선방정식을 이용하여 구할 수 있다. 적 항공기가 중요시설 방향의

예상요격지점까지 비행한 거리(r)는 r_2 와 $\cos\theta$ 의 곱으로 나타낼 수 있다. r 에 해당되는 지점인 예상요격지점(E_m)은 $R_1(x_1, y_1)$ 과 $C(C_x, C_y)$ 간의 직선 방정식으로 구할 수 있다. 따라서 예상요격지점까지의 거리는 중요시설 위치로부터 예상요격지점까지의 직선거리로 구할 수 있다.



<그림 3> 항공기 요격 개념도

항공기 위협에 대한 보호확률 산출절차를 요약하면 다음과 같다.

- 절차 1) 패트리엇를 설치하고자 하는 지역의 레이더 시계도를 작성한다. 시계도 작성 시 패트리엇 운용 교범의 시계도 작성 절차에 의해 고도별 시계도를 작성하고, 적 항공기의 침투 고도별 최초 탐지선과 만나는 위치를 파악한다.
- 절차 2) 작성된 시계도를 활용하여 아군의 중요시설을 공격하기 위해 최단거리로 비행하는 적 항공기가 최초 탐지선과 만나는 지점(D_m)을 파악한다.
- 절차 3) D_m 이 패트리엇의 탐지가능 영역

의 연장선 내에 있는지 확인하기 위하여 주사격 방향(θ_k)과 D_m 이 이루는 각도(θ_m)를 구한다.

$$\theta_m = \left(\cos^{-1} \frac{D_{my} - F_{jy}}{\sqrt{(D_{mx} - F_{jx})^2 + (D_{my} - F_{jy})^2}} \right) - \theta_k$$

또는

$$\theta_m = -\left[\theta_k - \left(\cos^{-1} \frac{D_{my} - F_{jy}}{\sqrt{(D_{mx} - F_{jx})^2 + (D_{my} - F_{jy})^2}} \right) \right]$$

탐지영역의 연장선 내에 있으면 D_m 을 최초 탐지 위치로 하고 절차 5)로 가고, 탐지영역의 연장선 외에 있으면 절차 4)로 간다.

- 절차 4) 탐지영역의 범위를 벗어나면 주사격 방향과 좌·우로 60도 각도를 이루는 직선과, $G_k(G_{Lx}, G_{Ly})$ 과 $C(C_x, C_y)$ 가 이루는 직선과 만나는 지점을 최초 탐지 위치로 하고 절차 5)로 간다.
- 절차 5) 적 항공기가 최초 탐지 위치에서 중요시설 방향으로 15초간 비행한 거리(r_1)를 구한다.

$$r_1 = \text{항공기 속도(kts)} \times 1.852(\text{km}) + 3600(\text{sec}) \times 15(\text{sec})$$

- 절차 6) r_1 에 해당하는 지점(R_1)을 구한다. $R_1(x_1, y_1)$ 은 $D_m(D_{mx}, D_{my})$ 과 $C(C_x, C_y)$ 의 두 좌표의 직선방정식과, r_1 과의 상관관계로 구할 수 있다.
- 절차 7) $F_j(F_{jx}, F_{jy})$ 와 패트리엇 미사일의 발사시점에서 적 항공기의 위치(R_1)까지의 직선거리(d)를 구한다.

$$d = \sqrt{(x_1 - F_{jx})^2 + (y_1 - F_{jy})^2}$$

- 절차 8) 적 항공기가 패트리엇 설비 위치

방향으로 접근할 경우의 예상요격지점까지의 비과 시간을 구한다. d 와 적 항공기 속도를 알면 <표 3-1>*를 이용하여 패트리엇 미사일이 예상요격지점까지 비과한 시간(t)을 구할 수 있다.

