

미분 오차 척도를 이용한 메쉬 간략화 알고리즘 (Mesh Simplification Algorithm Using Differential Error Metric)

김수균[†] 김선정[†] 김창현^{**}

(Soo-Kyun Kim) (Sun-Jeong Kim) (Chang-Hun Kim)

요약 본 논문은 미분오차 척도를 이용하여 메쉬를 간략화하는 새로운 알고리즘을 제안한다. 많은 간략화 알고리즘은 거리 오차 척도를 이용하였으나, 거리 오차 척도는 높은 곡률을 갖는 동시에 작은 거리 오차를 갖는 지역에 대해서는 메쉬 간략화를 위한정확한 기하학적 오차 측정이 어렵다. 본 논문은 간략화를 위해 새로운 오차 척도인 미분 오차 척도를 제안한다. 미분 오차 척도란 거리 오차 척도와 거리 오차의 1차 미분인 탄젠트 오차 척도, 그리고 거리 오차의 2차 미분인 곡률 오차 척도를 합하여 정의된 오차 척도로서, 모델의 특징 부분의 형상을 최대한으로 보존 가능하다. 메쉬는 이산 표면이지만 알지 못하는 부드러운 표면의 불연속 선형 근사로 표현될 수 있고, 이산 표면은 미분이 추정 가능하므로 미분 오차 척도라는 새로운 개념을 도입할수 있다. 본 간략화 알고리즘은 반복적인 모서리 축약(Edge Collapse)에 바탕을 두고 있고, 미분 오차 척도를 이용하여 기하학적으로 원래의 형상이 잘 유지되는 새로운 점의 위치를 찾을 수 있다.

본 논문에서는 기존 방법보다 더 작은 기하학적인 오차와 높은 품질의 간략화 된 모델의 예를 보여준다.

키워드 : 기하학 모델링, 이산 곡률, 오차 척도, 메쉬 간략화

Abstract This paper proposes a new mesh simplification algorithm using differential error metric. Many simplification algorithms make use of a distance error metric, but it is hard to measure an accurate geometric error for the high-curvature region even though it has a small distance error measured in distance error metric. This paper proposes a new differential error metric that results in unifying a distance metric and its first and second order differentials, which become tangent vector and curvature metric. Since discrete surfaces may be considered as piecewise linear approximation of unknown smooth surfaces, these differentials can be estimated and we can construct new concept of differential error metric for discrete surfaces with them. For our simplification algorithm based on iterative edge collapses, this differential error metric can assign the new vertex position maintaining the geometry of an original appearance. In this paper, we clearly show that our simplified results have better quality and smaller geometry error than others.

Key words : Geometric Modeling, Discrete Curvature, Error Metric, and Mesh Simplification

1. 서론

최근 10년 동안 많은 기술의 발전으로, 특히 레인지 스캐닝 시스템 같은 장치들의 출현으로 컴퓨터 그래픽스와 기하학적 모델링에서는 매우 복잡한 메쉬들을 손쉽게 볼 수 있게 되었다. 그러므로 이산 표면 간략화는 주요한 연구 주제가 되었지만, 이와 같은 메쉬들은 데이터 양이 매우 많아 저장, 전송, 렌더링 하는데 많은

어려움이 있다. 이렇게 매우 복잡한 폴리곤 모델들을 좀더 단순한 모델로 변형하는 간략화는 이러한 문제를 해결할 수 있다. 간략화는 원래 모델의 형상과 특징을 유지하며 폴리곤의 수를 감소시키는 것이다. 즉 초기 모델에서 필요 이상의 위상학적, 기하학적 정보를 가지고 있는 폴리곤을 제거하여 간단한 모델을 만드는 과정을 뜻한다. 메쉬 간략화 기술은 Vertex Decimation[1], Vertex Clustering[2], Edge Contraction[3-5] 등 크게 3개의 방법으로 나눌 수 있다.

컴퓨터 그래픽스와 기하학적 모델링에서는 삼각형 메쉬를 많이 이용함에도 불구하고, 이산적인 표면 위에서 곡률 같은 간단한 기하학적인 성질을 측정하기 위한 적절한 방법은 없다. 많은 surface-oriented application

[†] 비회원 : 고려대학교 컴퓨터학과

nicesk@korea.ac.kr

sunjeongkim@korea.ac.kr

^{**} 종신회원 : 고려대학교 컴퓨터학과 교수

chkim@korea.ac.kr

논문접수 : 2002년 7월 16일

심사완료 : 2004년 1월 10일

들은 1차 미분과 2차 미분 성질을 이용하는 것이 필요하다. 불행히도 3차원 폴리곤 메쉬는 불연속인 선형 평면이라, 연속적인 곡률의 개념은 존재하지 않는다. 그래서 대부분의 간략화 알고리즘은 간략화 평가의 척도로 기하학적인 거리 오차 척도[1,3,6,7]를 이용한다. 그러나 작은 거리 오차를 가지는 높은 곡률 지역에서의 정확한 기하학적인 오차를 측정하는 것은 어렵다. 최근에는 이산 곡률을 계산하는 많은 알고리즘[8,9,10]이 제시되었고, 이런 알고리즘들은 삼각형 표면의 외형 묘사를 향상시킬 수 있다. 그러므로 이산 곡률 오차 척도는 원래 모델의 형상을 보존하는 간략화 방법의 좋은 기준이 될 수 있다.

