

등방성 빔 단면과 비등방성 공간 부분 코히어런스 특성을 갖는 가우시안 셸 모델 빔의 구현에 대한 해석적 연구

김 휘 · 김태수 · 최경식 · 이병호[†]

서울대학교 전기공학부 국가 지정 홀로그래피 기술 연구실
☎151-744 서울 관악구 신림동 산 56-1

(2004년 3월 18일 받음, 2004년 5월 27일 수정본 받음)

등방성 빔 단면과 비등방성 공간 부분 코히어런스 특성을 갖는 가우시안 셸 모델 빔의 구현에 대하여 연구하였다. He-Ne 레이저의 가우시안 빔이 회전하는 홀로그래픽 확산판을 통과하면서 생성된 확산광을 등방성 빔 단면과 비등방성 공간 코히어런스 특성을 갖는 가우시안 셸 모델 빔으로 만드는 광학계를 제안하였다. 광학계의 해석적 설계 방정식을 유도하였고 이를 사용한 설계 예를 제시하였다.

주제어 : Gaussian Schell-model beam, partial coherence, first order optical system, degree of coherence function

I. 서 론

광원의 물리적 성질들 중 광원에서 방출되는 광의 회절 및 간섭 특성에 직접적으로 관련이 있는 것은 코히어런스 특성이다. 일반적으로 사용되는 대부분의 광원은 부분 코히어런스(partial coherence) 특성을 보인다. He-Ne 레이저와 같은 광원은 시·공간적 코히어런스가 매우 높은 부분 코히어런스 광원이라고 할 수 있다. 부분 코히어런스는 이론적인 측면 뿐 아니라 응용의 측면에서의 중요성 때문에 오랫동안 꾸준히 연구되어 온 주제이다.^[1,2] LED나 고출력 엑시머 레이저와 같은 부분 코히어런스 광원은 반도체 리소그래피 공정, 디스플레이 등의 응용 분야에서 널리 사용되고 있고 새로운 부분 코히어런스 광원 개발에 대한 연구도 지속적으로 이루어지고 있다. 또한 특정 코히어런스 특성을 갖는 광원을 위한 광 구조물 또는 광소자의 연구 개발도 함께 이루어지고 있다. 광원의 코히어런스 특성에 따라 회절이나 간섭 특성이 큰 차이를 보이는데 이 때문에 광원의 코히어런스에 대한 연구는 특정한 코히어런스 특성을 갖는 광원을 위한 광학 소자의 최적 설계 문제와 밀접한 관련을 가지게 된다. 디스플레이 분야에서 사용되는 대부분의 광원은 고가의 레이저와 같은 완전 코히어런스 특성을 갖는 광원이 아니라 코히어런스가 높지 않은 저가의 LED나 CCFL 램프와 같은 부분 코히어런스 특성을 보이는 광원들인데 이러한 부분 코히어런스 광원을 위한 격자 구조나 광 굴절 구조물의 최적 설계가 최근 들어 중요한 이슈가 되고 있다.^[3,4] 이러한 소자의 개발에는 광원의 코히어런스 특성에 대한 이해가 반드시 필요하다. 한편, 반도체 리소그래피 공정 분야에서 널리 사용되는 248nm 파장의 KrF 엑시머와 같은 산업용 고출력 레이저들도 대부분이 부분 코히어런스 특성을 갖는다. 이 엑시머 레

이저 빔의 균일한 에너지 조사를 위한 호모지나이저 소자의 개발에는 엑시머 레이저의 부분 코히어런스 특성이 핵심적인 설계 변수가 된다.^[5] 이렇게 넓은 응용성의 측면에서 볼 때 광원의 부분 코히어런스에 대한 연구는 매우 중요한 의미를 갖는다고 할 수 있다.

본 논문에서는 광원의 부분 코히어런스 특성에 대한 연구의 일환으로 부분 코히어런스 광파의 이론적 모델 중의 하나인 가우시안 셸 모델(Gaussian Schell-model: GSM) 빔의 구현 방법에 대하여 고찰한다. He-Ne 레이저를 사용하여 원하는 코히어런스 특성을 갖는 부분 코히어런스 GSM 빔의 생성에 대하여 중점적으로 논의할 것인데 특히 등방성 빔 단면과 비등방성 공간 부분 코히어런스 특성을 갖는 GSM 빔을 구현하기 위한 광학계의 설계를 목표로 한다.

본 논문의 구성은 다음과 같다. 우선 논문의 II장에서는 GSM 빔의 텐서 행렬 표현에 대하여 다룬다. III장에서는 1차 광학계의 4×4 전달 행렬 분석법과 Collins 공식을 사용한 1차 광학계 모델을 분석하고 1차 광학계를 통한 GSM 빔의 전달 특성을 논한다. IV장에서는 III장의 분석과 면광원에 대한 등가 정리^[1]를 이용하여 등방성 빔 단면과 이방성 공간 부분 코히어런스 특성을 갖는 GSM 빔 구현을 위한 광학계 구성에 대하여 고찰한다. V장에서는 광학계의 설계 예를 제시한다.

II. 가우시안 셸 모델 빔의 텐서 행렬 표현

시·공간적으로 불규칙한 요동을 하는 광파의 통계적 특성은 광파의 cross spectral density에 의해 정량화 된다.^[1,2] Cross spectral density는 광축(z 축)에 수직인 평면(x-y평면)상의 두 점 ρ_1 와 ρ_2 에서의 광파의 통계적 연관성(correlation)의 정도를 나타낸다. Cross spectral density는 점 ρ_1 와 점 ρ_2 에서의 spectral density와 두 점간의 normalized degree of coherence 함

[†]E-mail: byoungho@snu.ac.kr

수의 곱으로 표현된다. 단파장(monochromatic) 광파인 경우, 광파의 spectral density와 normalized degree of coherence 함수를 각각 $S(\rho)$ 와 $g(\rho')$ 라고 할 때 광파의 cross spectral density는

$$\Gamma(\rho_1, \rho_2) = [S(\rho_1, \nu)]^{1/2} [S(\rho_2, \nu)]^{1/2} g(\rho_1, \rho_2, \nu) \exp(-j\phi(\rho_1, \rho_2)) \quad (2.1)$$

와 같은 형태를 갖는 두 점 ρ_1 와 ρ_2 의 함수이다. 여기서 $\rho_1 = (x_1, y_1)$, $\rho_2 = (x_2, y_2)$ 이다. 광축에 수직인 임의의 횡단면에서 광파의 공간적인 분포가 wide-sense stationary(WSS)한 경우 degree of coherence 함수는 점 ρ_1 와 점 ρ_2 사이의 거리에만 의존하게 된다. 이와 같은 광파의 통계적 모델을 셀 모델(Schell-model)이라고 한다. 광파가 중심 주파수를 중심으로 거의 단파장(quasi-monochromatic)이라고 볼 수 있고 공간적으로 WSS 분포를 따르며 spectral density $S(\rho)$ 와 degree of coherence 함수 $g(\rho')$ 가 각각 ρ 와 ρ' 에 대한 가우시안 함수인 경우 광파의 cross spectral density는 식 (2.2)와 같이 주어진다.

$$\Gamma(\rho_1, \rho_2) = [S(\rho_1, \nu)]^{1/2} [S(\rho_2, \nu)]^{1/2} g(\rho_2 - \rho_1, \nu) \exp(-j\phi(\rho_1, \rho_2)) \quad (2.2)$$

여기서 광파의 spectral density는

$$S(\rho) = \left(\frac{A}{2\pi}\right) \frac{1}{\det \sigma_s} \exp\left[-\frac{1}{2} \rho^T (\sigma_s^2)^{-1} \rho\right] \quad (2.3)$$

이고 normalized degree of coherence 함수는

$$g(\rho) = \exp\left[-\frac{1}{2} \rho^T (\sigma_g^2)^{-1} \rho\right] \quad (2.4)$$

와 같다. 그리고 cross spectral density의 위상항 ϕ 는

$$\phi(\rho_1, \rho_2) = \frac{k}{2} (\rho_1 - \rho_2)^T \underline{K} (\rho_1 + \rho_2) \quad (2.5)$$

로 주어진다. 이러한 통계적 특성을 갖는 광파를 일반적으로 GSM 빔이라고 한다.^[6-8] 식 (2.3)의 $(\sigma_s^2)^{-1}$ 는 transverse spot width matrix, 식 (2.4)의 $(\sigma_g^2)^{-1}$ 는 transverse coherence width matrix라고 한다. 이들의 물리적 차원은 거리의 제곱의 역수이고 real symmetric positive-definite matrix이다. 식 (2.5)의 위상항에서 k 는 파수이고 \underline{K} 는 임의의 실수 행렬로서 식 (2.6)과 같이 나타낼 수 있다.

$$\underline{K} = R^{-1} + \mu J \quad (2.6)$$

여기서 R^{-1} 은 wave-front curvature matrix라고 하고 transpose symmetry를 가지고 있다. μ 는 트위스트 팩터로 상수이고 J 는 transpose antisymmetric matrix

$$J = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix} \quad (2.7)$$

이다.

위에서 정의한 광파 모델에서 spectral density $S(\rho, \nu)$ 와 degree of coherence 함수 $g(\rho')$ 은 각각의 주축(principal axis)을 갖는 비등방성 이차 형식(anisotropic quadratic form)을 지수항에 갖는 비등방성 가우시안 함수이다. 일반적으로 두 함수의 주축이 반드시 일치하는 것은 아니다. 또한 cross spectral density의 위상항에 있는 wave-front curvature matrix R^{-1} 의 주축도 spectral density와 degree of coherence 함수의 주축들과 반드시 일치할 필요는 없다. 모든 완전 코히어런스 가우시안 빔과 부분 코히어런스 가우시안 빔은 위에서 정의한 GSM 빔의 범주에 속한다.

식 (2.2)의 cross spectral density의 형식을 4×4 텐서 꼴로 정리하기 위하여 식 (2.3), (2.4), (2.5)를 식 (2.2)에 대입하면 cross spectral density $\Gamma(\rho_1, \rho_2)$ 는

$$\begin{aligned} \Gamma(\rho_1, \rho_2) = & \left(\frac{A}{2\pi}\right) \frac{1}{\det \sigma_s} \exp\left[-\frac{1}{4} \left[\rho_1^T (\sigma_s^2)^{-1} \rho_1 + \rho_2^T (\sigma_s^2)^{-1} \rho_2 \right] \right. \\ & - \frac{1}{2} (\rho_1 - \rho_2)^T (\sigma_g^2)^{-1} (\rho_1 - \rho_2) \\ & \left. - \frac{jk}{2} (\rho_1 - \rho_2)^T (R^{-1} + \mu J) (\rho_1 + \rho_2) \right] \quad (2.8) \end{aligned}$$

와 같이 된다. 식 (2.8)의 우변의 지수 부분을 4×4 텐서로 정리하면

$$\begin{aligned} & -\frac{1}{4} \left[\rho_1^T (\sigma_s^2)^{-1} \rho_1 + \rho_2^T (\sigma_s^2)^{-1} \rho_2 \right] \\ & - \frac{1}{2} (\rho_1 - \rho_2)^T (\sigma_g^2)^{-1} (\rho_1 - \rho_2) \\ & - \frac{jk}{2} (\rho_1 - \rho_2)^T (R^{-1} + \mu J) (\rho_1 + \rho_2) \\ & = -\frac{jk}{2} \begin{bmatrix} \rho_1 \\ \rho_2 \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} R^{-1} - \frac{j}{2k} (\sigma_s^2)^{-1} - \frac{j}{k} (\sigma_g^2)^{-1} & \frac{j}{k} (\sigma_g^2)^{-1} + \mu J \\ \frac{j}{k} (\sigma_g^2)^{-1} + \mu J^T & -R^{-1} - \frac{j}{2k} (\sigma_s^2)^{-1} - \frac{j}{k} (\sigma_g^2)^{-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \rho_1 \\ \rho_2 \end{bmatrix} \\ & = -\frac{jk}{2} \rho^T M^{-1} \rho. \quad (2.9) \end{aligned}$$

여기서 M^{-1} 은 partially coherent complex curvature tensor라고 하고 transpose symmetric matrix이다. 가장 일반적인 경우를 살펴보면 partially coherent complex curvature tensor M^{-1} 가

$$M^{-1} = \begin{bmatrix} M_{11}^{-1} & M_{12}^{-1} \\ (M_{12}^{-1})^T & (-M_{11}^{-1})^* \end{bmatrix} \quad (2.10)$$

의 꼴로 주어진다고 할 때 M_{11}^{-1} 은 반드시 transpose symmetric matrix이지만 M_{12}^{-1} 가 반드시 transpose symmetry를 가질 필요는 없다는 것을 알 수 있다. 한편, 식 (2.9)를 통해 알 수 있듯이 M^{-1} 은 10개의 독립적인 복소수 파라미터에 의해 규정된다. 식 (2.9)와 식 (2.10)의 관계를 이용하면 partially coherence complex curvature tensor M^{-1} 로부터 GSM 빔의 물리적 파

라미터 텐서 σ_s , σ_g 와 R^{-1} 와 트위스트 팩터 μ 를 구할 수 있다. 트위스트 팩터 μ 는 식 (2.11)에서 보는 바와 같이 M_{12}^{-1} 로부터 구할 수 있고

$$2\mu J = M_{12}^{-1} - (M_{12}^{-1})^T, \quad (2.11)$$

wave-front curvature matrix R^{-1} 와 transverse coherence width matrix σ_g 는

$$R^{-1} = \frac{1}{2} [M_{11}^{-1} + (M_{11}^{-1})^*], \quad (2.12)$$

$$(\sigma_g^2)^{-1} = \frac{k}{2j} [M_{12}^{-1} + (M_{12}^{-1})^T] \quad (2.13)$$

와 같이 얻어진다.