절차 9) 패트리엇 미사일이 예상요격지점까지 비과한 시간(t)은 적 항공기가 $R_1(x_1, y_1)$ 에서 패트리엇 설비 위치 방향으로 비행한 시간과 같으므로 t 와 적 항공기 속도를 이용하여 r_2 를 구한다.

$$r_2 = \text{적 항공기 속도(kts)} \times 1.852(\text{km}) \div 3600 \times t$$

<표 3-1> 거리별 예상요격지점까지의 비과 시간 (단위:km)

속도(Kts) \ 시간(초)	100	200	300	400	500	600
10	17.5	18.0	18.5	19.1	19.6	20.1
15	26.3	27.0	27.8	28.6	29.4	30.1
20	35.0	36.1	37.1	38.1	39.1	40.2
25	43.8	45.1	46.4	47.6	48.9	50.2
30	52.5	54.1	55.6	57.2	58.7	60.3
35	61.3	63.1	64.9	66.7	68.5	70.3
40	70.1	72.1	74.2	76.2	78.3	80.3
45	78.8	81.1	83.4	85.8	88.1	90.4
50	87.6	90.1	92.7	95.3	97.9	100.4
55	96.3	99.2	102.0	104.8	107.6	110.5
60	105.1	108.2	111.3	114.3	117.4	120.5
65	113.8	117.2	120.5	123.9	127.2	130.6
70	122.6	126.2	129.8	133.4	137.0	140.6
75	131.4	135.2	139.1	142.9	146.8	150.7
80	140.1	144.2	148.3	152.5	156.6	160.7
85	148.9	153.2	157.6	162.0	166.4	170.7
90	157.6	162.3	166.9	171.5	176.2	180.8
95	166.4	171.3	176.2	181.0	185.9	190.8

* 적 항공기가 패트리엇 설비위치로 접근 시 항공기 속도에 따른 거리별 예상요격지점까지의 비과 시간 (패트리엇 속도는 마하 5를 적용함)

절차 10) r_2 에 해당하는 지점(R_2)를 구한다.

$R_2(x_2, y_2)$ 은 $R_1(x_1, y_1)$ 과 $E_j(E_x, E_y)$ 의 직선방정식과 r_2 와의 상관관계로 구할 수 있다.

절차 11) r_2 와 각도(θ)를 이용하여 $R_1(x_1, y_1)$ 에서 중요시설 위치 방향의 예상요격지점까지 비행한 거리(r)를 구한다.

$$r = r_2 \times \cos \theta$$

$$\theta = 90 - \left\{ \cos^{-1} \frac{(x_1 - C_x)}{\sqrt{(x_1 - C_x)^2 + (y_1 - C_y)^2}} + \cos^{-1} \frac{(y_1 - y_2)}{r_2} \right\}$$

또는

$$\theta = 180 - \left\{ \cos^{-1} \frac{(x_1 - C_x)}{\sqrt{(x_1 - C_x)^2 + (y_1 - C_y)^2}} + \cos^{-1} \frac{(x_2 - x_1)}{r_2} \right\}$$

절차 12) 중요시설(C_i)로부터 $R_1(x_1, y_1)$ 까지의 직선거리와 $R_1(x_1, y_1)$ 에서 중요시설 방향으로 비행한 거리(r)를 이용하여 중요시설로부터 예상요격지점까지의 직선거리(K_m)을 구한다.

$$K_m = \sqrt{(x_1 - C_x)^2 + (y_1 - C_y)^2} - r$$

절차 13) 보호확률($p_{\text{확}}$)은 $E_m(E_{mx}, E_{my})$ 과 $C(C_x, C_y)$ 의 직선거리(K_m)을 패트리엇의 최대사거리(M_j)로 나눈 값으로 나타낼 수 있다.

$$p_{\text{확}} = \frac{K_m}{M_j}, 0 \leq p_{\text{확}} \leq 1$$

3.2.2 스커드 위협에 대한 보호확률 산출

3.2.2.1 가정사항

보호확률 산출 시 사용되는 가정사항은 다음과 같다.

첫째, 한반도 지형은 대부분의 산악고도가 스커드 및 패트리엇 상승고도에 비해 아주 작은 값이므로 패트리엇의 운용에 지형적인 영향은 없다.

둘째, 위치 표시는 X축과 Y축의 한점으로 표시하며, 한반도에 해당되는 Georef좌표를 이용한다.

