

# 다중격자 다중차원 기법을 응용한 캠과 종동물의 비정상 상태의 유막특성 연구

장 시 열<sup>†</sup>

국민대학교 기계자동차 공학부

## Study on the Transient EHL Fluid Film for the Dynamic Contact Behaviors between Cam and Follower with Multigrid Multilevel Method

Siyoul Jang<sup>†</sup>

*School of Mechanical and Automotive Engineering, Kookmin University*

**Abstract** – Many researches about the contacts between cam and follower have investigated EHL film thickness either without dynamic loading effect or only with curve fitting formula such as Dowson-Hamrock's, because including squeeze film effect makes it hard to obtain convergence and stability of computation. Therefore, inaccurate information about minimum film thickness without dynamic loading condition causes inappropriate design of cam profiles and wrong selection of cam and follower materials. In this work, computation tools both for kinematics and dynamics of valve train system of push-rod type and for fluid film thickness with elastic deformation on the basis of dynamic loading condition with multigrid multi-level method is developed. The computational results of minimum film thickness with the respects of both static and dynamic loading conditions are compared for the contact of flat follower over the entire cycle.

**Key words** – multigrid multilevel method, elastohydrodynamic lubrication (EHL), valve train dynamics, transient state, non-linear spring stiffness, cam and follower.

### 1. 서 론

엔진 밸브 트레인(valve train system)에서 흡기 또는 배기 밸브가 개폐되게 하는 힘의 근원은 캠의 회전에 의한 종동물(follower)과의 접촉에 근거를 둔다. 이때 밸브 개폐에 구동 저항력을 주는 영향 인자들로는 밸브 스프링의 강성계수(stiffness coefficient), 스프링 또는 밸브 구의(valve seat) 감쇠계수(damping coefficient), 접촉 부분에서의 마찰력 등을 고려하는데, 단순히 캠 곡선(cam profile)에 의한 밸브 스프링의 변위량에 의해서만 캠과 종동물의 접촉력이 결정 되지 않는다. 그 중에서 밸브 스프링의 하중 주기에 따른 비선형적 강성계수와 감쇠계수는 캠과 종동물의 접촉하중에 가장

큰 영향을 주고 있으며, 캠 축의 회전 속도가 빠를수록 그 영향은 상당히 크게 나타난다[1-3].

엔진 밸브 트레인에서의 캠 축의 회전에 따른 밸브 개폐에 대한 기구학적 형태는 몇 가지 형태로 나누어 고려할 수 있으며, 대개의 경우 디젤 엔진과 가솔린 엔진과 같은 연소 형식에 따라 결정 된다. 밸브트레인의 구조에 대한 연구는 pushrod, center pivot finger, cam-in-head, end pivot finger, direct acting의 형태에 따라 구별하여[1] 밸브 트레인 시스템을 기구학적 해석과 동역학적 해석을 한 후 접촉력과 접촉면에서의 상대 운동 속도를 계산한다[2,3].

일반적으로 밸브개폐 형태(밸브 양정)는 캠 곡면의 기하학적 형상에 따라 결정되며, 특히 캠 축의 회전 속도가 낮을 때 캠 곡선(cam profile, 식(1)) 기하학적 형태와 매우 유사하다.

<sup>†</sup>주저자 · 책임저자 : jangs@kmu.kookmin.ac.kr

$$l_{cam1} = 9.48 \left( 1 - 1.242 \left( \frac{\theta}{60} \right)^2 + 0.255 \left( \frac{\theta}{60} \right)^{12} - 0.115 \left( \frac{\theta}{60} \right)^{68} + 0.102 \left( \frac{\theta}{60} \right)^{70} \right) \quad (1)$$

이 때의 캠과 종동물의 접촉 하중은 캠 곡선 형태를 따르게 되지만 캠 축의 회전 속도가 빠르게 되면 캠 축과 종동물의 접촉 하중은 밸브 트레인 구성 부품의 여러 가지 비선형적 반응 특성으로 비정상적 형태를 갖게 되어 캠 변위 (cam displacement) 곡선과 상이한 형태를 보여준다. 캠 곡면과 타펫의 마찰과 마모의 측면에서 이들 부품의 접촉을 고찰하면, 이들 틈새에 형성되는 윤활 유막은 정상상태의 유막 해석 결과로 판단하기에는 다소 무리가 따른다. 왜냐하면 캠축의 회전에 따른 캠곡면과 타펫의 기하학적 접촉 형태와 접촉 속도 및 접촉 하중은 불규칙적으로 변하기 때문이다. 이제까지의 밸브 트레인의 윤활 유막에 대한 해석은 이러한 비정상하중을 고려하지 않고 단지 정상상태의 탄성 유체 윤활 막의 계산이었으며 그것 또한 곡선 적합공식[4-6]을 이용한 결과이었다.