Transverse spot width matrix σ_s 는 식 (2.14)에서 보는 바와 같이 M_{11}^{-1} 과 M_{12}^{-1} 에 의해 결정된다.

$$(\sigma_s^2)^{-1} = jk [M_{11}^{-1} + (-M_{11}^{-1})^* + M_{12}^{-1} + (M_{12}^{-1})^T]. \quad (2.14)$$

한편, 식 (2.9)를 식 (2.8)에 대입하여 정리하면 GSM 빔의 cross spectral density의 텐서 표현

$$\Gamma(\rho_1, \rho_2) = \left(\frac{A}{2\pi} \right) \frac{1}{\det \sigma_s} \exp \left[-\frac{jk}{2} r^T M^{-1} r \right] \quad (2.15)$$

을 얻는다.

한편, 식 (2.15)의 cross spectral density가 변수 x와 y에 대하여 변수 분리 가능할 때

$$\begin{aligned} \Gamma(\rho_1, \rho_2) &= \left(\frac{A}{2\pi} \right) \frac{1}{\det \sigma_s} \exp \left[-\frac{jk}{2} r^T M^{-1} r \right] \\ &= \left(\frac{A}{2\pi} \right) \frac{1}{\det \sigma_{s,x}} \exp \left[-\frac{jk}{2} r_x^T M_x^{-1} r_x \right] \frac{1}{\det \sigma_{s,y}} \exp \left[-\frac{jk}{2} r_y^T M_y^{-1} r_y \right] \\ &= \Gamma_x(\rho_{x1}, \rho_{x2}) \Gamma_y(\rho_{y1}, \rho_{y2}) \end{aligned} \quad (2.16)$$

와 같이 된다. 변수 x와 y에 대한 partially coherent complex curvature tensor M_x^{-1} 와 M_y^{-1} 를 각각 다음과 같이 정의할 수 있다.

$$\begin{aligned} M_x^{-1} &= \begin{pmatrix} R_x^{-1} - \frac{j}{2k} (\sigma_{s,x}^2)^{-1} - \frac{j}{k} (\sigma_{g,x}^2)^{-1} & \frac{j}{k} (\sigma_{g,x}^2)^{-1} + \mu \\ \frac{j}{k} (\sigma_{g,x}^2)^{-1} + \mu & -R_x^{-1} - \frac{j}{2k} (\sigma_{s,x}^2)^{-1} - \frac{j}{k} (\sigma_{g,x}^2)^{-1} \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} M_{x,11}^{-1} & M_{x,12}^{-1} \\ M_{x,21}^{-1} & M_{x,22}^{-1} \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (2.17)$$

$$\begin{aligned} M_y^{-1} &= \begin{pmatrix} R_y^{-1} - \frac{j}{2k} (\sigma_{s,y}^2)^{-1} - \frac{j}{k} (\sigma_{g,y}^2)^{-1} & \frac{j}{k} (\sigma_{g,y}^2)^{-1} - \mu \\ \frac{j}{k} (\sigma_{g,y}^2)^{-1} - \mu & -R_y^{-1} - \frac{j}{2k} (\sigma_{s,y}^2)^{-1} - \frac{j}{k} (\sigma_{g,y}^2)^{-1} \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} M_{y,11}^{-1} & M_{y,12}^{-1} \\ M_{y,21}^{-1} & M_{y,22}^{-1} \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (2.18)$$

M_x^{-1} 와 M_y^{-1} 의 행렬 요소와 M^{-1} 간의 관계는 식 (2.9), (2.17), (2.18)로부터

$$M^{-1} = \begin{pmatrix} M_{x,11}^{-1} & 0 & M_{x,12}^{-1} & 0 \\ 0 & M_{y,11}^{-1} & 0 & M_{y,12}^{-1} \\ M_{x,21}^{-1} & 0 & M_{x,22}^{-1} & 0 \\ 0 & M_{y,21}^{-1} & 0 & M_{y,22}^{-1} \end{pmatrix} \quad (2.19)$$

와 같이 됨을 알 수 있다.

다음으로 본 논문에서 분석하고자 하는 부분 코히어런스 광원에 대하여 알아본다. 여기서는 633 nm He-Ne 레이저의 가우시안 빔이 빠르게 회전하는 홀로그래픽 확산판에 의해 산란되면서 생성된 확산광을 부분 코히어런스 광원으로 사용하고자 한다. 입사광의 세기 프로파일이 가우시안 함수꼴이라고 하면 빔의 세기 프로파일 $P(u, v)$ 는

$$P(u, v) = \exp \left(-\frac{u^2 + v^2}{2\sigma_s^2} \right) \quad (2.20)$$

와 같다. 여기서 σ_s 는 입사 가우시안 빔의 transverse spot width이다. 홀로그래픽 확산판의 표면 위상 분포가 WSS이면 동시에 공간적 에르고딕(ergodic) 가우시안 분포를 따른다고 가정하면 확산판의 위상 분포의 앙상블 평균은 빠르게 움직이는 확산판의 공간적 위치에서의 위상 분포의 앙상블 평균으로 생각할 수 있다. 즉 홀로그래픽 확산판의 위상 분포의 앙상블 평균은

$$\begin{aligned} &\left\langle \exp \left(j \left(\psi(u_1 - v_x t, v_1 - v_y t) - \psi(u_2 - v_x t, v_2 - v_y t) \right) \right) \right\rangle \\ &= \exp \left(-\frac{\Delta u^2 + \Delta v^2}{2\sigma_g^2} \right) \end{aligned} \quad (2.21)$$

로 주어진다.^[9] 여기서 σ_g 는 홀로그래픽 확산판의 transverse coherence width이다. 따라서 빠르게 회전하는 위상형 홀로그래픽 확산판 표면에서의 광파의 cross spectral density는 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \Gamma(u_1, v_1, u_2, v_2, 0) &= [S(u_1, v_1)]^{1/2} [S(u_2, v_2)]^{1/2} g(u_1 - u_2, v_1 - v_2) \\ &= \exp \left(-\frac{u_1^2 + v_1^2}{4\sigma_s^2} \right) \exp \left(-\frac{u_2^2 + v_2^2}{4\sigma_s^2} \right) \exp \left(-\frac{(u_1 - u_2)^2 + (v_1 - v_2)^2}{2\sigma_g^2} \right) \end{aligned} \quad (2.22)$$

식 (2.22)에서 보듯이 He-Ne 레이저의 가우시안 빔을 빠르게 회전하는 위상형 홀로그래픽 확산판에 입사시켜 얻은 확산광은 원형 대칭성을 갖는 등방성 가우시안 셸 모델(circular symmetric isotropic Gaussian Schell-model beam) 빔이 된다. 또한 식 (2.22)는 x축 변수(u_1 와 u_2)와 y축 변수(v_1 와 v_2)에 관련된 부분으로 분리 가능한 함수 형태가 된다.

III. 일반 1차 광학계를 통한 가우시안 셸 모델 빔의 전파

1차 광학계의 GSM 빔 전달을 해석하기 전에 여러 개의 얇은 렌즈들의 나열로 이루어진 1차 광학계에 대하여 살펴보고자 한다. 1차 광학계는 근축 근사(paraxial approximation)를

사용한 일반 렌즈 광학계의 선형 시스템 모델이라고 생각할 수 있다. 그림 1은 1차 광학계를 통한 광선 진행의 개략도를 보여준다. 그림 1에서는 입력면에서 시점이 r_1 이고 방향 벡터가 s_1 인 광선이 광학계를 통과하게 되면 광학계를 구성하고 있는 여러 개의 렌즈와 공간을 지나서 출력면에서 끝점이 r_2 이고 방향 벡터가 s_2 인 광선이 된다. 이러한 일반 광학계의 전달 특성을 해석하는 방법의 하나로 해밀토니안(Hamiltonian)의 point characteristic 함수가 널리 이용된다.^[1] 해밀토니안의 Point characteristic 함수의 정의와 Eikonal 함수의 성질로부터 다음과 같은 광선의 해밀토니안 방정식이 얻어진다.^[1]

$$p_1 = -\frac{\partial V}{\partial x_1}, \quad q_1 = -\frac{\partial V}{\partial y_1}, \quad m_1 = -\frac{\partial V}{\partial z_1}, \quad (3.1(a))$$

$$p_2 = \frac{\partial V}{\partial x_2}, \quad q_2 = \frac{\partial V}{\partial y_2}, \quad m_2 = \frac{\partial V}{\partial z_2}, \quad (3.1(b))$$

$$p_1^2 + q_1^2 + m_1^2 = \frac{n_1^2}{\lambda^2}, \quad (3.2(a))$$

$$p_2^2 + q_2^2 + m_2^2 = \frac{n_2^2}{\lambda^2}, \quad (3.2(b))$$

여기서 s_1 과 s_2 는 각각 $s_1 = (p_1, q_1, m_1)$, $s_2 = (p_2, q_2, m_2)$ 를 나타낸다.

1차 광학계 모델에서 입력 광선과 출력 광선은 식 (3.3)의 1차 선형 함수의 관계를 갖는다. 식 (3.3)의 4×4 행렬을 광학계의 광선 전달 행렬(ray transfer matrix) 또는 간단히 전달 행렬이라고 한다.

$$\begin{pmatrix} x_2 \\ y_2 \\ p_2 \\ q_2 \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & b_{11} & b_{12} \\ a_{21} & a_{22} & b_{21} & b_{22} \\ c_{11} & c_{12} & d_{11} & d_{12} \\ c_{21} & c_{22} & d_{21} & d_{22} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ y_1 \\ p_1 \\ q_1 \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ y_1 \\ p_1 \\ q_1 \end{pmatrix}. \quad (3.3)$$

식 (3.1)과 식 (3.3)을 이용하여 1차 광학계의 point characteristic 함수를 구할 수 있다. Point characteristic 함수 V 는

$$V = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} x_2 \\ y_2 \\ x_1 \\ y_1 \end{pmatrix}^T \begin{bmatrix} DB^{-1} & C - DB^{-1}A \\ -B^{-1} & B^{-1}A \end{bmatrix} \begin{pmatrix} x_2 \\ y_2 \\ x_1 \\ y_1 \end{pmatrix} + const. \quad (3.4)$$

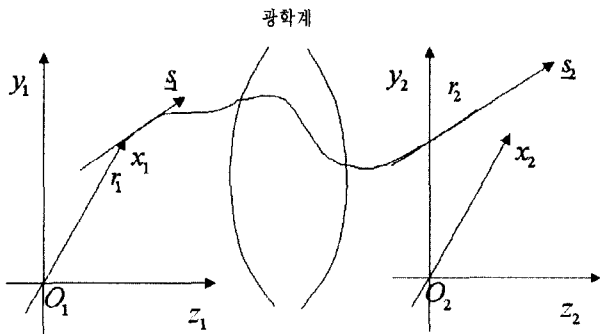


그림 1. 1차 광학계를 통한 광선의 진행.

와 같이 된다. 또한 point characteristic 함수의 대칭성^[2]에 의해

$$(B^{-1}A)^T = B^{-1}A, \quad (3.5)$$

$$(-B^{-1})^T = C - DB^{-1}A, \quad (3.6)$$

$$(DB^{-1})^T = DB^{-1} \quad (3.7)$$

의 관계들이 만족함을 알 수 있다. 한편 파동 광학에서는 1차 광학계를 통한 입력파 f 와 출력파 g 와의 관계는 다음과 같은 선형 변환 관계로 나타낼 수 있다.

$$g(x_2, y_2) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} h(x_2, y_2, x_1, y_1) f(x_1, y_1) dx_1 dy_1 \quad (3.8)$$

해밀토니안의 point characteristic 함수의 정의에 따라 식 (3.12)의 선형 변환의 커널의 위상항은 point characteristic 함수 V 에 2π 를 곱한 값이 된다. 따라서 선형 변환 (3.8)의 커널은

$$h(x_2, y_2, x_1, y_1) = |h(x_2, y_2, x_1, y_1)| e^{j2\pi V} \quad (3.9)$$

과 같다. 따라서 1차 광학계의 경우 광학계의 광선 전달 행렬과 광파의 전달 변환은 동일한 맥락으로 설명될 수 있는 것이다. 1차 광학계의 광선 전달 행렬과 광파 전달 변환의 관계를 보다 명확히 하기 위해서 분리형(separable) 커널을 갖는 이차원 선형 표준 변환(linear canonical transform: LCT)를 식 (3.10)과 같이 얻을 수 있다. 이를 Collins 공식이라고도 한다^[10-13].

$$\begin{aligned} h(x_2, y_2, x_1, y_1) &= \sqrt{\frac{1}{B_x}} e^{-j\pi/4} \exp \left[j\pi \left(\frac{D_x}{B_x} x_2^2 - \frac{2}{B_x} x_2 x_1 + \frac{A_x}{B_x} x_1^2 \right) \right] \\ &\quad \sqrt{\frac{1}{B_y}} e^{-j\pi/4} \exp \left[j\pi \left(\frac{D_y}{B_y} y_2^2 - \frac{2}{B_y} y_2 y_1 + \frac{A_y}{B_y} y_1^2 \right) \right] \\ &= -j \sqrt{\frac{1}{B_x B_y}} \exp \left[j\pi (x_2, y_2, x_1, y_1) \begin{bmatrix} \frac{D_x}{B_x} & 0 & -\frac{1}{B_x} & 0 \\ 0 & \frac{D_y}{B_y} & 0 & -\frac{1}{B_y} \\ -\frac{1}{B_x} & 0 & \frac{A_x}{B_x} & 0 \\ 0 & -\frac{1}{B_y} & 0 & \frac{A_y}{B_y} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} x_2 \\ y_2 \\ x_1 \\ y_1 \end{pmatrix} \right] \\ &= -j \sqrt{\frac{1}{\det|B|}} \exp \left[j\pi (r_2, r_1) \begin{bmatrix} DB^{-1} & -B^{-1} \\ -B^{-1} & B^{-1}A \end{bmatrix} \begin{pmatrix} r_2 \\ r_1 \end{pmatrix} \right] \quad (3.10) \end{aligned}$$

식 (3.10)은 분리형 1차 광학계의 광파 전달 변환을 나타내고 있다. 실제의 광학계에서 상수 $\exp(jkd)$ 를 LCT 커널에 곱해야 하는데 이는 식 (3.4)의 상수항에 대응한다고 볼 수 있다. d 는 입력면과 출력면 사이의 거리를 나타낸다. 식 (3.8)과 식 (3.9)를 일반화된 프레넬 변환(generalized Fresnel transform)이라고도 하는데 광학계가 빈 공간으로만 이루어진 경우 변환 (3.8)은 잘 알려진 프레넬 회절 적분^[14]과 같게 된다.

