# 케이싱 오실레이터의 기구학적 조작성 해석

남 윤 주*· 박 명 관†

(2003년 7월 7일 접수, 2004년 5월 4일 심사완료)

# Kinematic Manipulability Analysis of the Casing Oscillator

Yun-Joo Nam and Myeong-Kwan Park

**Key Words :** Casing Oscillator(케이싱 오실레이터), Jacobian Matrix(자코비안 행렬), Kinematic Isotropic Index(기구학적 등방성 지수), Manipulability Ellipsoid(조작성 타원), Manipulability Measure(조작성 지수)

**Abstract**

In this paper, input-output velocity and force transmission characteristics of the Casing Oscillator which is a construction machine with 4 degrees of freedom are examined. After the Jacobian matrix is decomposed into the linear part and angular part, the velocity and force transmission characteristics for the linear and angular workspace are easily analyzed and visualized even if the Casing Oscillator has the spatial dimensional workspace with 4 DOF. Regarding the manipulability measure of the Casing Oscillator, the kinematic isotropic index and the manipulability measure which represent the isotropy and volume of the manipulability ellipsoid, respectively, are combined to coincidently consider them with respect to equivalent ranges and fluctuations. A performance of the Casing Oscillator is evaluated by the newly proposed manipulability measures.

## 1. 서 론

로봇 매니퓰레이터의 설계에 있어 그 크기와 형상을 결정하거나, 작업 중 주어진 일을 수행하기 위한 매니퓰레이터의 위치를 결정할 때 다양한 요소를 고려해야 한다.[1] 이러한 요소들 중에서 가장 중요한 요소는 매니퓰레이터의 작업기(end-effector)가 임의의 또는 특정한 방향과 위치로 얼마나 쉽고, 빠르게 도달할 수 있는가 하는 것이다. 이것을 정량적으로 평가하기 위해 Yoshikawa 는 기구학적 조작성 타원(manipulability ellipsoid)과 조작성 지수(manipulability measure)를 제시하였다.[2-4]

기구의 자코비안 행렬(Jacobian matrix)로부터 유도된 조작성 타원의 크기가 크면 클수록, 작업기가 원하는 속도와 힘을 얻기 위해 필요한 각 관절의 속도, 힘 요구량은 적어진다. 또한 타원이 구에 가까우면 가까울수록, 기구가 임의의 또는 특정한 방향과 위치로 이동하는데 요구되는 각 관절의 속도와 힘이 거의 같아진다. 따라서 로봇 매니퓰레이터의 운동을 효율적으로 해석하기 위해서는 조작성 타원의 크기와 방향성을 모두 고려할 수 있는 적절한 조작성 지수에 대한 연구가 중요하다.

이러한 조작성 지수들은 자코비안 행렬의 특이치(singular value)의 다양한 결합에 의한 지수로 평가되며,[5] 이전까지의 연구들을 정리하면 Table 1 과 같다. $w_1$ 는 타원의 체적에 비례하며, 각 관절에서 작업기로 전달되는 속도·힘의 크기를 나타낸다.[2-4] $w_2$ 는 자코비안 행렬의 조건수(condition number)의 역수를 나타내며, 타원의 타원율 즉, 작업기 운동의 등방성(isotropy) 정도를 의미한다.[6] 또 $w_3$ 는 타원과 같은 체적을 가지는 구의 반지름을, $w_4$ 는 타원의 최대반지름의 역수로 작

† 책임저자, 회원, 부산대학교 기계공학부 및 기계기술연구소
E-mail : mkpark@pusan.ac.kr
TEL : (051)510-2464 FAX : (051)514-0685
* 부산대학교 대학원

**Table 1** Manipulability measures ($\sigma_1 > \sigma_2 > \sigma_3$)

| | |
|---|---|
| Manipulability | $w_1 = \sigma_1 \cdot \sigma_2 \cdot \sigma_3$ |
| Elliptical degree | $w_2 = \sigma_3 / \sigma_1$ |
| Geometry average | $w_3 = (\sigma_1 \cdot \sigma_2 \cdot \sigma_3)^{1/3}$ |
| Resolution | $w_4 = 1 / \sigma_1$ |
| Elliptical degree with volume | $w_5 = w_1 \cdot w_2$ |

업기의 분해능을 나타낸다. 기구가 좋은 등방성을 가지더라도 충분한 속도를 얻지 못하면 효율적인 기구로 볼 수 없으며, 효과적인 속도, 힘 전달 기구라 하더라도 등방성이 좋지 못하면 역시 바람직한 기구라 할 수 없다. 따라서 등방성과 체적의 크기를 모두 고려하기 위해 앞의 조작성 지수들을 결합하여 $w_5$를 제안한 연구도 있다.[7] 하지만 이러한 조작성 지수들은 각 관절의 단위 노옴(norm) 입력에 대해서 유도되었기 때문에 관절의 전체 작동범위에 대한 정확한 작업공간의 특성을 기술하지 못한다. 또한 일반적인 로봇 작업공간은 서로 다른 물리적 단위를 가지고 있음에도 불구하고 직선, 회전 공간을 총괄적으로 포함하기 때문에 부정확한 조작성 정보를 준다. 따라서 본 논문은 이전의 조작성 지표가 가지고 있는 한계들을 보완할 수 있을 뿐만 아니라 케이싱 오실레이터의 구동특성을 반영하는 조작성 지수를 이용하여 건설용 중장비인 케이싱 오실레이터의 작업 효율을 극대화 할 수 있는 작업지표를 얻고자 한다.

각 관절들의 전체 작동범위에 대한 출력 특성을 나타내기 위해 가중치 자코비안 행렬(weighted Jacobian)의 개념을 이용하며, 각 공간의 물리적 불일치를 해결하기 위해 가중치 자코비안 행렬에서 직선 운동과 회전 운동에 관련된 부분을 독립적으로 분리시켜 직선 조작성과 회전 조작성 지수를 각각 정의한다. 타원의 체적을 나타내는 조작성 지수와 등방성을 나타내는 조작성 지수는 각기 그 결과값의 크기와 변화폭이 매니퓰레이터의 작업영역에 걸쳐서 달라지므로 단순히 그것들을 곱하여 얻어진 $w_5$는 출력의 크기와 등방성을 정확하게 동등한 비중으로 표현했다고 볼 수 없다. 따라서 이들을 동일한 비중에서 고려할 수 있는 조작성 지수를 제안하는 것이 중요하다.

케이싱 오실레이터(Casing Oscillator)는 병렬형 매니퓰레이터와 유사한 구조를 가진 유압 구동식 건설용 중장비이다. 이 장치는 상판에 수직으로 장착된 대구경 중공형 파일인 케이싱을 좌우로 요동, 회전시켜 지면에 삽입 또는 인발하는 기초

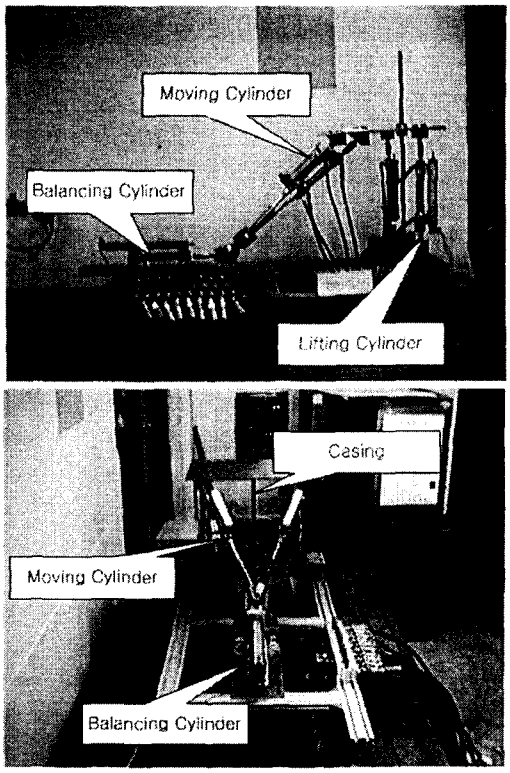



**Fig. 1** Prototype of casing oscillator

작업을 수행한다. 이때 케이싱은 항상 해수면과 수직방향으로 유지되는 것이 중요하다. 따라서 작업 중 발생하는 케이싱의 기울어진 각을 자동으로 보정하는 실시간 제어에 관한 연구가 선행된 바 있다.[8]

케이싱 오실레이터가 고르지 못하거나 비탈진 지면에서 작업을 수행하게 될 경우, 케이싱의 수직 자세를 잡기 위해 요구되는 케이싱 오실레이터의 초기 작업 자세는 작업의 효율성과 크게 관계한다. 따라서 본 논문에서는 케이싱 오실레이터의 동작 특성을 가장 적절히 표현할 수 있는 조작성 지수를 선정하고, 이를 이용하여 케이싱 오실레이터의 작업 자세에 따른 작업의 효율성 향상에 관한 관점을 제시하고자 한다.