셋째, 공중조기경보기 및 인공위성 등의 지원으로 정상적인 적 미사일 탐지체제가 유지되고 있다.

넷째, 설치된 패트리엇가 적의 공중 및 지상공격에 의해 피해 입는 상황과 패트리엇 성능에 영향을 미치는 요소는 고려하지 않는다.

다섯째, 스커드 미사일을 요격하기 위하여 대탄도탄용(PAC-3) 미사일을 사용한다.

3.2.2.2 기호

보호확률 산출 시 사용되는 기호는 다음과 같이 정의한다.

$C_i(C_x, C_y)$: 중요시설 위치

$F_j(F_x, F_y)$: 설비 위치

θ_k : 주사각 방향

$S_i(S_x, S_y)$: 스커드 발사기치

$D(D_x, D_y)$: 최초 탐지 위치

$E(E_x, E_y)$: 예상 요격 위치

l_a : 중요시설 위치에서 탄고도 a 지점까지의 직선거리

$T_a(T_x, T_y)$: 스커드 탄도 상 고도가 a 인 위치

$d(X, Y)$: 두 지점 X, Y 간의 직선거리

$d_a=d(F_j, T_a)$: 설비 위치와 스커드 탄도 상 고도가 a 인 지점까지의 거리

$f(d; S_i, C_i)$: 발사위치와 설비 위치간의 거리에 따른 스커드 탄도

$R(F_j, \theta_k)$: 패트리엇가 F_j 에 설치되고 주사각방향이 θ_k 일 때 형성되는 탐지가능 영역

$R^*(F_j, \theta_k)$: $R(F_j, \theta_k)$ 의 연장된 영역

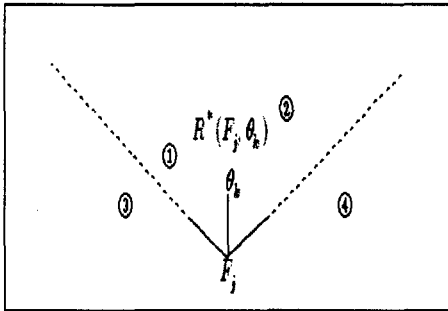
$p(d_a, a)$: 요격가능 고도 a 에서의 요격 성공 확률

$P_{\text{사}}$: 스커드 위협에 대한 중요시설의 보호 확률

3.2.2.3 산출절차

패트리엇로 스커드를 요격 시 요격이 이루어지는 시점은 스커드가 탄도 상 하강단계에 있으면서 속도는 최대속도를 내는 시점이다. 패트리엇 무기체계 특성상 레이다는 주사각 방향에서 좌·우로 60도의 탐지영역을 갖는데 이 탐지영역의 연장선내에 적 스커드 기지가 있느냐 없느냐에 따라서 스커드를 요격하기 위한 절차에 제한사항이 발생한다. 즉, 이 탐지영역의 연장선, <그림 3-3>의 점선부분, 내에서 발사되면 스커드의 탄도비행 중 패트리엇 설비 위치로부터 충분한 거리에서 탐지되어 추적 및 사격준비에 필요한 시간을 확보할 수

있다. 그러나 탐지영역의 연장선 외부에서 발사되면 스킨드의 탄도비행 중 탐지영역의 연장선과 만나는 지점부터 탐지 및 추적이 시작되어 일정시간이 경과한 후 사격준비가 완료되고 패트리엇 미사일의 발사 후에도 스킨드와 패트리엇의 속도차 및 각각의 비행방향에 의해 요격가능 여부가 영향을 받는다.



