

유동유체가 흐르는 파이프에 의한 유연 구조물의 진동제어

류시웅* · 김건희* · 공창덕** · 오경원***

Vibration Control of Flexible Structures by using Conveying Fluid Pipe

S. U. Ryu* · G. H. Kim* · C. D. Kong** · K. W. Oh***

ABSTRACT

This paper describes a new vibration-suppression technique for flexible cantilevered structures by using a pipe containing an internal flow. The stability and dynamic response are analyzed based on the finite element method. The flutter limit and optimum stabilizing fluid velocity are determined in root locus diagrams. The impulse responses of the system are studied by the mode superposition method to observe the damping rate of the motion. The stabilizing effect of an internal flow is demonstrated by impulse responses of the structures with and without an material damping. It is found that the response of the pipe with flow of liquid has a larger effect of stabilizing than that with flow of gas.

초 록

본 연구에서는 유연 외팔 구조물의 내부에 유체를 흐르게 함으로써 구조물의 진동을 억제 시키는 방법을 제안한다. 안정성 해석과 동적응답은 유한 요소법에 기초를 두었다. 근 궤적 선도에 있어서 플러터 한계와 최적 안정화 유속을 결정하였다. 진동의 감쇠를 관찰하기 위하여 모드 중첩법이 사용되었다. 시스템의 내부 흐름에 의한 안정화 효과는 구조물의 내부 감쇠를 무시한 경우와 포함한 경우의 임펄스 응답을 통하여 분석하였다. 내부 흐름은 기체의 경우보다도 액체의 경우가 더 큰 안정화 효과가 있다는 결론을 얻어냈다.

Key words: Flexible Structures(유연 구조물), Conveying Fluid Pipe(유체 이송 파이프), Impulse Response(임펄스 응답), Optimum Stabilizing Fluid Velocity(최적 안정화 유속), Material Damping(재질 감쇠)

1. 서 론

† 2004년 5월 2일 접수 ~ 2004년 5월 31일 심사완료

* 정회원, 한국기초과학지원연구원

** 중신회원, 조선대학교 항공우주공학과

*** 정회원, 조선대학교 항공우주공학과

연락처, E-mail: ryu@kbsi.re.kr

최근 항공기나 로켓트 등의 구조물은 대형화, 고속화 되는 경향이 있고 이에 따른 구조물의 경량화가 절실히 요구되는 실정이다. 구조물의

경량화는 구조물이 유연화 되는 경향이 있어 외란에 대하여 진동은 좀처럼 감소되지 않는 경향이 있다. 진동이 장시간 계속 지속될 경우 구조물에 손상을 주고 최악의 경우 파괴되므로 이러한 진동 현상을 억제하기 위해서 많은 연구가 행하여져 오고 있다. 본 연구는 구조물의 진동 현상을 억제하기 위한 방법으로 내부 유체를 흐르게 함으로써 진동은 감소하게 된다는 것에 착안하여 유동 유체가 흐르는 파이프를 수학적 모델로 하였다. 지금까지 유동 유체가 흐르는 파이프에 관해서는 1961년 Benjamin[1,2]과 Gregory & Paidoussis[3,4]의 연구를 계기로 많은 연구가 행하여져 오고 있으며 대부분의 연구는 안정성 한계를 찾는 데 주목하여 왔다[5]. 그러나 본 연구에서는 내부 유동 유체의 유속을 제어함으로써 구조물의 진동을 억제 시킬 수 있다는 것을 설명하고 있다.

본 연구에서는 유동 유체가 흐르는 일정한 파이프에 있어서 끝단에 단위 임펄스를 가하여 동적 응답을 분석하였다. 동적 응답의 해석은 라플라스 변환을 이용하는 방법이 비보존계에 있어서는 계산상 어려움이 있어 Fawzy & Bishop[5]에 의해 제안되고 Newland[5]에 의해 보완된 모드 중첩법을 사용하였으며, 유한 요소법에 적용시켜 계산할 수 있는 새로운 방법을 개발하여 해석하였다.

2. 이론해석

2.1 수학적 모델

Figure 1은 전체길이 L 인 외팔송수관의 수학적 모델을 나타내고 있다. Fig. 1에서 파이프의 단위길이당 질량은 m_p 이고, 파이프내를 일정한 속도 v 로 단위 길이당 질량 m_f 의 비압축성유체가 흐르고 있다.