몇 가지 간략화 방법들은 그들의 오차 척도에서 근사화 된 곡률을 이용한다. Re-Tiling[11]에서는 다각형 표면 중 많이 굽은 쪽에 놓이게 되는 가장 큰 구의 반지름을 곡률로 근사화 했다. Data Reduction Scheme[12]에서는 기본 곡률의 절대값의 합으로 표현되는 절대 곡률을 간략화의 방법으로 제안하였다. Static Polyhedron Simplification[16]에서는 기본 곡률의 절대값의 합으로 표현되는 절대 곡률을 간략화 기준으로 사용하였다. 각 꼭지점에 구 모양의 오차 한계의 영역을 정의 하여 간략화를 수행하였다. 이와 같이 곡률은 다각형 모델의 특징을 표현하기에는 매우 유용하나, 추정과 계산의 복잡함으로 인해 간략화에서는 자주 사용되지 않았다

오차 척도는 두 폴리곤 모델들 사이의 차이이다. 두 모델 사이의 작은 오차라는 것은 서로 유사하다는 것을 의미한다. 오차 척도는 원래 모델과 간략화 된 모델 사이의 기하학적인 거리로 정의 될 수 있다[1,3,6,13]. 몇 가지 오차 척도는 다른 성질(색, 법선, 텍스처 좌표)을 포함하고 있다. 그러나 이런 방법들은 너무 복잡해서 함께 나타내기는 힘들다[4,14]. 최근에는 오차 척도를 기하학적인 거리 대신 다른 방법을 사용하고 있다. Memoryless Simplification[5]에서는 오차 척도를 부피와 넓이 같은 기하학적인 성질로 보고 정의한다. Image Driven Simplification[15]에서는 이미지 척도로 정의한다. 이미지 오차 척도는 두 이미지 사이의 픽셀 차이를 기반으로 하고, 몇 가지 뷰로부터 이미지들 사이의 이미지 척도를 사용하여 간략화 한다.

본 논문에서는, 반복적인 모서리 축약을 사용하여 이산 표면 간략화에 대한 새로운 미분 오차 척도를 제안한다. 모서리 축약은 원래 모델의 기하학적인 위치를 위하여 새로운 꼭지점의 위치를 찾고, 재 삼각화는 하지 않는다. 기하학적인 오차를 최소화하는 새로운 꼭지점의 위치를 찾기 위해, 미분 오차 척도는 거리 오차 척도보다 더 좋은 꼭지점의 위치를 찾는다. 미분 오차 척도는 기하학적인 거리 오차 척도와 함께 1차 미분, 2차 미분

인 탄젠트와 곡률 오차를 합하여 정의한다. 다음은 본 알고리즘의 장점을 나타낸 것이다.

- 이산 표면 위의 새로운 미분 오차 척도를 제안한다. 이산 표면은 알지 못하는 부드러운 표면에서의 불연속 선형 근사화를 고려하고, 그들은 탄젠트 평면과 곡률로 추정될 수 있다.
- 미분 오차 척도를 이용하는 이산 표면 간략화 알고리즘은 모서리 축약 후 원래 모델의 기하학적인 것을 유지하기 위해 새로운 꼭지점의 위치를 찾는다. 미분 오차 척도는 거리 오차 척도뿐만 아니라 탄젠트와 곡률 같은 미분 방식식도 포함한다.

이러한 간략화 알고리즘은 거리 오차 척도를 이용하는 다른 알고리즘 보다 더 높은 곡률 지역을 보존한다. 왜냐하면 이산 곡률은 부드러운 근사 없이도 기하학적인 방법에 의해 계산 되기 때문이다. 그것의 복잡도는 전체적인 복잡도에 영향을 주지 않는다. 또한 새로운 오차 척도의 실행 시간은 기존의 방법과 유사하고, 더 좋은 간략화된 모델 형상을 보여준다.

2. 문제 정의

이산 표면 간략화에서, 거리 오차 척도만을 이용해서 모서리 축약을 한 후 새로운 꼭지점을 찾는 것은 매우 빠르고 효율적인 방법이다. 그러나 높은 곡률 지역의 경우에는 거리 오차 척도만을 이용해 새로운 꼭지점이 최소화되는 기하학적인 오차 지점을 찾고, 보다 정확한 기하학적인 오차를 측정하는 것은 매우 어렵기 때문에 새로운 오차 척도가 필요하다.

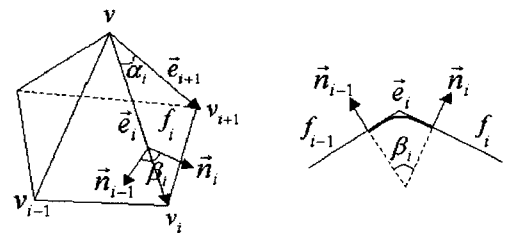


그림 1 꼭지점 v와 지역적 명세에 대한 관련된 변수(왼쪽). 면 f_{i-1} 와 f_i 사이에 \vec{e} 를 따르는 블렌딩 실린더(오른쪽)

2.1 개념

폴리곤 표면 M은 꼭지점 $V = \{v_i\} \subset R^3$ 으로 구성되어 있고, 모서리 $E = \{e_j = (v_{j_1}, v_{j_2})\}$ 의 집합으로 연결되었고, 면 $F = \{f_k = (v_{k_1}, v_{k_2}, v_{k_3})\}$ 들의 집합으로 되어 있다. 폴리곤 표면의 집합 M에서의 꼭지점 $v \in V$ 라고 하

자. v_1, \dots, v_n 은 꼭지점 v 의 순서화된 이웃 꼭지점들이다(그림 1). 각 꼭지점 v 는 기하학적인 위치 $\mathbf{p} \in \mathcal{R}^3$ 를 가지고 있고, 모서리들은 로 정의한다. 두 개의 연속적인 모서리 $\alpha_i = \angle(\vec{e}_i, \vec{e}_{i+1})$ 는 \vec{e}_i 과 \vec{e}_{i+1} 사이의 각이다. \vec{e}_i 과 \vec{e}_{i+1} 사이의 삼각형 면은 $t_i = \Delta(v, v_i, v_{i+1})$ 라 할 수 있고, 일치하는 면의 법선은 $\vec{n}_i = (\vec{e}_i \times \vec{e}_{i+1}) / \|\vec{e}_i \times \vec{e}_{i+1}\|$ 이다. 모서리 \vec{e}_i 에서의 이면각은 근접한 면들과 법선들 사이의 각이고, $\beta_i = \angle(\vec{n}_{i+1}, \vec{n}_i)$ 이다. 각 꼭지점 v 에 대한 꼭지점 법선 \vec{n}_v 는 $\vec{n}_v = \sum_{v \in f_i} \vec{n}_i$ 로 정의되고, 만약 $\vec{n}_v \cdot \vec{g}_v = 0$ 이면 벡터 \vec{g}_v 는 탄젠트 벡터이다.