<그림 3-3> 스킨드 발사지 구분도

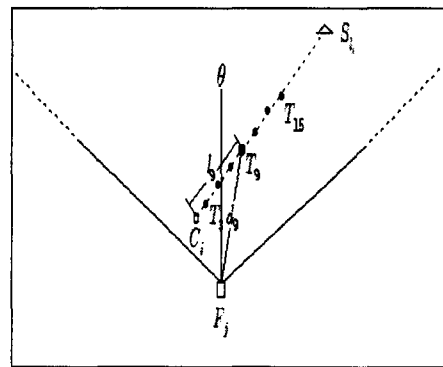
그러므로 먼저 스킨드 발사지(S_i)가 패트리엇의 탐지영역 연장선내 위치하는지를 파악하고 나서 <그림 3-3>의 ①, ②와 같이 스킨드의 발사지점이 $R^*(F_j, \theta_k)$ 영역 내에 있는 경우 즉, $S_i \in R^*(F_j, \theta_k)$ 와 ③, ④와 같이 스킨드의 발사지점이 $R^*(F_j, \theta_k)$ 영역 밖에 있는 경우 즉, $S_i \notin R^*(F_j, \theta_k)$ 로 구분하여 보호확률($p_{\text{사격}}$)을 산출하겠다.

3.2.2.3.1 발사지가 탐지영역의 연장선 내에 있는 경우($S_i \in R^*(F_j, \theta_k)$)

적 스킨드 미사일이 발사지(S_i)에서 아군지역의 어떤 중요시설(C_i)를 공격하기 위하여 발사되었다

고 할 때, 패트리엇 설비가 $F_j(F_{jz}, F_{jy})$ 에 설치되고 주사격방향이 θ_k 인 상황에서 패트리엇가 스킨드 미사일을 요격할 수 있는 확률, 즉 중요시설의 보호확률($p_{\text{사격}}$)을 계산해 보자.

먼저 스킨드 발사지(S_i)와 중요시설(C_i)간의 직선거리를 구해서 스킨드 미사일 탄도를 결정한다. 그리고 스킨드 미사일의 탄도 상에서 패트리엇 미사일의 요격 가능 고도(3~15km)에 해당되는 각 고도별 3차원 지점을 2차원 좌표(T_a)로 나타낸다. 각 고도에 해당되는 위치(T_a)와 패트리엇 설비 위치(F_j)와의 거리인 예상요격지점까지의 거리를 계산한다면 어떤 고도(a)에서의 요격 성공 확률은 설비 위치와 고도가 a 인 지점과의 거리(d_a)와 a 를 이용하여 <그림 3-6>에서 도출이 가능하다. 패트리엇는 스킨드 미사일을 가장 요격 확률이 높은 고도와 거리에서 요격할 것이므로 보호확률($p_{\text{사격}}$)은 $p(d_a, a)$ 의 최대치이다. ($a = 3, 5, 7, \dots, 15$)



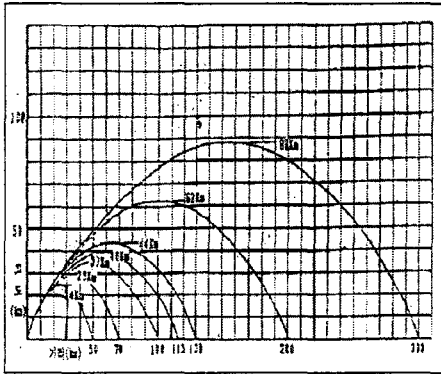
<그림 3-4> 스킨드 요격 개념도 ($S_i \in R^*(F_j, \theta_k)$ 인 경우)

스킨드 위협에 대한 보호확률 산출절차를 요약

하면 다음과 같다.

절차 1) 스킵드 발사지(S_i)와 중요시설(C_i) 간의 직선거리를 구한다.

$$d(S_i, C_i) = \sqrt{(S_{ix} - C_{ix})^2 + (S_{iy} - C_{iy})^2}$$



<그림 3-5> 스킵드-B의 탄도

절차 2) 직선거리에 따라 <그림 3-5>로부터 스킵드-B의 탄도[10]를 결정하고, 탄도에서 패트리엇의 요격가능 고도(a)와 중요시설과의 직선거리(l_0)를 구한다.

절차 3) <그림 3-4>와 같이 중요시설로부터 발사지 방향으로 l_0 만큼 이격된 지점(T_a)를 구한다.