다음으로 분리형 1차 광학계를 통한 GSM 빔의 전달에 대해서 고찰한다. 임의의 1차 광학계의 LCT 커널을 $h(\rho_x, \rho_y, r_x, r_y)$ 이라고 하자. 출력면에 임의의 두 지점 $\rho_1=(\rho_{x1}, \rho_{y1}), \rho_2=(\rho_{x2}, \rho_{y2})$ 에서 광파의 복소 진폭을 $g(\rho_{x1}, \rho_{y1}), g(\rho_{x2}, \rho_{y2})$ 라고 하면, 식 (3.8)과 식 (3.10)으로부터 $g(\rho_{x1}, \rho_{y1})$ 과 $g(\rho_{x2}, \rho_{y2})$ 은 각각 식 (3.11)과 식 (3.12)과 같이 표현된다.

$$g(\rho_{x1}, \rho_{y1}) = \frac{-je^{jkd}}{\sqrt{\det|B|}} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \exp\left(j\pi \begin{pmatrix} \rho_1 \\ r_1 \end{pmatrix}^T \begin{bmatrix} DB^{-1} & -B^{-1} \\ -B^{-1} & B^{-1}A \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \rho_1 \\ r_1 \end{pmatrix}\right) f(r_1) d^2r_1, \quad (3.11)$$

$$g(\rho_{x2}, \rho_{y2}) = \frac{-je^{jkd}}{\sqrt{\det|B|}} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \exp\left(j\pi \begin{pmatrix} \rho_2 \\ r_2 \end{pmatrix}^T \begin{bmatrix} DB^{-1} & -B^{-1} \\ -B^{-1} & B^{-1}A \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \rho_2 \\ r_2 \end{pmatrix}\right) f(r_2) d^2r_2. \quad (3.12)$$

입사면의 광파를 $f(r)$ 이라고 하자. 입사 광파 $f(r)$ 를 분리형 함수라고 가정하면

$$f(r) = f_x(x) f_y(y) \quad (3.13)$$

와 같이 되고 이를 식 (3.11)와 식 (3.12)에 대입하여 정리하면 다음과 같이 $g(\rho)$ 도 분리 가능함을 알 수 있다.

$$g(\rho_x, \rho_y) = \frac{-je^{jkd}}{\sqrt{\det|B|}} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \exp\left(j\pi \begin{pmatrix} \rho \\ r \end{pmatrix}^T \begin{bmatrix} DB^{-1} & -B^{-1} \\ -B^{-1} & B^{-1}A \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \rho \\ r \end{pmatrix}\right) f(r) d^2r. \\ = -je^{jkd} \left[\frac{1}{\sqrt{\det|B_x|}} \int_{-\infty}^{\infty} \exp\left(j\pi \begin{pmatrix} \rho_x \\ r_x \end{pmatrix}^T \begin{bmatrix} D_x B_x^{-1} & -B_x^{-1} \\ -B_x^{-1} & B_x^{-1} A_x \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \rho_x \\ r_x \end{pmatrix}\right) f_x(r_x) dr_x \right] \\ \left[\frac{1}{\sqrt{\det|B_y|}} \int_{-\infty}^{\infty} \exp\left(j\pi \begin{pmatrix} \rho_y \\ r_y \end{pmatrix}^T \begin{bmatrix} D_y B_y^{-1} & -B_y^{-1} \\ -B_y^{-1} & B_y^{-1} A_y \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \rho_y \\ r_y \end{pmatrix}\right) f_y(r_y) dr_y \right] \quad (3.14)$$

입사면에서 광파의 cross spectral density $\Gamma(r)$ 는

$$\Gamma(r) = \langle f(r_1), f^*(r_2) \rangle, (r = (r_1, r_2)) \quad (3.15)$$

이 된다. 여기서 $\langle \rangle$ 는 광파의 앙상블 평균을 뜻한다. Cross spectral density 또한 다음과 같이 분리 가능하다고 가정하자.

$$\Gamma(r) = \Gamma_x(r_x) \Gamma_y(r_y). \quad (3.16)$$

광학계를 통과한 후 출력면에서 광파의 cross spectral density $\Gamma(\rho)$ 는 $g(\rho_{x1}, \rho_{y1})$ 과 $g(\rho_{x2}, \rho_{y2})$ 의 앙상블 평균으로서 식 (3.16)을 이용하여 식 (3.17)과 같이 나타낼 수 있다.

$$\Gamma(\rho) = \langle g(\rho_1), g^*(\rho_2) \rangle \\ = \left\langle \frac{-je^{jkd}}{\sqrt{\det|B|}} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \exp\left(j\pi \begin{pmatrix} \rho_1 \\ r_1 \end{pmatrix}^T \begin{bmatrix} DB^{-1} & -B^{-1} \\ -B^{-1} & B^{-1}A \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \rho_1 \\ r_1 \end{pmatrix}\right) f(r_1) d^2r_1, \right. \\ \left. \frac{je^{-jkd}}{\sqrt{\det|B|}} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \exp\left(-j\pi \begin{pmatrix} \rho_2 \\ r_2 \end{pmatrix}^T \begin{bmatrix} DB^{-1} & -B^{-1} \\ -B^{-1} & B^{-1}A \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \rho_2 \\ r_2 \end{pmatrix}\right) f^*(r_2) d^2r_2 \right\rangle$$

$$= \Gamma_x(\rho_x) \Gamma_y(\rho_y). \quad (3.17)$$

식 (3.17)에서 $\Gamma_x(r_x)$ 와 $\Gamma_y(r_y)$ 는 각각

$$\Gamma_x(\rho_x) = \frac{1}{\det|B_x|} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \exp\left(j\pi \begin{pmatrix} \rho_{x1} \\ r_{x1} \end{pmatrix}^T \begin{bmatrix} D_x B_x^{-1} & -B_x^{-1} \\ -B_x^{-1} & B_x^{-1} A_x \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \rho_{x1} \\ r_{x1} \end{pmatrix} - j\pi \begin{pmatrix} \rho_{x2} \\ r_{x2} \end{pmatrix}^T \begin{bmatrix} D_x B_x^{-1} & -B_x^{-1} \\ -B_x^{-1} & B_x^{-1} A_x \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \rho_{x2} \\ r_{x2} \end{pmatrix}\right) \Gamma_x(r_{x1}, r_{x2}) dr_{x1} dr_{x2}, \quad (3.18(a))$$

$$\Gamma_y(\rho_y) = \frac{1}{\det|B_y|} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \exp\left(j\pi \begin{pmatrix} \rho_{y1} \\ r_{y1} \end{pmatrix}^T \begin{bmatrix} D_y B_y^{-1} & -B_y^{-1} \\ -B_y^{-1} & B_y^{-1} A_y \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \rho_{y1} \\ r_{y1} \end{pmatrix} - j\pi \begin{pmatrix} \rho_{y2} \\ r_{y2} \end{pmatrix}^T \begin{bmatrix} D_y B_y^{-1} & -B_y^{-1} \\ -B_y^{-1} & B_y^{-1} A_y \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \rho_{y2} \\ r_{y2} \end{pmatrix}\right) \Gamma_y(r_{y1}, r_{y2}) dr_{y1} dr_{y2} \quad (3.18(b))$$

과 같이 주어진다. 이를 통해 출력 광파의 cross spectral density도 분리 가능함을 알 수 있다. 즉 분리 가능한 cross spectral density의 분리형 광학계를 통한 전달은 식 (3.17)과 식 (3.18)에서 보는 바와 같이 x축과 y축 방향 성분을 독립적으로 나누어 분석할 수 있는 것이다. 이와 같은 분석 방식을 그림 2에 나타내었다. 그림 2(a)는 x축 또는 y축 어느 한 방향으로만 작용하는 직교하는 2개의 원통형 렌즈들로 이루어진 분리형 직교 광학계를 통해 분리 가능한 형태를 갖는 GSM의 cross spectral density가 전파하는 상황을 보여준다. 이와 같은 상황은 그림 2(b)와 그림 2(c)에서 보는 바와 같이 x축 방향과 y축 방향으로 나누어 분석할 수 있다. 그림 2(b)와 그림 2(c)의 광학계의 길이는 동일해야 하고 두 광학계를 포개었을 때 그림 2(a)의 광학계를 얻을 수 있음을 알 수 있다. 식 (3.18(a))와 식 (3.18(b))의 관계는 그림 2(a)와 그림 2(b)에 각각 대응된다.

식 (3.18(a))와 식 (3.18(b))를 비교해 보면 $\Gamma_x(\rho_x)$ 와 $\Gamma_y(\rho_y)$ 의 구조가 동일함을 알 수 있다. x축 방향에 대한 cross

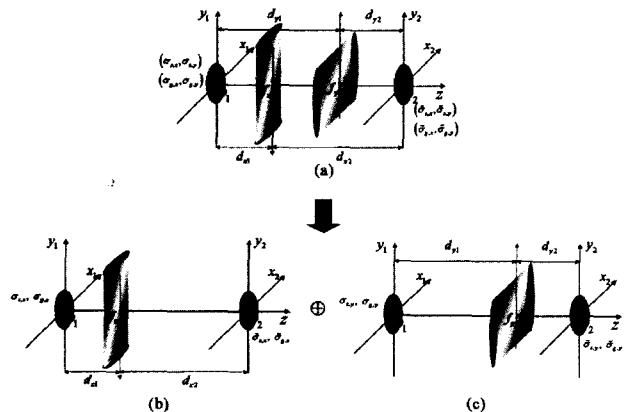


그림 2. 분리형 직교 광학계를 통과하는 GSM 빔의 전달 특성 분석 방법, (a) 직교하는 2개의 원통형 렌즈들로 이루어진 분리형 직교 광학계를 통해 분리 가능한 형태를 갖는 GSM의 cross spectral density가 전파하는 상황을 (b) x축 방향 성분과 (c) y축 방향 성분으로 독립적으로 분석함.

spectral density 성분 $\Gamma_x(\rho_x)$ 에 대한 분석은 y축 방향 성분 $\Gamma_y(\rho_y)$ 에 대해서 동일하게 적용된다. 그러므로 $\Gamma(\rho)$ 대신 x축 방향 성분인 $\Gamma_x(\rho_x)$ 에 대해 분석하는 것으로 충분하다. 식 (3.18(a))에서는 1차 광학계를 cross spectral density Γ_x 의 전파를 공간에 대한 2차원 적분으로 표현하고 있다. 편의를 위해 이후부터는 첨자 x를 없애고 논의를 진행하기로 한다. 보다 간결한 적분 변환 표현을 얻기 위해서 우선 $\Gamma(\rho)(=\Gamma_x(\rho_x))$ 의 커널의 지수 부분을 4×4 텐서로 표현해 보면 식 (3.19)을 쉽게 얻을 수 있다.

$$L = j\pi \begin{pmatrix} \rho \\ r \end{pmatrix}^T \begin{bmatrix} \overline{D}\overline{B}^{-1} & -\overline{B}^{-1} \\ -\overline{B}^{-1} & \overline{B}^{-1}\overline{A} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \rho \\ r \end{pmatrix} \quad (3.19)$$

과 같은 이차 형식이 된다. 여기서

$$\overline{A} = \begin{bmatrix} A & 0 \\ 0 & A \end{bmatrix}, \overline{B} = \begin{bmatrix} B & 0 \\ 0 & -B \end{bmatrix}, \overline{C} = \begin{bmatrix} C & 0 \\ 0 & -C \end{bmatrix}, \overline{D} = \begin{bmatrix} D & 0 \\ 0 & D \end{bmatrix} \text{ 이고}$$

ρ 과 r 은 $\rho = (\rho_1, \rho_2)$, $r = (r_1, r_2)$ 을 나타낸다.