## 2. 케이싱 오실레이터의 좌표계 설정 및 자유도 해석

Fig. 1는 케이싱 오실레이터의 실험장치 사진이며, Fig. 2은 기구학 해석을 위한 실험장치의 단순화된 모델을 나타낸다. 케이싱 오실레이터는 상판과 하판 그리고 5 개의 실린더로 구성되어 있다. 하판은 바닥에 고정되어 있고 상판은 1 자유도 직

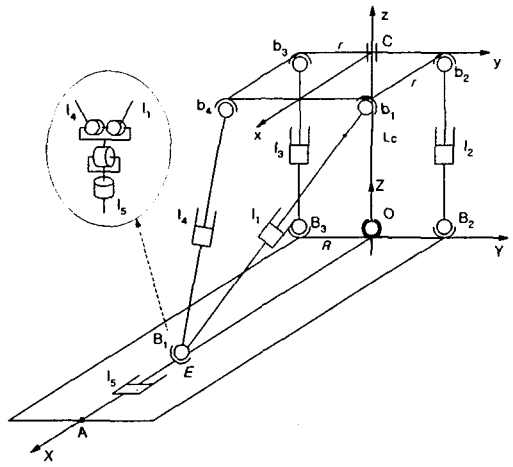



**Fig. 2** Kinematic mdel of casing oscillator

선운동이 가능한 실린더에 의해 공간 운동이 가능하다.

리프팅 실린더(Lifting Cylinder)와 무빙 실린더(Moving Cylinder)는 상판과 3 자유도 볼조인트로 연결되어 있다. 밸런싱 실린더(Balancing Cylinder)의 한쪽 끝(A)은 하판에 고정되어 있으며, 다른 한쪽 끝은 두개의 무빙 실린더와 4 자유도 운동이 가능하도록 제작된 조인트로 연결되어 있다. 이때 4 자유도 조인트는 Fig. 2 와 같이 각각의 무빙 실린더를 연결하는 3 자유도 유니버셜(universal) 조인트와 밸런싱 실린더와 연결된 1 자유도 회전조인트의 결합된 형태이며, 밸런싱 실린더의 동작에 의해 하판 위를 직선 운동할 수 있게 설치되었다. 실제 케이싱은 케이싱 오실레이터의 상판에 클램프(clamp)를 이용하여 고정되며, 케이싱의 끝단 부분은 작업 위치에 놓여 회전운동과 삽입을 위한 직선운동을 하게 된다. 이러한 효과를 구현하기 위해 시제품의 케이싱은 상판에 수직으로 체결되어 있으며, 하판과는 미끄럼-볼 베어링에 의해 연결되어 있다. 미끄럼-볼 베어링은 케이싱의 삽입효과에 해당하는 직선운동과 케이싱 오실레이터에 의해 수행되는 회전운동을 모두 가능하게 해 준다.

### 2.1 좌표계 설정

케이싱 오실레이터의 하판에 대한 상판의 운동을 기술하기 위해 2 개의 좌표계를 설정하고 각 볼조인트의 좌표를 기술한다. 먼저 하판 상에 **O** 를 중심으로 하는 고정된 좌표계를 XYZ 로 표기하며 이것은 항상 고정된 좌표계로 기준좌표계이다. 또한 상판상에는 **C** 를 중심으로 하는 xyz 좌표계를 설정하며, 이것은 상판의 공간 운동과 함께 움직이는 이동좌표계이다. 기준 좌표계의 X 축은 4 자유도 조인트 $\mathbf{B}_1$을 향하고 Y 축은 볼조인트 $\mathbf{B}_2$를 향하며, Z 축은 하판으로부터 수직방향으로 향하게 설치한다. 이동 좌표계의 x 축은 볼조인트 $\mathbf{b}_1$과 $\mathbf{b}_3$의 중심을 향하고, y 축은 $\mathbf{b}_2$를 지나며 z 축은 상판으로부터 수직하게 설정한다. 하판상의 조인트 $\mathbf{B}_1$, $\mathbf{B}_2$, $\mathbf{B}_3$와 상판 상의 볼조인트 $\mathbf{b}_1$, $\mathbf{b}_2$, $\mathbf{b}_3$, $\mathbf{b}_4$를 연결하는 각 실린더는 $l_1$, $l_2$, $l_3$, $l_4$라 표시하며, 하판 상의 고정 점 A 와 조인트 $\mathbf{B}_3$까지 연결하는 실린더를 $l_5$라 한다. 본 논문에서 제안된 케이싱 오실레이터의 각 설계 변수들은 Table 2 에 정리하였다.

**Table 2** Design parameters of casing oscillator

| Actuator | Length Limit (mm) | |
|---|---|---|
| | Min. | Max. |
| $l_1$ | 673.3 | 773.3 |
| $l_2$ | 417.5 | 542.5 |
| $l_3$ | 417.5 | 542.5 |
| $l_4$ | 673.3 | 773.3 |
| $l_5$ | 487.5 | 612.2 |
| Joint | Limit of Moving Angle | |
| $\mathbf{b}_1$, $\mathbf{b}_2$, $\mathbf{b}_3$, $\mathbf{b}_4$ | ±20° | |
| $\mathbf{B}_1$, $\mathbf{B}_2$, $\mathbf{B}_3$ | ±20° | |
| Upper Platform | Length (mm) | |
| | 250 | |
| Bottom Platform | Length (mm) | |
| $R$ | 250 | |
| **A** | 1160 | |

XYZ 좌표계에 대한 하판상의 볼조인트 위치는 다음과 같다.

$$\mathbf{B}_1 = [E \quad 0 \quad 0]^T \tag{1}$$

$$\mathbf{B}_2 = [0 \quad R \quad 0]^T \tag{2}$$

$$\mathbf{B}_3 = [0 \quad -R \quad 0]^T \tag{3}$$

xyz 좌표계에 대한 상판상의 볼조인트 위치는 다음과 같다.

$$\mathbf{b}_1 = [r \quad r \quad 0]^T \tag{4}$$

$$\mathbf{b}_2 = [0 \quad r \quad 0]^T \tag{5}$$

$$\mathbf{b}_3 = [0 \quad -r \quad 0]^T \tag{6}$$

$$\mathbf{b}_4 = [r \quad -r \quad 0]^T \tag{7}$$

또, 상판 중심 **C** 의 위치벡터는 $[x_c \quad y_c \quad z_c]^T$ 로 표시한다. 상판의 회전운동은 상판에 수직으로 장착된 케이싱이 하판의 중심 **O** 에 고정되어 움직이

는 것과 같게 방향을 표현하기 위하여 롤, 피치, 요각 ($\varphi$, $\theta$, $\phi$)을 이용하여 아래와 같은 회전행렬로 표시한다.

$$\mathbf{R} = \mathrm{R}(z,\phi)\cdot\mathbf{R}(y,\theta)\cdot\mathbf{R}(x,\varphi) = \begin{bmatrix} c\phi c\theta & c\phi s\theta s\varphi - s\phi c\varphi & c\phi s\theta c\varphi + s\phi s\varphi \\ s\phi c\theta & s\phi s\theta s\varphi + c\phi c\varphi & s\phi s\theta c\varphi - c\phi s\varphi \\ -s\theta & c\theta s\varphi & c\theta c\varphi \end{bmatrix} \quad (8)$$

여기서 $c\alpha = \cos\alpha$, $s\alpha = \sin\alpha$ ($\alpha = \varphi$, $\theta$, $\phi$)이다.