절차 4) 고도가 a 인 지점(T_a)이 설비 위치(F_j)의 주사각 방향이 θ_k 일 때 요격가능 범위 내에 있는지 확인한다. $T_a(T_{ax}, T_{ay})$ 가 주사각 방향과 이루는 각도(θ_s)를 계산한다
($T_a \in R(F_j, \theta_k)$ 이면 $p(d_a, a) = 0$)

$$\theta_s = \left\{ \cos^{-1} \frac{T_{ay} - F_{jy}}{d(T_a, F_j)} \right\} - \theta_k$$

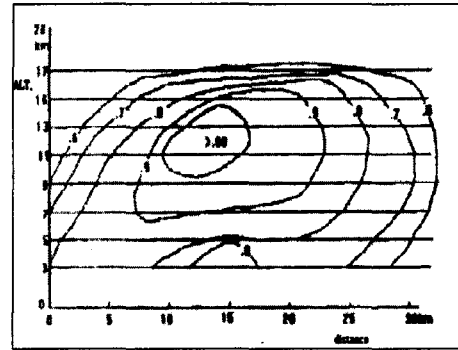
또는

$$\theta_s = - \left[\theta_k - \left\{ \cos^{-1} \frac{T_{ay} - F_{jy}}{d(T_a, F_j)} \right\} \right]$$

절차 5) $T_a(T_{ax}, T_{ay})$ 가 요격가능 범위 내에 있다면 $F_j(F_{jx}, F_{jy})$ 와 $T_a(T_{ax}, T_{ay})$ 간의 각 고도별 거리(d_a)를 계산한다.

$$d_a = \sqrt{(F_{jx} - T_{ax})^2 + (F_{jy} - T_{ay})^2}$$

절차 6) d_a 와 탄고도(a)를 이용하여 <그림 3-6>에서 $p(d_a, a)$ 를 구한다[10].



<그림 3-6> 요격고도와 거리에 따른 요격확률

절차 7) 고도(a)별 요격 확률 중 최대값을 중 중요시설 보호확률로 선정한다.

$$p_{opt} = \max_a p(d_a, a)$$

3.2.2.3.2 발사지가 탐지영역의 연장선 외에는 경우($S_i \notin R^*(F_j, \theta_k)$)

이 경우 중요시설의 보호확률을 산출하기 위해서는 많은 사항을 고려해야 한다. 즉 패트리엇가 스킵드를 탐지 후 발사까지 15초가 소요되는데 스킵드는 15초 동안 거리(r)를 비행한다. 그리고 패트

절차 7) $d(D, C_i) \leq r$ 이면 모든 a 에 대해서 $p(d_a, a) = 0$ 이다.

절차 8) $d(D, T_a) \leq r$ 이면 $p(d_a, a) = 0$ 이다.
아니면 절차 9)로 간다.

절차 9) $\frac{d(F_j, T_a)}{d(E, T_a)} > \frac{3}{5}$ 이면 $p(d_a, a) = 0$ 이다.
아니면 절차 10)으로 간다.

절차 10) <그림 3-6>에서 d_a 와 a 를 이용하여 $p(d_a, a)$ 를 구한다.

절차 11) 고도(a)별 요격확률 중 최대값을 중
요시설 보호확률로 선정한다.

$$p_{opt} = \max_a p(d_a, a)$$

4. 사례연구

본 장에서는 축소된 문제에 대하여 3장에서 제
시한 수학적 모형을 구축하고 중요시설에 대한 보
호확률 산출과 분지 및 한계기법을 이용한 해법절
차를 적용하여 최적해를 구하였다.

4.1 적용 사례

적 비행기지 두 곳($G_k=2$)과 스커드 기지 두 곳
($S_k=2$)으로부터 아군 지역의 중요시설 네 곳($I=4$)
이 공격을 받고 이를 보호하기 위한 패트리엇 설
치 후보지로 네 곳($J=4$)과 각각의 위치에 따라 두
가지의 주사격 방향($K=2$)을 고려하는 문제에서 설
비 수(N)의 제약 하에 각 중요시설의 안전을 최대
한 보장해 줄 수 있는 최적의 패트리엇 설비 위
치와 주사격 방향을 결정하고자 한다. 적은 항공기

로 공격 시 속도 500kts, 고도 10,000ft로 공격할 것
이며, 스커드 공격은 스커드-B를 사용할 것으로 예
상된다. 가용설비 수는 2대로 고려하였으며, 예상되
는 공격형태는 다음의 <표 4-1>과 같다.

