

# 압전/빔 시스템에 대한 강건제어기 개발

## Development of a Robust Controller for Piezo/beam Systems

홍성일\* · 박철휴<sup>†</sup> · 박현철\*\*

Seongil Hong, Chulhue Park and Hyunchul Park

(2004년 3월 26일 접수 ; 2004년 6월 16일 심사완료)

**Key Words** : Piezoelectric material(압전재료), Linear matrix inequalities(선형행렬부등식), Multiobjective control(다목적제어), Robust control(강건제어)

### ABSTRACT

This paper presents a robust vibration control methodology for smart structural systems. The governing equation and associated boundary conditions of the smart structural system are derived by using Hamilton's principle. The assumed mode method is used to discretize the governing equation into a set of ordinary differential equation. A robust controller is designed using a linear matrix inequality (LMI) approach for the multiobjective synthesis. The design objectives are to achieve a mix of  $H_\infty$  performance and  $H_2$  performance satisfying constraints on the closed-loop pole locations in the presence of model uncertainties. Numerical examples are presented to demonstrate the effectiveness of LMI approach in damping out the multiple vibration modes of the piezo/beam system.

### 1. 서론

외란에 의한 영향을 제거하거나 불확실한 시스템의 안정화를 위하여  $H_\infty$  제어방법을 많이 쓴다. 하지만 대부분의  $H_\infty$  제어는 주파수영역에서 설계되기 때문에 시간영역에서의 응답을 기대하기는 어려운 단점이 있다.<sup>(1)</sup> 이러한 단점을 보완하고 개선하기 위하여 극점의 구속조건을 적용하여 시간영역에서의 응답을 결정하고 시간영역과 주파수영역에서의 여러 가지 성능조건은 선형구속 조건으로 표현될 수 있다. 이와 같이 여러 개의 선형 구속조건을 만족하면서 최적의 해를 찾아내는 방법 중에서 선형행렬부등식(linear matrix

inequalities, LMI)을 이용하면 다양한 구속조건이 추가되어도 내부점(interior-point) 최적화 기법을 이용하여 유한한 시간 안에 해를 구할 수가 있다.<sup>(2)</sup> 본 논문에서는 지능구조물의 공칭모델을 해밀턴 원리를 이용하여 유도하고 불확실한 파라메터가 존재하는 플랜트에 대해 감지기와 작동기로 PZT를 사용하고 압전/보 시스템의 다중 모드 진동을 제어하는데 있어  $H_\infty$  성능조건과 극점배치의 구속조건을 동시에 만족하는 범위에서  $H_2$  성능조건을 최소화하는 LMI기법의 다목적 제어방법을 제시한다.

### 2. 압전/보 시스템 방정식

제안된 지능구조물을 Fig. 1에 나타내었다. 외팔보의 길이는  $l_b$  폭은  $b_b$  두께는  $t_b$  밀도는  $\rho_b$  탄성계수는  $E_b$ 로 나타내고 PZT의 두께는  $t_a$  탄성계수는  $E_a$  압전상수는  $d_{31}$ 로 각각 나타낸다. 오일러 베르누이 보로 생각하고 PZT는 보에 완전하게 접착되어 있다고

<sup>†</sup> 책임저자 : 정희원, 포항공과대학교, 기계공학과  
E-mail : drparkch@postech.ac.kr

Tel : (054) 279-2962, Fax : (054) 279-5899

\* 포항공과대학교 대학원 기계공학과

\*\* 정희원, 포항공과대학교 기계공학과

가정한다. PZT의 구성 방정식은 기계적 응력  $\sigma$ 와 변형률  $\epsilon$ , 전기장  $E$ , 전기장 변위  $D$ 로 구성된다. 구성 방정식은 다음과 같다.<sup>(3)</sup>

$$\begin{bmatrix} \sigma \\ E \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} E_p & -h_{31} \\ -h_{31} & \beta_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \epsilon \\ D \end{bmatrix} \quad (1)$$

여기서  $h_{31}$ 은 압전전압상수이며  $\beta_{33}$ 은 유전상수이다. 압전/보 시스템의 운동에너지는 다음과 같다.

$$T = T_b + 2T_p \quad (2)$$

여기서

$$T_b = 1/2 \int_0^{l_b} \rho_b A_b (\partial w / \partial t)^2 ds$$

$$T_p = 1/2 \int_0^{l_b} \rho_p A_p (\partial w / \partial t)^2 [H(s-s_1) - H(s-s_2)] ds$$

여기서  $H$ 는 Heaviside함수이고,  $s$ 는 변위 변수이다. 압전/보 시스템의 변형을 에너지는 다음과 같다.

$$U = U_b + U_s + U_a \quad (3)$$

이때 아래첨자는 각각 기저 보, 감지기, 작동기를 나타낸다.