2.2 간략화의 문제

이산 표면 간략화의 목표는 원래 이산 표면을 단순화된 모델로 생성해 내는 것이다. 초기 이산 표면으로부터 간단한 모델로 만들기 위해서는 반복적인 모서리 축약이 사용되며, 모서리 축약 시, 재 삼각화는 하지 않는다.

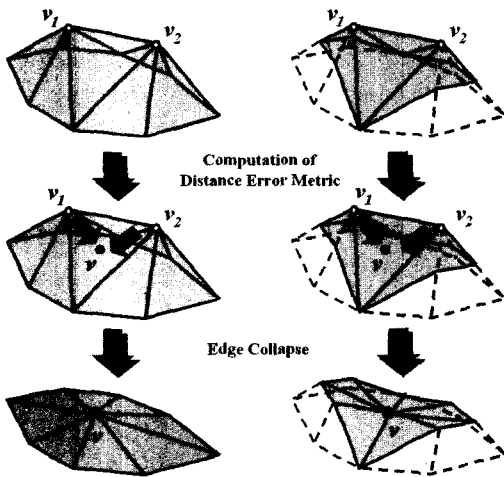


그림 2 모서리 축약 $(v_1, v_2) \rightarrow v$. 두 이산 표면의 외형은 분명히 다르지만, 동일한 평면의 방정식을 이용하기 때문에 같은 거리 오차 척도를 갖음

즉 원래 모델의 기하학적인 표면에 대해 새로운 꼭지점을 찾아야 하며, 새로운 점은 기하학적 오차가 최소화되어야 한다. 많은 이전 간략화 알고리즘은 이산 오차를 최소화하기 위한 방법으로 거리 오차 척도만을 사용했다. 그러나 꼭지점에서 평면까지의 거리만을 사용하게 되면 약간의 문제가 있다(그림 2). 거리 오차 척도는 대략적인 곡률의 근사화를 사용하기 때문에 기하학적인 오차를 표현하는데 충분하지 못하다. 이러한 문제는 이산 곡률을 사용하여 보다 정확한 오차를 계산함으로써

해결할 수 있다. 본 논문은 거리와 탄젠트, 곡률 오차 척도를 통합하여 위의 문제를 해결하는 미분 오차 척도라는 새로운 개념의 알고리즘을 제안한다.

3. 미분 오차 척도

거리 오차 척도만을 이용해서는 작은 거리 오차를 가진 높은 곡률에 대한 정확한 기하학적인 오차를 측정할 수 없다. 그러므로 본 논문은 Differential Error Metric(DEM)을 정의하고자 한다. DEM은 탄젠트와 곡률 오차 척도가 되는 1차 미분과 2차 미분에 거리 오차를 합하여 정의한다. DEM은 거리뿐만 아니라 탄젠트와 곡률이 큰 부분의 변화도 찾아내어 모서리 축약을 하기 때문에, 거리 오차만을 가지고 측정하여 간략화를 수행하던 기존의 방법에 비해 높은 곡률 부분을 유지할 수 있다.

DEM은 거리 오차 척도에 1차 미분과 2차 미분을 하여 측정값의 합으로 정의한다.

$$DEM(v) = f(v) + f'(v) + f''(v)$$

$f(v) = Q^f(\mathbf{p})$ 는 거리 오차 함수이고, $f'(v) = T^v(\mathbf{p})$ 는 탄젠트 오차 함수이고, $f''(v) = C^v(p)$ 는 곡률 오차 함수이다. 모서리 축약 후, 새로운 꼭지점은 DEM(v)을 최소화하는 꼭지점 P로 할당하고, 다음 모서리 축약은 그중 가장 작은 값을 선택한다.

3.1 거리 오차 척도

DEM은 거리 오차 척도와 같은 이차 형식(Quadric Form)[6]을 사용한다. 이차 오차 척도(QEM)는 꼭지점에서 모든 평면까지의 거리 제곱의 합을 바탕으로 한다. 원래 메쉬의 각 면 f 를 이차식 $Q^f(p)$ 로 만들어 정의하는데, 이는 각 평면을 이루고 있는 점 $\mathbf{p} \in \mathcal{R}^3$ 에서의 거리 제곱의 합과 같다. $Q^f(p)$ 는 \mathcal{R}^3 에서 평면 (v_1, v_2, v_3) 과 한 점과의 거리로 정의된다(그림 3). 원래 메쉬의 각 꼭지점 v 는 근접한 평면의 넓이가 가중되어 이차식의 합으로 할당된다.

$$Q^v(\mathbf{p}) = \sum_{f \in F} area(f) \cdot Q^f(\mathbf{p})$$

모서리 축약 $(v_1, v_2) \rightarrow v$ 후, 새로운 꼭지점 v 는 $Q^v(v) = Q^v(\mathbf{p}) + Q^v(\mathbf{p})$ 가 최소화되는 점 \mathbf{p} 로 할당되고, 다음 축약 될 모서리는 가장 작은 비용을 가지는 것을 선택하고, 이를 반복적으로 수행하여 간략화를 해 나간다.

주어진 평면 $f = (v_1, v_2, v_3)$ 에 대해 $Q^f(p)$ 를 유도해 보자. 평면 f 를 포함하는 점 \mathbf{p} 에서 거리는 $\vec{n}^T \mathbf{p} + d$ 이고, 면의 법선은 $\mathbf{n} = (\mathbf{p}_2 - \mathbf{p}_1) \times (\mathbf{p}_3 - \mathbf{p}_1) / \|(\mathbf{p}_2 - \mathbf{p}_1) \times (\mathbf{p}_3 - \mathbf{p}_1)\|$, 스칼라 $d = -\vec{n}^T \mathbf{p}_1$ 이다. 공식은 선형 방정식을 풀어

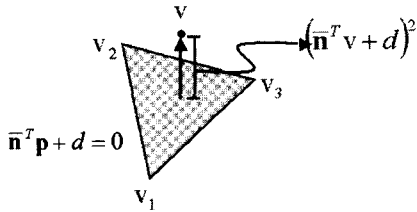


그림 3 이차 오차 척도(QEM)의 측정

서 파라미터를 얻는다.