일차원 GSM 빔이 이러한 1차 광학계를 통과한다고 할 때 광학계의 입력면에서의 GSM 빔의 cross spectral density와 출력면에서의 GSM 빔의 cross spectral density간의 관계를 해석적으로 얻을 수 있다. 이를 위해 식 (3.19)와 GSM 빔의 cross spectral density (2.17)을 식 (3.18)에 대입하면 출력면에서의 광파의 cross spectral density $\Gamma(\rho)$ 를 식 (3.20)과 같이 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned} \Gamma(\rho) &= \frac{1}{\det|\overline{B}|} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \exp \left(j\pi \begin{pmatrix} \rho \\ r \end{pmatrix}^T \begin{bmatrix} \overline{D}\overline{B}^{-1} & -\overline{B}^{-1} \\ -\overline{B}^{-1} & \overline{B}^{-1}\overline{A} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \rho \\ r \end{pmatrix} - \frac{jk}{2} r^T M_i^{-1} r \right) dr \\ &= \frac{1}{\det|\overline{B}|} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \exp \left(j\pi \begin{pmatrix} \rho \\ r \end{pmatrix}^T \begin{bmatrix} \overline{D}\overline{B}^{-1} & -\overline{B}^{-1} \\ -\overline{B}^{-1} & \overline{B}^{-1}\overline{A} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \rho \\ r \end{pmatrix} - \frac{1}{\lambda} r^T M_i^{-1} r \right) dr. \end{aligned} \quad (3.20)$$

식 (3.20)은 해석적으로 적분이 가능하다. 우선 피적분항의 지수 부분을 다음과 같이 전개하여 r 에 대한 완전제곱식으로 정리한다.

$$\begin{aligned} & \begin{pmatrix} \rho \\ r \end{pmatrix}^T \begin{bmatrix} \overline{D}\overline{B}^{-1} & -\overline{B}^{-1} \\ -\overline{B}^{-1} & \overline{B}^{-1}\overline{A} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \rho \\ r \end{pmatrix} - \frac{1}{\lambda} r^T M_i^{-1} r \\ &= r^T \left(\overline{B}^{-1}\overline{A} - (\lambda M_i)^{-1} \right) r - 2r^T \overline{B}^{-1}\rho + \rho^T \overline{D}\overline{B}^{-1}\rho \\ &= \left(\overline{B}^{-1}\overline{A} - (\lambda M_i)^{-1} \right)^{1/2} r \left(\overline{B}^{-1}\overline{A} - (\lambda M_i)^{-1} \right)^{1/2} r \\ &\quad - 2 \left(\overline{B}^{-1}\overline{A} - (\lambda M_i)^{-1} \right)^{1/2} r \left(\overline{B}^{-1}\overline{A} - (\lambda M_i)^{-1} \right)^{-1/2} \overline{B}^{-1}\rho + \rho^T \overline{D}\overline{B}^{-1}\rho \\ &= \left(\overline{B}^{-1}\overline{A} - (\lambda M_i)^{-1} \right)^{1/2} r - \left(\overline{B}^{-1}\overline{A} - (\lambda M_i)^{-1} \right)^{-1/2} \overline{B}^{-1}\rho \Big|^2 \\ &+ \rho^T \left(\overline{D}\overline{B}^{-1} - \overline{B}^{-1} \left(\overline{A} - \overline{B}(\lambda M_i)^{-1} \right)^{-1} \right) \rho. \end{aligned} \quad (3.21)$$

결국 적분식 (3.20)은 다음과 같이 해석적으로 풀린다.

$$\Gamma(\rho) = \frac{1}{\sqrt{\det|\overline{B}|}} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \exp \left(j\pi \left(\overline{B}^{-1}\overline{A} - (\lambda M_i)^{-1} \right)^{1/2} r \right.$$

$$\begin{aligned} & \left. - \left(\overline{B}^{-1}\overline{A} - (\lambda M_i)^{-1} \right)^{-1/2} \overline{B}^{-1}\rho \right|^2 \\ & + j\pi r^T \left(\overline{D}\overline{B}^{-1} - \overline{B}^{-1} \left(\overline{A} - \overline{B}(\lambda M_i)^{-1} \right)^{-1} \right) \rho \Big) dr \\ &= \frac{1}{\sqrt{\det|\overline{B}|}} \exp \left(j\pi \rho^T \left(\overline{D}\overline{B}^{-1} - \overline{B}^{-1} \left(\overline{A} - \overline{B}(\lambda M_i)^{-1} \right)^{-1} \right) \rho \right) \\ &\quad \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \exp \left(j\pi \left(\overline{B}^{-1}\overline{A} - (\lambda M_i)^{-1} \right)^{1/2} r \right. \\ &\quad \left. - \left(\overline{B}^{-1}\overline{A} - (\lambda M_i)^{-1} \right)^{-1/2} \overline{B}^{-1}\rho \right|^2 dr \\ &= \frac{1}{\sqrt{\det|\overline{B}|}} \exp \left(j\pi \rho^T \left(\overline{D}\overline{B}^{-1} - \overline{B}^{-1} \left(\overline{A} - \overline{B}(\lambda M_i)^{-1} \right)^{-1} \right) \rho \right) \\ &\quad \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \exp \left(j\pi \left(\overline{B}^{-1}\overline{A} - (\lambda M_i)^{-1} \right)^{1/2} r \right|^2 dr \\ &= \frac{1}{\sqrt{\det|\overline{A} - \overline{B}(\lambda M_i)^{-1}|}} \exp \left(j\pi \rho^T \left(\overline{D}\overline{B}^{-1} - \overline{B}^{-1} \left(\overline{A} \right. \right. \right. \\ &\quad \left. \left. - \overline{B}(\lambda M_i)^{-1} \right)^{-1} \right) \rho \right) \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \exp(j\pi r^T r) dr \\ &= \frac{j}{\sqrt{\det|\overline{A} - \overline{B}(\lambda M_i)^{-1}|}} \exp \left(j\pi \rho^T \left(\overline{D}\overline{B}^{-1} \right. \right. \\ &\quad \left. \left. - \overline{B}^{-1} \left(\overline{A} - \overline{B}(\lambda M_i)^{-1} \right)^{-1} \right) \rho \right). \end{aligned} \quad (3.22)$$

여기서는 $\int_{-\infty}^{\infty} \exp(j\pi x^2) dx = \sqrt{j}$ 임을 이용하였다. 출력 광파의 partially coherent complex curvature tensor를 M_0^{-1} 이라던 식 (3.22)의 결과로부터 M_0^{-1} 은

$$\begin{aligned} M_0^{-1} &= -\lambda \left(\overline{D}\overline{B}^{-1} - \overline{B}^{-1} \left(\overline{A} - \overline{B}(\lambda M_i)^{-1} \right)^{-1} \right) \\ &= -\lambda \left(\overline{C} - \overline{D}(\lambda M_i)^{-1} \right) \left(\overline{A} - \overline{B}(\lambda M_i)^{-1} \right)^{-1} \end{aligned} \quad (3.23)$$

이 된다. 식 (3.23)의 두 번째 등식에 대한 증명은 전개 (3.24)로 제시한다.

$$\begin{aligned} & \overline{D}\overline{B}^{-1} - \overline{B}^{-1} \left(\overline{A} - \overline{B}(\lambda M_i)^{-1} \right)^{-1} \\ &= \overline{D}\overline{B}^{-1} \left(\overline{A} - \overline{B}(\lambda M_i)^{-1} \right) \left(\overline{A} - \overline{B}(\lambda M_i)^{-1} \right)^{-1} - \overline{B}^{-1} \left(\overline{A} - \overline{B}(\lambda M_i)^{-1} \right)^{-1} \\ &= \overline{D} \left(\overline{B}^{-1}\overline{A} - (\lambda M_i)^{-1} \right) \left(\overline{A} - \overline{B}(\lambda M_i)^{-1} \right)^{-1} - \overline{B}^{-1} \left(\overline{A} - \overline{B}(\lambda M_i)^{-1} \right)^{-1} \\ &= \left(\overline{D} \left(\overline{B}^{-1}\overline{A} - (\lambda M_i)^{-1} \right) - \overline{B}^{-1} \right) \left(\overline{A} - \overline{B}(\lambda M_i)^{-1} \right)^{-1} \\ &= \left(\overline{D}\overline{B}^{-1}\overline{A} - \overline{D}(\lambda M_i)^{-1} - \overline{B}^{-1} \right) \left(\overline{A} - \overline{B}(\lambda M_i)^{-1} \right)^{-1} \\ &= \left(\overline{C} - \overline{D}(\lambda M_i)^{-1} \right) \left(\overline{A} - \overline{B}(\lambda M_i)^{-1} \right)^{-1}. \end{aligned} \quad (3.24)$$

이 증명에서는 광학계의 unitary 조건 $\overline{C} = \overline{D}\overline{B}^{-1}\overline{A} - \overline{B}^{-1}$ 을 이용하였다. 이 결과에서 알 수 있는 바와 같이 GSM 빔이 1차 광학계를 통과하여 출력되는 광파는 여전히 GSM 빔이다. 1차 광학계를 통한 GSM 빔의 입력 출력 관계는 입력 GSM 빔의 partially coherent complex curvature tensor M_i^{-1} 와 출

력 GSM 빔의 partially coherent complex curvature tensor M_o^{-1} 사이의 관계식 (3.23)으로 묘사된다. 이때 출력 광파의 cross spectral density는

$$\Gamma(\rho) = j \left(\det [\bar{A} - \bar{B}(\lambda M_i)^{-1}]^{-1/2} \right) \exp \left(-j \frac{k}{2} \rho^T M_o^{-1} \rho \right) \quad (3.25)$$

임을 알 수 있다. 여기서 지수 함수 앞의 상수 계수는 GSM 빔 에너지 보존을 위한 정규화 상수가 된다.

다음으로 위에서 전개한 이론을 사용하여 그림 3에서 나타낸 일차원 구면 렌즈(원통형 렌즈)를 통한 GSM 빔의 전달을 해석하고자 한다. 그림 3의 구조는 보다 복잡한 광학계 구성에서 기본 단위로 사용될 것이다. 빠르게 회전하는 홀로그래픽 확산판에 의해 생성된 GSM 빔의 partially coherent complex curvature tensor M_i^{-1} 는 식 (2.9)로부터

$$M_i^{-1} = \frac{-j}{2k} \begin{bmatrix} (\sigma_s^2)^{-1} + 2(\sigma_g^2)^{-1} & -2(\sigma_g^2)^{-1} \\ -2(\sigma_g^2)^{-1} & (\sigma_s^2)^{-1} + 2(\sigma_g^2)^{-1} \end{bmatrix} \quad (3.26)$$

이 된다. 여기서 σ_s 과 σ_g 는 입사빔의 transverse spot width와 transverse coherence width이다. 그림 3에서 보인 광학계는 길이가 d_1 인 자유 공간과 초점 거리가 f 인 렌즈, 그리고 다시 길이가 d_2 인 자유 공간의 나열로 이루어져 있다. 입력 면에서 식(3.26)의 partially coherent complex curvature tensor M_o^{-1} 를 갖는 GSM 빔이 광학계를 통과해 출력면에서 partially coherent complex curvature tensor M_o^{-1} 인 GSM 빔이 된다고 하자. 그림 3의 구성에서 광학계의 2×2 광선 전달 행렬은

$$\begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & \lambda d_2 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -\frac{1}{\lambda f} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & \lambda d_1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \\ = \begin{bmatrix} 1 - \frac{d_2}{f} & \lambda(d_1 + d_2) - \lambda \frac{d_1 d_2}{f} \\ -\frac{1}{\lambda f} & 1 - \frac{d_1}{f} \end{bmatrix} \quad (3.27)$$

이다. 이 경우 \bar{A} , \bar{B} , \bar{C} , \bar{D} 는 각각

$$\bar{A} = \begin{bmatrix} 1 - \frac{d_2}{f} & 0 \\ 0 & 1 - \frac{d_1}{f} \end{bmatrix}, \quad (3.28(a))$$

$$\bar{B} = \begin{bmatrix} \lambda(d_1 + d_2) - \frac{\lambda d_1 d_2}{f} & 0 \\ 0 & -\lambda(d_1 + d_2) + \frac{\lambda d_1 d_2}{f} \end{bmatrix}, \quad (3.28(b))$$

$$\bar{C} = \begin{bmatrix} -\frac{1}{\lambda f} & 0 \\ 0 & \frac{1}{\lambda f} \end{bmatrix}, \quad (3.28(c))$$

$$\bar{D} = \begin{bmatrix} 1 - \frac{d_1}{f} & 0 \\ 0 & 1 - \frac{d_2}{f} \end{bmatrix} \quad (3.28(d))$$

이 된다. 식 (3.23), (3.26), (3.28)로부터 출력빔의 partially coherent complex curvature tensor M_o^{-1} 를 구할 수 있다.