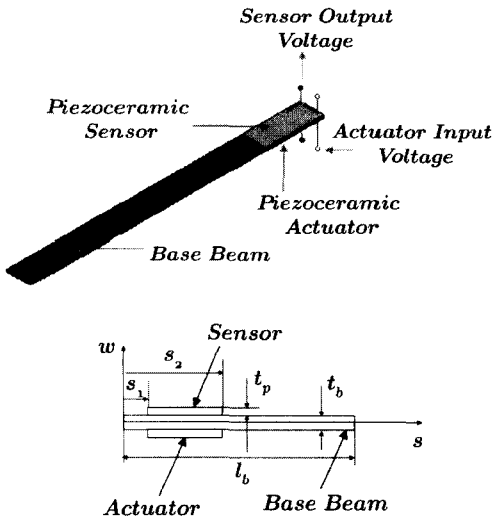


Fig. 1 Schematic drawing of smart structure

$$U_b = \frac{1}{2} \int_0^{l_b} E_b I_b \left( \frac{\partial^2 w}{\partial s^2} \right)^2 ds$$

$$U_a = \frac{1}{2} \int_V (E^T \sigma + E_a D_a) dV$$

$$= \frac{1}{2} \int_0^{l_b} \left[ E_p I_p \left( \frac{\partial^2 w}{\partial s^2} \right)^2 + 2A_p h_{31} D_a z_n \left( \frac{\partial^2 w}{\partial s^2} \right) + A_p \beta_{33} D_a^2 \right] [H(s-s_1) - H(s-s_2)] ds \quad (4)$$

$$U_s = \frac{1}{2} \int_0^{l_b} \left[ E_p I_p \left( \frac{\partial^2 w}{\partial s^2} \right)^2 \right] [H(s-s_1) - H(s-s_2)] ds$$

여기서  $z_n = t_p(t_b + t_p)/2$ 이며,  $w$ 는 횡방향의 변위이다.  $A_b$ 와  $A_p$ 는 각각 보와 압전체의 단면적이며  $I_b$ 와  $I_p$ 는 각각 중립축으로부터 보와 압전체의 관성 모멘트이다.  $D_s$ 와  $D_a$ 는 각각 감지기 층과 작동기 층의 전기적 변위를 나타낸다.

가상일의 첫 항은 외부 힘이 한 일이고 두 번째 항은 구조물이 가지는 고유감쇠 부분이다.

$$\delta W = \int_0^{l_b} f(s,t) \delta w ds - \int_0^{l_b} c_b \frac{\partial w}{\partial s} \delta w ds \quad (5)$$

다음의 해밀턴 원리로부터 운동방정식을 얻을 수 있다.

$$\delta H = \delta \int_{t_1}^{t_2} (T - U + W) dt = 0, \quad (6)$$

이때  $t_1$ 과  $t_2$ 는 시간영역에서 시작 점과 끝 점에 해당한다. 앞에서 유도한 에너지 식을 해밀턴 원리에 해당하는 부분에 대입하여 정리하면 다음의 운동방정식을 구할 수 있다.

$$\rho_b A_b \left( \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} \right)^2 + c_b \left( \frac{\partial w}{\partial t} \right) + E_b I_b \left( \frac{\partial^4 w}{\partial s^4} \right) + 2 \left[ \rho_p A_p \left( \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} \right)^2 + E_p I_p \left( \frac{\partial^4 w}{\partial s^4} \right) \right] [H(s-s_1) - H(s-s_2)] = f(s,t) - \frac{1}{2} b_p h_{31} D_a t_p (t_b + t_p) \left( \frac{\partial^2}{\partial s^2} [H(s-s_1) - H(s-s_2)] \right) \quad (7)$$