$$\begin{pmatrix} \mathbf{p}_1^T & 1 \\ \mathbf{p}_2^T & 1 \\ \mathbf{p}_3^T & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{n} \\ d \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

면 f 를 포함하는 평면과 한 점 \mathbf{p} 사이의 거리의 제곱은

$$Q^f(\mathbf{p}) = (\mathbf{n}^T \mathbf{p} + d)^2 = \mathbf{P}^T (\mathbf{n}\mathbf{n}^T) \mathbf{P} + 2d\mathbf{n}^T \mathbf{P} + d^2$$

로 나타내지며, 여기서 이차 함수는 $\mathbf{P}^T(\mathbf{A})\mathbf{P} + 2b^T\mathbf{P} + c$ 이고, \mathbf{A} 는 대칭 3×3 행렬이고, b 는 크기 3인 열 벡터 이고, c 는 스칼라이다. 그러므로

$$Q^f = (\mathbf{A}, \mathbf{b}, c) = (\mathbf{n}\mathbf{n}^T, d\mathbf{n}, d^2)$$

이고, $(\mathbf{A}, \mathbf{b}, c)$ 의 각 계수는 $6+3+1=10$ 이 된다. 모서리 축약 $(v_1, v_2) \rightarrow v$ 후, 새로운 꼭지점 v 의 거리 오차 척도에 대한 이차식은 꼭지점 v_1 과 v_2 에서 평면의 넓이가 가중된 이차식의 합으로 할당 된다.

$$Q^v(\mathbf{p}) = \sum_{v_i \in f} \text{area}(f) \cdot Q^i + \sum_{v_j \in f} \text{area}(f) \cdot Q^j \quad (1)$$

3.2 탄젠트 오차 척도

탄젠트 오차 척도는 두 탄젠트 벡터 사이의 차 벡터의 크기로 정의된다. 모서리 (v_1, v_2) 가 새로운 점 v 로 축약된다고 가정하면, 꼭지점 v_1, v_2 와 v 는 탄젠트 평면 $\mathcal{t}_1, \mathcal{t}_2$ 와 \mathcal{t} 를 가지게 될 것이다(그림 4(a)). 그림 4(b)와 같이 두 개의 탄젠트 평면 \mathcal{t}_1 과 \mathcal{t} (또는 \mathcal{t}_2 와 \mathcal{t})일 때, 그 둘은 탄젠트 평면에 수직인 직교 평면을 포함하게 된다. 또한 탄젠트 벡터인 \vec{g}_v 와 \vec{g}_{v_i} 은 직교 평면과 탄젠트 평면의 두 교차선 위에 있다.

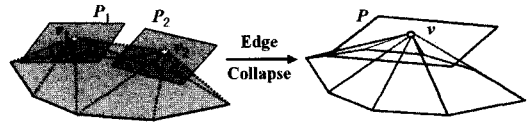
위의 정의에서와 같이, 탄젠트 오차 척도는 각 꼭지점 v_1 과 v_2 에 대한 탄젠트 벡터 사이의 차 벡터의 크기의 합이다.

$$\mathbf{T}^v(\mathbf{p}) = \mathbf{T}^{v_1}(\mathbf{p}) + \mathbf{T}^{v_2}(\mathbf{p}) = \|\vec{g}_v - \vec{g}_{v_1}\| + \|\vec{g}_v - \vec{g}_{v_2}\|$$

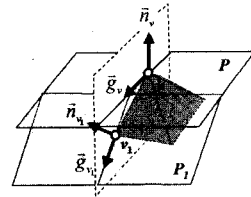
$\|\vec{g}_v - \vec{g}_{v_i}\|$ 의 경우에 코사인 법칙을 적용하면

$$\|\vec{g}_v - \vec{g}_{v_i}\| = \|\vec{g}_v\| + \|\vec{g}_{v_i}\| - 2\|\vec{g}_v\|\|\vec{g}_{v_i}\|\cos\theta$$

탄젠트 벡터를 단위 벡터로 놓고, 그들의 크기 $\|\vec{g}_v\| + \|\vec{g}_{v_i}\| = 1$ 이다. $\cos\theta$ 는 $\mathbf{n}_v^T \mathbf{n}_{v_i}$ 에 의해 구할 수 있으므로,



(a) 모서리 축약 $(v_1, v_2) \rightarrow v$ 와 탄젠트 평면 $\mathcal{t}_1, \mathcal{t}_2$ 과 \mathcal{t}



(b) 탄젠트 벡터 \vec{g}_v 와 \vec{g}_{v_i}

그림 4 탄젠트 오차 척도 $\|\vec{g}_v - \vec{g}_{v_i}\|$ 는 직교 평면 위의 두 탄젠트 벡터 \vec{g}_v 와 \vec{g}_{v_i} 로부터 탄젠트 평면 \mathcal{t}_1 과 \mathcal{t} 까지 유도된다.

꼭지점 v_i 에 대한 탄젠트 오차척도는

$$\|\vec{g}_v - \vec{g}_{v_i}\| = 1 + 1 - 2\cos\theta = 2(1 - \cos\theta) = 2(1 - \mathbf{n}_v^T \mathbf{n}_{v_i})$$

마침내, 꼭지점 v 에 대한 탄젠트 오차 척도 $\mathbf{T}^v(\mathbf{p})$ 는 $\mathbf{T}^v(\mathbf{p}) = 2(1 - \mathbf{n}_v^T \mathbf{n}_{v_1}) + 2(1 - \mathbf{n}_v^T \mathbf{n}_{v_2}) = 2(2 - \mathbf{n}_v^T (\mathbf{n}_{v_1} + \mathbf{n}_{v_2}))$ (2)

로 다시 재정의 할 수 있다.