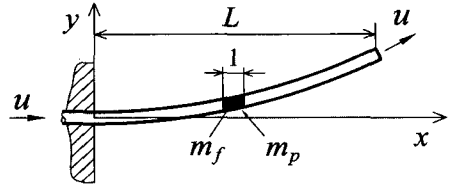


Fig. 1 Mathematical model of cantilevered pipe conveying fluid.

2.2 운동방정식

Figure 1 모델의 운동에 대한 지배방정식을 얻기 위해 확장된 해밀톤 원리를 이용하면 다음과 같다.

$$\delta \int_{t_1}^{t_2} (T + W_c - U) dt + \int_{t_1}^{t_2} (\delta W_{nc}) dt = 0. \quad (1)$$

여기서, T 는 운동에너지, W_c 는 유체력의 보존성분에 의한 일, U 는 탄성 포텐셜 에너지, 그리고 δW_{nc} 는 비보존성분에 의한 가상일을 나타낸다.

$$T = \int_0^L \left[\frac{m_p}{2} \left(\frac{\partial y}{\partial t} \right)^2 + \frac{m_f}{2} \left\{ v^2 + \left(\frac{\partial y}{\partial t} + v \frac{\partial y}{\partial x} \right)^2 \right\} \right] dx \quad (2)$$

$$W_c = \int_0^L \frac{m_f}{2} v^2 \left(\frac{\partial y}{\partial x} \right)^2 dx, \quad (3)$$

$$U = \int_0^L \frac{EI}{2} \left(\frac{\partial^2 y}{\partial x^2} \right)^2 dx + \frac{1}{2} k(y)_{x=L}^2 \quad (4)$$

$$\delta W_{nc} = -m_f v \left(\frac{\partial y}{\partial t} + v \frac{\partial y}{\partial x} \right)_{x=L} dy. \quad (5)$$

식 (2)에서 (5)을 식 (1)에 대입하면 다음과 같다.

$$\int_{t_1}^{t_2} \int_0^L \left[(m_p + m_f) \left(\frac{\partial y}{\partial t} \right) \delta \left(\frac{\partial y}{\partial t} \right) + m_f v \left(\frac{\partial y}{\partial t} \right) \delta \left(\frac{\partial y}{\partial t} \right) \right. \\ \left. + m_f v \left(\frac{\partial y}{\partial x} \right) \delta \left(\frac{\partial y}{\partial x} \right) + m_f v^2 \left(\frac{\partial y}{\partial x} \right) \delta \left(\frac{\partial y}{\partial x} \right) \right]$$

$$\begin{aligned}
 & -EI \left(\frac{\partial^2 y}{\partial x^2} \right) \delta \left(\frac{\partial^2 y}{\partial x^2} \right) dx dt \\
 & - \int_{t_1}^{t_2} \left[m_f v \left\{ \left(\frac{\partial y}{\partial t} \right) + v \left(\frac{\partial y}{\partial x} \right) \right\}_{x=L} \delta y + k(y \delta y)_{x=L} \right] dt = 0 \quad (6)
 \end{aligned}$$

계산상의 편리를 위해 다음과 같은 무차원화된 좌표와 파라미터들을 도입한다.

$$\begin{aligned}
 \xi &= \frac{x}{L}, \quad \eta = \frac{y}{L}, \quad \tau = \frac{t}{L^2} \sqrt{\frac{EI}{m_f + m_p}}, \quad \alpha = \frac{kL^3}{EI}, \\
 \beta &= \frac{m_f}{m_f + m_p}, \quad u = vL \sqrt{\frac{m_f}{EI}}. \quad (7)
 \end{aligned}$$

식(7)에서 ξ 와 η 는 각각 무차원화된 x 와 y 의 좌표를 나타내고, τ 는 무차원화된 시간 파라미터를 나타낸다. 또한, β 는 파이프의 질량비, u 는 무차원화된 유속을 나타낸다.