식 (3.23)의 M_o^{-1} 를 계산하기 위하여 우선 $(\bar{C} - \bar{D}(\lambda M_i)^{-1})$ 을 다음과 같이 계산하였다.

$$(\bar{C} - \bar{D}(\lambda M_i)^{-1}) = \begin{bmatrix} -\frac{1}{\lambda f} + \frac{j}{4\pi} \left(1 - \frac{d_1}{f} \right) [(\sigma_s^2)^{-1} + 2(\sigma_g^2)^{-1}] & -\frac{j}{2\pi} (\sigma_s^2)^{-1} \left(1 - \frac{d_1}{f} \right) \\ -\frac{j}{2\pi} (\sigma_s^2)^{-1} \left(1 - \frac{d_1}{f} \right) & \frac{1}{\lambda f} + \frac{j}{4\pi} \left(1 - \frac{d_1}{f} \right) [(\sigma_s^2)^{-1} + 2(\sigma_g^2)^{-1}] \end{bmatrix} \quad (3.29)$$

그리고 $(\bar{A} - \bar{B}(\lambda M_i)^{-1})^{-1}$ 를 계산하기 위하여 우선 $(\bar{A} - \bar{B}(\lambda M_i)^{-1})$ 을 나타내면

$$(\bar{A} - \bar{B}(\lambda M_i)^{-1}) = \begin{bmatrix} \left(1 - \frac{d_2}{f} \right) + \frac{j}{4\pi} \left(\lambda(d_1 + d_2) - \lambda \frac{d_1 d_2}{f} \right) [(\sigma_s^2)^{-1} + 2(\sigma_g^2)^{-1}] & -\frac{j}{2\pi} (\sigma_s^2)^{-1} \left(\lambda(d_1 + d_2) - \lambda \frac{d_1 d_2}{f} \right) \\ \frac{j}{2\pi} (\sigma_s^2)^{-1} \left(\lambda(d_1 + d_2) - \lambda \frac{d_1 d_2}{f} \right) & \left(1 - \frac{d_2}{f} \right) + \frac{j}{4\pi} \left(-\lambda(d_1 + d_2) + \lambda \frac{d_1 d_2}{f} \right) [(\sigma_s^2)^{-1} + 2(\sigma_g^2)^{-1}] \end{bmatrix} \quad (3.30)$$

이고 이로부터 $(\bar{A} - \bar{B}(\lambda M_i)^{-1})^{-1}$ 를 계산하면

$$(\bar{A} - \bar{B}(\lambda M_i)^{-1})^{-1} = \frac{1}{\left(1 - \frac{d_2}{f} \right)^2 + \left(\lambda(d_1 + d_2) - \lambda \frac{d_1 d_2}{f} \right)^2 (\sigma_s^2)^{-1} \frac{(\sigma_s^2)^{-1} + 4(\sigma_g^2)^{-1}}{(4\pi)^2}} \times \begin{bmatrix} \left(1 - \frac{d_2}{f} \right) - \frac{j}{4\pi} \left(\lambda(d_1 + d_2) - \lambda \frac{d_1 d_2}{f} \right) [(\sigma_s^2)^{-1} + 2(\sigma_g^2)^{-1}] & \frac{j}{2\pi} (\sigma_s^2)^{-1} \left(\lambda(d_1 + d_2) - \lambda \frac{d_1 d_2}{f} \right) \\ -\frac{j}{2\pi} (\sigma_s^2)^{-1} \left(\lambda(d_1 + d_2) - \lambda \frac{d_1 d_2}{f} \right) & \left(1 - \frac{d_2}{f} \right) + \frac{j}{4\pi} \left(\lambda(d_1 + d_2) - \lambda \frac{d_1 d_2}{f} \right) [(\sigma_s^2)^{-1} + 2(\sigma_g^2)^{-1}] \end{bmatrix} \quad (3.31)$$

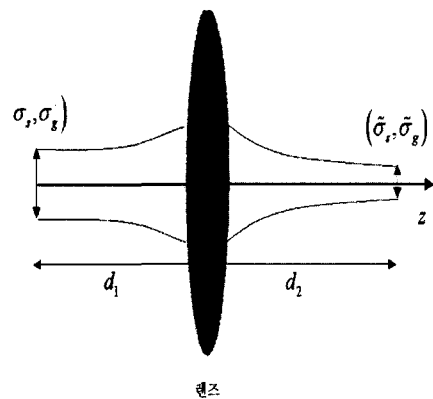


그림 3. 일차원 렌즈를 통한 GSM 빔의 변환.

임을 알 수 있다. 식 (3.29)와 식 (3.31)을 식 (3.23)에 대입하여 정리하면 다음과 같은 M_o^{-1} 의 표현을 얻는다.

$$M_o^{-1} = -\lambda \left[\bar{C} - \frac{1}{\lambda} \bar{D} M_i^{-1} \right] \left[\bar{A} - \frac{1}{\lambda} \bar{B} M_i^{-1} \right]^{-1} = \frac{-\lambda}{\left(1 - \frac{d_2}{f}\right)^2 + \left(\lambda(d_1 + d_2) - \lambda \frac{d_1 d_2}{f}\right)^2 (\sigma_s^2)^{-1} \left[\frac{(\sigma_s^2)^{-1} + 4(\sigma_g^2)^{-1}}{(4\pi)^2} \right]} \begin{bmatrix} M_{o,11}^{-1} & M_{o,12}^{-1} \\ M_{o,21}^{-1} & M_{o,22}^{-1} \end{bmatrix}. \quad (3.32(a))$$

여기서, $M_{o,11}^{-1}$, $M_{o,12}^{-1}$, $M_{o,13}^{-1}$, $M_{o,14}^{-1}$ 는 다음과 같이 정의하였다.

$$M_{o,11}^{-1} = \left\{ -\frac{1}{\lambda f} + \frac{j}{4\pi} \left(1 - \frac{d_1}{f}\right) \left[(\sigma_s^2)^{-1} + 2(\sigma_g^2)^{-1} \right] \right\} \left\{ \left(1 - \frac{d_2}{f}\right) - \frac{j}{4\pi} \left(\lambda(d_1 + d_2) - \lambda \frac{d_1 d_2}{f}\right) \left[(\sigma_s^2)^{-1} + 2(\sigma_g^2)^{-1} \right] \right\} - \frac{1}{4\pi^2} (\sigma_g^2)^{-2} \left(1 - \frac{d_1}{f}\right) \left(\lambda(d_1 + d_2) - \lambda \frac{d_1 d_2}{f}\right), \quad (3.32(b))$$

$$M_{o,12}^{-1} = \frac{-j}{2\pi} (\sigma_g^2)^{-1}, \quad (3.32(c))$$

$$M_{o,21}^{-1} = \frac{-j}{2\pi} (\sigma_g^2)^{-1}, \quad (3.32(d))$$

$$M_{o,22}^{-1} = (-M_{o,11}^{-1})^*. \quad (3.32(e))$$

그림 3에서 입력면과 출력면에 GSM의 waist가 놓인다고 가정하면 식 (2.11)의 트위스트 팩터 μ 와 식 (2.12)의 wave-front curvature R^{-1} 이 모두 0이 되어야 한다. 그림 2에서 f , d_1 과 d_2 가 이러한 조건을 만족한다고 하면 d_2 를 f 와 d_1 에 대하여 풀 수 있다. 식 (2.12)에서 보듯이 wave-front curvature R^{-1} 이 0이 되려면 $M_{o,11}^{-1}$ 은 순허수가 되어야 한다. 식 (3.32(b))에서 $M_{o,11}^{-1}$ 이 순허수가 되는 조건을 구할 수 있는데 $M_{o,11}^{-1}$ 을 실수부가 0이면 된다. 즉,

$$\text{Re}[M_{o,11}^{-1}] = -\frac{1}{\lambda f} \left(1 - \frac{d_2}{f}\right) + \left(1 - \frac{d_1}{f}\right) \left(\lambda(d_1 + d_2) - \lambda \frac{d_1 d_2}{f}\right) \frac{(\sigma_s^2)^{-1} \left[(\sigma_s^2)^{-1} + 4(\sigma_g^2)^{-1} \right]}{4(2\pi)^2} = 0. \quad (3.33)$$

식 (3.33)를 d_2 에 대하여 풀면

$$d_2 = f + \frac{f^2(d_1 - f)}{4k^2} \frac{1}{(\sigma_s^2)^{-1} \left[(\sigma_s^2)^{-1} + 2(\sigma_g^2)^{-1} \right] + (f - d_1)^2} \quad (3.34)$$

이 됨을 알 수 있다. 따라서 $M_{o,11}^{-1}$ 은

$$M_{o,11}^{-1} = \frac{j}{4\pi} \left[(\sigma_s^2)^{-1} + 2(\sigma_g^2)^{-1} \right] \quad (3.35)$$

와 같이 표현된다. 다음으로 식 (3.34)의 조건을 이용하여 식 (3.32(a))에서 행렬 앞에 곱해진 상수항을 계산할 수 있다.

$$\frac{-\lambda}{\left(1 - \frac{d_2}{f}\right)^2 + \left(\lambda(d_1 + d_2) - \lambda \frac{d_1 d_2}{f}\right)^2 (\sigma_s^2)^{-1} \left[\frac{(\sigma_s^2)^{-1} + 4(\sigma_g^2)^{-1}}{(4\pi)^2} \right]} \quad (3.36)$$

윗 식의 분모를 먼저 계산한다. 식 (3.34)을 식 (3.36)에 대입하여 분모를 정리하면

$$\frac{\left(1 - \frac{d_2}{f}\right)^2 + \left(\lambda(d_1 + d_2) - \lambda \frac{d_1 d_2}{f}\right)^2 (\sigma_s^2)^{-1} \left[\frac{(\sigma_s^2)^{-1} + 4(\sigma_g^2)^{-1}}{(4\pi)^2} \right]}{f^2} = \frac{1}{\left[(f - d_1)^2 + \frac{4k^2}{(\sigma_s^2)^{-1} \left[(\sigma_s^2)^{-1} + 4(\sigma_g^2)^{-1} \right]} \right]} \quad (3.37)$$

이 되고, 이제 식 (3.37)을 이용하여 식 (3.36)을 정리하면

$$\frac{-\lambda}{\left(1 - \frac{d_2}{f}\right)^2 + \left(\lambda(d_1 + d_2) - \lambda \frac{d_1 d_2}{f}\right)^2 (\sigma_s^2)^{-1} \left[\frac{(\sigma_s^2)^{-1} + 4(\sigma_g^2)^{-1}}{(4\pi)^2} \right]} = \frac{-\lambda}{f^2} \left[(f - d_1)^2 + \frac{4k^2}{(\sigma_s^2)^{-1} \left[(\sigma_s^2)^{-1} + 4(\sigma_g^2)^{-1} \right]} \right] \quad (3.38)$$

이 된다. 식 (3.38)와 식 (3.32)에 대입하여 정리하면 M_o^{-1} 는

$$M_o^{-1} = \frac{-j}{2k} \begin{bmatrix} (\tilde{\sigma}_s^2)^{-1} + 2(\tilde{\sigma}_g^2)^{-1} & -2(\tilde{\sigma}_g^2)^{-1} \\ -2(\tilde{\sigma}_g^2)^{-1} & (\tilde{\sigma}_s^2)^{-1} + 2(\tilde{\sigma}_g^2)^{-1} \end{bmatrix} = \frac{-j}{2k} \frac{1}{f^2} \left[(f - d_1)^2 + \frac{4k^2}{(\sigma_s^2)^{-1} \left[(\sigma_s^2)^{-1} + 4(\sigma_g^2)^{-1} \right]} \right] \begin{bmatrix} (\sigma_s^2)^{-1} + 2(\sigma_g^2)^{-1} & -2(\sigma_g^2)^{-1} \\ -2(\sigma_g^2)^{-1} & (\sigma_s^2)^{-1} + 2(\sigma_g^2)^{-1} \end{bmatrix} \quad (3.39)$$

이다. 입력면과 출력면에서의 GSM의 transverse spot width와 transverse coherence width와의 관계는 다음과 같음을 알 수 있다.

$$(\tilde{\sigma}_o^2)^{-1} = \frac{1}{f^2} \left[(f - d_1)^2 + \frac{4k^2}{(\sigma_s^2)^{-1} \left[(\sigma_s^2)^{-1} + 4(\sigma_g^2)^{-1} \right]} \right] (\sigma_s^2)^{-1}, \quad (3.40)$$

$$(\sigma_g^2)^{-1} = \frac{1}{f^2} \left[(f - d_1)^2 + \frac{4k^2}{(\sigma_s^2)^{-1} \left((\sigma_s^2)^{-1} + 4(\sigma_g^2)^{-1} \right)} \right] (\sigma_g^2)^{-1}. \quad (3.41)$$

지금까지 분리 가능한 광학계와 GSM 빔에 대하여 GSM 빔의 광학계 전달 특성에 대하여 분석하였다. 분석을 통해 알 수 있는 바와 같이 GSM 빔의 transverse width와 transverse coherence는 렌즈를 통해 같은 비율로 확대되거나 축소된다.

IV. 동방성 빔 단면과 비동방성 공간 부분 코히어런스 특성을 갖는 가우시안 스킵 모델 빔의 구현을 위한 광학계 설계 및 분석

II장에서 논한 바와 같이 He-Ne 레이저에서 나오는 가우시안 빔을 빠르게 회전하는 홀로그래픽 확산판에 의해 산란시키면 동방성 GSM 빔이 얻어진다. 이와 같이 구성한 부분 코히어런스 특성을 갖는 광원을 Collet-Wolf 광원이라고도 한다.^[15,16] 그러나 확산판에 의해 생성된 GSM 빔의 단면 모양이나 코히어런스 특성들은 확산판의 구조에 의해 결정되어 있기 때문에 원하는 구조의 GSM 빔을 생성하기 위해서는 추가적인 광학계의 구성이 필수적이 된다. 이 장에서는 III장의 내용을 토대로 원하는 구조의 GSM 빔을 구현하기 위한 광학계의 구성에 대하여 연구한다. 그림 4는 본 논문에서 제안한 광학계의 구조를 보여준다. 광학계는 크게 세 부분으로 구성되어 있다. 첫 번째 단계는 HeNe 레이저에서 나오는 가우시안 빔을 회전하는 홀로그래픽 확산판으로 전달하는 역할을 한다. 렌즈의 초점거리와 자유 공간의 길이를 조절함으로써 홀로그래픽 확산판에 가로, 세로의 길이가 다른 타원형 빔을 포커싱할 수 있게 된다. 두 번째 단계는 회전하는 홀로그래픽 확산판에 의해 생성된 GSM 빔이 평면 $x_3o_3y_3$ 에 포커싱되도록 하는데 이 단계를 통해 GSM 빔의 transverse spot width parameter와 transverse coherence parameter가 적절히 변화하게 된다. 마지막 세 번째 단계에서는 평면 $x_3o_3y_3$ 에 포커싱된 GSM 빔을 푸리에 변환하는 단계로 면광원에 대한 등가 정리^[1]에 의해 가로와 세로의 transverse spot width는 같아지고 가로와 세로의 transverse coherence width는 다르게 된다. 이러한 등가 조건이 평면 $x_3o_3y_3$ 에서 성립되어야 하는데 이로부터 광학계의 해석적인 설계 방정식이 도출된다.