추정모드방법(assumed mode method)을 이용하면 식 (7)을 각각의 모드로 구성된 상미분 방정식을 이끌어낼 수 있다.<sup>(4)</sup>

$$w(s, t) = \sum_{i=1}^{\infty} \psi_i(s) \eta_i(t) \quad (8)$$

여기서

$$\psi_i(s) = \sin \beta_i s - \sinh \beta_i s + \alpha_i (\cosh \beta_i s - \cos \beta_i s),$$

$$\alpha_i = (\sin \beta_i l_b + \sinh \beta_i l_b) / (\cos \beta_i l_b + \cosh \beta_i l_b)$$

모드 형상함수를 식 (7)에 이용하면 다음과 같다.

$$M_i \ddot{\eta}_i(t) + C_i \dot{\eta}_i(t) + K_i \eta_i(t) = f_{i,ext} + f_{i,piezo}, i=1,2,\dots,\infty \quad (9)$$

여기서

$$M_i = \rho_b A_b \int_0^{l_b} \psi_i \psi_i^T ds + 2\rho_p A_p \int_0^{l_b} \psi_i \psi_i^T [H(s-s_1) - H(s-s_2)] ds,$$

$$C_i = c_b \int_0^{l_b} \psi_i' \psi_i'^T ds,$$

$$K_i = E_b I_b \int_0^{l_b} \psi_i'' \psi_i''^T ds + 2E_p I_p \int_0^{l_b} \psi_i'' \psi_i''^T [H(s-s_1) - H(s-s_2)] ds,$$

$$f_{i,ext} = \int_0^{l_b} \psi_i f(s, t) ds,$$

$$f_{i,piezo} = -\frac{1}{2} b_p d_{31} E_p V_c(t) (h_b + h_p) \int_0^{l_b} \psi_i [\delta'(s-s_1) - \delta'(s-s_2)] ds,$$

이며  $V_c(t)$ 는 작동기의 입력 전압이고  $d_{31}$ 은 압전변형상수이다. 다음으로 감지기 층에서 얻어지는 전압식을 유도하기로 한다. 감지기 층에서의 전압은 다음처럼 보의 곡률에 비례한다.<sup>(5)</sup>

$$\epsilon_c(s, t) = \left( \frac{t_b}{2} + t_p \right) \frac{\partial^2 w}{\partial s^2} \quad (10)$$

압전체의 전하는 다음과 같은 변형률에 의해 발생한다.

$$q(s, t) = \left( \frac{k_{31}}{g_{31}} \right)^2 \epsilon_c(s, t) b_p \quad (11)$$

여기서  $k_{31}$ 은 전기기계 연성계수이며  $g_{31}$ 은 압전응력상수(piezoelectric stress constant)이다. 감지기에 서 얻어지는 총 전하량은 면적에 대해 적분하면 된다.

$$Q(t) = \int_0^{l_b} q(s, t) [H(s-s_1) - H(s-s_2)] ds = \int_0^{l_b} b_p \left( \frac{t_b}{2} + t_p \right) \frac{k_{31}^2}{g_{31}} \frac{\partial^2 w}{\partial s^2} [H(s-s_1) - H(s-s_2)] \quad (12)$$

위 전하식으로부터 모드형상함수를 이용하여 다음과 같은 전압식을 얻을 수 있다.

$$V_s(t) = \frac{1}{C(s_2 - s_1)} \sum_{i=1}^{\infty} \left[ \int_0^{l_b} \left( \frac{t_b}{2} + t_p \right) \frac{k_{31}^2}{g_{31}} \frac{\partial^2 \psi_i}{\partial s^2} \times [H(s-s_1) - H(s-s_2)] \right] \eta_i(t) \quad (13)$$

$C$ 는 단위 면적당 커패시터이며  $b_p(s_2 - s_1)$ 은 압전체의 면적이다.