2.2 자유도 해석

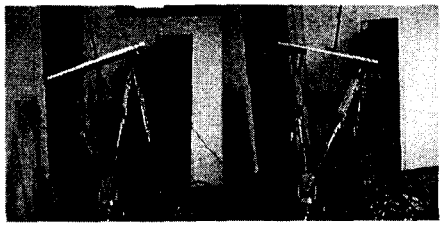
케이싱 오실레이터의 운동성(mobility)은 공간운동을 하는 기구의 운동성 판별식에 의해 다음과 같이 구할 수 있다.[9]

$$\mathrm{M} = \lambda\cdot(n-j-1)+\sum_{i}^{n} f_i = 6\cdot(14-17-1)+31 = 7 \quad (9)$$

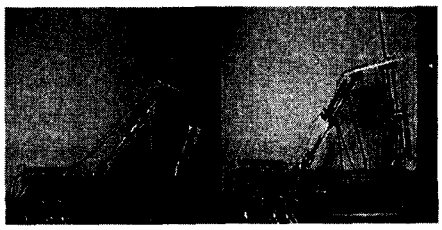
여기서 M는 기구의 자유도, $\lambda$는 기구부가 작동하는 공간의 자유도, $n$은 하판을 포함한 링크들의 수, $j$는 관절들의 수, 그리고 $f_i$는 $i$번째 관절의 자유도를 나타낸다.

케이싱 오실레이터의 하판에 대해 가능한 상판의 상대적 운동의 수를 나타내는 자유도(degree of freedom)는 식 (9)에 주어진 기구의 운동성과 각 링크 사이의 연결성(connectivity)을 고려하여 구할 수 있다. 상판과 하판에 각각 볼관절로 연결된 두 개의 리프팅 실린더의 축 방향 회전운동은 기구의 전체 동작 또는 링크의 연결성에 영향을 주지 않는 여자유도(idle degree of freedom)이다. 또한 케이싱 오실레이터는 밸런싱 실린더가 없더라도 4 자유도 운동이 가능하나, 밸런싱 실린더 $l_3$를 설치하여 추가의 피칭운동이 가능하도록 제작되었으므로 한 개의 여유구동 자유도(redundandy)를 가진다. 이는 무빙 실린더의 총 작동구간을 유지시켜 가장 큰 요잉 운동을 구현하게 해 줌으로 작업의 효율성을 극대화할 수 있으며, 상판의 수평제어 즉 Auto-Balancing 기능을 가능케 해 준다. 따라서 케이싱 오실레이터는 4 자유도를 가지는 여유구동 병렬형 매니퓰레이터로 고려할 수 있다.

케이싱 오실레이터는 케이싱을 땅속에 삽입하기 위해 먼저 무빙 실린더를 각각의 반대 방향으로 작동시켜 상판의 요잉 운동을 일으킨다. 즉 실린더 $l_1$이 수축하며 $l_2$는 인장하고, 반대로 $l_1$이 인장하며 $l_2$가 수축한다. 이때 기구적 특성상 상판에는 미소의 롤과 피칭 운동이 발생하게 되므로 밸런싱 실린더의 변위를 제어하여 피칭 운동에 대한 보상을, 리프팅 실린더의 변위를 제어하여 롤 운동에 대한 보상을 유도하여 항상 상판은 지면에 수평한 방향을 유지할 수 있다. 또한 두개의 리프팅 실린더와 밸런싱 실린더를 동시 수축 또는 인장을 시킴으로써 케이싱을 땅속에 삽입시키는 z축 병진 운동을 가능케 한다. Fig. 3은 케이싱 오실레이터의 각 자유도에 대한 운동을 보여준다.

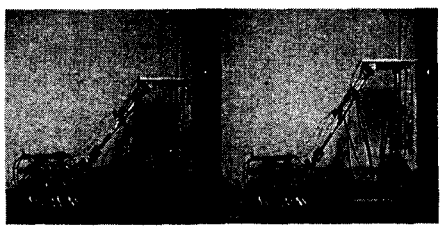


(a) Rolling



(b) Pitching

(c) Yawing



(d) z-translation

**Fig. 3** Motions of casing oscillator

## 3. 역기구학 해석

역기구학 문제는 주어진 상판의 위치와 자세로

부터 작동기의 길이를 결정하는 문제이다. 회전행렬을 이용하여 작동기들의 길이를 벡터식으로 표현하면 다음과 같다.[10]

$$\mathbf{l}_i = \sqrt{(\mathbf{C}+\mathbf{R}\mathbf{b}_i-\mathbf{B}_i)\cdot(\mathbf{C}+\mathbf{R}\mathbf{b}_i-\mathbf{B}_i)} \quad (i=1,2,3,4) \tag{10}$$

$$\mathbf{l}_5 = \sqrt{(\overrightarrow{\mathbf{OA}}-\mathbf{B}_i)\cdot(\overrightarrow{\mathbf{OA}}-\mathbf{B}_i)} \tag{11}$$

또한 상판은 항상 케이싱 $\mathbf{l}_6$와 수직을 유지하므로 다음과 같은 구속방정식을 이용하면 식 (10)과 (11)은 상판에 대한 4 개의 독립된 입력을 가지며, 이는 케이싱 오실레이터의 자유도 해석 결과와 일치한다.

$$x_c = \frac{c\phi s\theta c\varphi + s\phi s\varphi}{c\theta c\varphi}\cdot z_c \tag{12}$$

$$y_c = \frac{s\phi s\theta c\varphi - c\phi s\varphi}{c\theta c\varphi}\cdot z_c \tag{13}$$

그러나 입력은 4 개인데 반해 5 개의 실린더 길이를 출력으로 가지므로 무한개의 역기구학 해가 존재하게 된다. 이는 밸런싱 실린더의 추가 설치에 의한 여유구동으로부터 기인된 결과이다. 앞서 설명한 바와 같이 케이싱 오실레이터의 작업효율을 극대화시키기 위해서는 가능한 큰 요잉 운동이 요구될 뿐만 아니라 Auto-Balancing 기능을 위한 보상이 적절히 이루어져야 하므로 작업 초기에 밸런싱 실린더 $\mathbf{l}_5$의 위치를 구동범위의 중립에 위치시키는 것이 바람직하다. 따라서 역기구학 해석은 식 (10)의 문제로 귀결되며, 유일한 역기구학 해를 구하는 것이 가능하다.

## 4. 자코비안 행렬

로봇 매니퓰레이터의 기구학적 성능은 작동기와 상판의 입출력 속도 관계 및 정적인 입출력 힘 관계로 결정되며, 기구의 자코비안 행렬을 통해서 이러한 관계를 조사할 수 있다. 따라서 속도·각속도, 힘·모멘트 전달 특성에 관한 연구 및 조작성 해석에 있어 속도·힘 자코비안 행렬의 유도가 선행되어야 한다.

케이싱 오실레이터는 $\mathbf{l}_5$ 작동에 의하여 1 자유도 여유구동(redundancy)을 하는 병렬형 매니퓰레이터와 그 구조가 유사하다. 여유 구동하는 매커니즘의 자코비안 행렬은 이전의 연구에서 제안된 바 있으나,[11] 이는 정방행렬이 아니기 때문에 행렬의 연산을 어렵게 한다. 따라서 역기구학 해석과 마찬가지로 케이싱 오실레이터의 동작 특성과 작업 효율을 고려하여 $\mathbf{l}_5$를 작동범위의 중립 위치에 구속함으로써 정방행렬 형태의 자코비안 행렬을 쉽게 유도할 수 있다.

### 4.1 속도 자코비안 행렬

병렬형 매니퓰레이터의 속도 자코비안 행렬은 작동기의 관절공간 속도와 상판의 작업 공간속도를 관계시키는 선형연산자로써 기구의 속도 입출력 특성을 나타내는 기구학적 영향 계수이다.