식(7)의 무차원 파라미터를 식(6)에 대입하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned}
 & \int_{\tau_1}^{\tau_2} \int_0^1 \left[\eta_r \delta \eta_r + \beta^{\frac{1}{2}} u (\eta_r \delta \eta_r + \eta_z \delta \eta_r) + u^2 \eta_z \delta \eta_z \right. \\
 & \left. - \eta_{zz} \delta \eta_{zz} - K \eta \delta \eta \right] d\xi d\tau \\
 & - \int_{\tau_1}^{\tau_2} \left[\beta^{\frac{1}{2}} u \eta_r \delta \eta_r - u^2 \eta_z \delta \eta_z + \alpha \eta \delta \eta \right]_{\xi=1} d\tau = 0. \quad (8)
 \end{aligned}$$

유한요소법을 이용해서 식(8)을 이산화한다. 외팔 파이프를 N 개의 균일한 요소로 분할하고, i 번째의 요소에 있어서 변위함수를 다음식과 같이 둔다.

$$\begin{aligned}
 u^i(\xi, \tau) &= v^i_1(\tau) (1-\xi)^2(1+2\xi) \\
 &+ v^i_2(\tau) \xi(1-\xi)^2/N + v^i_3(\tau) \xi^2(3-2\xi) \\
 &- v^i_4(\tau) \xi^2(1-\xi)/N \quad (9)
 \end{aligned}$$

여기서 $\xi(0 \leq \xi \leq 1)$ 는 요소에 있어서 국소좌표이고, $v^i_k(k=1,2,3,4)$ 는 다음식과 같이 요소양단의 절점 있어서 횡변위와 회전각을 나타내고 있다.

$$\begin{cases} v^i_1 = u^i(0, \tau), & v^i_2 = \theta^i(0, \tau) \\ v^i_3 = u^i(1, \tau), & v^i_4 = \theta^i(1, \tau) \end{cases} \quad (10)$$

요소의 변위 분포함수(9)를 식(8)에 대입하면 다음과 같은 특성 방정식을 얻는다.

$$[M]\{v_{rr}\} + [C]\{v_r\} + [K]\{v\} = \{0\} \quad (11)$$

여기서 $[M]$ 은 조합 질량행렬, $[C]$ 는 조합 감쇠행렬, $[K]$ 는 조합 강성행렬을 나타낸다.

식(10)에 있어서 변위벡터 $\{v(\tau)\}$ 를 다음과 같이 가정한다.

$$\{v(\tau)\} = \{X\} \exp(\lambda \tau), \quad (12)$$

식(11)은 다음과 같은 표준 고유치문제에 귀착된다.

$$\lambda [I]\{Z\} = [A]\{Z\}, \quad (13)$$

여기서,

$$\{Z\} = \begin{Bmatrix} \{X\} \\ \{W\} \end{Bmatrix}, \quad A = \begin{bmatrix} \{0\} & \{I\} \\ \{-M^{-1}K\} & \{-M^{-1}C\} \end{bmatrix}$$

2.3 최적 안정화 유속

계의 안정성 판별은 특성근 ($\lambda = \sigma \pm i\omega$)의 실수부분인 σ 의 부호에 의해 판별된다. 즉, $\sigma > 0$ 일 때는 계가 불안정하게 되고, $\sigma < 0$ 일 때 계가 안정하게 된다. 따라서, $\sigma = 0$ 일 때 계의 안정과 불안정의 경계가 되는 임계조건으로 이 때의 유속이 임계 유속 (u_{cr})이 된다.

또 플러터가 발생하는 고유치 분기에서 $\sigma < 0$ 이며 그 절대 값이 최대 일 때 가장 안정화 되고, 이때의 값이 최대 안정화 유속 (u_{st})이 된다.

2.4 동적응답

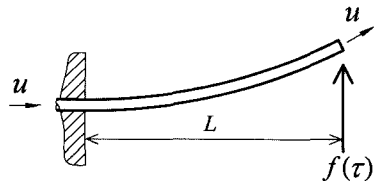


Fig. 2 Cantilevered pipe conveying fluid Subjected to a unit impulse.

Figure 2에서와 같이 외부가진 $f(\tau)$ 를 받는 보의 동적 응답을 구하기 위하여, 식 (11)을 수

정하면 다음과 같다.

$$[M]\{v_{\pi}\} + [C]\{v_t\} + [K]\{v\} = f(t) \quad (14)$$

여기서 $f(t)$ 는 $N \times 1$ 행렬의 가진 벡터이다.