<표 4-1> 중요시설에 대한 공격형태

구분	무기 형태	비고
공격 형태 (1)	1 항공기 1($I_k=1$) 또는 스커드 1($I_k=1$)	공격 형태별로 가중치를 거두고 공격
	2 항공기 1($I_k=1$) 또는 스커드 2($I_k=2$)	
	3 항공기 2($I_k=2$) 또는 스커드 1($I_k=1$)	
	4 항공기 2($I_k=2$) 또는 스커드 2($I_k=2$)	

본 적용사례의 적 비행기지, 스커드 기지, 중요
시설 위치 및 패트리엇 후보지에 대한 각각의 좌
표를 나타내면 다음과 같으며 위치 표시는 Georef
좌표를 이용하였다.

적 비행기지 위치 :

$$G_1 = (30, 170), G_2 = (80, 180)$$

적 스커드 기지 위치 :

$$S_1 = (10, 155), S_2 = (65, 155)$$

패트리엇 후보지 위치 :

$$F_1 = (25, 45), F_2 = (10, 35),$$

$$F_3 = (30, 25), F_4 = (45, 35)$$

중요시설 위치 :

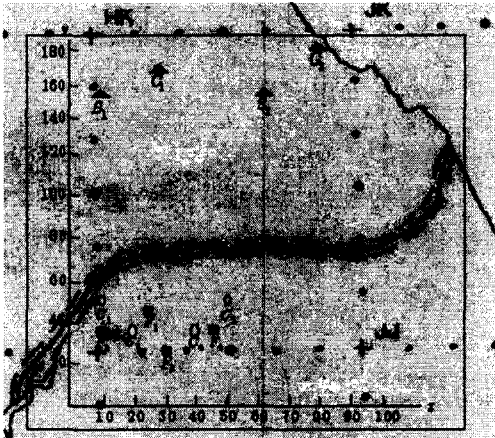
$$C_1 = (10, 50), C_2 = (50, 50),$$

$$C_3 = (20, 35), C_4 = (40, 35)$$

주사격 방향 : $\theta_1 = 0$ 도, $\theta_2 = 30$ 도

이상을 그림으로 나타내면 다음과 같다.

(단위 : km)



<그림 4-1> 적 기지, 중요시설 및 패트리엇 후보자 위치

4.2 결과 분석

본 적용사례에 대한 공중위협에 부여된 가중치별 최적배치의 결과는 <표 4-2>와 같다.

<표 4-2> 공중위협에 가중치별 최적배치 결과

설비 수(N)	위협 우선순위	최적 위치	주사격 방향	설치 수
1	항공기	4번(j=4)	0도(k=1)	1
	동일	2번(j=2)	30도(k=2)	1
	스커드	2번(j=2)	30도(k=2)	1
2	항공기	4번(j=4)	0도(k=1)	2
		2번(j=2)	30도(k=2)	1
	동일	4번(j=4)	0도(k=1)	1
		2번(j=2)	30도(k=2)	1
스커드	4번(j=4)	0도(k=1)	1	

<표 4-2>에서 설비 수가 1대인 경우는 항공기 위협에 가중치를 증가하였을 경우에는 4번 위치에 주사격 방향을 0도로 설치하고, 가중치를 동일하게 부여했을 때와 스커드 위협에 가중치를 증가하였을 경우는 2번 위치에 30도로 설치하는 것이 모든 중

요시설의 안전을 최대한 보장해줄 수 있는 것으로 나타났다. 반면 설비수가 2대인 경우는 항공기 위협에 가중치를 증가하였을 경우에는 4번 위치에 주사격 방향을 0도로 2대를 설치하고, 두 위협의 우선순위를 동일하게 부여했을 때

와 스커드 위협에 가중치를 증가하였을 경우에는 2번 위치에 주사격 방향을 30도로 1대를 설치하고, 4번 위치에 주사격 방향을 0도로 1대를 설치하는 것이 모든 중요시설의 안전을 최대한 보장해줄 수 있는 최적배치로 나타났다.