여유구동을 배제하였으므로 $\mathbf{l}_5$는 고정되어있다고 가정하고 $\mathbf{l}_1 \sim \mathbf{l}_4$에 대한 자코비안 행렬을 유도한다. 이러한 가정은 스튜워트 플랫폼(Stewart Platform)과 같이 모든 작동기가 하판상의 볼조인트에 의해 고정되어 있는 구조를 가지게 하므로, 자코비안 행렬은 Plücker 좌표행렬을 사용하여 쉽게 유도될 수 있다.[12] 먼저 작동기의 길이를 나타내는 벡터식들을 미분하면

$$\dot{\mathbf{l}}_i = \dot{\mathbf{C}} + \boldsymbol{\omega}\times\mathbf{b}_i \quad (i=1,2,3,4) \tag{14}$$

이다. $\dot{\mathbf{C}} = [\dot{x}\ \ \dot{y}\ \ \dot{z}]^T \equiv \mathbf{V}_c$와 $\boldsymbol{\omega} = [\omega_x\ \ \omega_y\ \ \omega_z]^T \equiv \boldsymbol{\omega}_c$는 각각 기준좌표계에 대한 이동좌표계의 선속도 벡터와 각속도벡터를 의미한다. 따라서 상판의 출력 속도는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\dot{\mathbf{U}} = \begin{bmatrix}\mathbf{V}_c \\ \boldsymbol{\omega}_c\end{bmatrix} = [\dot{x}\ \ \dot{y}\ \ \dot{z}\ \ \omega_x\ \ \omega_y\ \ \omega_z]^T \tag{15}$$

식 (10)와 (14)를 dot product 하면

$$\mathbf{l}_i\cdot\dot{\mathbf{l}}_i = \mathbf{l}_i\cdot\mathbf{V}_c + (\mathbf{b}_i\times\mathbf{l}_i)\cdot\boldsymbol{\omega}_c \quad (i=1,2,3,4) \tag{16}$$

이며, 이를 행렬식으로 나타내면 다음과 같다.

$$\mathbf{J}_a\dot{\mathbf{L}} = \mathbf{J}_b\dot{\mathbf{U}} \tag{17}$$

여기서

$$\mathbf{J}_a = \begin{bmatrix}\hat{l}_1 & 0 & 0 & 0\\ 0 & \hat{l}_2 & 0 & 0\\ 0 & 0 & \hat{l}_3 & 0\\ 0 & 0 & 0 & \hat{l}_4\end{bmatrix}\quad \mathbf{J}_b = \begin{bmatrix}\mathbf{l}_1^T & (\mathbf{b}_1\times\mathbf{l}_1)^T\\ \mathbf{l}_2^T & (\mathbf{b}_2\times\mathbf{l}_2)^T\\ \mathbf{l}_3^T & (\mathbf{b}_3\times\mathbf{l}_3)^T\\ \mathbf{l}_4^T & (\mathbf{b}_4\times\mathbf{l}_4)^T\end{bmatrix}\quad \dot{\mathbf{L}} = \begin{bmatrix}\dot{\mathbf{l}}_1\\ \dot{\mathbf{l}}_2\\ \dot{\mathbf{l}}_3\\ \dot{\mathbf{l}}_4\end{bmatrix}$$

이고, $\wedge$은 각 작동기의 길이를 나타내는 스칼라임을 의미한다. $\mathbf{J}_a \in \mathbf{R}^{4\times4}$, $\mathbf{J}_b \in \mathbf{R}^{4\times6}$은 각각 순자코비안 행렬(forward Jacobian)과 역자코비안 행렬(inverse Jacobian)이다. 식 (17)는 얻고자 하는 4 개의 실린더 속도에 대해서 이를 만족하는 6 개의

공간 속도가 무수히 많이 존재하며, 또한 행렬 $\mathbf{J}_h$은 정방행렬이 아니므로 역행렬을 구하기가 쉽지 않다. 그러나 케이싱은 상판과 항상 수직을 이루며 움직이므로 케이싱의 회전속도로 고려할 수 있는 상판의 회전속도와 케이싱의 말단 부분의 좌표로 고려할 수 있는 상판 위의 좌표계 중심 **C**는 다음과 같이 2 개의 구속조건을 만족한다.

$$\dot{x} = -y\,\omega_z + z\,\omega_y \tag{18}$$

$$\dot{y} = x\,\omega_z - z\,\omega_x \tag{19}$$

식 (18), (19)를 식 (16)에 대입하여 정리하면 (17)은 다음과 같이 다시 정리된다.

$$\mathbf{J}_a\,\dot{\mathbf{L}} = \mathbf{J}_{hs}\,\dot{\mathbf{U}}_s \tag{20}$$

여기서

$$\mathbf{J}_{hs} = \begin{bmatrix} l_{1z} & -l_{1y}z + (\mathbf{b}_1 \times \mathbf{l}_1)_x & l_{1y}x + (\mathbf{b}_1 \times \mathbf{l}_1)_y & -l_{1x}y + l_{1y}x + (\mathbf{b}_1 \times \mathbf{l}_1)_z \\ l_{2z} & -l_{2y}z + (\mathbf{b}_2 \times \mathbf{l}_2)_x & l_{2y}x + (\mathbf{b}_2 \times \mathbf{l}_2)_y & -l_{2x}y + l_{2y}x + (\mathbf{b}_2 \times \mathbf{l}_2)_z \\ l_{3z} & -l_{3y}z + (\mathbf{b}_3 \times \mathbf{l}_3)_x & l_{3y}x + (\mathbf{b}_3 \times \mathbf{l}_3)_y & -l_{3x}y + l_{3y}x + (\mathbf{b}_3 \times \mathbf{l}_3)_z \\ l_{4z} & -l_{4y}z + (\mathbf{b}_4 \times \mathbf{l}_4)_x & l_{4y}x + (\mathbf{b}_4 \times \mathbf{l}_4)_y & -l_{4x}y + l_{4y}x + (\mathbf{b}_4 \times \mathbf{l}_4)_z \end{bmatrix}$$

$$\dot{\mathbf{U}}_s = [\dot{z} \;\; \omega_x \;\; \omega_y \;\; \omega_z]^T$$

이고, $\mathbf{J}_{hs} \in \mathbf{R}^{4\times4}$는 정방행렬이며, 케이싱 오실레이터의 속도 자코비안 행렬이다. 또한 아래첨자 $x$, $y$, $z$는 X, Y, Z 축과 관련되는 벡터 성분임을 의미한다. 따라서 케이싱 오실레이터의 관절로부터 상판으로의 속도 전달 관계는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\dot{\mathbf{U}}_s = (\mathbf{J}_{hs}^{-1}\,\mathbf{J}_a)\,\dot{\mathbf{L}} = \mathbf{J}_v\,\dot{\mathbf{L}} \tag{21}$$

### 4.2 힘 자코비안 행렬

병렬형 매니퓰레이터의 힘 자코비안 행렬은 각 작동기에서 공급하는 관절 힘에 의한 상판에서 발생하는 힘/모멘트의 관계를 나타내는 선형연산자로써 기구의 힘 전달 특성을 나타낸다.[13] 케이싱 오실레이터의 각 실린더에서 공급되는 입력 힘을 다음과 같이 표시한다.

$$\mathbf{f} = [f_1 \;\; f_2 \;\; f_3 \;\; f_4]^T \tag{22}$$

그리고 상판에서 출력되는 힘 $\mathbf{F} = \mathbf{F}_c$과 모멘트 $\mathbf{M} = [M_x \;\; M_y \;\; M_z]^T$를 다음과 같이 표시한다.

$$\tau = [\mathbf{F}^T \;\; \mathbf{M}^T]^T \tag{23}$$

이를 가상일의 원리(principle of viture work)에 적용하면 다음과 같은 관계가 성립한다.

$$\mathbf{f}^T\,\delta\mathbf{L} = \tau^T\,\delta\mathbf{U} \tag{24}$$

따라서 케이싱 오실레이터의 관절공간에서 작업공간으로의 힘전달 관계를 나타내는 힘 자코비안 행렬은 다음과 같이 유도된다.

$$\tau = (\mathbf{J}_v^T)^{-1}\,\mathbf{f} \equiv \mathbf{J}_f\,\mathbf{f} \tag{25}$$

## 5. 조작성 타원

로봇 매니퓰레이터의 성능을 평가하는데 가장 잘 확립된 도구 중 하나는 조작성 타원이다.[2][3][4] 조작성 타원은 작업기가 임의의 또는 특정한 작업위치와 방향으로 잘 움직일 수 있는 정도를 정량적으로 나타낼 뿐만 아니라 관절공간과 작업공간 사이의 최대 입출력 전달비를 나타낸다.