선 접촉 (line contact) 탄성 유체 윤활 (elastohydrodynamic lubrication) 영역에서의 유막 두께 계산 방법은 빠른 수렴성 때문에 대개의 경우 Newton-Raphson 방법에 [7,8] 의하여 계산된다. 그러나 계산 영역에서의 격자점 (grid) 수의 증가는 수치 해석 시 과도한 배열 설정 때문에 보다 큰 규모의 탄성 유체 윤활의 문제에는 한계가 있다. 또한 캠 곡면과 종동물의 접촉에서처럼 접촉 면에서의 변동하는 상대 운동 속도와 하중 조건은 정상상태의 윤활 해석 조건과 크게 다르며 Newton-Raphson 방법으로는 수렴성과 안정성이 적어 그 적용에 한계가 있다. 이러한 문제점에 대하여 다중 격자 다중 차원 (multigrid multilevel method [9])은 Newton-Raphson법 보다 향상된 안정성을 보여주며 배열 설정에서도 그 규모는 훨씬 작다. 특히 작용하중이 클 때 또는 상대 속도가 극히 작을 때 계산상의 안정성이 두드러지게 나타난다.

본 연구는 FLARE code[1]에서 사용한 것과 같은 방법으로 디젤 엔진에서 많이 사용되는 푸쉬로드 타입의 밸브 트레인 구조를 기구학적 해석과 동역학적 해석을 하여 접촉 면에서의 상대 운동 속도와 캠과 평판 종동물에 작용하는 힘의 크기를 계산하였다. 평판 종동물과 캠 곡면과의 비정상 상태의 탄성 유체 윤활 해석은 다중 격자 다중 차원 법을 사용하여 계산상의 안정성을 도모하였으며 비정상 상태의 최소 유막 두께와

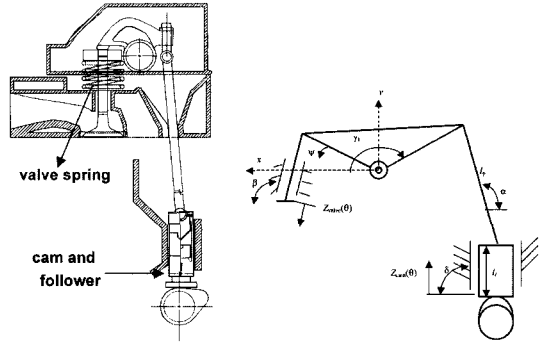


Fig. 1. Schematic diagram of pushrod type valve train with flat follower.

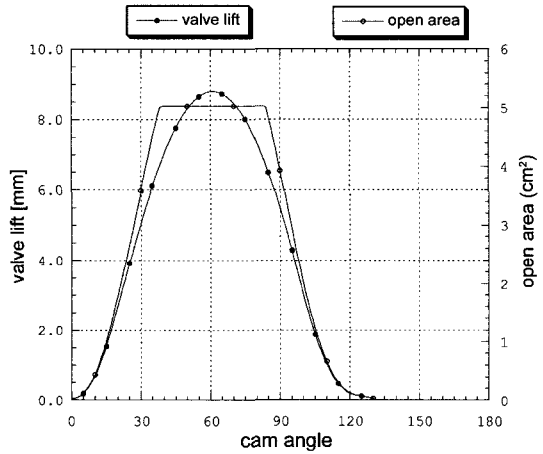


Fig. 2. Valve lift and valve opening area according to camshaft rotation.

정상상태의 최소 유막 두께와 비교하였다.

### 2. 해 석

푸쉬로드 타입의 밸브 트레인 시스템에서 (Fig. 1) 밸브가 개폐하는 동안 캠 곡면과 평판 종동물의 접촉력 계산은 다음의 사항을 고려하여 수행한다. 우선 캠축의 회전에 따라 밸브를 개폐함으로써 의도한 연료-공기 혼합기체의 질량 유동량 크기를 위하여 밸브 양정이 (valve lift) 설정된다 (Fig. 2) [10].

이러한 성능 목적을 위하여 채택된 밸브 트레인 시스템에 맞는 캠 곡면의 기하학적 형상 및 크기가 결정되며 (Fig. 3), 이때 기구-동역학적 분석에 의하여 캠 곡면과 종동물과의 접촉 (Fig. 4)에 의한 작용하중이 계산된다 [1].

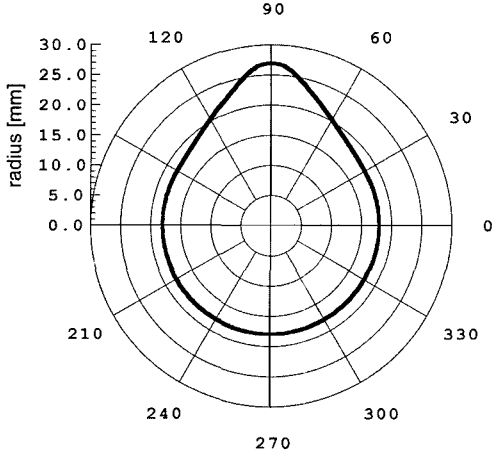


Fig. 3. Designed cam profile for the desired valve lift in a given pushrod type valve train system with flat follower.