3.3 곡률 오차 척도

본 단원에서는 이산 곡률의 계산을 유도하는 방법과 곡률 오차 척도에 대한 정의를 설명하고자 한다. 오차는 3차원 삼각 메쉬를 최적화 하기 위해 제안되었다[4]. 폴리곤 표면에서 이론상의 점들은 곡률을 가지고 있지 않다. 왜냐하면 모든 면들은 평평하고, 곡률은 모서리와 꼭지점들을 따라 적절히 정의되어 있지 않고, 평면은 C^2 -차이가 없기 때문이다. 알 수 없는 부드러운 표면의 불연속 선형 근사화 같은 삼각형 메쉬를 가정해 볼 때, 삼각형 메쉬 자체에 주어진 정보만을 가지고 알지 못하는 표면의 곡률을 추정해야 한다. 여기서는 삼각형 메쉬의 꼭지점에서 절대 평균곡률 K , 가우시안 곡률 $|H|$ 과 폴리곤 표면의 꼭지점들의 절대 principle 곡률 $|k_1|$ 과 $|k_2|$ 의 합을 계산하는 것에 관점을 두었고, 이러한 곡률 값들은 새로운 오차 척도를 구하기 위한 바탕이 된다. 특히 principle 곡률일 경우에는, $K = k_1 k_2$ 과 $H = (k_1 + k_2)/2$ 와의 관계로 구할 수 있다. 즉 제안 방법은 $k_1, k_2 = H \pm \sqrt{H^2 - K}$ 로 얻을 수 있다. 또한 $|k_1| + |k_2|$ 는 항상 실수라는 것에 주목해야 한다.

만약 $|H|^2 = H^2 < K$ 라면, principle 곡률 값과 일치한다.

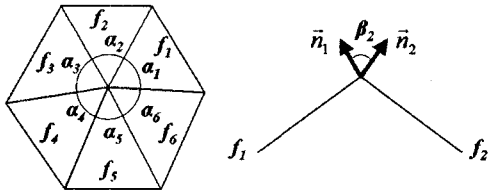


그림 5 이산곡률에 대한 기하학적 추론에 대한 요소: 가우시안 곡률(왼쪽)과 평균곡률(오른쪽)에 대한 요소들

꼭지점 v 에 관련된 면적 $S=S_v$ 에 관하여 적분 가우시안 곡률 $\bar{K} = \bar{K}_v$ 과 적분 절대 평균 곡률 $|\bar{H}| = |\bar{H}_v|$ 은 다음과 같은 식으로 나타낼 수 있다.

$$\bar{K} = \int_S K = 2\pi - \sum_{i=1}^n \alpha_i \quad \text{and} \quad |\bar{H}| = \int_S |H| = \frac{1}{4} \sum_{i=1}^n \|\vec{e}_i\| \beta_i$$

그림 5에서와 같이 꼭지점에서의 표면각으로 α_i 는 정의되고, \vec{e}_i 는 모서리의 길이이고, β_i 는 이면각이다. 적분 값들로부터 꼭지점 v 에서의 곡률을 유도하기 위해, 곡률이 꼭지점 v 의 주위에 일정하게 분포되어 있는 것으로 추정하고 면적에 의해 간단히 정규화를 한다.

$$K = \frac{\bar{K}}{S} \quad \text{and} \quad \bar{H} = \frac{|\bar{H}|}{S}$$

물론 이것들은 꼭지점 v 에 관련되어 있는 면적 S_v 의 정의와는 다른 방법이고, 서로 다른 곡률 값들에 대한 결과로 생긴다. 폴리곤 표면 $M(\sum_v S_v)$ 은 폴리곤 표면 M 이다)의 면적에 모든 꼭지점들의 주위 면적에 합하는 방법을 제안한다. 이것은 단일 면적 패치를 위에 적분된 합처럼 M 위에서 적분되는 것을 가능하게 한다. 예를 들면 $\int_M K = \sum_v \int_{S_v} K$ 이고, $\bar{K} = \bar{K}_v$ 과 $H = (\kappa_1 + \kappa_2)/2$ 의 관계로부터, 절대 principle 곡률의 합을 얻을 수 있다.

$$|\kappa_1| + |\kappa_2| = \begin{cases} 2|H| & \text{if } k \geq 0, \\ 2\sqrt{|H|^2 - K}, & \text{otherwise.} \end{cases}$$

여기서는 원래 모델과 간략화 된 모델 사이의 이산 곡률의 차를 측정하여 곡률 오차 척도를 정의하려 한다. 곡률 오차는 축약될 모서리의 주변 꼭지점들의 이산 곡률 값의 변화이다. 꼭지점 $v_i (i = 1, \dots, n)$ 는 꼭지점 v 의 이웃 꼭지점이라 하자. 꼭지점 v 에 대한 곡률 오차 $C^v(p)$ 는 다음과 같이 정의된다.

$$C^v(p) = \sum_{i=1}^n |C_{v_i} - C_v|$$

C_{v_i} 는 꼭지점 v_i 의 가우시안, 평균 혹은 절대 principle 곡률의 합으로 나타낼 수 있다. C'_v 는 모서리 축약 후의 이산 곡률이다.

모서리 축약 $(v_1, v_2) \rightarrow v$ 일 때, 새로운 꼭지점 v 에 대한 곡률 오차 $C^v(p)$ 는 꼭지점 v_1 과 v_2 에 대한 이산 곡률 오차의 합이다.

$$C^v(p) = C^{v_1}(p) + C^{v_2}(p) \tag{3}$$

4. 간략화 알고리즘

본 간략화 알고리즘은 모서리 축약에 바탕을 두고 있고, DEM은 방정식(1), (2)과 (3)을 합한 것과 같다.

$$DEM(v) = Q^v(p) + T^v(p) + C^v(p) \tag{4}$$

위에서 설명한 것과 같이, 3개의 이산 곡률 알고리즘 중의 하나를 선택하고, 폴리곤 모델 M 에 대해 간략화를 시작한다. 모서리 축약 $(v_1, v_2) \rightarrow v$ 시, 최소 값 v 을 결정하는 것은 선형 문제이고, 선형 시스템을 이용하여 $DEM(v)$ 를 최소로 하는 새로운 꼭지점 v 의 위치 P 를 구한다. 만약 v 를 최소로 하는 해를 구할 수 없을 때는 v_1 과 v_2 의 중점을 새로운 점 v 로 선택한다. 위의 과정을 반복적으로 수행하여 모서리를 축약한다.