또, 식 (12)를 식 (14)에 대입하면 다음과 같이 된다.

$$\{Z\} = [A]\{Z\} + [F] \quad (15)$$

여기서

$$[F] = \begin{Bmatrix} \{0\} \\ -M^{-1}f \end{Bmatrix} \quad (16)$$

식 (14)의 일반적인 해[6,7]는 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \{Z(t)\} &= \{U\} \{diag e^{\lambda_i t}\} \\ &\times \left[\int \{diag e^{\lambda_i \tau}\} \{U^{-1}\} [F(\tau)] d\tau + \{M\} \right] \end{aligned} \quad (17)$$

여기서 U 는 $2N \times 2N$ 행렬의 고유치 벡터이고, M 는 $2N \times 1$ 의 초기값에 의해 결정되는 행렬 벡터이다.

고유치 벡터 U 는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned} [U] &= \begin{bmatrix} \{U_{upper}\} \\ \{U_{lower}\} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \{U_{upper}\} \\ \{U_{lower}\} \{diag \lambda_i\} \end{bmatrix} \\ [U^{-1}] &= [\{U_{left}^{-1}\} \quad \{U_{right}^{-1}\}] \end{aligned} \quad (18)$$

여기서 $\{U_{upper}\}$, $\{U_{lower}\}$ 은 $\{U\}$ 벡터의 반을 경계로 하여 위쪽과 아래쪽 성분으로 각각 $N \times 2N$ 행렬의 벡터이다.

식(18)를 식(17)에 대입하면 $N \times 1$ 의 응답벡터로 다음과 같은 식을 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned} \{v(t)\} &= \{U_{upper}\} \{diag e^{\lambda_i t}\} \\ &\times \left[\int \{diag e^{\lambda_i \tau}\} \{U^{-1}\} \{M^{-1}\} [F(\tau)] dt + \{M\} \right] \end{aligned} \quad (19)$$

보의 자유단에서 단위 임펄스일 경우는 가진 벡터 $f(t)$ 는 다음과 같다.

$$\{f(t)\} = \delta(t) \{0, 0, \dots, 1\}^T \quad (20)$$

여기서 $\delta(t)$ 는 Dirac-델타 함수이다.

식 (20)을 식 (19)에 대입하여 정리하면 다음과 같이 된다.

$$\{v(t)\} = \{U_{upper}\} \{diag e^{\lambda_i t}\} \left\{ \{U^{-1}_{right}\} \{M^{-1}\} \begin{bmatrix} 0 \\ \vdots \\ \vdots \\ 1 \end{bmatrix} + \{M\} \right\} \quad (21)$$

초기조건 $v(t)=0$ 이므로, 결국 식(21)은 다음과 같은 임펄스 응답 벡터 $\{v(t)\}$ 가 된다.

$$\{v(t)\} = \{U_{upper}\} \{diag e^{\lambda_i t}\} \left\{ \{U^{-1}_{right}\} \{M^{-1}\} \begin{bmatrix} 0 \\ \vdots \\ \vdots \\ 1 \end{bmatrix} \right\} \quad (22)$$

3. 수치해석결과 및 고찰

파이프의 내부 유동 유체의 속도가 파이프의 안정성에 미치는 영향을 조사하기 위하여 유한 요소 해석법을 사용하였다. 파이프의 내부 유동 유체가 기체인 경우 ($\beta=0.001$)와 액체인 경우 ($\beta=0.1$)에 대하여 해석을 행하였다. 먼저 고유치 곡선을 그려 최적안정화 유속과 임계유속을 결정하였으며, 유속의 변화에 따른 응답파형을 그려서 관찰하였다.

3.1 임계유속과 최대 안정화 유속

Figure 3과 Fig. 4는 질량비 β 가 각각 0.001, 0.1인 경우의 1차와 2차 고유치 곡선을 나타내고 있다. Fig. 3에서는 2차 고유치 분기에서 허수축을 가로질러 플러터가 발생하며, 최대 안정화 유속 값과 임계 유속 값은 각각 $u_u=3.128$, $u_{cr}=4.196$ 이다.