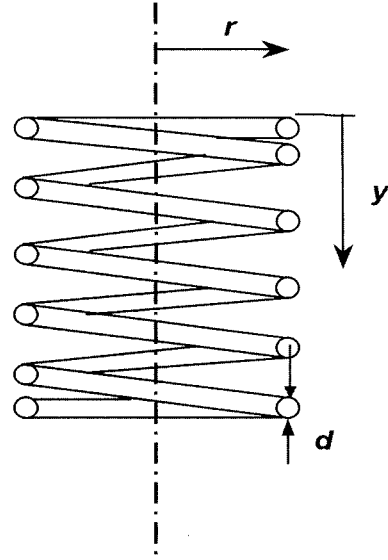


Fig. 5. Valve spring of distributed viscous damping and stiffness.

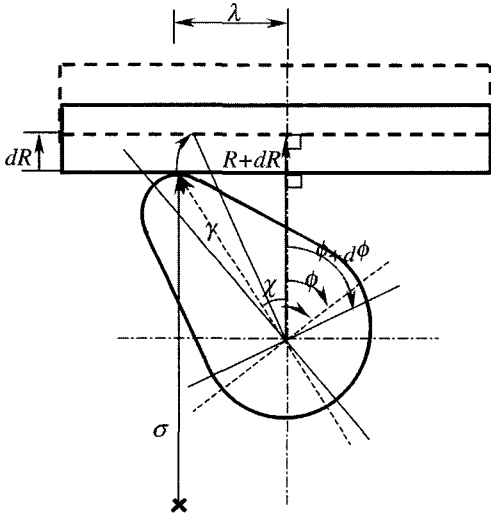


Fig. 4. Contact geometry between cam and flat follower.

또한 본 연구에서는 밸브 트레인 의 구성 부품간 접촉에 따른 감쇄력의 크기는 측정상의 어려움과 그 크기가 미미하기 때문에 고려하지 않았다. 그러나 회전 속도가 증가함에 따라 밸브 스프링(Fig. 5)의 강성계수는 다른 부품의 감쇠 특성에 비하여 매우 강한 비선형적 반응을 보이며 분포 점성 감쇄(distributed viscous damping)의 성격을 크게 나타낸다. 이러한 스프링의 비선형적 반응 특성은 다른 모든 영향인자 보다 크게 나타나기 때문에 본 연구의 해석에서 주요한 인자로 고려하였다. 분포 점성 감쇄로 인하여 스프링에 가해지는 힘의 크기는 다음의 식으로 표현한다[2].

$$(F_s = F_e)_{x=L} = -KL \left( \frac{\partial y}{\partial x} \right)_{x=L} \quad (2)$$

$$\alpha^2 \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} = \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} + \beta \frac{\partial y}{\partial t} \quad (3)$$

여기서

$$\alpha = d \sqrt{\frac{G}{\rho(8r^2 + d^2)}} \quad (4)$$

$$\beta = \frac{32r^2 \varepsilon}{\pi d^2 \rho(8r^2 + d^2)}, \quad \varepsilon = \frac{4\mu F_n(x)}{\pi \omega Y_0} \quad (5)$$

이다.

밸브 트레인에서 밸브의 복원력은 대부분 밸브 스프링의 탄성계수의 크기에 따라 결정되는데, 이러한 밸브 스프링의 비선형적 특성을 고려하여 캠 곡면과 평판 종동물과의 접촉력과 접촉면에서의 상대 운동 미끄럼 속도를 계산한다.

접촉 상대면의 기하학적 형상과 접촉면의 상대 미끄럼 속도에 정보를 갖고 있다면 접촉면 사이의 유막두께 및 유막압력에 관한 서술식인 레이놀즈 방정식에 의하여 작용하는 접촉하중과 접촉 속도에 따른 유막압력 및 유막두께를 계산할 수 있다. 캠 곡면의 접촉과 같은 접촉면의 윤활 현상은 접촉 상대면의 기하학적 부적합 형상 접촉(non-conformal contact)으로 적은 면적에서 집중 압력이 가해지기 때문에 접촉 부위의

탄성 변형량을 고려하여 유막 두께를 계산할 필요가 있다. 따라서 유막 압력, 유막 두께와 힘의 평형등 세 가지 조건을 동시에 만족시켜야 하는데, 이때 캠 축의 회전에 따라 접촉 부위의 기하학적 형태는 변하게 된다. 따라서 작용하중과 상대 미끄럼 속도도 순간적으로 변하게 되며, 정상상태의 윤활유막 계산방식만으로는 설명할 수 없다.