### 3. 설계조건인 선형행렬부등식

식 (9)은 다음과 같은 모달 방정식으로 변환하여 나타낼 수 있다.

$$\ddot{\eta}_i(t) + 2\zeta_i \omega_i \dot{\eta}_i(t) + \omega_i^2 \eta_i(t) = \bar{f}_{i,ext} + \bar{f}_{i,piezo} \quad (14)$$

$\eta_i(t)$ ,  $\omega_i$ ,  $\zeta_i$ 는 각각 모달 변위, 모달 주파수, 모달 감쇠에 해당한다. 다음은 상태공간식으로 나타내기 위해서 제어되는 모드의 상태변수를 정의한다.

$$x(t) = [\eta_1(t), \eta_2(t), \dots, \eta_m(t), \dot{\eta}_{m+1}(t), \dots, \dot{\eta}_n(t)] \in \mathcal{R}^n \quad (15)$$

분리된 모달 방정식 (14), 감지기 운동방정식과 입력  $u(t) = kx(t)$ 을 고려하여 아래의 상태공간 방정식으로 바꿔 표현할 수 있다.

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= (A + B_u K)x(t) + B_w w(t) \\ z_{\infty}(t) &= (C_{\infty} + D_{\infty u} K)x(t) + D_{\infty w} w(t) \\ z_2(t) &= (C_2 + D_{2u} K)x(t) + D_{2w} w(t). \end{aligned} \quad (16)$$

여기서  $A$ ,  $B$ ,  $C$ ,  $D$ 는 각각 시스템, 입력, 출력, 외란 행렬이고,  $x(t)$ 는 상태변수,  $u(t)$ 는 제어입력,  $w(t)$ 는 외란,  $z_{\infty}(t)$ 와  $z_2(t)$ 는 제어된 출력변수  $y(t)$ 는 측정 변수이다. 페루프 시스템은 내부적으로 안정하므로 다음 조건을 만족하는 Lyapunov 함수를 생

각할 수 있다.<sup>(6)</sup>

$$A_{cl}^T P + P A_{cl} < 0 \quad (17)$$

$$V(x_{cl}) = x_{cl}^T P x_{cl}, \quad P > 0 \quad (18)$$

이때  $A_{cl} = A + B_u K$ ,  $C_{cl} = C_\infty + D_{\infty u} K$

$H_\infty$  성능조건은 모델의 불확실성에 대해 강인 안정성을 보장하며 외란에 의한 영향을 최소화 할 수 있다. 그리고  $H_\infty$  제어는  $\|T_{zw}\|_\infty < \gamma$  성능조건을 만족하는 준최적 문제를 생각하기로 한다.  $H_2$  성능조건은 측정의 잡음이나 랜덤 외란 같은 확률적인 측면을 다루는데 있어 용이하며 응답함수  $G(s)$ 를 내부적으로 안정화 시키면서  $\|T_{zw}\|_2$ 를 최소화 시키는 게인  $K(s)$ 를 찾는 것이다. 그리고 페루프 시스템의 극점을 임의로 배치함으로써 시스템의 안정성을 보장할 수 있고, 감쇠비도 조절할 수 있다. 여기서  $T_{uz\infty}(s)$ 와  $T_{uz2}(s)$ 는 각각  $w$ 에서  $Z_w$ 과  $Z_2$ 로의 전달함수를 나타낸다.

### 3.1 성능조건

$H_\infty$  노음은 주파수 영역에서 특이값(singular value) 노음의 가장 큰 이득을 가지는 부분이며 유한한 입력 에너지에 대한 입출력 이득을 표현한다. 식 (17)과 (18)의 Lyapunov 함수는 페루프 시스템의 강인 안정성을 보장한다. 다음을 만족하는 대칭행렬  $P$ 가 존재하기만 하면 Bounded Real Lemma<sup>(7)</sup>에 의해  $A_{cl}$ 은 안정하고 전달함수의  $H_\infty$  노음은 보다 작아지게 된다.

$$\begin{bmatrix} A_{cl}^T P_\infty + P_\infty A_{cl} & P_\infty B_{cl} & C_{cl}^T \\ B_{cl}^T P_\infty & -\gamma I & D_{cl}^T \\ C_{cl} & D_{cl} & -\gamma I \end{bmatrix} < 0, \quad P_\infty > 0 \quad (19)$$

### 3.2 성능조건

$H_2$  상태회환 제어는  $w(t)$ 에서  $z_2(t)$ 로의 페루프 전달함수  $T_{uz2}(t)$ 를 내부적으로 안정화 시키면서  $H_2$  노음을 최소화 시키는 제어이득  $K$ 를 찾는 것이다. 전달함수  $T$ 의  $H_2$  노음은 다음처럼 정의된다.