### 5.1 분리된 자코비안 행렬

일반적으로 공간운동을 하는 로봇의 작업공간은 3 자유도의 직선공간과 3 자유도의 회전공간으로 구성되어 있으며, 이들은 서로 다른 물리적 차원을 가지고 있다. 그러나 연구 초기의 조작성 타원은 이들을 동시에 고려함으로 인해 실제 로봇의 조작성을 정확하게 제시하지 못했다. 또한 대부분의 로봇들은 3 자유도 이상의 공간 작업영역을 가지고 있기 때문에 조작성 해석 결과를 시각적으로 나타내는데 어려움을 가진다. 따라서 직선공간과 회전공간을 각각 독립적으로 분리하여 조작성을 해석하는 것이 바람직하며, 식 (20)과 (25)를 다음과 같이 분리하여 나타낼 수 있다.[5]

$$\begin{bmatrix} \mathbf{V}_c \\ \boldsymbol{\omega}_c \end{bmatrix} = \mathbf{J}_v\,\dot{\mathbf{L}} \equiv \begin{bmatrix} \mathbf{J}_T \\ \mathbf{J}_R \end{bmatrix}\dot{\mathbf{L}} \tag{26}$$

$$\begin{bmatrix} \mathbf{F} \\ \mathbf{M} \end{bmatrix} = \mathbf{J}_f\,\mathbf{f} \equiv \begin{bmatrix} \mathbf{J}_F \\ \mathbf{J}_M \end{bmatrix}\mathbf{f} \tag{27}$$

여기서 $\mathbf{J}_T$, $\mathbf{J}_F \in \mathbf{R}^{3\times4}$와 $\mathbf{J}_R$, $\mathbf{J}_M \in \mathbf{R}^{3\times4}$은 속도·힘 자코비안 행렬이 각각 직선공간과 회전공간으로 분리된 자코비안 행렬(decomposed Jacobian)이다. 이렇게 독립적으로 분리된 자코비안은 작업공간의 물리적 불일치로부터 자유로우며, 각각의 공간은 3 자유도 이하이므로 그 결과를 가시화하는 데 유리하다.

### 5.2 가중치 자코비안 행렬

이전의 조작성 타원은 허용 가능한 관절공간

입력으로 단위 노옴(norm)을 사용하기 때문에 각 관절의 전체 구동 특성을 정확히 반영하지 못하며, 전체 작업영역에 대한 특성 파악에 한계를 가진다. 따라서 각 관절공간의 최대 허용범위에 따른 가중치 행렬을 사용하여 관절입력을 단위화(normalization)할 수 있다. 이러한 관절 입력을 단위화된 관절 입력이라 하며 다음과 같다.[14,15]

$$\dot{\mathbf{L}}' = \mathbf{W}_1^{-1}\,\dot{\mathbf{L}} \tag{28}$$

$$\mathbf{f}' = \mathbf{W}_2^{-1}\,\mathbf{f} \tag{29}$$

여기서 $\mathbf{W}_1 = \mathrm{diag}(i_{1,max},\ i_{2,max},\ i_{3,max},\ i_{4,max})$,
$\mathbf{W}_2 = \mathrm{diag}(f_{1,max},\ f_{2,max},\ f_{3,max},\ f_{4,max})$

는 가중치 행렬을 나타내며, diag( ) 는 괄호 안의 요소를 대각성분으로 하는 대각행렬을 의미한다. 그리고 위첨자 ′는 단위화 되었음을 나타낸다.

식 (28), (29)를 식 (26), (27)에 대입하면 단위화된 관절입력에 대한 작업공간의 출력은 다음과 같다.

$$\begin{bmatrix}\mathbf{V}_e\\ \boldsymbol{\omega}_e\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}\mathbf{J}_T\,\mathbf{W}_1\\ \mathbf{J}_R\,\mathbf{W}_1\end{bmatrix}\dot{\mathbf{L}}' \equiv \begin{bmatrix}\mathbf{J}'_{To}\\ \mathbf{J}'_{Ro}\end{bmatrix}\dot{\mathbf{L}}' \tag{30}$$

$$\begin{bmatrix}\mathbf{F}\\ \mathbf{M}\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}\mathbf{J}_F\,\mathbf{W}_2\\ \mathbf{J}_M\,\mathbf{W}_2\end{bmatrix}\mathbf{f}' \equiv \begin{bmatrix}\mathbf{J}'_{Fo}\\ \mathbf{J}'_{Mo}\end{bmatrix}\mathbf{f}' \tag{31}$$

여기서 $\mathbf{J}'_{To}$, $\mathbf{J}'_{Ro}$, $\mathbf{J}'_{Fo}$, $\mathbf{J}'_{Mo}$ 은 가중치 자코비안 행렬이라고 한다. 아래 첨자 $o$ 는 작업공간의 출력 분석을 위한 자코비안 행렬임을 의미한다.

### 5.3 작업공간 출력 해석

이 절에서는 각 작동기의 구동범위가 주어졌을 때 상판에 발생하는 속도·각속도와 힘·모멘트의 출력을 해석하기 위해 출력 조작성 타원을 유도하고, 그것의 물리적 의미를 살펴본다.

케이싱 오실레이터는 1 자유도 직선공간과 3 자유도 회전공간을 가지므로 회전공간에 대한 출력 특성 연구를 기준으로 직선공간에 유사하게 적용할 수 있다. $\mathbf{J}'_{Ro}$, $\mathbf{J}'_{Mo}$를 대표하여 $\mathbf{J}'_o \in \mathbf{R}^{3\times 4}$로 표시하고, 입력과 출력 벡터를 $\mathbf{q}' \in \{\dot{\mathbf{L}}',\ \mathbf{f}'\} \in \mathbf{R}^{4\times 1}$, $\mathbf{p} \in \{\boldsymbol{\omega}_e,\ \mathbf{M}\} \in \mathbf{R}^{3\times 1}$로 각각 대표하여 표시하면 식 (30)과 (31)을 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\mathbf{p} = \mathbf{J}'_o\,\mathbf{q}' \tag{32}$$

가중치 자코비안 $\mathbf{J}'_o$는 $\mathbf{R}^{3\times 4}$ 행렬이므로 얻고자 하는 작업공간 출력에 대해서 가능한 관절공간 입력이 다수 개이며 다음과 같다.[16]

$$\mathbf{q}' = \mathbf{J}'^{+}_o\,\mathbf{p} + (\mathbf{I} - \mathbf{J}'_o\mathbf{J}'^{+}_o)\,\kappa \tag{33}$$

여기서 $\mathbf{J}'^{+}_o$는 $\mathbf{J}'_o$의 의사 역행렬(pseudo-inverse)을, $\kappa$ 는 임의의 벡터를 나타낸다. 실제 작업공간에 대한 출력 조작성 타원은 $\|\mathbf{q}'\| \le 1$ 인 단위화된 관절공간의 영역으로 유도되며, 식 (33)의 $(\mathbf{I} - \mathbf{J}'_o\,\mathbf{J}'^{+}_o)$ 는 영공간(null space)의 벡터 집합이므로 작업공간에서 원점으로 대응(mapping)된다. 따라서 조작성 타원을 유도하기 위한 단위화된 관절입력은 가장 작은 크기의 입력인 최소 노옴해(minimal norm solution)라 할 수 있으므로 식 (32)는 다음과 같이 표현된다.

$$\mathbf{q}'_m = \mathbf{J}'^{+}_o\,\mathbf{p} \tag{34}$$

이때 $\mathbf{J}'^{+}_o$ 는 다음과 같이 특이값 분해(singular value decomposition)를 이용하여 얻어진다.