Figure 4에서도 2차 고유치 분기에서 허수축을 가로질러 플러터가 발생하며 최대 안정화 유속 값과 임계 유속 값은 각각 $u_u=3.390$, $u_{cr}=4.751$ 이다.

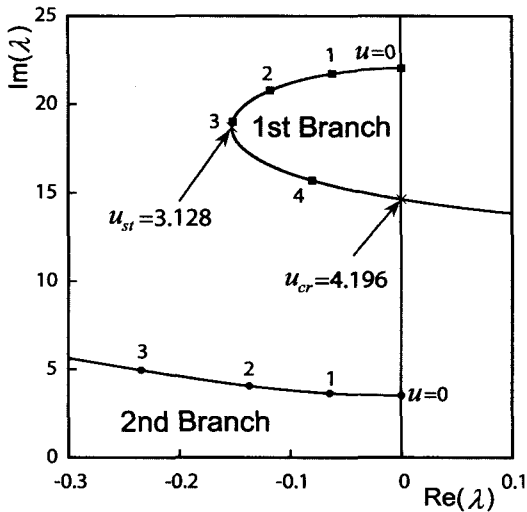


Fig. 3 Argand diagrams of the two lowest eigenvalues of the cantilevered pipes conveying fluid when $\beta=0.001$ and $\gamma=0.0$.

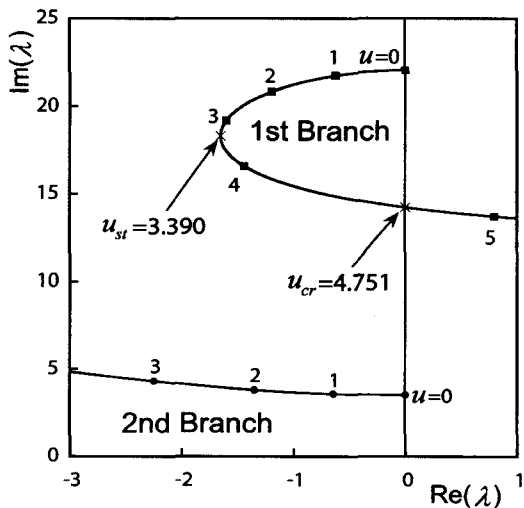


Fig. 4 Argand diagrams of the two lowest eigenvalues of the cantilevered pipes conveying fluid when $\beta=0.1$ and $\gamma=0.0$.

3.2 동적응답

Figure 5와 Fig. 6은 보의 자유단에서 단위 임펄스 입력에 대한 응답의 결과를 보여 주고 있다. 안정성을 판별하는데 있어서 무차원 시간

파라미터 τ 에 따라 진폭이 증가하면 불안정 (unstable), 진폭이 감소하여 $\tau \rightarrow \infty$ 의 경우에 그 진폭이 0에 접근할 경우는 점근안정 (asymptotic stable)하다는 점근안정성 개념이 도입되었다. 본 논문에서는 무차원 시간 파라미터 τ 를 60까지로 하여 진폭의 성장 경향을 파악하였다.

Figure 5(a)~(d)는 β 가 0.001이고 $\gamma=0.0$ 인 경우에 유속값의 변화에 따른 임펄스 입력에 대한 응답을 보여 주고 있다. Fig. 5(a)는 유속값 u 가 0일때의 임펄스 입력에 대한 응답을 나타내고 있다. 이 그림에서는 정상상태(steady state) 진동이 보여 지므로 계가 안정하다는 것을 알 수 있다. Fig. 5(b)에서는 최적 안정화 유속값 $u=3.128$ 일때의 임펄스 입력에 대한 응답을 나타내고 있다. 진폭이 크게 감소하여 안정화 효과를 가져 온다는 것을 알 수 있다. Fig. 5(c)에서는 임계 유속값 $u=4.196$ 일때의 임펄스 입력에 대한 응답을 나타내고 있다. 진폭이 일정하므로 계는 안정하다. Fig. 5(d)에서는 임계 유속값을 넘어선 $u=4.20$ 일때의 응답을 나타내며 발산하므로 계는 불안정하다.