$$\|T\|_2^2 := \frac{1}{2} \int_{-\infty}^{\infty} \text{trace} \{T(j\omega)^T T(j\omega)\} \quad (20)$$

$\|T\|_2^2 < \nu$ 는 다음 행렬 부등식을 만족하는 대칭행렬  $P_2$ 와  $Q$ 가 존재하기만 하면 된다.

$$\begin{bmatrix} A_{cl}^T P_2 + P_2 A_{cl} & P_2 B_{cl} \\ B_{cl}^T P_2 & -I \end{bmatrix} < 0$$

$$\begin{bmatrix} P_2 & C_{cl}^T \\ C_{cl} & Q \end{bmatrix} > 0 \quad (21)$$

$\text{trace}(Q) < \nu, D_{cl} = 0.$

### 3.3 극점의 구속조건

선형시스템의 과도 시간에서의 응답은 극점의 위치에 영향을 받는다. 과도 시간에서의 응답을 개선시키기 위해 좌반 복소 평면에 극점을 위치시키도록 선형행렬부등식(LMI)으로 나타나는 구속조건을 추가한다. LMI를 이용하면  $\Re(s) \leq -\alpha$  같이  $\alpha$ -안정성을 보장하며 최소 감쇠비 조건도 만족시킬 수 있도록 Fig. 2에 나와있는 좌반 복소평면에 극점을 배치시킬 수 있다.

다목적 제어에서 사용하게 될 영역은 Fig. 2에서 나타난 것처럼 하나는 원추(conic sector) 영역이며 다른 하나는 허수축에서  $\alpha$  만큼 떨어져 있는 수직 막대(vertical strip) 영역의 공통 영역이다. 페루프 시스템 행렬  $A_{cl}$ 의 모든 고유값은 대칭행렬  $P_r (> 0)$ 이 존재하고  $[l_{ij} P_r + m_{ij} A_{cl}^T P_r + m_{ji} P_r A_{cl}]_{i,j} < 0$ 을 만족하기만 하면 LMI 영역에 존재하게 된다.<sup>(6)</sup> 여기서  $l_{ij}$ 와  $m_{ij}$ 는 고정된 실수(fixed real) 행렬들이다.

### 4. 다목적 상태 되먹임 제어기의 설계

앞에서 열거한 시간 영역과 주파수 영역에서의 성능조건을 동시에 만족시키는 다목적 제어기를 설계하고자 한다.<sup>(8)</sup>

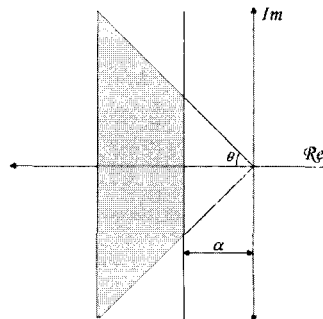


Fig. 2 Pole placement region

a. 시스템의 LMI안정성을 보장하고 최소한의 감쇠비를 가지는 영역에 극점을 배치시킨다.

b.  $\|T_{w_{\infty}}\| < \gamma$  로 표현되는  $H_{\infty}$  성능조건을 만족시킨다.

c. 위에 열거한 두가지 성능조건을 만족시키면서  $H_2$  성능조건인  $\|T_{w_2}\|_2$  를 최소화시킨다.

세 가지 조건을 만족시키는 공통 해를 구하기 위해서  $P=P_R=P_{\infty}=P_2$  라 둔다. 성능지수는 다음과 같이 두고 구할 수 있다.

$$J(T_{w_2}) := \inf(\text{trace}(Q) : P, Q, K) \quad (22)$$

성능지수  $J(T_{w_2})$ 는 극점배치의 구속조건과 성능조건을 만족하면서 성능지수의 상위영역(upper bound)를 구하는 것이 된다. 최종적으로 보조 변수  $L=KP$ 를 도입하면서 LMI로 구성된 볼록할 최적화 문제로 전환되고 상태피먹임 제어이득  $K$ 를 구할 수 있다. 즉