$$\mathbf{J}'^{+}_o = \mathbf{V}_o\,\Sigma^{+}_o\,\mathbf{U}^T_o \tag{35}$$

여기서 $\mathbf{U}_o = [u_1\ \ u_2\ \ u_3]^T$ 는 $\mathbf{J}'_o\mathbf{J}'^{T}_o \in \mathbf{R}^{3\times 3}$ 의 고유벡터(eigen vector) 행렬이고, $\mathbf{V}_o = [v_1\ \ v_2\ \ v_3\ \ v_4]^T$ 는 $\mathbf{J}'^{T}_o\mathbf{J}'_o \in \mathbf{R}^{4\times 4}$ 의 고유벡터 행렬로 $\mathbf{U}_o$ 와 $\mathbf{V}_o$ 는 모두 직교 행렬이다. 또한 $\Sigma^{+}_o \in \mathbf{R}^{4\times 3}$ 는 $\mathbf{J}'_o$ 의 특이값(singular value)의 역수들로 이루어진 대각행렬의 전치 행렬이다. 따라서 정규화된 관절 입력 영역은 다음의 부등식을 만족한다.

$$\|\mathbf{q}'_m\|^2 = \mathbf{q}'^{T}_m\,\mathbf{q}'_m \le \|\mathbf{q}'\|^2 \le 1 \tag{36}$$

이때, 식 (34)와 (35)를 (36)에 대입하여 정리하면 아래와 같다.

$$(\mathbf{U}^T_o\,\mathbf{p})^T\,(\Sigma^{+T}_o\,\Sigma^{+}_o)\,(\mathbf{U}^T_o\,\mathbf{p}) \le 1 \tag{37}$$

$\mathbf{J}'_o$ 의 특이값을 $\sigma_1$, $\sigma_2$, $\sigma_3$ $(\sigma_1 \ge \sigma_2 \ge \sigma_3 \ge 0)$ 라 두면 식 (37)은 다음과 같은 타원체로 나타내어 진다.

$$\frac{(u_1^T\,\mathbf{p})^2}{\sigma_1^2} + \frac{(u_2^T\,\mathbf{p})^2}{\sigma_2^2} + \frac{(u_3^T\,\mathbf{p})^2}{\sigma_3^2} \le 1 \tag{38}$$

이를 출력 조작성 타원이라 한다. 특이값 $\sigma_1$, $\sigma_2$, $\sigma_3$ 은 타원의 반경방향 길이를 의미하고, 직교행렬 $\mathbf{U}_o$ 의 행 벡터는 타원의 주축의 방향을 의미하며, $\mathbf{V}_o$ 의 행 벡터는 대응하는 출력을 얻기

위한 입력방향을 의미한다. 따라서 상판의 출력범위는 아래와 같다.

$$\sigma_3 \le \|\mathbf{P}\| \le \sigma_1 \tag{39}$$

## 6. 조작성 지수

이 장에서는 조작성 타원이 가지는 물리적 의미를 정량적으로 평가할 수 있을 뿐만 아니라 케이싱 오실레이터의 전체 작업영역에 걸쳐서 변하는 작업 효율성을 판단하기에 적절한 조작성 지수를 선정한다.

이전의 많은 연구들은 조작성 지수를 다음과 같이 정의하였다.[2-4]

$$w = \sqrt{\det(\mathbf{J}\,\mathbf{J}^T)} = \sigma_1 \sigma_2 \cdots \sigma_k \tag{40}$$

여기서 $k$ 는 매니퓰레이터의 링크수이다. 그러나 식 (40)은 직선공간과 회전공간을 동시에 고려하였으므로 조작성 지수로서 한계를 가지고 있다. 특히 케이싱 오실레이터의 작업공간은 1 자유도 직선공간과 3 자유도 회전공간으로 서로 다른 자유도를 가지기 때문에 (40)을 각 공간으로 분리한다 하더라도 분리된 조작성 지수가 정확히 각각의 체적을 반영하지 못한다. 또한 두 공간의 물리적 차원이 다르기 때문에 특이값의 크기가 엄격히 다르므로 두 지수 사이에 정량적인 비교 또한 힘들다. 따라서 이러한 단점을 보완할 수 있는 조작성 지수에 대해 검토한다.

우선 조작성 타원의 체적과 등방성 지수 (isotropic index)[6]는 아래와 같이 정의된다.

$$Mev = Ck \cdot Sv \tag{41}$$

$$Sv = \sigma_1 \sigma_2 \cdots \sigma_k \quad (\sigma_1 \ge \sigma_2 \ge \cdots \ge \sigma_k)$$

$$Ck = \begin{cases} (2\pi)^{k/2}/(2\cdot 4\cdot 6\cdots k) & k: \text{짝수} \\ 2(2\pi)^{(k-1)/2}/(1\cdot 3\cdot 5\cdots k) & k: \text{홀수} \end{cases}$$

$$\sigma_{KI} = \frac{\sigma_{min}}{\sigma_{max}} = \frac{\sigma_k}{\sigma_1} \tag{42}$$

여기서 $\sigma_i \ (i = 1,2,\ldots,k)$ 는 각각의 작업공간으로 분리된 가중치 자코비안 행렬의 특이값이다. 타원의 체적 $Mev$ 는 입.출력 사이의 크기와 관련되는 무차원량으로서 체적이 클수록 작은 입력에 대하여 출력이 크다. 등방성 지수 $\sigma_{KI}$ 는 가중치 자코비안 행렬의 조건수의 역수이며, 입출력 사이의 방향성을 나타내는 무차원량으로 등방성 지수가 클수록 작업공간에서 모든 방향으로 고른 출력 전달 성능을 가진다. 출력이 크더라도 방향성이 균일하지 못하면 속도·힘 전달 특성이 좋다고 볼 수 없으며, 방향성이 균일하다고 하더라도 출력 크기가 작으면 역시 바람직한 기구학적 성능을 가진다고 볼 수 없다. 따라서 조작성 지수는 출력의 크기와 방향성을 동시에 고려할 수 있어야 유용한 판단기준이 될 수 있다. 따라서 수정된 조작성 지수는 다음과 같이 제시된다.

$$M = \Pi(J') \cdot \Omega(J') \tag{43}$$

여기서 $\Pi(J') = \dfrac{Mev - Mev_{min}}{Mev_{max} - Mev_{min}}$, $\Omega(J') = \dfrac{\sigma_{KI} - \sigma_{KI\,min}}{\sigma_{KI\,max} - \sigma_{KI\,min}}$ 는 전체 작업공간에 대한 $Mev$ 와 $\sigma_{KI}$ 의 상대적 값을 나타낸다. 즉 $\Pi(J')$와 $\Omega(J')$는, 작업영역 전체에 걸쳐 존재하는 $Mev$ 와 $\sigma_{KI}$ 의 최대·최소값을 각각 1 과 0 으로 두었을 때, 작업영역 내의 특정한 위치와 방향에서 주어지는 $Mev$ 와 $\sigma_{KI}$ 에 대한 상대적 지표를 의미한다. 따라서 식 (43)은 조작성 타원의 체적과 등방성 지수를 동등한 비중으로 고려할 수 있다. 또한 식 (43)을 직선공간과

**Table 3** Ellipsoid volumes and kinematic isotropic indices for manipulability measures

| | | *Mev* | | | $\sigma_{KI}$ | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | Min. | Max. | IR | Min. | Max. | IR |
| Translational velocity | $\theta = 0°$ | 176.7765 | 182.7726 | 0.0334 | 88.38835 | 91.38631 | 0.0334 |
| | $\varphi = 0°$ | 176.7765 | 179.3213 | 0.0143 | 88.38835 | 89.66065 | 0.0143 |
| Rotational velocity | $\theta = 0°$ | 0.05503 | 0.05535 | 0.0058 | 0.46687 | 0.48239 | 0.0327 |
| | $\varphi = 0°$ | 0.21025 | 0.23471 | 0.1099 | 0.41705 | 0.48690 | 0.1545 |
| Force | $\theta = 0°$ | 0.02866 | 0.02886 | 0.0070 | 0.01433 | 0.01443 | 0.0070 |
| | $\varphi = 0°$ | 0.02876 | 0.02890 | 0.0049 | 0.01438 | 0.01445 | 0.0049 |
| Moment | $\theta = 0°$ | 1.93263 | 1.99150 | 0.0300 | 0.56674 | 0.61538 | 0.0823 |
| | $\varphi = 0°$ | 1.90591 | 2.14460 | 0.1179 | 0.53624 | 0.61538 | 0.1374 |

회전공간에 대해서 분해하여 물리적 불일치를 해결하면 다음과 같이 4 개의 조작성 지수를 얻을 수 있다.

$$M_V = \Pi(J_T') \cdot \sigma_{KI}(J_T') \quad (44)$$

$$M_R = \Pi(J_R') \cdot \sigma_{KI}(J_R') \quad (45)$$

$$M_F = \Pi(J_F') \cdot \sigma_{KI}(J_F') \quad (46)$$

$$M_M = \Pi(J_M') \cdot \sigma_{KI}(J_M') \quad (47)$$

여기서 $M_V$, $M_R$, $M_F$, $M_M$ 는 각각 회전속도, 병진속도, 힘 그리고 모멘트에 대한 조작성 지수를 나타낸다.