본 알고리즘의 수행 순서는 다음과 같다.

1. 초기 폴리곤 모델에 대해 방정식(4)를 이용해 DEM의 이차식을 구한다.
2. 타당한 모든 후보 모서리를 선택한다.
3. 각각 타당한 모서리 축약 $(v_1, v_2) \rightarrow v$ 에 대해 새로운 점의 위치 P 를 계산한다. 꼭지점 v 의 미분 오차 척도는 모서리 축약의 비용이 될 것이다.
4. 힘의 꼭대기에 가장 작은 비용을 넣는다.
5. 힘으로부터 가장 작은 비용을 반복적으로 제거하고, 모든 타당한 모서리에 대해 비용을 갱신한다.

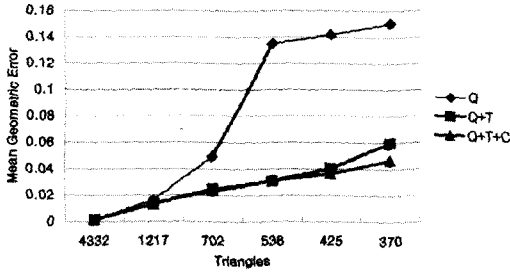
5. 실험 결과

모든 모델은 메인 메모리 512MB를 가진 펜티엄 프로세서 III 866Mhz에서 수행했다. 본 간략화 방법의 품질을 측정하기 위하여 간략화 된 모델을 여러 개 만들었고, Metro[17]를 이용하여 본 알고리즘의 기하학적 오차를 측정하여 보았다. Metro는 표면 오차를 측정하기 위한 기하학적인 도구이다. Metro는 원래 모델과 간략화 된 모델을 입력으로 받아들인다. 그리고 원래 모델과 관련된 있는 간략화 된 모델의 평균 기하학적인 오차를 측정한다. 이것은 간략화 된 모델에 골고루 점 샘플링을 하고, 각 샘플에서의 표면 법선을 추정하기 위해서 Phong 보간법을 사용하고, 원래 모델이 가지고 있는 법선과 점

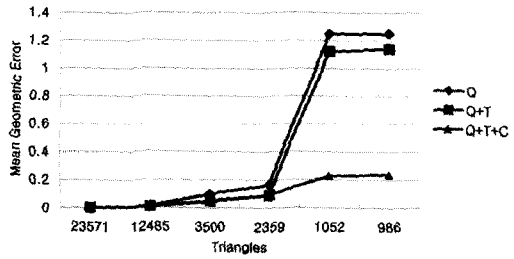
샘플링에서의 선을 교차하여 수행한다. 점 샘플과 원래 모델이 가지고 있는 것과 일치하여 교차하는 것 사이의

최대 거리와 평균 거리 양쪽 모두를 기록한다.

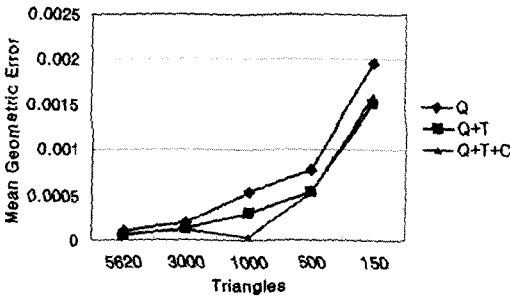
그림 6은 Metro를 이용하여 원래 모델과 간략화된



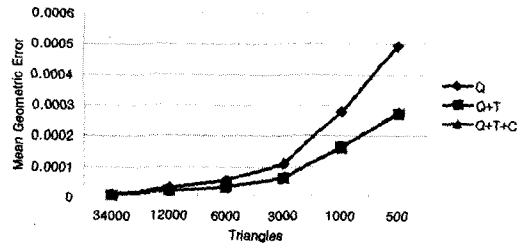
(a) 세스나 모델



(b) Hind24h 모델



(c) Bunny 모델



(d) Venus 모델

그림 6 Metro[17]를 이용한 평균 기하 오차 측정. Q^v : Distance error metrics, T^v : Tangent error metrics, and C^v : Curvature error metrics



(a) 원래 모델(Faces :13,546)



(b) Q^v (Faces: 500)



(c) $Q^v + T^v$



(d) $Q^v + T^v + C^v$

그림 7 세스나 모델(325 faces)의 간략화된 결과. Q^v : Distance error metrics, T^v : Tangent error metrics, and C^v : Curvature error metrics

표 1 초기 시간과 실행 시간 비교 (.Sec)

Model	# Of Triangles		Q^v		$Q^v + T^v$		$Q^v + T^v + C^v$	
	Init.	Simp.	Init	Run	Init	Run	Init	Run
Cessna	13,546	325	1.893	1.386	2.364	1.392	3.004	1.394
Hind24h	34,708	986	5.849	3.735	6.07	3.74	7.591	3.748
Bunny	96,966	150	10.86	8.51	13.17	9.14	18.87	9.43
Venus	100,000	2,000	14.66	11.94	17.225	11.086	22.533	11.036

Q^v : Distance error metrics, T^v : Tangent error metrics, and C^v : Curvature error metrics