캠과 종동물의 접촉에 대한 탄성 유체 윤활 현상은 탄성 변형을 고려하여 다음의 Reynolds 방정식으로 설명할 수 있다. 많은 경우 이들 부품간의 접촉면은 윤활유 유입 방향에 수직인 방향으로의 장축과 윤활유 유입 방향으로의 단축의 비가 큰 타원 형상 때문에 선 접촉(line contact)으로 고려하며 미끄럼 방향으로의 유막 압력 구배(fluid film pressure gradient) 만을 고려하고 있다.

$$\frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{\rho h^3}{12\eta} \frac{\partial p}{\partial x} \right) = u \frac{\partial(\rho h)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho h)}{\partial t} \quad (6)$$

이 때 접촉 면의 선접촉 탄성 변형량을 고려한 유막 두께는

$$h(x) = h + \frac{x^2}{2} + \sum D_{ij} p_j \quad (7)$$

으로 설명된다.

여기서

$$D_{ij} = \left[ x_i - x_j + \frac{\Delta x}{2} \right] \left[ \ln \left| x_i - x_j + \frac{\Delta x}{2} \right| - 1 \right] - \left[ x_i - x_j - \frac{\Delta x}{2} \right] \left[ \ln \left| x_i - x_j - \frac{\Delta x}{2} \right| - 1 \right] \quad (8)$$

이다.

식 (6)에서 우변의 두번째 항이 영이면 정상 상태의 일차원(선접촉) 레이놀즈 방정식을 표시한다. 정상 상

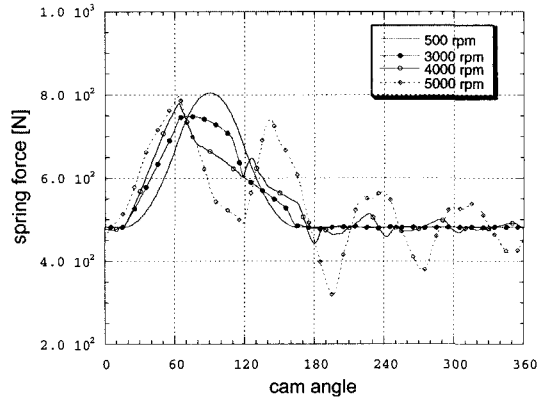


Fig. 6. Spring forces between cam profile and flat follower in a given pushrod type.

태에서의 탄성 유체 윤활의 유막 두께에 관한 곡선 적합 공식은 윤활유의 밀도, 점도, 접촉 고체면의 탄성 계수, 미끄럼 속도, 기하학적 형상의 함수로 표시하는데 일반적으로 Hamrock-Dowson의 최소 유막 두께는 다음의 공식으로 표시한다[8].

$$h^* = \frac{h_{min}}{R} = 1.714 W^{*-0.128} U^{*0.694} G^{*0.568} \quad (9)$$

탄성 유체 윤활의 접촉과 같이 고압력 접촉 조건에서는 유체(윤활유막)의 점도는 승수함수로 압력에 따라 비선형적으로 증가한다. 유막 안에서의 점도의 변화는 압력의 함수로 나타나기 때문에 레이놀즈 방정식은 비선형 미분 방정식의 형태를 갖게 된다. 이러한 비선형 편미분 방정식에 대하여 다중 차원 다중 격자 해법의 FAS(Full Approximation Scheme) (Fig. 7) 알고리즘은 탁월한 수렴성과 안정성을 준다. 다중 차원 다중 격자법의 특징은 반복 계산 과정 중에 발생되는 늦은 수렴성에 대하여 장점을 갖고 있다. 일반적으로 격자 크기 정도의 파장을 갖는 오차는 수렴이

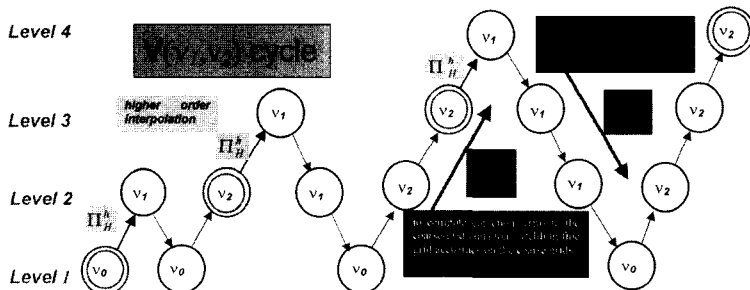


Fig. 7. Multigrid multilevel algorithm for elastohydrodynamic lubrication analysis.