## 7. 케이싱 오실레이터의 조작성 해석

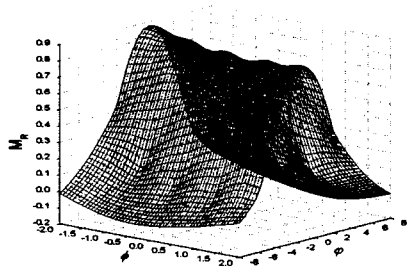
이 장은 제시된 조작성 지수를 이용하여 케이싱 오실레이터의 조작성 해석을 수행하고, 이를 바탕으로 케이싱 오실레이터가 보다 효율적인 구동을 할 수 있는 초기 작업 자세에 대한 지침을 제시한다.

Table 3 은 각각의 조작성 지수를 얻기 위한 전체 작업영역에서의 조작성 타원 체적과 등방성 지수의 최대, 최소값을 보여준다. 또한 최대·최소값의 평균값에 대한 변동량(irregularity: IR)이 주어졌다. 이들은 각 실린더의 변위와 힘을 고려하여 속도·힘 가중치 행렬이 다음과 경우에 대해서 얻어졌다.

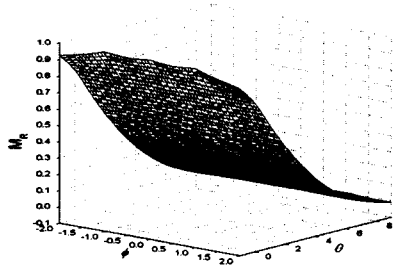
$$\mathbf{W}_1 = \mathrm{diag}(100,125,125,100) \quad (\mathrm{mm/s}) \quad (48)$$

$$\mathbf{W}_2 = \mathrm{diag}(100,125,125,100) \quad (\times 10^3\ \mathrm{N}) \quad (49)$$

가 $Mev$ 와 $\sigma_{KI}$ 는 각각의 조작성 해석 범위(직선, 회전 속도 공간과 힘, 모멘트 공간)에 대해 크게 다른 값을 가진다. 특히 병진 속도와 힘 조작성 ($M_V, M_F$)범위의 값들은 다른 것들에 비해 매우 크거나 작은 값을 가지는데, 이는 케이싱 오실레이터가 3 자유도의 회전공간과 1 자유도의 직선공간으로 각기 다른 차수의 작업공간을 갖기 때문으로 고려될 수 있다. 다시 말하면, 회전 공간의 경우 3 개의 특이치(singular value)들이 각기 다른 차원들의 특이치와 서로 비교·대조되어 얻어지나, 직선공간의 경우 특이치가 1 개뿐이므로 조작성 타원의 체적이 하나의 특이치로 표현되기 때문이다. 또한 변동량의 경우 서로 다른 조작성 범위에서 대략 0.5~15.4% 정도의 큰 차이를 갖는다. 이러한 이유로 각각의 조작성 해석 공간에 대해 서로 다른 범위와 변동폭을 갖는 $Mev$ 와 $\sigma_{KI}$ 를 단순히 곱하여 얻어진 기존의 조작성 지수는 기구의 정확한 조작성 정보를 주는데 많은 한계를 가지며, 또한 각각의 요소들이 기구의 조작에 얼

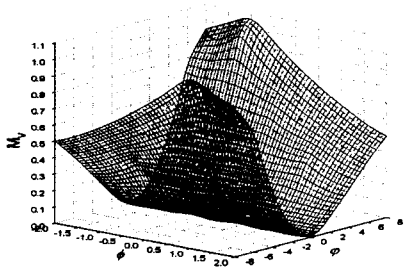


(a) Rotational velocity manipulability measure at $\theta = 0°$

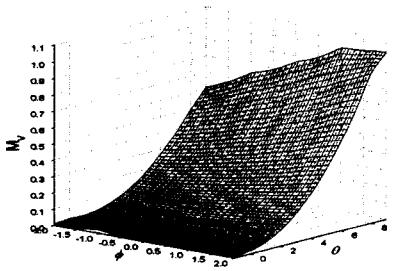


(b) Rotational velocity manipulability measures at $\varphi = 0°$

**Fig. 4** Rotational manipulability measures

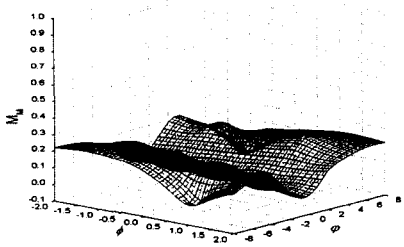


(a) Translational velocity manipulability measure at $\theta = 0°$

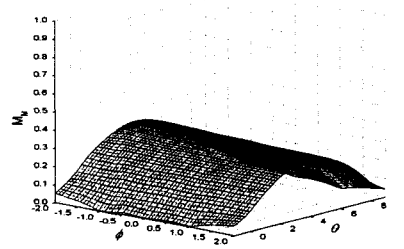


(b) Translational velocity manipulability measure at $\varphi = 0°$

**Fig. 5** Translational manipulability measures

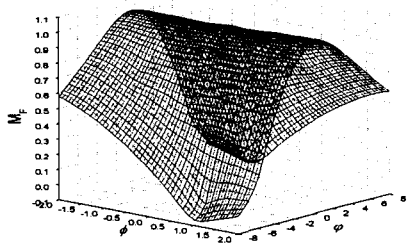


(a) Moment manipulability measure at $\theta = 0°$

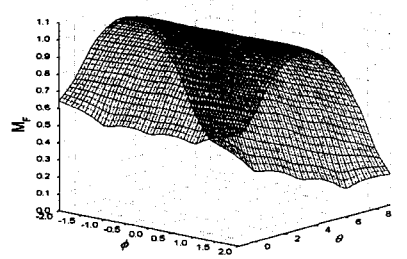


(b) Moment manipulability measure at $\varphi = 0°$

**Fig. 6** Moment manipulability measures



(a) Force manipulability measure at $\theta = 0°$



(b) Force manipulability measure at $\varphi = 0°$

**Fig. 7** Force manipulability measures

마나 영향을 미치는지 파악하기 힘들다. 따라서 $Mev$ 와 $\sigma_M$ 의 크기와 변화폭을 전체 작업영역에 대한 상대적 비중으로 고려할 수 있도록 수정된 조작성 지수는 케이싱 오실레이터의 조작성 해석을 수행하기에 적합하다.

Fig. 4~7 은 케이싱 오실레이터의 전체 작업영역 대해서 식 (44)~(47)을 이용하여 얻어진 조작성 해석에 대한 결과이다. 3 차원 공간상에서 얻어진 조작성 지수와 전체 작업영역을 동시에 나타내기 불가능하므로 롤 각과 피치 각을 각각 0 으로 두었을 때의 두 경우로 나누어 나타내었다.

조작성 지수가 크면 클수록 큰 입출력 전달 특성과 양호한 방향성을 가지므로 케이싱 오실레이터가 특정 위치와 방향에서 요구되는 작업을 얼마나 효율적으로 수행할 수 있는가를 알 수 있다.