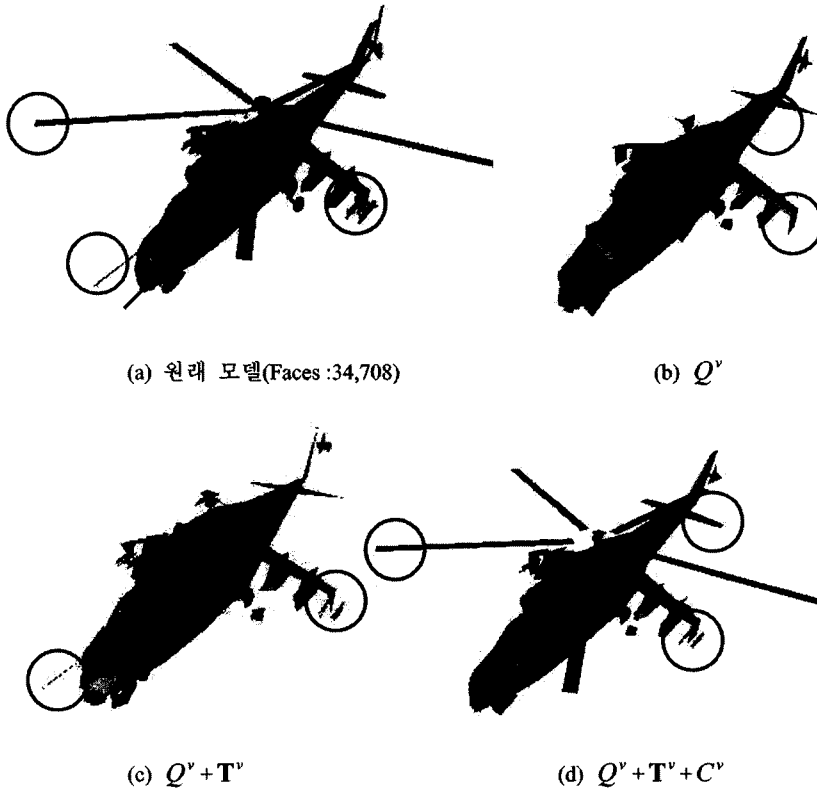


그림 8 Hind24h모델(986 faces)의 간략화된 결과

모델들 사이의 평균 기하 편차 측정 결과를 보여준다. 방정식 (1) 만을 이용했을 때, 방정식(1)과 (2)의 합을 이용했을 때, 방정식 (1), (2), (3)의 합을 모두 이용했을 때의 3가지 경우를 비교 하였다. 거리 오차 척도만을 이용했을 경우 곡률이 높고 거리가 작은 프로펠러 부분을 측정하기 어렵기 때문에 모델의 중요한 특징 부분이 유지 되지 못했으나, 본 논문에서 제안한 미분 오차 척도는 중요한 특징 부분인 헬기 모델(그림 8)의 미사일과 프로펠러 부분이 보존되는 것을 볼 수 있다. 그림 8에서와 같이 면의 개수가 543개인 경우, 거리 오차는 Metro 측정 결과에서도 알 수 있듯이 특징 부분이 유지되기 때문에 더 작은 기하학적인 오차를 갖는다.

그림 7에서 Cessna 모델의 경우, 본 논문이 제안한 방법인 미분 오차 척도를 적용한 경우 325개의 면을 가진 매쉬를 만들어 내었으며, 이 결과가 거리 오차 척도만을 이용하여 500개의 면으로 단순화된 경우보다 더 품질이 우수하다는 것을 확인할 수 있다. 특히 특징 부분인 비행기의 프로펠러 등이 더욱 잘 유지되고 있다. 특히 프로펠러 부분은 폴리곤 모델에서 작은 거리를 갖는 높은 곡률 부분이기 때문에 기존의 거리 오차 척도만을 이용했다면 그림 7(b)와 같이 프로펠러 부분이 먼저 간략화가 되었을 것이다. 그러나 본 논문에서 제안한 방법인 미분 오차 척도를 이용하면 최대한 높은 곡률 부분을 유지할 수 있기 때문에 Cessna 모델인 경우 특

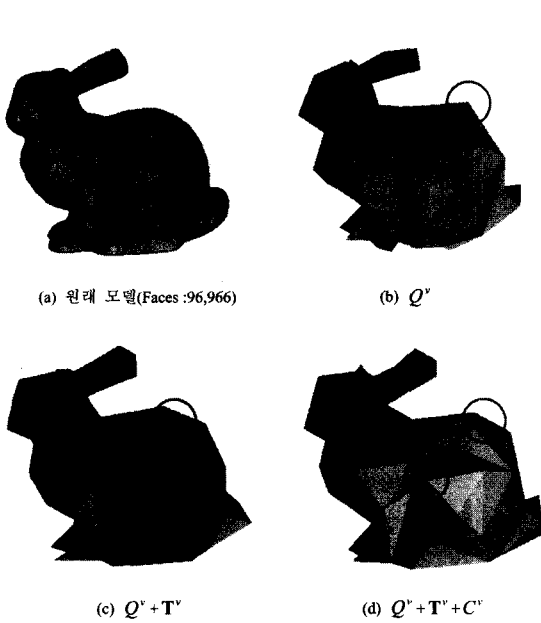


그림 9 Bunny 모델(150 faces)의 간략화된 결과

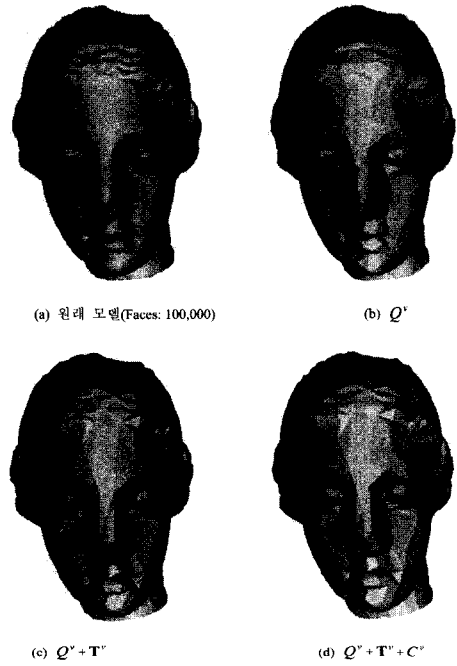


그림 10 비너스 모델(3,000 faces)의 간략화된 결과

정 부분이 최대한 유지된다. 그러나 그림 9와 10은 거리 오차 척도와 비교하여 보았을 때, 모델 형상의 품질의 차이가 두드러지지는 않는다. 왜냐하면 Bunny와 Venus 모델은 Cessna와 헬기 모델과는 달리 높은 곡률을 가지면서 거리가 작은 부분이 많이 존재하지 않기 때문에 제안 방법을 적용했을 때 모델 형상의 차가 두드러지지 않았다. 즉 미분 오차 척도를 측정하였을 때 오차의 변화가 심하게 나타나는 기하학적인 부분이 Cessna와 헬기 모델에 비해 적었음을 알 수 있다. 그렇지만 Metro로 측정한 오차를 통해서도 알 수 있듯이 미분 오차 척도를 이용했을 경우 거리 오차만을 적용했을 때 보다 오차가 더 적음을 알 수 있다.