빠르게 되지만 그 보다 큰 파장의 오차는 계속 남게 된다. 이러한 오차들은 더 큰 격자에서 제거 될 수 있다. 두개의 격자 영역만을 다룰 때 그 내용은[9] 다음과 같다.

$$Lp = f \tag{10}$$

비선형 미분 연산자  $L$ 과 입력 함수  $f$ 의 관계에서 해  $p$ 를 구한다. 이들 값의 근사 대수 항을 격자크기  $h$ 인 계산 영역에서 각각의 연산자를  $L^h, f^h, p^h$ 로 이산화 하여 다음의 형태로 표현할 수 있다.

$$L^h p^h = f^h \tag{11}$$

몇 번의 반복 계산 단계를 수행하여  $p^h$ 의 근사값  $p^h$ 이 계산된다. 이때 오차량  $r^h$ 는 다음과 같이 정의 된다.

$$r^h = f^h - L^h p^h \tag{12}$$

정확해와 근사해와의 오차는  $q^h = p^h - p^h$ 인데 보다 큰 격자 영역  $H$ 에서  $q^h$ 를 계산하기보다 새로운 변수를 다음과 같이 유도하여 격자크기  $H$ 인 영역에서  $p^H$ 를 계산한다.

$$p^H = I^H_h p^h + q^H \tag{13}$$

여기서  $I^H_h$ 는 격자 크기  $h$ 에서 격자 크기  $H$ 로의 전달자(transfer operator)로서 작은 격자 계산 영역의 압력을 큰 격자의 계산 영역으로 전달 할 때 다음 식(14)과 같이 표현한다.

$$\begin{pmatrix} p_0^H \\ p_1^H \\ \vdots \\ p_{2l}^H \\ \vdots \\ p_{n/2-1}^H \\ p_{n/2}^H \end{pmatrix} = \frac{1}{4} \begin{pmatrix} 2 & 1 & & & \\ & 1 & 2 & 1 & \\ & & & & \\ & & & 1 & 2 & 1 \\ & & & & & \\ & & & & & 1 & 2 & 1 \\ & & & & & & & 2 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} p_0^h \\ p_1^h \\ \vdots \\ p_{2l}^h \\ \vdots \\ p_{n-1}^h \\ p_n^h \end{pmatrix} + q^H \tag{14}$$

격자 크기  $H$ 에서의 FAS상의 대수 방정식은 다음과 같다.

$$L^H p^H = f^H \tag{15}$$

여기서

$$f^H = L^H (I^H_h p^h) + I^H_h r^h \tag{16}$$

이다.

정확해  $p^H$ 의 근사해  $p^H$ 가 계산되면 이 값을 가지고 격자크기  $h$ 에서의 계산 값  $p^h$ 를 다음의 식을 이용하여 구한다.

$$p^{h_{new}} = p^h + I^H_h (p^H - I^H_h p^h) \tag{17}$$

여기서  $I^H_h$ 는 격자  $H$ 에서  $h$ 로의 보간 전달자(interpolation operator)이며 압력의 경우에서 다음과 같은 형태를 갖는다.

$$\begin{pmatrix} p_0^H \\ p_1^H \\ \vdots \\ p_{2l-1}^H \\ p_{2l}^H \\ p_{2l+1}^H \\ \vdots \\ p_{n-1}^H \\ p_n^H \end{pmatrix} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 2 & & & & & & & & & & \\ & 1 & 1 & & & & & & & & \\ & & & 1 & 1 & & & & & & \\ & & & & 2 & & & & & & \\ & & & & & 1 & 1 & & & & \\ & & & & & & & 1 & 1 & & \\ & & & & & & & & & 2 & \\ & & & & & & & & & & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} p_0^h \\ p_1^h \\ \vdots \\ p_{l-1}^h \\ p_l^h \\ p_{l+1}^h \\ \vdots \\ p_{n/2-1}^h \\ p_{n/2}^h \end{pmatrix} \tag{18}$$

### 3. 결 과

캠 축의 회전에 따라 밸브 양정(valve lift)이 정해지면 기체가 통과할 수 있는 면적을 계산할 수 있다[10]. (Fig. 2) 설계 되어지는 밸브 양정의 크기에 따라 주어 진 밸브 트레인 시스템(Table 1)에서 캠 곡면이 정해 지는데(Fig. 3) 본 연구에서는 푸쉬로드 타입의 평판 중동물을 갖는 밸브 시스템에 적용하여 캠곡면을 완성 하였다.