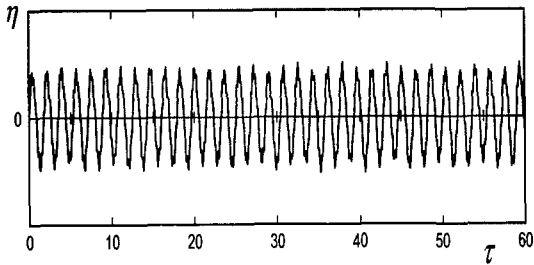
Figure 6(a)~(d)는 β 가 0.1이고 $\gamma=0.0$ 인 경우에 유속값의 변화에 따른 임펄스 입력에 대한 응답을 보여 주고 있다. Fig. 6(a)는 유속값 u 가 0일때의 임펄스 입력에 대한 응답을 나타내며, 정상상태(steady state) 진동이 보여 지므로 계가 안정하다는 것을 알 수 있다. Fig. 6(b)에서는 최적 안정화 유속값 $u=3.390$ 일때의 임펄스 입력에 대한 응답을 나타내고 있으며, 진폭이 크게 감소하여 안정화 효과를 가져 온다는 것을 알 수 있다. 또 이 그림에서 알 수 있는 것은 Fig. 5(b)에서 진폭의 감소보다도 더 큰 감소를 보인다. 즉, 유동유체가 기체일때 보다 액체일때가 더 큰 안정화 효과를 가져온다는 것이다. Fig. 6(c)에서는 임계 유속값 $u=4.751$ 일때의 임펄스 입력에 대한 응답을 나타내고 있다. 이 그림에서는 계속 일정한 진폭을 유지하므로 계가 안정하다고 할 수 있다. 또한 Fig. 6(d)에서는 임계 유속값을 넘어선 $u=4.80$ 일

때의 응답으로서 발산하고 있으며 계는 불안정하다.

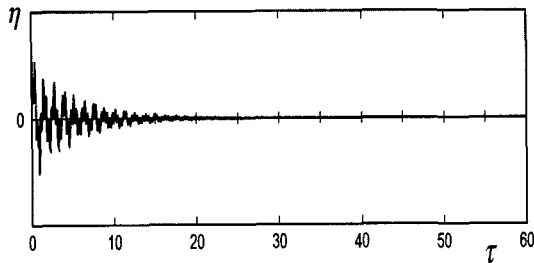
4. 결 론

본 논문에서는 내부에 유동유체가 흐르는 일정한 외팔 파이프의 자유단에 단위 임펄스를 입력하여 동적응답을 관찰하였다. 동적응답의 해석방법으로써 모드 중첩법을 사용하였으며, 유한 요소법에 적용시켜 계산할 수 있는 새로운 방법을 개발하여 해석하여 얻어진 주요한 결론은 다음과 같다.

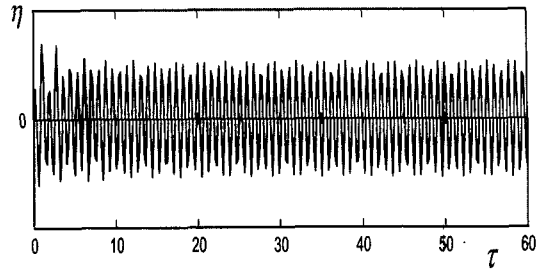
파이프 내부 유체의 유속에 따른 감쇠 상황을 분석한 결과 내부 유동유체가 임계유속을 경계로 하여 임계 유속값 보다 작은 유속값에서는 진폭이 감쇠되어 안정화효과를 얻을 수 있고 임계 유속값 보다 큰 유속값에서는 불안정효과를 가져 온다는 것을 알았다. 특히 진폭이 급격히 감쇠하는 최대 안정화 유속을 얻을 수 있었다.