첫 번째 단계로 입력되기 전에 HeNe 레이저의 빔을 초점거리 f_c 인 렌즈를 사용하여 포커싱해야 하는데 HeNe 레이저에서 방출되는 빔의 transverse spot width를 $\sigma_{s,raw}$ 라고 하면 평면 $x_1o_1y_1$ 에 포커싱된 빔의 transverse spot width $\sigma_{s,i}$ 는

$$\sigma_{s,i} = \frac{f_c}{2k\sigma_{s,raw}} \quad (4.1)$$

와 같이 주어진다. 우선 그림 4에서 첫 번째 단계의 광학계 파라미터들의 관계를 알아보자. 이로부터 첫 번째 단계 광학계의 설계 방정식이 도출된다. HeNe 레이저의 가우시안 빔

의 transverse coherence width는 거의 무한대이고 x 축 방향과 y축 방향의 transverse spot width $\sigma_{s,i,x}$ 와 $\sigma_{s,i,y}$ 가 같은($=\sigma_{s,i}$) 등방성 완전 코히어런스 빔이다.

식 (3.40)과 (3.41)로부터 $x_2o_2y_2$ 평면에서의 x축, y축의 transverse spot width는 각각

$$\tilde{\sigma}_{s,x} = \frac{|\tilde{f}_x|}{\sqrt{(l_{x1} - \tilde{f}_x)^2 + 4k^2\sigma_{s,i}^4}} \sigma_{s,i}, \quad (4.2(a))$$

$$\tilde{\sigma}_{s,y} = \frac{|\tilde{f}_y|}{\sqrt{(l_{y1} - \tilde{f}_y)^2 + 4k^2\sigma_{s,i}^4}} \sigma_{s,i} \quad (4.2(b))$$

그리고

$$l_{x1} + l_{x2} = l_{y1} + l_{y2} = l \quad (4.3)$$

을 만족해야만 $x_2o_2y_2$ 평면에 비동방성 가우시안 빔의 waist가 놓일 수 있다. 식 (3.34)으로부터 l_{x2} 와 l_{y2} 를 다음과 같이 구할 수 있다.

$$l_{x2} = \tilde{f}_x + \frac{\tilde{f}_x^2(l_{x1} - \tilde{f}_x)}{4k^2\sigma_{s,i}^4 + (\tilde{f}_x - l_{x1})^2} \quad (4.4)$$

$$l_{y2} = \tilde{f}_y + \frac{\tilde{f}_y^2(l_{y1} - \tilde{f}_y)}{4k^2\sigma_{s,i}^4 + (\tilde{f}_y - l_{y1})^2} \quad (4.5)$$

식 (4.4)와 식 (4.5)를 식(4.3)에 대입하고

$$(l_{x1} - \tilde{f}_x) + 2\tilde{f}_x + \frac{\tilde{f}_x^2(l_{y1} - \tilde{f}_y)}{4k^2\sigma_{s,i}^4 + (l_{y1} - \tilde{f}_y)^2} = (l_{y1} - \tilde{f}_y) + 2\tilde{f}_y + \frac{\tilde{f}_y^2(l_{x1} - \tilde{f}_x)}{4k^2\sigma_{s,i}^4 + (l_{x1} - \tilde{f}_x)^2} = l \quad (4.6)$$

의 관계가 성립함을 알 수 있다. 식 (4.2(a))와 식 (4.2(b))로부터

$$\left(\frac{\tilde{\sigma}_{s,x}^2}{\sigma_{s,i}^2} \right) = \frac{\tilde{f}_x^2}{(l_{x1} - \tilde{f}_x)^2 + 4k^2\sigma_{s,i}^4}, \quad (4.7)$$

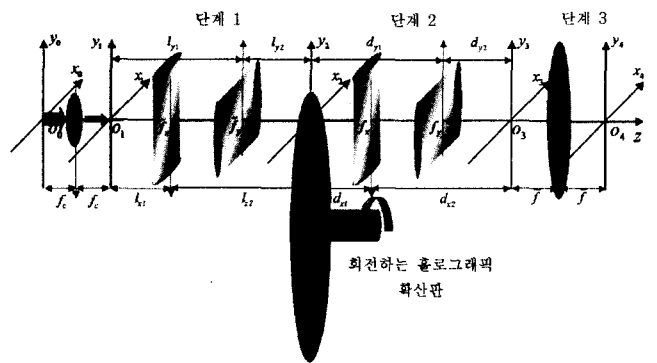


그림 4. 동방성 빔 단면과 비동방성 공간 부분 코히어런스 특성을 갖는 가우시안 스킵 모델 빔을 구현하기 위한 광학계.

$$\left(\frac{\tilde{\sigma}_{s,y}^2}{\sigma_{s,i}^2}\right) = \frac{\tilde{f}_y^2}{(l_{y1} - \tilde{f}_y)^2 + 4k^2\sigma_{s,i}^4} \quad (4.8)$$

이므로 이를 식 (4.6)에 대입하면

$$(l_{x1} - \tilde{f}_x) \left(1 + \left(\frac{\tilde{\sigma}_{s,x}^2}{\sigma_{s,i}^2}\right)\right) + 2\tilde{f}_x = (l_{y1} - \tilde{f}_y) \left(1 + \left(\frac{\tilde{\sigma}_{s,y}^2}{\sigma_{s,i}^2}\right)\right) + 2\tilde{f}_y = l \quad (4.9)$$

이 됨을 알 수 있다. 실제 설계에서는 $\tilde{\sigma}_{s,x}/\sigma_{s,i}$ 와 $\tilde{\sigma}_{s,y}/\sigma_{s,i}$ 의 값을 먼저 결정한 후 부록 A를 참고로 하여 광학계 파라미터를 구할 수 있다. 확대 광학계 ($\tilde{\sigma}_{s,x}/\sigma_{s,i} > 1$, $\tilde{\sigma}_{s,y}/\sigma_{s,i} > 1$)를 구성하는 경우 총 연장 길이는

$$l > \max \left[2k\sigma_{s,i} \sqrt{(\tilde{\sigma}_{s,x}^2 - \sigma_{s,i}^2)}, 2k\sigma_{s,i} \sqrt{(\tilde{\sigma}_{s,y}^2 - \sigma_{s,i}^2)} \right] \quad (4.10)$$

의 범위에서 결정된다. x 축에 대해서 먼저 시스템 파라미터 값을 정하자.

$$a = \frac{\tilde{\sigma}_{s,x}^2}{\sigma_{s,i}^2} > 1, \quad (4.11(a))$$

$$c = 4k^2\sigma_{s,i}^4 \quad (4.11(b))$$

라고 하고 이를 부록 A의 식 (A.4), (A.5), (A.6)에 대입하면

$$l_{x1} = \frac{-l + \sqrt{al^2 + a(a-1)^2 c}}{(a-1)} - \frac{-l + \sqrt{\frac{\tilde{\sigma}_{s,x}^2}{\sigma_{s,i}^2} l^2 + \frac{\tilde{\sigma}_{s,x}^2}{\sigma_{s,i}^2} \left(\frac{\tilde{\sigma}_{s,x}^2}{\sigma_{s,i}^2} - 1\right)^2 (4k^2\sigma_{s,i}^4)}}{\left(\frac{\tilde{\sigma}_{s,x}^2}{\sigma_{s,i}^2} - 1\right)}, \quad (4.11(c))$$

$$l_{x2} = \frac{al - \sqrt{al^2 + a(a-1)^2 c}}{(a-1)} - \frac{\frac{\tilde{\sigma}_{s,x}^2}{\sigma_{s,i}^2} l - \sqrt{\frac{\tilde{\sigma}_{s,x}^2}{\sigma_{s,i}^2} l^2 + \frac{\tilde{\sigma}_{s,x}^2}{\sigma_{s,i}^2} \left(\frac{\tilde{\sigma}_{s,x}^2}{\sigma_{s,i}^2} - 1\right)^2 (4k^2\sigma_{s,i}^4)}}{\left(\frac{\tilde{\sigma}_{s,x}^2}{\sigma_{s,i}^2} - 1\right)}, \quad (4.11(d))$$

$$\tilde{f}_x = \frac{-2al + (1+a)\sqrt{al^2 + a(a-1)^2 c}}{(a-1)^2} - \frac{-2\frac{\tilde{\sigma}_{s,x}^2}{\sigma_{s,i}^2} l + \left(1 + \frac{\tilde{\sigma}_{s,x}^2}{\sigma_{s,i}^2}\right) \sqrt{\frac{\tilde{\sigma}_{s,x}^2}{\sigma_{s,i}^2} l^2 + \frac{\tilde{\sigma}_{s,x}^2}{\sigma_{s,i}^2} \left(\frac{\tilde{\sigma}_{s,x}^2}{\sigma_{s,i}^2} - 1\right)^2 (4k^2\sigma_{s,i}^4)}}{\left(\frac{\tilde{\sigma}_{s,x}^2}{\sigma_{s,i}^2} - 1\right)^2} \quad (4.11(e))$$

를 얻는다. 마찬가지로 하여 y축에 대한 광학계 파라미터도 구할 수 있다.

$$a = \frac{\tilde{\sigma}_{s,y}^2}{\sigma_{s,i}^2}, \quad (4.12(a))$$

$$c = 4k^2\sigma_{s,i}^4 \quad (4.12(b))$$

라고 하고 이를 위와 마찬가지로 식 (A.4), (A.5), (A.6)에 대입하면

$$l_{y1} = \frac{-l + \sqrt{al^2 + a(a-1)^2 c}}{(a-1)} - \frac{-l + \sqrt{\frac{\tilde{\sigma}_{s,y}^2}{\sigma_{s,i}^2} l^2 + \frac{\tilde{\sigma}_{s,y}^2}{\sigma_{s,i}^2} \left(\frac{\tilde{\sigma}_{s,y}^2}{\sigma_{s,i}^2} - 1\right)^2 (4k^2\sigma_{s,i}^4)}}{\left(\frac{\tilde{\sigma}_{s,y}^2}{\sigma_{s,i}^2} - 1\right)}, \quad (4.12(c))$$

$$l_{y2} = \frac{al - \sqrt{al^2 + a(a-1)^2 c}}{(a-1)} - \frac{\frac{\tilde{\sigma}_{s,y}^2}{\sigma_{s,i}^2} l - \sqrt{\frac{\tilde{\sigma}_{s,y}^2}{\sigma_{s,i}^2} l^2 + \frac{\tilde{\sigma}_{s,y}^2}{\sigma_{s,i}^2} \left(\frac{\tilde{\sigma}_{s,y}^2}{\sigma_{s,i}^2} - 1\right)^2 (4k^2\sigma_{s,i}^4)}}{\left(\frac{\tilde{\sigma}_{s,y}^2}{\sigma_{s,i}^2} - 1\right)}, \quad (4.12(d))$$

$$\tilde{f}_y = \frac{-2al + (1+a)\sqrt{al^2 + a(a-1)^2 c}}{(a-1)^2} - \frac{-2\frac{\tilde{\sigma}_{s,y}^2}{\sigma_{s,i}^2} l + \left(1 + \frac{\tilde{\sigma}_{s,y}^2}{\sigma_{s,i}^2}\right) \sqrt{\frac{\tilde{\sigma}_{s,y}^2}{\sigma_{s,i}^2} l^2 + \frac{\tilde{\sigma}_{s,y}^2}{\sigma_{s,i}^2} \left(\frac{\tilde{\sigma}_{s,y}^2}{\sigma_{s,i}^2} - 1\right)^2 (4k^2\sigma_{s,i}^4)}}{\left(\frac{\tilde{\sigma}_{s,y}^2}{\sigma_{s,i}^2} - 1\right)^2} \quad (4.12(e))$$

의 결과를 얻는다. 이렇게 하여 첫 번째 단계의 광학계가 결정되면 두 번째 단계의 광학계를 설계하게 된다. 식 (3.40)과 식 (3.41)을 이용하여 평면 $x_2O_2y_2$ 과 평면 $x_3O_2y_3$ 에 존재하는 GSM 빔의 파라미터간의 관계를 구하면 다음과 같다.

$$\frac{\sigma_{s,x}^2}{\tilde{\sigma}_{s,x}^2} = \frac{f_x^2}{\left[(f_x - d_{x1})^2 + \frac{4k^2}{(\tilde{\sigma}_{s,x}^2)^{-1} \left((\tilde{\sigma}_{s,x}^2)^{-1} + 4(\tilde{\sigma}_g^2)^{-1} \right)} \right]}, \quad (4.13)$$

$$\frac{\sigma_{s,y}^2}{\tilde{\sigma}_{s,y}^2} = \frac{f_y^2}{\left[(f_y - d_{y1})^2 + \frac{4k^2}{(\tilde{\sigma}_{s,y}^2)^{-1} \left((\tilde{\sigma}_{s,y}^2)^{-1} + 4(\tilde{\sigma}_g^2)^{-1} \right)} \right]}, \quad (4.14)$$

$$\frac{\sigma_{g,x}^2}{\tilde{\sigma}_g^2} = \frac{f_x^2}{\left[(f_x - d_{x1})^2 + \frac{4k^2}{(\tilde{\sigma}_{s,x}^2)^{-1} \left((\tilde{\sigma}_{s,x}^2)^{-1} + 4(\tilde{\sigma}_g^2)^{-1} \right)} \right]}, \quad (4.15)$$

$$\frac{\sigma_{g,y}^2}{\tilde{\sigma}_g^2} = \frac{f_y^2}{\left[(f_y - d_{y1})^2 + \frac{4k^2}{(\tilde{\sigma}_{s,y}^2)^{-1} \left((\tilde{\sigma}_{s,y}^2)^{-1} + 4(\tilde{\sigma}_g^2)^{-1} \right)} \right]}, \quad (4.16)$$