캠 축의 회전에 따른 밸브 스프링의 강성계수는 회전 속도가 작을 때 캠과 중동면에 작용하는 접촉력은

**Table 1.** Physical dimensions and materials properties of the modeld valve train system components

Cam base circle	18 mm	$\gamma$	145°	Spring diameter	5.166 mm
$l_i$	27.39 mm	$\alpha$	75°	Spring roll R.	15.56 mm
$l_p$	120.0 mm	$\beta$	95°	Spring G	$8.2939 \times 10^{10}$ N/m <sup>2</sup>
$R_l$	45 mm	$\psi$	15°	Valve lift	8.47 mm
$\eta_0$	0.0411 Pas	Pressure viscosity coeff. $\alpha$	$2.42 \times 10^{-8}$	Lubricant G	5300.9

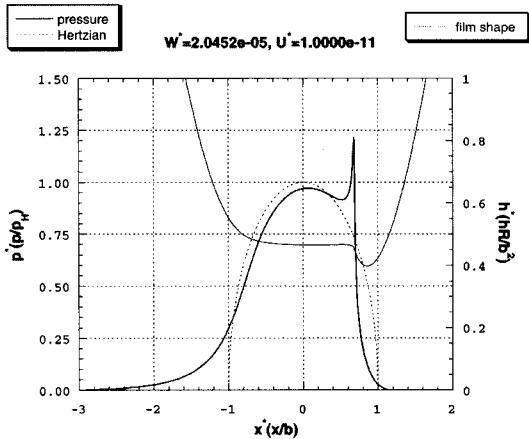


Fig. 8. Pressure profile and film shape of line contact between cam profile and flat follower by the calculation of multigrid and multilevel method.

캠의 변위 곡선과 상당한 유사성을 나타내지만, 회전 속도가 클 때는 강성 계수는 비선형적으로 변하여 따라서 캠과 타겟의 접촉 하중은 상당한 비선형적 관계를 보여준다. Fig. 6는 캠 축의 회전 속도가 500 rpm에서 5,000 rpm으로 변화함에 따른 캠 곡면과 평판 종동물의 접촉력 변화를 나타낸 것으로 단순히 밸브 양정의 크기에 따라 변하는 것이 아니라 캠 축의 회전 속도가 빠름에 따라 캠과 타겟의 접촉력이 비선형적으로 변하는 것을 보여주고 있다.

캠 곡면과 종동물의 접촉면에서의 유막의 하중지지를 계산하기 위하여 본 연구에서 사용한 최대 격자 크기는 전체 길이를 Hertzian 접촉 반지름 길이의 8배 정도로 하여 최대 1100개의 격자 크기와 2 V cycle (Fig. 7)로 계산하였다. 정상 상태에서 유막 압력과 유막 두께의 전형적인 형태는 Fig. 8과 같이 나타나며 틈새 출구 쪽에 spike 형태의 압력 변화가 생기는 전형적인 탄성유체 윤활의 특징을 보여준다. 이러한 출구 부분의 형태는 압력에 대한 점도의 변화, 상대 미끄럼 속도, 작용 하중의 크기에 따라 다르게 나타나며 대부분의 경우 최소 유막 두께는 이 영역에서 나타난다.

정상 상태의 유막 두께 계산은 최소유막 두께(minimum film thickness) 또는 접촉점의 중앙 위치 유막 두께(central film thickness)에 관한 Dowson-Hamrock의 곡선 적합(curve fitting) 공식을 사용하고 있다. 이 공식은 정상 상태에서의 윤활 유막 두께 계산을 한 것이기 때문에 밸브 트레인의 접촉에서의 경우처럼 변동 하중 및 속도 변화 조건에서 유막 두께 계산을 수행하

면 이 곡선 적합식과 매우 다른 값을 나타낸다. 그 이유는 이 곡선 적합식의 유도가 정상상태의 조건에 근거한 계산 결과이기 때문이다. 이것은 동하중 탄성유체윤활 실험의 결과에서도 나타나고 있다. 실제값과 차이가 크게 나타난다. 특히 캠축의 회전 속도가 빨라지고 동하중의 크기 변화가 급격할 때는 비정상 상태의 유막 두께 변화의 영향으로 정상상태의 경우와는 전혀 다른 형태로 나타나며 단순히 곡선 적합의 공식으로 유막두께를 판단하여 밸브트레인 부품을 설계할 수 없다. 이것은 유막 두께의 시간에 따른 변화량을 고려하지 않은 결과이다.

본 연구의 대상인 푸쉬로드 타입의 밸브트레인의 경우 캠과 타겟의 접촉순간 발생하는 접촉속도 및 접촉력은 앞에서 설명한 밸브트레인의 기구-동역학 해석을 통하여 규명하였다(Fig. 9).

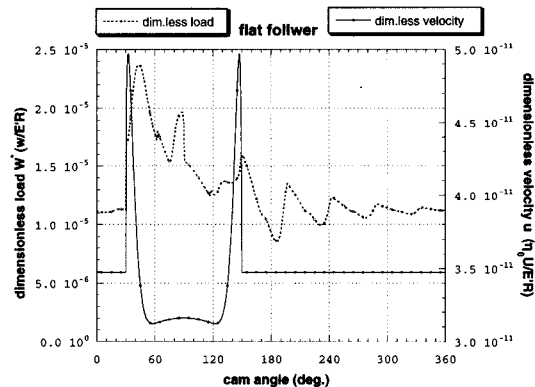


Fig. 9. Dimensionless load and contact velocity in the contact between cam and flat follower.