항공기 위협에 가중치를 증가하였을 경우와는 달리 두 공중위협에 우선순위를 동일하게 부여했을 때와 스커드 위협에 가중치를 증가하였을 경우는 분산배치가 이루어졌으며, 이때 주사격 방향 또한 다르게 배치되었음을 알 수 있었다. 이와 같이 분산배치가 이루어진 것은 패트리엇이 스커드를 요격하기 위해서는 스커드의 탄도 중 하강단계에 있을 때 요격이 이루어지므로 비록 스커드의 최초탐지 위치가 패트리엇의 탐지영역 내에 있었을지라도 스커드의 탄도 중 하강단계 시 탐지영역의 범위를 벗어나면 요격을 할 수 없다. 따라서 배치 시 주사격 방향과 위치를 달리하여 분산배치 함으로써 탐지영역을 확장시킬 수 있다. 그만큼 요격할 수 있는 확률은 증가할 것이며, 중요시설의 안전은 최대한 보장될 것이다.

5. 결 론

본 연구에서는 북한의 공중위협(항공기, 스커드)으로부터 아군 중요시설의 안전을 최대한 보장해줄

수 있는 패트리엇의 최적배치모형을 제시하였다.

패트리엇 도입 시 예산 등의 여러 가지 이유로 제한된 설비 수가 도입 될 것으로 판단된다. 제한된 설비 수로 많은 중요시설을 보호하기 위한 배치문제는 지역담당문제 중 부분 지역담당문제로 구분할 수 있다. 본 연구는 부분 지역담당문제를 해결하기 위하여 병렬구조 신뢰도 모형을 적용하였다.

패트리엇은 스커드 요격능력 뿐만 아니라 항공기 요격능력도 갖추고 있으므로 본 연구에서는 기존의 배치모형과는 달리 스커드 및 항공기 요격능력을 모두 고려한 효율적인 모형으로 개발하였다.

모형 구축 시 가장 중요한 고려요소는 아군의 중요시설이 적의 위협으로부터 어느 정도로 보호받을 수 있는가를 파악하는 것이다. 따라서 중요시설의 보호확률 산출절차에서 항공기 위협으로부터 보호받을 수 있는 확률에 대한 산출절차는 새로이 제시하였으며, 스커드 위협에 대한 보호확률 산출절차는 기존 연구에서 제시한 것으로 이를 일부 수정 보완하였다.

본 연구의 해법으로는 분지 및 한계기법을 이용하였으며, 사례 연구를 통하여 적용시켜 본 결과 최적해를 도출할 수 있었으며 가중치 부여에 따른 결과로서 분산배치가 이루어졌음을 알 수 있었다.

모형 적용 시 패트리엇의 가상 배치가 가능할 뿐만 아니라 설비 위치 및 주사각 방향을 결정하여 중요시설이 어느 정도 보호 받을 수 있는지 객관적으로 판단할 수 있으므로 본 연구에서 제시한 최적 배치모형의 결과에 대한 분석은 효율적인 부대배치를 위한 의사결정 참고자료로 활용할 수 있을 것이다.

본 연구에서는 대상 무기체계인 적 항공기 및 스커드와 패트리엇의 각종 재원 등은 보안상의

이유로 일반문건에서 획득 가능한 내용만을 고려하였으며 또한 배치 시 고려되어야 할 요소 중 일부 요소만을 고려하였다. 따라서 본 모형을 실제 적용 시에는 공중위협 다양성, 무기체계의 제한된 능력 등과 같은 실 상황을 반영하는 요소를 추가로 고려하여야 할 것이다.