각각의 조작성 지수들은 요각 $\phi$ 의 변화에는 거의 무관하며, 롤각 $\varphi$ 과 피치각 $\theta$ 에 크게 영향을 받는다. 회전 속도에 대한 조작성(Fig. 4)과 직선속도에 대한 조작성(Fig. 5)는 각기 서로 상반된 결과를 보여준다. 케이싱 오실레이터의 상판이 $l_1$ 과 $l_4$ 에 의해 당겨질 때 $M_R$ 은 감소하며, $M_L$ 는 증가함을 보인다. 또한 $l_2$ 와 $l_3$ 의 구동에 의해 상판이 기준위치에서 좌·우로 회전하였을 때 $M_R$ 은 감소하고, $M_L$ 는 증가한다. $M_M$ 의 경우 다른 조작성 지수에 비해 비교적 변화가 작으며, 전체 작업공간에 대해서 작은 조작성을 가짐을 알 수 있다(Fig. 6). 기준 위치를 중심으로 롤 운동의 경우 $M_M$ 이 증가하고, 피치 운동의 경우 상판이 기준위치에 대해 앞으로 4° 정도 기울었을 때 $M_M$ 은 최대가 됨을 알 수 있다. 그리고 $M_F$ 의 경우 롤 운동에 의해 조작성이 떨어지며, $M_M$ 과 마찬가지로 4° 정도의 피치 운동이 일어났을 때 조작성이 최대가 된다(Fig. 7). 따라서 케이싱 오실레이터의 조작성이 최대가 되는 자세는 상판의 롤과 피치 각이 각각 0° 와 4° 일 경우이며, 요각의 변화에는 무관하다. 이는 지면의 각도와 크게 관계한다.

해수면에 대해 기울어진 지반에 케이싱을 삽입할 경우, 케이싱은 해수면에 항상 수직을 유지해야 한다. 즉, 케이싱 오실레이터의 상판은 항상 해수면에 대해 수평 해야 한다. 따라서 지반의 기울어진 각도에 따라 케이싱 오실레이터의 작업 초기 자세가 바뀌게 되며, 이때 조작성 지수 또한 바뀌게 되므로 작업의 효율성도 변하게 된다. 예를 들어 해수면에 수평한 지반에서 작업을 할 경우 회전속도와 힘 전달 성능은 양호하고, 직선속도와 모멘트 전달 성능은 그렇지 못함을 알 수 있다. 반면 지면에 의해 케이싱의 앞쪽이 뒤쪽에 비해 4° 정도 높을 경우 가장 작업 성능이 우수하다고 판단할 수 있다.

따라서 위의 조작성 해석 결과를 이용하여 사용자는 작업 전, 작업환경에 따라 변하는 작업 성능을 고려하여 작업을 가장 효과적으로 수행할 수 있는 케이싱 오실레이터의 설치 방향을 결정할 수 있다.

## 8. 결 론

기존의 연구에서 제시되었던 조작성 지수는 물리적으로 다른 차원을 가지는 직선과 회전 공간을 동시에 해석하기 때문에 정확한 조작성 정보를 주지 못했다. 또한 관절 전체의 작동 범위를 포함하지 않는 단위 입력에 대해 조작성 해석이 이루어 졌기 때문에 작업 영역 전체에 대한 조작성 지수를 적용할 수 없었다.

본 논문에서는 조작성 지수를 회전과 직선 공간에 대해 각기 분리하여 독립적으로 정의함으로써 물리적 불일치에서 오는 부정확한 정보를 제거할 수 있었다. 또한 분리된 조작성 지수는 기구의 기하학적 해석이 편리할 뿐만 아니라 그 결과를 가시화 하기에 유리한 장점을 가진다. 그리고 가중치 행렬을 이용하여 전체 관절 공간에 대해 정규화된 관절 속도와 힘을 입력으로 사용하기 때문에 기구의 전체 작업 공간에 대해 적용 가능한 조작성 지수를 얻을 수 있었다. 또한 조작성 타원의 체적과 기구학적 등방성 지수를 케이싱 오실레이터 작업영역에 대해 단위화하여 연산함으로써 이들을 동등하게 모두 고려할 수 있도록 하였다.

제안된 조작성 지수를 이용하여 건설용 중장비이면서, 병렬형 매니퓰레이터와 그 구조가 유사한 케이싱 오실레이터의 조작성 해석을 수행하였다. 케이싱 오실레이터는 케이싱을 지면에 삽입하기 위한 초기 작업 위치와 자세에 따라 조작성 지수가 달라지기 때문에 작업을 보다 효과적으로 진행하기 위해서는 작업 환경의 조건 즉, 지반의 기울기나 고른 정도를 적절히 고려하여 케이싱 오실레이터의 설치 방향을 결정하여야 한다. 수행된 조작성 해석 결과를 바탕으로, 조작성 지수가 최대가 되는 지반의 형상 또는 케이싱 오실레이터의 상판의 기울기는 롤 각 0° , 피치 각 4° 임을 알 수 있었다. 이는 케이싱 오실레이터의 사용자로 하여금 작업 효율을 극대화할 수 있는 지표로 사용될 수 있다.

## 참고문헌


(1) Lee, J., 1996, "Optimal Configuration Control for Redundant Robot Manipulators," *Proc. Int. Conf. Automat. Robot. Cont. Vision*, pp. 2441~2445.

(2) Yoshikawa, T., 1984, "Analysis and Control of Robot Manipulators with Redundancy," *Robot. Res. 1st Int. symp., The MIT Press*, pp. 735~747.

(3) Yoshikawa, T., 1985, "Manipulability of Robotic Mechanisms," *Int. J. Robot. Res.*, Vol. 4, No. 2, pp. 3~9.

(4) Yoshikawa, T., 1988, "Foundation of Robot Control," *Corna Publishing Co. Ltd.*, pp. 120~121.

(5) Doty, K. L., Melchiorri C., Schwartz E. M. and Clauolio Bonivento, 1995, "Robot manipulability," *IEEE Trans. Robot. Automat.*, Vol. 11, No. 3, pp. 462~468.

(6) Kim, J. O. and Khosla, P. K., 1991, "Dexterity Measures for Design and Control of Manipulators," *Proc. IEEE/RSJ Int. Conf. Intelligent Robot. Syst. IROS'91*, pp. 758~763.

(7) Hong, K. S., Kim, J. G. and Lee, S. J., 2001, "Optimal Link Design of a Parallel Machine Tool Based on Manipulability Analysis," *IEEE Int. Symp. Industrial Elect. Proc.*, pp. 1747~1752.

(8) Rhee, E. J., Park, M. K., Oshima S. and Yamane R., 2003, "A Study on Autobalancing of a Casing Oscillator Using Feedback Control," *IEEE Trans. Industrial Elect.*, Vol. 50, No. 5, pp. 1022~1029.

(9) Waldron, K. J. and Kinzel, G. L. 1999, Kinematics, Dynamics, and Design of Machinery, John Wiley & Sons, Inc., pp. 10~24.

(10) Rhee, E. J., Bae, J. M. and Park, M. K., 2000, "A Study on the Inverse Kinematic Analysis of a Casing Oscillator," *J. Kor. Soc. Precision Eng.*, Vol. 17, No. 12, pp. 47~53.

(11) Kim, S. B, 1997, "Analysis and Design of Redundant Parallel Manipulators," *J. Cont. Automat. Syst. Eng.* Vol. 3, No. 5, pp. 482~489.

(12) Kim, W. H., Huh, K. K., Yi, B. J. and Cho, W., 1995, "Optimal Synthesis of a Wrist-Type 6 Degree-of-Freedom Force/Torque Sensor Using Stewart Platform Structure," *J. Kor. Soc. Mech. Eng.*, Vol. 9, No. 4, pp. 462~471.

(13) Kosuge, K., Okuda, M., Kawamat, H. and Fukuda T., 1993, "Input/Output Force Analysis of Parallel Link Manipulators," *IEEE Int. Conf. Robot. Automat.*, pp. 714~719.

(14) Lee, Y. I. and Lee, J. H., 1998, "A Study on the Manipulability Measures of Robot Manipulators," *J. Cont. Automat. Syst. Eng.*, Vol. 4, No. 1, pp. 105~112.

(15) Bowling, A. and Khatib, O., 1995, "Analysis of the Acceleration Characteristics of Non-Redundant Manipulators," *IEEE/RSJ IROS'95*, pp. 323~328.

(16) Strang, G., 1988, *Linear Algebra and Its Applications, Harcourt Brace Jovanovich*, Sam Diago.