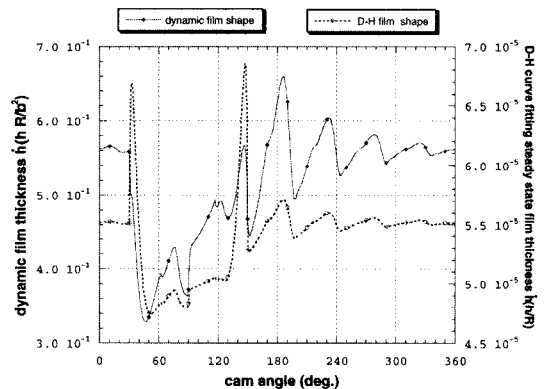


Fig. 10. Comparison of minimum film thickness changes between dynamic film simulation and Dowson-Hamrock curve-fitting value [8].

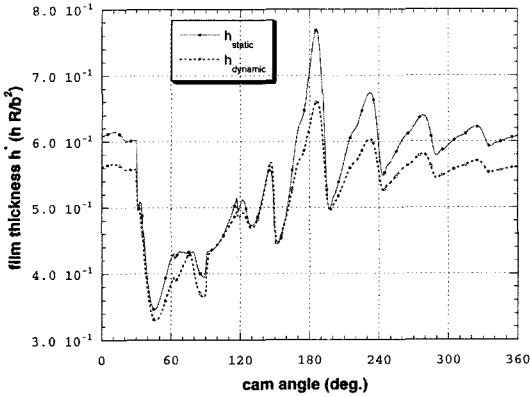


Fig. 11. Comparison of minimum film thickness changes between steady state and unsteady state simulations.

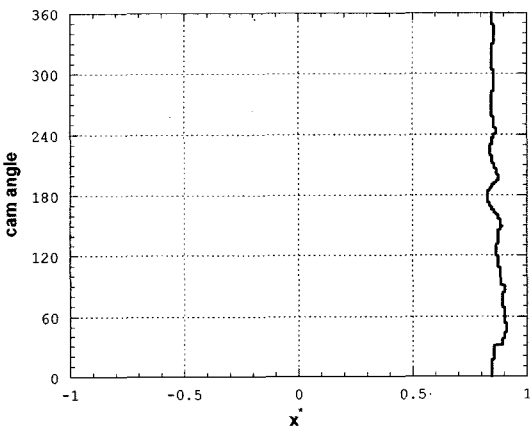


Fig. 12. Location of minimum film thickness under the steady velocity condition at 3000 rpm.

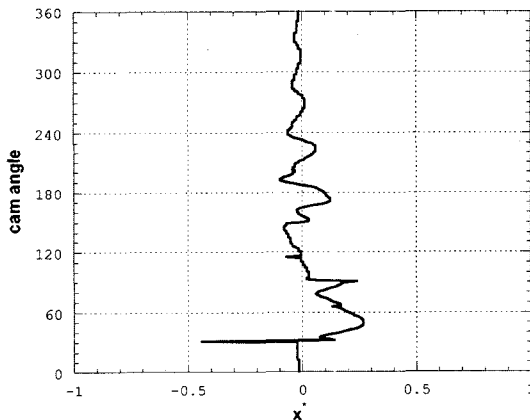


Fig. 13. Location of minimum film thickness under the dynamic velocity condition at 3000 rpm.

곡선 적합 공식에서의 특징은 속도 변화에 최소 유막 두께의 크기가 민감하게 반응하며 비정상 상태를 고려한 해석에서는 오히려 하중 변화에 비교적 민감하게 유막 두께 변화에 반응한다(Fig. 10).

본 연구에서 고려한 푸쉬 로드 타입의 밸브 트레인에서 캠 곡면과 평판 종동물의 동하중 접촉하에서 정상 상태와 비정상 상태와의 최소 유막 두께의 계산 결과에서도 큰 차이를 보여 주고 있다(Fig. 11).

정상상태와 비정상 상태의 탄성유체유회조건에서 최소 유막두께가 존재하는 위치의 차이가 상이하게 나타난다. 정상상태의 경우 Fig. 8과 같이 최소 유막 두께 및 유막 입력의 최대치가 접촉점에서의 유회유 출구쪽에 위치하는 형태로 존재한다(Fig. 12). 그러나 비정상 상태 해석의 경우 최소 유막두께의 위치는 작동 주기 동안 접촉지점의 중앙 부위에 위치하고 있다(Fig. 13).