또한 본 연구에서는 한 종류의 설비 배치만 고려하였는데 성능과 비용이 상이한 여러 종류의 설비 배치 고려 시 본 모형의 적용이 가능할 것이며, 각종 군사설비의 배치문제와 무기체계 특성상 방어할 수 있는 영역이 제한되는 모든 설비의 배치문제에 적용이 가능할 것이다.

참 고 문 헌

- [1] 공군방공포병학교, 『미 육군 방공 및 미사일 방어작전』, 2001.
- [2] 공군방공포병학교, 『패트리엇 운용』, 2003.
- [3] 공군본부, 『공교05-802(방공포병 전술제원)』, 1994.
- [4] 공군본부, 『공교05-809(방공포병 용어사전)』, 1998.
- [5] 김동윤, "PATRIOT 방공무기체계", 군사세계 제 27호, 1997. 6., pp.37~51.
- [6] 김성인, "군사설비의 최적위치 결정을 위한 지역담당(Set Covering)모델 및 해법의 개발", 화랑대 심포지움 논문집, 1987.
- [7] 김충영의 1명, "정수계획법을 이용한 의사결정기법에 관한 연구", 국방대학교 교수 연구보고서, 1991. 12., pp.16~53.
- [8] 박계향, "PAC-3 GEM; 대북 방공체계로

- 가능할 것인가?”, 군사세계 제 51호, 1999.6., pp.39~48.
- [9] 박영신, “신뢰도를 최대화하는 지역담당모델의 분지-한계기법에 의한 해법개발 및 효율분석”, 고려대학교 대학원 석사학위논문, 1984. 12.
- [10] 박현주, “북괴의 SCUD 미사일 위협과 PATRIOT 운용효과 검토”, 군사평론 300호, 1992. 4., pp.141~159.
- [11] 오원민, “PATRIOT 미사일의 최적 배치에 관한 연구”, 고려대학교 대학원 석사학위논문, 1993. 12.
- [12] 오제상, “신뢰도를 최대화하는 지역담당(Set Covering)모델”, 고려대학교대학원 석사학위논문, 1981. 11.
- [13] 이동호, “포병화기의 진지할당에 관한 연구”, 국방대학교 대학원 석사학위논문, 1989. 12.
- [14] 이병주, “한국에서의 패트리엇 미사일의 역할”, 군사논단 제 26호, 2001. 4., p.123~127.
- [15] 이성길, “북한의 탄도미사일 개발과 우리의 대응방안”, 국방대학교 정책(안보)논문, 2001.
- [16] (주)레이디온, “패트리엇 방공유도탄 체계”, 1997.
- [17] 진주환, “미래전에 대비한 방공포병 무기 체계 발전방향”, 국방대학교 정규(합참)논문, 1998.
- [18] Akinc, U., “Algorithm for the knapsack problem”, IIE Transactions. Vol. 15, 1983, pp.31~36.
- [19] Alexander Simon, “The Patriot Missile Performance in the Gulf War Reviewed”, 1996. 5.
- [20] Bazaraa, M.S. and Shetty, C.M., 『Nonlinear Programming: Theory and Algorithms』, Wiley, New York, 1979.
- [21] Dantzig, G.B. and Ramser, J.H., “The Truck Dispatching Problem”, Management Science, Vol. 6, 1960, pp.80~91.
- [22] Francis, R.L. and White, J.A., Facilities Layout and Location』, Prentice-Hall, Inc., 1974.
- [23] Garfinkel, R.S. and Nemhauser, G.E., 『Integer Programming』, John Wiley, Inc., New York, 1972.
- [24] Lawer, L.E. and Wood, D.E., “Branch and Bound Method: A Survey”, Operations Research, Vol. 14, pp. 699~719.
- [25] Raytheon Company Missile System Division, U.S., 『Patriot Air Defense Systems』, Bedford, Massachusetts, 1986.
- [26] Revelle, C. and Swain, R., “Central Facilities Location”, Geogr. Anal, Vol, 2, No. 1, 1970, pp.30~42.
- [27] Sherali, H.D. and Kim, S.I., “Probabilistic Partial Set Covering Problems”, Naval Research Logistics, Vol. 38, 1991, pp. 41~51