다음으로 두 번째 단계 광학계의 총연장을 d 라고 하면

$$d_{x1} + d_{x2} = (d_{x1} - f_x) + 2f_x + \frac{f_x^2 (d_{x1} - f_x)}{4k^2 \frac{(\bar{\sigma}_{s,x}^2)^{-1} \left((\bar{\sigma}_{s,x}^2)^{-1} + 2(\bar{\sigma}_g^2)^{-1} \right) + (f_x - d_{x1})^2}} = d, \quad (4.17)$$

$$d_{y1} + d_{y2} = (d_{y1} - f_y) + 2f_y + \frac{f_y^2 (d_{y1} - f_y)}{4k^2 \frac{(\bar{\sigma}_{s,y}^2)^{-1} \left((\bar{\sigma}_{s,y}^2)^{-1} + 2(\bar{\sigma}_g^2)^{-1} \right) + (f_y - d_{y1})^2}} = d \quad (4.18)$$

확대 광학계로 구성하는 경우 광학계의 총 연장 길이는

$$d > \max \left[\sqrt{\frac{(\sigma_{s,x}^2)^{-1}}{(\bar{\sigma}_{s,x}^2)^{-1}} \frac{4k^2}{(\bar{\sigma}_{s,x}^2)^{-1} \left((\bar{\sigma}_{s,x}^2)^{-1} + 2(\bar{\sigma}_g^2)^{-1} \right)}}, \sqrt{\frac{(\sigma_{s,y}^2)^{-1}}{(\bar{\sigma}_{s,y}^2)^{-1}} \frac{4k^2}{(\bar{\sigma}_{s,y}^2)^{-1} \left((\bar{\sigma}_{s,y}^2)^{-1} + 2(\bar{\sigma}_g^2)^{-1} \right)}} \right] \quad (4.19)$$

의 범위에서 결정된다. 첫 번째 광학계 설계 시와 마찬가지로 하여 x축에 대한 광학계 파라미터를 결정한다.

$$a_x = \frac{\sigma_{s,x}^2}{\bar{\sigma}_{s,x}^2}, \quad (4.20(a))$$

$$c = \frac{4k^2}{(\bar{\sigma}_{s,x}^2)^{-1} \left((\bar{\sigma}_{s,x}^2)^{-1} + 2(\bar{\sigma}_g^2)^{-1} \right)} \quad (4.20(b))$$

$$d_{x1} = \frac{-d + \sqrt{ad^2 + a(a-1)^2 c}}{(a-1)} - \frac{-d + \sqrt{\frac{\sigma_{s,x}^2}{\bar{\sigma}_{s,x}^2} d^2 + \left(\frac{\sigma_{s,x}^2}{\bar{\sigma}_{s,x}^2} - 1 \right)^2 \frac{4k^2 \sigma_{s,x}^2}{\left((\bar{\sigma}_{s,x}^2)^{-1} + 2(\bar{\sigma}_g^2)^{-1} \right)}}}{\left(\frac{\sigma_{s,x}^2}{\bar{\sigma}_{s,x}^2} - 1 \right)}, \quad (4.20(c))$$

$$d_{x2} = \frac{ad - \sqrt{ad^2 + a(a-1)^2 c}}{(a-1)} + \frac{\frac{\sigma_{s,x}^2}{\bar{\sigma}_{s,x}^2} d - \sqrt{\frac{\sigma_{s,x}^2}{\bar{\sigma}_{s,x}^2} d^2 + \left(\frac{\sigma_{s,x}^2}{\bar{\sigma}_{s,x}^2} - 1 \right)^2 \frac{4k^2 \sigma_{s,x}^2}{\left((\bar{\sigma}_{s,x}^2)^{-1} + 2(\bar{\sigma}_g^2)^{-1} \right)}}}{\left(\frac{\sigma_{s,x}^2}{\bar{\sigma}_{s,x}^2} - 1 \right)}, \quad (4.20(d))$$

$$f_x = \frac{-2ad + (1+a)\sqrt{ad^2 + a(a-1)^2 c}}{(a-1)^2} =$$

$$\frac{-2\frac{\sigma_{s,x}^2}{\bar{\sigma}_{s,x}^2} d + \left(1 + \frac{\sigma_{s,x}^2}{\bar{\sigma}_{s,x}^2} \right) \sqrt{\frac{\sigma_{s,x}^2}{\bar{\sigma}_{s,x}^2} d^2 + \left(\frac{\sigma_{s,x}^2}{\bar{\sigma}_{s,x}^2} - 1 \right)^2 \frac{4k^2 \sigma_{s,x}^2}{\left((\bar{\sigma}_{s,x}^2)^{-1} + 2(\bar{\sigma}_g^2)^{-1} \right)}}}{\left(\frac{\sigma_{s,x}^2}{\bar{\sigma}_{s,x}^2} - 1 \right)^2}. \quad (4.20(e))$$

마찬가지로 y축 광학계에 대하여 계산한다.

$$a_y = \frac{\sigma_{s,y}^2}{\bar{\sigma}_{s,y}^2}, \quad (4.21(a))$$

$$c = \frac{4k^2}{(\bar{\sigma}_{s,y}^2)^{-1} \left((\bar{\sigma}_{s,y}^2)^{-1} + 2(\bar{\sigma}_g^2)^{-1} \right)}, \quad (4.21(b))$$

$$d_{y1} = \frac{-d + \sqrt{ad^2 + a(a-1)^2 c}}{(a-1)} - \frac{-d + \sqrt{\frac{\sigma_{s,y}^2}{\bar{\sigma}_{s,y}^2} d^2 + \left(\frac{\sigma_{s,y}^2}{\bar{\sigma}_{s,y}^2} - 1 \right)^2 \frac{4k^2 \sigma_{s,y}^2}{\left((\bar{\sigma}_{s,y}^2)^{-1} + 2(\bar{\sigma}_g^2)^{-1} \right)}}}{\left(\frac{\sigma_{s,y}^2}{\bar{\sigma}_{s,y}^2} - 1 \right)}, \quad (4.21(c))$$

$$d_{y2} = \frac{ad - \sqrt{ad^2 + a(a-1)^2 c}}{(a-1)} =$$

$$\frac{\frac{\sigma_{s,y}^2}{\bar{\sigma}_{s,y}^2} d - \sqrt{\frac{\sigma_{s,y}^2}{\bar{\sigma}_{s,y}^2} d^2 + \left(\frac{\sigma_{s,y}^2}{\bar{\sigma}_{s,y}^2} - 1 \right)^2 \frac{4k^2 \sigma_{s,y}^2}{\left((\bar{\sigma}_{s,y}^2)^{-1} + 2(\bar{\sigma}_g^2)^{-1} \right)}}}{\left(\frac{\sigma_{s,y}^2}{\bar{\sigma}_{s,y}^2} - 1 \right)}, \quad (4.21(d))$$

$$f_y = \frac{-2ad + (1+a)\sqrt{ad^2 + a(a-1)^2 c}}{(a-1)^2} - \frac{-2\frac{\sigma_{s,y}^2}{\bar{\sigma}_{s,y}^2} d + \left(1 + \frac{\sigma_{s,y}^2}{\bar{\sigma}_{s,y}^2} \right) \sqrt{\frac{\sigma_{s,y}^2}{\bar{\sigma}_{s,y}^2} d^2 + \left(\frac{\sigma_{s,y}^2}{\bar{\sigma}_{s,y}^2} - 1 \right)^2 \frac{4k^2 \sigma_{s,y}^2}{\left((\bar{\sigma}_{s,y}^2)^{-1} + 2(\bar{\sigma}_g^2)^{-1} \right)}}}{\left(\frac{\sigma_{s,y}^2}{\bar{\sigma}_{s,y}^2} - 1 \right)^2}. \quad (4.21(e))$$

세 번째 단계 광학계의 기능은 푸리에 변환이다. 여기서 GSM 빔이 푸리에 변환기를 통과할 때의 전달 특성을 고찰한다. 푸리에 광학계는 x 방향의 초점거리와 y 방향의 초점거리가 같은 두 개의 원통형 렌즈가 직교하면서 입력면으로 거리 \bar{f} 인 곳에 위치한 시스템이 된다. 출력면에서 렌즈까지의 거리도 \bar{f} 이므로 식 (4.13), (4.14), (4.15), (4.16)에서

$$\sigma_{s,o,x} = \frac{\bar{f}}{2k} \sqrt{(\sigma_{s,x}^2)^{-1} + 4(\sigma_{g,x}^2)^{-1}}, \quad (4.22(a))$$

$$\sigma_{s,o,y} = \frac{\bar{f}}{2k} \sqrt{(\sigma_{s,y}^2)^{-1} + 4(\sigma_{g,y}^2)^{-1}}, \quad (4.22(b))$$

$$\sigma_{g,o,x} = \frac{\bar{f}}{2k} \sqrt{(\sigma_{s,x}^2)^{-1} + 4(\sigma_{g,x}^2)^{-1}} \frac{\sigma_{g,x}}{\sigma_{s,x}}, \quad (4.22(c))$$

$$\sigma_{g,o,y} = \frac{\bar{f}}{2k} \sqrt{(\sigma_{s,y}^2)^{-1} + 4(\sigma_{g,y}^2)^{-1}} \frac{\sigma_{g,y}}{\sigma_{s,y}}. \quad (4.22(d))$$

식 (4.22(a))와 식 (4.22(b))에서 보면

$$(\sigma_{s,x}^2)^{-1} + 4(\sigma_{g,x}^2)^{-1} = (\sigma_{s,y}^2)^{-1} + 4(\sigma_{g,y}^2)^{-1} \quad (4.23)$$

인 경우에 출력면 $x_4o_4y_4$ 에서 transverse spot width는 x축 y축이 동일하고 transverse coherence width는 다른 GSM 빔을 얻게된다. 여기서 얻게 되는 GSM 빔의 transverse coherence width의 가로 세로 비는 식 (4.22(c))과 식 (4.22(d))에서 보는 바와 같이

$$(\sigma_{g,o,x}^2)^{-1} : (\sigma_{g,o,y}^2)^{-1} = \frac{(\sigma_{g,x}^2)^{-1}}{(\sigma_{s,x}^2)^{-1}} : \frac{(\sigma_{g,y}^2)^{-1}}{(\sigma_{s,y}^2)^{-1}} \quad (4.24)$$

이 되는데 식 (4.13), (4.14), (4.15), (4.16)의 결과를 식 (4.24)에 대입하여 정리하면

$$\sigma_{g,o,x}^{-1} : \sigma_{g,o,y}^{-1} = \tilde{\sigma}_{s,x} : \tilde{\sigma}_{s,y} \quad (4.25)$$

가 된다. 따라서 $x_4o_4y_4$ 평면에서의 GSM빔의 transverse coherence width의 비는 홀로그래픽 확산판에 입사하는 빔의 가로 세로 비에 의해 결정됨을 알 수 있다. $x_4o_4y_4$ 평면상에서 transverse spot width와 transverse coherence width의 절대 크기는 렌즈의 초점 거리 \bar{f} 에 의해 스케일링 될 수 있다.

본 논문에서는 일정한 transverse coherence width의 일정한 가로 세로 비 $\sigma_{g,o,x}^{-1} : \sigma_{g,o,y}^{-1} = \tilde{\sigma}_{s,x} : \tilde{\sigma}_{s,y}$ 에 대하여 식 (4.23)의 조건을 만족하는 광학계 구성을 찾고자 한다. 이 조건을 만족하는 광학계에 의해 생성되는 GSM 빔은 등방성 빔 단면과 이방성 공간 코히어런스 특성을 갖는다고 할 수 있다. 함수 T 를 식 (4.26)과 같이 정의하자.

$$T(a_x, a_y, d; \tilde{\sigma}_{s,x}, \tilde{\sigma}_{s,y}, \tilde{\sigma}_g) = \sigma_{s,o,x} - \sigma_{s,o,y} = \frac{\bar{f}}{2k} \left(\sqrt{(\sigma_{s,x}^2)^{-1} + 4(\sigma_{g,x}^2)^{-1}} - \sqrt{(\sigma_{s,y}^2)^{-1} + 4(\sigma_{g,y}^2)^{-1}} \right) \quad (4.26)$$

함수 T 가 0이 되면 $x_4o_4y_4$ 평면에서 GSM 빔의 transverse coherence width의 가로 세로 비율이 식 (4.25)을 만족하게 된다. 광학계의 총 연장 d 를 충분히 크게 잡으면 식 (4.20(a))와 식 (4.21(a))의 a_x 와 a_y 의 변화구간을 넓게 잡을 수 있다. 식 (4.26)에서 a_x 를 고정하고 T 를 0으로 만드는 a_y 를 수치 해석적인 방법으로 구할 수 있다.