Minimize trace  $(Q)$  over  $P=P^T, Q=Q^T$

Subject to the following LMI constraints

$$\begin{bmatrix} L_{ij}P + m_{ij}(AP + B_uL) + m_{ji}(PA^T + L^T B_u^T) & & \\ & B_w & PC_{\infty}^T + L^T D_{\infty 2}^T \\ & B_w^T & -I & D_{\infty w}^T \\ & C_{\infty}P + D_{\infty 2}L & D_{\infty w} & -\gamma^2 I \end{bmatrix} < 0$$

$$\begin{bmatrix} Q & C_2P + D_{2u}L \\ PC_2^T + L^T D_{2u}^T & P \end{bmatrix} > 0. \quad (23)$$

상태 제환 제어 이득은  $K^* = L^*(Q^*)^{-1}$ 이며  $H_{\infty}$  성능지수는  $\gamma$ 를 넘지 않고 설계하고자 하는 영역  $R$ 에 극점을 배치시키면서  $H_2$ 성능지수는  $\sqrt{\text{trace}(Q^*)}$ 를 넘지 않는다.

### 5. 상태 관측기

상태관측기의 목적은 플랜트의 상태를 측정 할 수 없을 때 추정할 목적으로 이용한다. 분리이론(separation theorem)에 의해 Fig. 3처럼 관측기와 제어기의 설계가 독립적으로 이루어 질 수 있으며 본 논문에서는 피먹임 시키고자 하는 상태변수는 모달 변위와 모달 속도로서 직접적인 측정이 불가능하다.<sup>(9)</sup> 시스템

에서 측정된 출력  $[y(t) = Cx(t)]$ 과 관측기에서 미리 설계된 출력  $[\hat{y}(t) = C\hat{x}(t)]$ 의 차이  $[e(t) = x(t) - \hat{x}(t)]$ 를 줄임으로써 시스템을 안정화 할 수 있다. 게인 벡터를 적용한 점근 상태 예측기(asymptotic state estimator)의 방정식은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\frac{d\hat{x}(t)}{dt} = (A - FC)\hat{x}(t) + B_u u(t) + F[y(t) - C\hat{x}(t)] \quad (24)$$

여기서  $F$ 는 관측기의 이득이다. 관측기가 점근적으로 안정되기 위해서는  $(A - FC)$ 의 고유값(eigenvalue)이 음실수 부분(negative real part)에 존재하여야 한다.

본 연구에서는 LMI 방식의 접근법을 사용하여 추정된 상태 변수값을 측정된 출력값으로 보정할 수 있

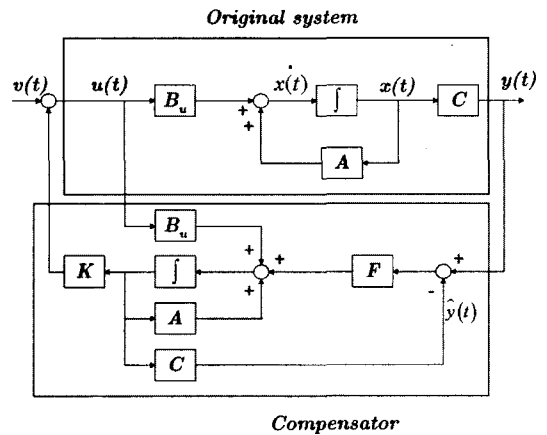


Fig. 3 Block diagram of system and state observer

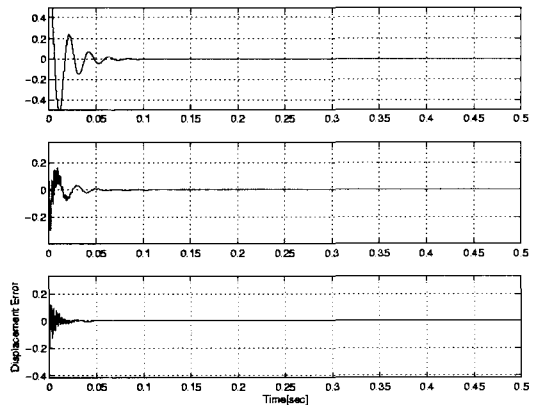


Fig. 4 Modal displacement errors versus time for the first, second and third mode

는 Luenberger 형태의 관측기를 설계했으며 관측기의 극점은 페루프 시스템의 극점에 비해 허수축에서 5배 멀리 배치시켰다. 관측기에 의해 측정된 1차, 2차, 3차 모드에 대한 실제 모달 변위와 상태 모달 변위와의 오차 값을 시간에 따라 Fig. 4에 나타냈다. 그림에서 알 수 있듯이 오차 값이 시간이 흐를수록 0으로 접근하면서 추정 값과 실제 값이 같아짐을 알 수 있다.