#### 4. 결 론

본 연구는 엔진 밸브 트레인의 탄성 유체 유회 해석에서 일반적으로 고려되지 않고 해석된 비정상 상태의 효과를 고려하여 유막 계산을 하였다. 계산조직은 비선형 미분방정식과 탄성 변형률의 연계 계산에 탁월한 수렴성과 안정성을 보이는 다중격자 다중차원 방식을 응용하여 안정된 계산 방법을 개발하였다. 시간에 따른 유막 두께의 양을 고려하여 탄성 유체 유회 유막 계산에 적용되는 Dowson-Hamrock의 곡선 적합식과의 차이와 정상 상태의 조건에서 계산된 값과 비교하였다. 곡선 적합식에 의한 최소 유막 두께는 상대 미끄럼 속도에 민감하게 반응하는 반면 동하중 조건을 고려한 본 연구의 결과는 변동하중에 보다 더 민감하게 반응한다는 결론을 얻었다.

#### 후 기

이 논문은 2003년도 한국학술진흥재단의 선도연구자 지원에 의하여 연구되었으며(KRF-2003-041-D00097), 이에 감사드립니다.

#### 기호 설명

- $b$  = half Hertzian length ( $R\sqrt{8W/\pi}$ ),  $m$
- $d$  = diameter spring wire
- $D_{ij}$  = influence matrix for solid deformation

$E$  = Young's modulus of surface, Pa  
 $E$  = equivalent Young's modulus, Pa

$$\frac{1}{E^*} = \frac{1}{2} \left( \frac{1-\nu_a^2}{E_a} + \frac{1-\nu_b^2}{E_b} \right)$$

$F_s$  = spring force  
 $G$  = material parameter in fluid film,  $\alpha E$   
 $G$  = shear modulus in spring, N/m<sup>2</sup>  
 $H$  = grid size  
 $h$  = film thickness or grid size  
 $h^*$  = dimensionless film thickness,  $h R/b^2$   
 $h_m$  = film thickness at  $dp/dx = 0$ , m  
 $K$  = spring constant  
 $L$  = developed length of the spring helix  
 $p^*$  = dimensionless pressure  $p/p_H$   
 $p_H$  = Hertzian pressure,  $E_b/4R$ , Pa  
 $R$  = equivalent radius of contact  
 $y$  = axial displacement of spring element  
 $r$  = radius of spring  
 $t$  = time  
 $\alpha$  = piezoviscous coefficient in Roelands' viscosity model, m<sup>2</sup>/N or wave speed  
 $\varepsilon$  = equivalent coefficient of viscous damping per unit length of the spring  
 $\rho_m$  = density at  $dp/dx = 0$ , Kg/m<sup>3</sup>  
 $\rho^*$  = dimensionless density,  $\rho/\rho_0$   
 $\rho$  = density of spring material  
 $\theta$  = rotation angle of camshaft  
 $\omega$  = angular speed of cam

Superscript

\*dimensionless variable

## 참고 문헌

1. Goenka, P. K., Paranjpe R. S. and Y.-R. Jeng, "FLARE: An Integrated Package for Friction and Lubrication Analysis of Automotive Engines," SAE 92047.
2. Dyson, A., "Kinematics and Geometry of Cam and Finger Follower System," *Tribology Int.*, Vol. 13, No. 3, pp. 121-132, 1980.
3. Pisano, A. P., "The Analytic Development and Experimental Verification of a Prediction Model of a High-Speed Cam-Follower System," Ph.D. thesis, Columbia University, 1981.
4. Taylor, C. M., *Engine Tribology*, Tribology Series Vol. 26, 1993.
5. Dowson, D., Taylor, C. M. and Zhu, G., "A Transient Elastohydrodynamic Lubrication Analysis of a Cam and Follower," *International Conference on Frontiers of Tribology*, 1991.
6. Taylor, C. M., "Fluid Film Lubrication in Automobile Valve Train," *Journal of Engineering Tribology*, Vol. 208, pp. 221-234, 1994.
7. Houper, L. and Hamrock, B. J., "Fast Approach for Calculating Film Thickness and Pressures in Elastohydrodynamically Lubricated Contacts at High loads," *Journal of Tribology*, Vol. 108, pp. 411-420, 1986.
8. Hamrock, B. J., *Fundamentals of Fluid Film Lubrication*, McGraw-Hill, 1994.
9. Lubrecht, A., Napel, W. E. Ten and Bosma, R., "Multigrid, An Alternative Method for Calculating Film Thickness and Pressure Profiles in Elastohydrodynamically Lubricated Line Contacts," *Journal of Tribology*, Vol. 108, pp. 551-556, 1986.
10. Heywood, J., *Internal Combustion Engine Fundamentals*, McGraw-Hill, 1988.