V. 광학계 설계 예

본 장에서는 지금까지 논한 설계 이론을 바탕으로 광학계를 실제로 설계해 보기로 한다. 파장 633 nm의 HeNe 레이저

의 transverse spot width $\sigma_{s,i}$ 가 1 mm이고 발산각이 약 15도가 되는 홀로그래픽 확산판의 transverse coherence width σ_g 는 500 nm가 된다. 생성하고자하는 GSM의 x 방향 transverse coherence width와 y방향 transverse coherence width의 비를 $\sigma_{g,o,x} : \sigma_{g,o,y} = 1:2$ 이라고 하자. IV장에서 논한 이론을 사용하여 설계한 두 가지 예를 표 1에 제시하였다. 표 1에는 그림 4에 표기된 광학계의 파라미터 값들이 나타나있다. 설계 1과 설계 2에서 모두 He-Ne 레이저 빔의 transverse spot width가 0.5 um(빔 지름 = $2\sqrt{2}\sigma_{s,i}$ 1.4 mm)가 되도록 포커싱하도록 하였다(단계 0). 그러나 두 경우에 대하여 평면 $x_2o_2y_2$ 에 위치한 홀로그래픽 확산판에 포커싱되는 비등방성 GSM 빔 스팟의 크기는 다르게 하였다. x방향 transverse spot width $\tilde{\sigma}_{s,x}$ 와 y방향 transverse spot width $\tilde{\sigma}_{s,y}$ 는 설계 1의 경우 각각 0.55 um와 0.275 um로 하였고 설계 2의 경우는 각각 10 um와 5 um로 하였다. 홀로그래픽 확산판에 입사하는 빔의 크기가 커질수록 확산판의 랜덤니스가 증가하기 때문에 설계 2의 경우가 설계 1의 경우보다 관측면 $x_4o_4y_4$ 에서 더 작은 transverse coherence width를 갖는 GSM 빔을 생성하게 된다. 두 경우 모두 x 방향과 y 방향의 transverse spot width의 비를 2:1로 하였으므로 식 (4.25)에 의해관측면에서의 transverse coherence width의 비는 이의 역수인 1:2가 될 것이다. 다음으로 두 번째 광학계의 설계하는데 길이는 40 cm로 하고 평면 $x_3o_3y_3$ 에서의 transverse spot width가 x 방향으로 4배 확대되도록 설정하였다. 이 때 (4.23)의 조건을 만족하기 위해 설계 1의 경우는 y 방향으로 transverse width가 4.9배 확대되고 설계 2의 경우는 근사적으로 4배 확대되면 된다. 마지막 단계(단계 3)를 통해 평면 $x_3o_3y_3$ 에 생성된 GSM 빔이 푸리에 변환되어 관측면 $x_4o_4y_4$ 에 최종적인 GSM 빔의 광파가 분포하게 된다. 표 1의 결과를 보면 설계 1의 경우 GSM 빔의 transverse spot width는 5.53 cm이고 x 방향, y방향의 transverse coherence width의 크기는 각각 4.99 cm, 9.98 cm가 되어 빔의 단면 안에서의 광파 분포는 거의 코히어런스한 특성을 갖게 된다. 설계 2의 경우 GSM 빔의 transverse spot width는 5.04 cm이고 x 방향, y방향의 transverse coherence width의 크기는 각각 2.5 mm, 5 mm가 되어 빔의 단면 안에서의 광파 분포는 비등방성 부분 코히어런스한 특성을 갖게 된다. 즉 $\tilde{\sigma}_{s,x}$ 와 $\tilde{\sigma}_{s,y}$ 의 크기를 다르게 함으로써 출력면에서 GSM 빔의 transverse coherence width의 절대 크기가 조절된다는 것을 알 수 있다. 두 경우 모두 출력면에서 얻어진 transverse coherence width의 가로 세로 비가 $\sigma_{g,o,x} : \sigma_{g,o,y} = 2:1$ 이 됨을 확인할 수 있다.

VI. 결 론

본 논문에서는 부분 코히어런스 광의 이론적 모델인 GSM 빔을 633nm 파장의 He-Ne 레이저와 빠르게 회전하도록 한 홀로그래픽 확산판을 사용하여 구현하는 방법을 이론적으로 모색하였다. 우선 GSM 빔의 텐서 행렬 모델링과 일반 1차 광학계를 통한 전달 특성을 이론적으로 연구하였고 이를 바

표 1. 등방성 빔 단면과 비등방성 공간 부분 코히어런스 특성을 갖는 GSM 빔을 구현하기 위한 광학계 설계 결과(그림 4 참고)

	Design 1 $\sigma_{g,p,x} : \sigma_{g,p,y} = 1:2$		Design 2 $\sigma_{g,p,x} : \sigma_{g,p,y} = 1:2$	
Stage 0 (input)	$\sigma_{g,m} = 1mm$ $f_c = 1cm \quad \sigma_{i,j} = 0.5\mu m$		$\sigma_{g,m} = 1mm$ $f_c = 1cm \quad \sigma_{i,j} = 0.5\mu m$	
Stage1 ($l = 30cm$)	$\bar{\sigma}_{i,x} = 1.1\sigma_{i,j}$ $l_{i1} = 14.29cm$ $l_{i2} = 15.71cm$ $\bar{f}_i = 7.48cm$	$\bar{\sigma}_{i,y} = 0.55\sigma_{i,j}$ $l_{j1} = 19.35cm$ $l_{j2} = 10.65cm$ $\bar{f}_j = 6.87cm$	$\bar{\sigma}_{i,x} = 20\sigma_{i,j}$ $l_{i1} = 1.43cm$ $l_{i2} = 28.57cm$ $\bar{f}_i = 1.36cm$	$\bar{\sigma}_{i,y} = 10\sigma_{i,j}$ $l_{j1} = 2.73cm$ $l_{j2} = 27.27cm$ $\bar{f}_j = 2.48cm$
Stage2 ($d = 40cm$)	$\sigma_{i,x} = 4\bar{\sigma}_{i,x}$ $d_{i1} = 8cm$ $d_{i2} = 32cm$ $f_i = 6.4cm$	$\sigma_{i,y} = 4.9\bar{\sigma}_{i,y}$ $d_{j1} = 6.77cm$ $d_{j2} = 33.23cm$ $f_j = 5.6cm$	$\sigma_{i,x} = 4\bar{\sigma}_{i,x}$ $d_{i1} = 8cm$ $d_{i2} = 32cm$ $f_i = 6.4cm$	$\sigma_{i,y} = 4\bar{\sigma}_{i,y}$ $d_{j1} = 8cm$ $d_{j2} = 32cm$ $f_j = 6.4cm$
Stage3 ($\bar{f} = 1m$) (output)	$\sigma_{g,p,x} = 5.53cm$ $\sigma_{g,p,y} = 4.99cm$	$\sigma_{g,p,x} = 5.53cm$ $\sigma_{g,p,y} = 9.98cm$	$\sigma_{g,p,x} = 5.04cm$ $\sigma_{g,p,y} = 2.5mm$	$\sigma_{g,p,x} = 5.04cm$ $\sigma_{g,p,y} = 5mm$

탕으로 공간 코히어런스 특성을 조절할 수 있는 GSM 빔의 구현 방법을 제시하였다. 특히 등방성 빔 단면과 비등방성 공간 부분 코히어런스 특성을 갖는 GSM 빔을 구현하기 위해서 세 단계로 구성된 광학계 구성을 제안하고 설계 방법과 해석적인 분석을 제시하였다. 본 논문에서 제시한 광학계 설계 방정식을 사용하면 일정한 총 연장을 가지면서 GSM의 코히어런스 특성을 변화시킬 수 있는 광학계의 설계가 가능하다. 본 논문에서는 이를 확인할 수 있는 GSM 빔의 구현 및 광학계 설계 예들을 제시하였다. 하나의 (기초) He-Ne 레이저 광원과 간단한 광학계 구성을 통해 다양한 코히어런스 특성을 갖는 부분 코히어런스 광원을 구현할 수 있음을 보인 본 논문의 연구 결과는 디스플레이나 반도체 리소그래피의 연구 개발 분야에서 유용하게 사용될 수 있을 것으로 생각된다.

부록 A

다음과 같은 이차 연립 방정식의 해를 구하여 정리하였다.

$$(l_1 - f)(1+a) + 2f = l \tag{A.1}$$

$$a = \frac{f^2}{(l_1 - f)^2 + c}, \tag{A.2}$$

$$l_1 + l_2 = l \tag{A.3}$$

(단, $l_1 > 0, l_2 > 0, f > 0$)

이 이차 연립 방정식의 해는 다음과 같다.

i) $a > 1$ 일 때 (단, $\sqrt{(a-1)c} < l$)

$$l_1 = \frac{-l + \sqrt{al^2 + a(a-1)^2 c}}{(a-1)}, \tag{A.4}$$

$$l_2 = \frac{al - \sqrt{al^2 + a(a-1)^2 c}}{(a-1)}, \tag{A.5}$$

$$f = \frac{-2al + (1+a)\sqrt{al^2 + a(a-1)^2 c}}{(a-1)^2}, \tag{A.6}$$

ii) $a < 1$ 일 때 (단, $\sqrt{a(1-a)c} < l$)

$$l_1 = \frac{l - \sqrt{al^2 + a(a-1)^2 c}}{(1-a)}, \tag{A.7}$$

$$l_2 = \frac{-al + \sqrt{al^2 + a(a-1)^2 c}}{(1-a)}, \tag{A.8}$$

$$f = \frac{-2al + (1+a)\sqrt{al^2 + a(a-1)^2 c}}{(a-1)^2} \tag{A.9}$$

감사의 글

본 연구는 과학기술부의 국가지정연구실 사업의 지원으로 수행되었습니다.

참고문헌

- [1] L. Mandel and E. Wolf, *Optical Coherence and Quantum Optics*, Cambridge University Press, New York, 1995.
- [2] M. Born and E. Wolf, *Principles of Optics 7th ed.*, Cambridge Univ Press, 1999.
- [3] 김휘, 백정욱, 최경식, 이병호, 이병훈, "주기성을 갖는 광학 구조에 의한 인코히어런트 광의 확산 현상 시뮬레이션," *Photonics Conference 2002*, pp. 171-172, 2002년 11월.
- [4] H. Kim and B. Lee, "Ray tracing analysis of front light unit for PDA display," 5th Korea Liquid Crystal Conference, Chuncheon, Korea, vol. 5, pp. 85-89, 2002.
- [5] 박진홍, 김휘, 양병춘, 이병호, "회절광학소자를 이용한 엑시머 레이저의 빔 균일성 향상," The 10th Anniversary Photonics Conference 2001, pp. 591-592, 2001년 11월.
- [6] R. Simon, E. C. G. Sudarshan, and N. Mukunda, "Anisotropic Gaussian Schell-model beams: Passage through optical systems and associated invariants," *Phys. Rev. A*, vol. 31, pp. 2419-2434, 1985.
- [7] Q. Lin and Y. Cai, "Tensor ABCD law for partially coherent twisted anisotropic Gaussian-Schell model beams," *Opt. Lett.*, vol. 27, pp. 216-218, 2002.
- [8] A. T. Friberg, E. Tervonen, and J. Turunen, "Interpretation and experimental demonstration of twisted Gaussian Schell-model beams," *J. Opt. Soc. Am. A*, vol. 11, pp. 1818-1825, 1994.
- [9] A. A. Maradudin and E. R. Mendez, "Scattering by surfaces and phase screens," in *Scattering: Scattering and Inverse*

- Scattering in Pure and Applied Science*, edited by R. Pike and P. Sabatier, Academic Press, London, 2002.
- [10] Q. Lin and L. Wang, "Collins formula and tensor ABCD law in spatial-frequency domain," *Opt. Commun.*, vol. 185, pp. 263-269, 2000.
- [11] A. Sahin, M. A. Kutay, and H. M. Ozaktas, "Nonseparable two-dimensional fractional Fourier transform," *Appl. Opt.*, vol. 37, pp. 5444-5453, 1998.
- [12] A. Sahin, H. M. Ozaktas, and D. Mendlovic, "Optical implementations of two-dimensional fractional Fourier transforms and linear canonical transforms with arbitrary parameters," *Appl. Opt.*, vol. 37, pp. 2130-2141, 1998.
- [13] H. M. Ozaktas, Z. Zalevsky, and M. A. Kutay, *The Fractional Fourier Transform with Applications in Optics and Signal processing*, John Wiley & Sons, New York, 2001.
- [14] J. Goodman, *Introduction to Fourier Optics 2nd ed.*, McGraw-Hill Book Co., New York, 1996.
- [15] P. D. Santis, F. Gori, and C. Palma, "Generalized Collett-Wolf sources," *Opt. Commun.*, vol. 28, pp. 151-155, 1979.
- [16] P. D. Santis, F. Gori, G. Guattari, and C. Palma, "An example of a Collett-Wolf source," *Opt. Commun.*, vol. 29, pp. 256-260, 1979.

Analytic study on the realization of partially coherent Gaussian Schell-model beams with isotropic cross section and anisotropic degree of coherence function

Hwi Kim, Taesu Kim, Kyongsik Choi, and Byoungho Lee[†]

National Research Laboratory of Holography Technologies, School of Electrical Engineering,
Seoul National University, Kwanak-Gu Shinlim-Dong, Seoul 151-744, Korea

[†]E-mail: byoungho@snu.ac.kr

(Received March 18, 2004, Revised manuscript May 27, 2004)

The realization of partially coherent Gaussian Schell-model beams with isotropic cross section and anisotropic degree of coherence function is investigated theoretically. An optical system is devised to transform diffused light generated by passing the Gaussian beam of the He-Ne laser through a rotating holographic diffuser to the partially coherent Gaussian Schell-model beam with isotropic cross section and anisotropic degree of coherence function. Analytic design equations are formulated and design examples are presented.

OCIS Codes : 030.1640, 030.6600, 120.4820, 070.2580.