### 6. 수치모사

지능구조물의 진동을 억제하는 다목적 제어의 타당성을 검증하기 위해 MATLAB의 LMI Control Toolbox<sup>(10)</sup>를 이용하여 수치모사를 하였다. PZT를 알루미늄보의 끝단으로부터 0.1 cm 떨어진 곳에 에폭시를 사용하여 부착하였다. Table 1에 PZT와 알루미늄 보의 물리적, 기하학적 물성을 나타내었다.

모달 감쇠비  $\zeta$ 는 각 모드별로 0.002로 나타났으며 첫 번째 모드부터 세 번째 모드까지 제어할 수 있도록 모달 변위와 모달 속도를 되먹임하는 상태되먹임 제어기를 설계하였다.

플랜트의 질량 혹은 강성의 불확실성을 고려하여 첫 번째 모드의 공진 주파수가  $\pm 4\%$  범위에서 섭동을 일으키는 경우를 생각하였다. 페루프 시스템의  $\alpha$ -안정성은 3이 되도록 설계하였으며 감쇠비가 0.02가 되도록 하였다. 제어기는 polytope 형태의 불확실성을 고려하고 위의 설계조건을 만족하면서 다음과 같은  $H_2/H_\infty$  최적화 문제를 생각한다.

$$\text{Minimize } \|T_{w_2 z_2}\|_2 \text{ subject to } \|T_{w_\infty z_\infty}\| < \gamma \quad (25)$$

Table 1 Properties of aluminum and PZT

$E_p$	$5.9 \times 10^{10}$ Pa	$E_b$	$69 \times 10^9$ Pa
$\rho_p$	$7800 \text{ kg/m}^3$	$\rho_b$	$2700 \text{ kg/m}^3$
$b_p$	20.7 mm	$b_b$	20.7 mm
$t_p$	0.267 mm	$t_b$	2 mm
$d_{31}$	$-260 \times 10^{-12}$ (C/N)	$l_b$	250 mm
$k_{31}$	0.36	$s_1$	0.1 cm
$g_{31}$	$9.5 \times 10^{-3}$ ( $\text{m}^2/\text{C}$ )	$s_1$	5.1 cm

$H_2$ 와  $H_\infty$  성능지수는 동시에 최적화 될 수 없기 때문에 Fig. 5와 같은 상호교체(trade off) 곡선을 얻어 최적의 해를 구한다. 그림에서 점선은 기준모델에 대한 것이고 실선은 불확실 시스템에 대한 것이다. 그림에서 볼 수 있듯이  $H_\infty$  성능조건 가 0.03일 경우에  $H_\infty$  노옴과  $H_2$  노옴이 동시에 최소값을 가지는 최적인 경우에 해당한다. 따라서  $H_\infty$  성능조건  $\gamma$ 가 0.03인 경우에 극점배치 구속조건을 만족하면서 식 (23)의  $H_2$  성능조건을 최소화하였다.

Fig. 6와 Fig. 7는 각각 임펄스 형태의 외란과 백색잡음(white noise) 형태의 랜덤 외란에 의한 개루프 시스템(open loop system)과 페루프 시스템의 시간 영역에서의 응답 효과를 보여준다. 그림에서 보듯이 진동진폭과 세틀링(settling) 시간이 급격하게 감소됨을 알 수 있다.

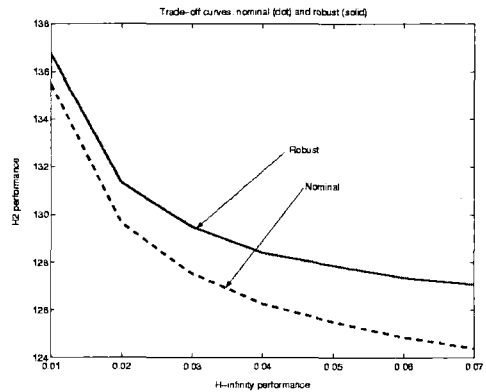


Fig. 5 Trade off between  $H_2$  and  $H_\infty$  bound

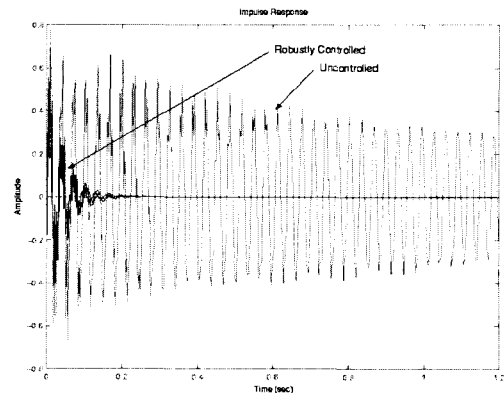


Fig. 6 Controlled and uncontrolled output response subject to impulse disturbances