표 1에서 간략화 알고리즘에 대한 초기 모델 구성 시간과 간략화 실행 시간 비교를 보여준다. 또한 초기 모델 구성시간은 거리만을 이용했을 때보다 많이 걸렸지만 간략화 시간은 유사함을 알 수 있다.

6. 결론 및 향후 연구

본 논문은 거리 오차 척도, 1차 및 2차 미분(기하학적인 정확성을 개선하기 위해서 탄젠트와 곡률 오차 척도를 이용)에 의해 정의된 미분 오차 척도를 이용하여 이산 표면을 간략화한다. 미분 오차 척도는 거리뿐만 아니라 탄젠트와 곡률 오차척도의 변화를 고려하기 때문에 좀 더 정확한 기하학적 오차 측정이 가능하다. 또한 모

서리 축약 후에 새로운 점의 위치는 미분 오차 척도에 의해 원래 모델 형상의 기하학적인 특징 부분이 유지되도록 한다. 제안 방법은 거리 오차 척도만을 이용하여 쉽게 제거되었던 높은 곡률 부분까지도 보존한다. 이러한 높은 곡률 부분은 원래 모델이 가지고 있던 특징 부분이기 때문에 이를 유지하며 간략화하는 것은 매우 중요하다. 그러나 제안 방법은 몇 가지 다른 성질(색, 법선, 텍스처 좌표)을 포함하여 간략화를 수행하지 못한다. 이런 성질을 이용하는 방법들은 너무 복잡하기 때문에 기하학적인 특성과 함께 나타내기는 힘들다. 그러므로 이산 표면 간략화에 대한 텍스처 좌표와 특성들을 측정하는 것이 필요하다. 또한 제안 방법은 대용량의 모델을 간략화 하는데 적합하지 못하다. 대용량의 폴리곤 메쉬를 간략화 하기 위해서는 out-of-core 방법을 사용하여야 하나, 본 논문은 in-core 방법을 사용하기 때문에 대용량 폴리곤 메쉬를 메인 메모리에 넣기에는 적합하지 못하다. 향후 대용량 폴리곤 메쉬의 정확한 기하학적인 오차를 측정하기 위한 연구도 필요하다.

참고 문헌

[1] W. J. Schroeder. A topology modifying progressive decimation algorithm. IEEE Visualization 97, pp. 205-212, 1997.
 [2] J. Rossignac and P. Borrel, Multi-Resolution 3D

- Approximations for Rendering Complex Scenes. Modeling in Computer Graphics, pp. 455-465, 1993.
- [3] M. Garland and P. S. Heckbert., Surface simplification using quadric error metrics, SIGGRAPH 97, pp.209-216, 1997.
- [4] H Hoppe., New Quadric Metric for simplifying Meshes with Appearance Attributes, IEEE Visualization 99, pp.59-66, 1999.
- [5] P. Lindstrom and G. Turk., Fast and Memory Efficient Polygonal Simplification, IEEE Visualization 98, pp.279-286, 1998.
- [6] J. Cohen, A. Varshney, D. Manocha, G. Turk, H. Weber, P. Agarwal, F. Brooks, and W. Wright., Simplification Envelopes. SIGGRAPH 96, pp.199-128, August 1996.
- [7] R. Klein, G. Liebich, and W. Straber. Mesh reduction with error control. IEEE Visualization 96, pp. 311-318, 1996.
- [8] M. Desbrun, M. Meyer, P. Schroder, and A. Barr., Discrete Differential Geometry Operators in nD. Submitted in Publication.
- [9] N. Dyn, K. Hormann, S.-J. Kim, and D. Levin., Optimizing 3D Triangulations Using Discrete Curvature Analysis. Mathematical Methods for Curves and Surface, pp.135-146, 2001.
- [10] D. S. Meek and D. J. Walton. On Surface Normal and Gaussian Curvature Approximations Given Data Sampled From a Smooth Surface. Computer Aided Geometric Design, pp.521-543, 2000.
- [11] G. Turk. Re-Tiling Polygonal Surfaces. Computer Graphics (Proceedings of SIGGRAPH 92), 26(2): 55-64, 1992.
- [12] B. Hamann., A Data Reduction Scheme for Triangulated Surfaces. Computer Aided Geometric Design, 11(2):197-214, 1994.
- [13] W. J. Schroeder, J.A. Zarge and W. E. Lorensen, Decimation of triangle meshes, SIGGRAPH 92, pp.65-70, 1992.
- [14] M. Garland and P. S. Heckbert., Simplifying surfaces with color and texture using quadric error metrics. IEEE Visualization 98, pp.263-269, 1998.
- [15] P. Lindstrom., Image-Driven Simplification. ACM Transaction on Graphics, 19(3):204-241, 2000.
- [16] P. Veron and J. C. Leon. Static Polyhedron Simplification Using Error Measurements. Computer-Aided Design, 29(4):287-298, 1997.
- [17] P. Cignoni, C. Rocchini, and R. Scopigno., Metro: Measuring Error on Simplified Surfaces, Computer Graphics Forum, 17(2):167-174, June 1998.



김수균

1992년 2월~현재 고려대학교 컴퓨터학과 박사수료



김선정

1996년 고려대학교 컴퓨터학과 학사. 1998년 고려대학교 컴퓨터학과 전산학 석사. 2003년 고려대학교 컴퓨터학과 전산학 박사. 2003년~현재 고려대학교 정보통신대학 연구교수



김창헌

1981년 9월~1989년 3월 한국과학기술원 시스템 공학연구소 선임연구원. 1993년 3월 University of Tsukuba 전산학 박사. 1993년 2월~1995년 2월 한국과학기술원 시스템 공학연구소 책임연구원. 1995년 3월~현재 고려대학교 컴퓨터학과 교수. 2001년 1월~현재 컴퓨터그래픽스학회 수석부회장. 2001년 2월~현재 정보과학회 SIGCG위원장