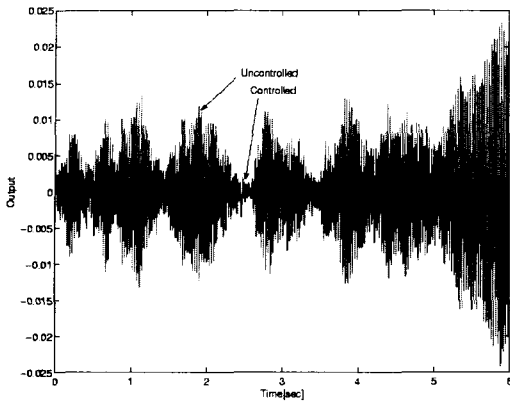


Fig. 7 Controlled and uncontrolled output response subject to random disturbances

## 7. 결론

압전/보 구조물의 시스템 운동방정식을 해밀턴 원리를 이용하여 유도하였고, 감지기층에서 발생하는 감지 전압도 유도하였다. 선형 행렬 부등식을 이용하여 플랜트 불확실성을 고려하고 페루프 시스템의  $\alpha$  안정성과 감쇠비를 요구사항에 맞추어 보장할 수 있으며  $H_2$  성능지수와  $H_\infty$  성능지수를 최소화하는 다중목적 상태 피드백 제어를 설계하였다. 이렇게 구한 최적의 제어 이득을 압전/보 시스템에 적용한 결과 다중진동모드의 감쇠에 탁월한 효과가 있음을 보였다.

## 참고 문헌

(1) Chilali, M. and Gahinet, P., 1996,  $H_\infty$  Design with Pole Placement Constraints: An LMI Approach, IEEE Trans. On Automatic Control, Vol. 40, No. 3, 1996, pp. 358~367.

(2) Boyd, S., Ghaoui, L. E., Feron, E. and Balakrishnan, V., 1994, Linear Matrix Inequalities in System and Control Theory, SIAM.

(3) IEEE, 1987, IEEE Standard on Piezoelectricity (IEEE Std 176-1987)

(4) Rao, S. S., 1995, Mechanical Vibrations, Addison Wesley.

(5) Baz, A. and Poh, S., 1988, Performance of an Active Control System with Piezoelectric Actuators, J of Sound and Vibration, Vol. 126, No. 2, pp. 327~343.

(6) Scherer, C., Gahinet, P. and Chilali, M., 1997, Multiobjective Output-feedback Control via LMI Optimization, IEEE Trans. on Automatic Control, Vol. 42, No. 7, pp. 896~911.

(7) Zhou, K. and Doyle, J., 1998, Essentials of Robust Control, Prentice-Hall.

(8) Chilali, M. and Gahinet, P., 1996,  $H_\infty$  Design with Pole Placement Constraints: An LMI Approach, IEEE Trans. on Automatic Control, Vol. 40, No. 3, pp. 358~367.

(9) Antsaklis, P. and Michel, A., Linear Systems, McGraw-Hill, 1997.

(10) Gahinet, P., Nemirovski, A., Laub, A. and Chilali, M., The LMI Control Toolbox, 1995, Mathwork. Inc. pp. 1307~1317.

(11) 강호식, 송오섭, 2003, "비대칭 로터-자기베어링 시스템의 LMI에 기초한  $H_\infty$  강건제어," 한국소음진동공학회논문집, 제 13 권, 제 3 호, pp. 172~179.

(12) 김대현 등, 2003, "중대형 왕복동 기관의 진동제어를 위한 능동형 역기진기 제어 알고리즘 개발," 한국소음진동공학회논문집, 제 13 권, 제 5 호, pp. 348~356.