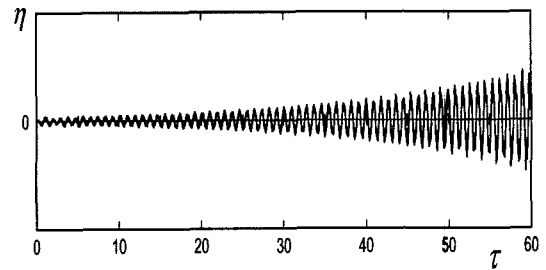
(a) $u=0.0$



(b) $u_{st}=3.128$

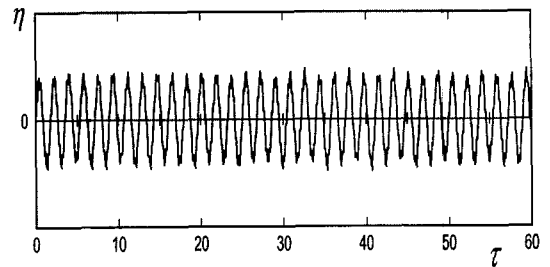


(c) $u_{cr}=4.196$

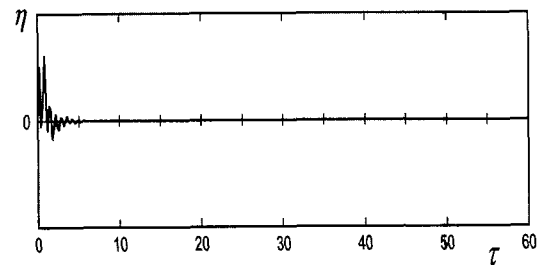


(d) $u_{cr} < u = 4.20$

Fig. 5 Dynamic response of a cantilevered pipe when $\beta=0.001$ and $\gamma=0.0$.

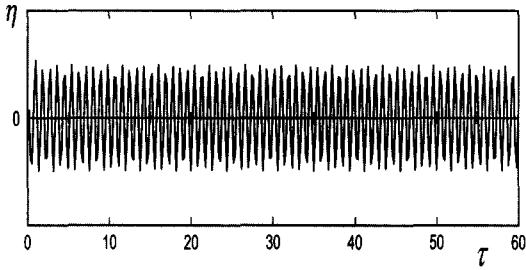


(a) $u=0.0$

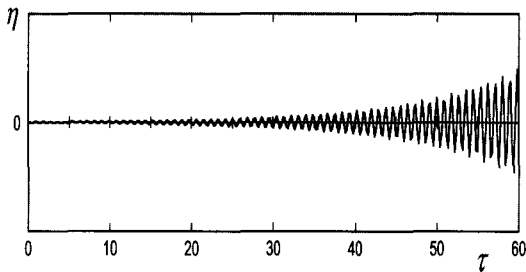


(b) $u_{st}=3.390$

(c) $u_{cr}=4.751$



(c) $u_{cr}=4.751$



(d) $u_{cr} < u = 4.76$

Fig. 6 Dynamic response of a cantilevered pipe when $\beta=0.1$ and $\gamma=0.0$.

이상의 결과로부터 비행기 날개의 진동억제를 위한 액츄에이터(Fig. 7)와 같은 많은 분야에서 응용이 가능 할 것이라 판단된다.

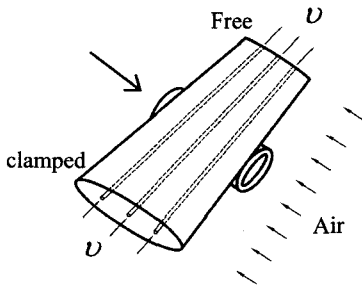


Fig. 7 A wing of airplane

참고 문헌

1. T. B. Benjamin, "Dynamics of a System of Articulated Pipes Conveying Fluid(I). "Proceedings of the Royal Society (London), Series A, Vol. 261, 1961, pp.457-486
2. T. B. Benjamin, "Dynamics of a System of Articulated Pipes Conveying Fluid (II, Experiment)," Proceedings of the Royal Society (London), Series A, Vol. 261, 1961, pp.487-499
3. R. W. Gregory and M. P. Paidoussis, " Unstable Oscillation of Tubular Cantilevers Conveying Fluid(I. Theory)", Proceedings of the Royal Society (London), Series A, Vol.293, 1961, pp.512-527
4. R. W. Gregory and M. P. Paidoussis, " Unstable Oscillation of Tubular Cantilevers Conveying Fluid(II. Experiment).", Proceedings of the Royal Society (London), Series A, Vol.293, 1961, pp.528-542.
5. M. P. Paidoussis, "Fluid-Structure Interactions : Slender Structures and Axial Flow," Vol. 1, 1998, Academic Press
6. Fawzy, I. and Bishop, R. E. D., "On the Dynamics of Linear Nonconservative Systems," Proceedings of the Royal Society of London, Part A Vol. 352., 1976, pp. 25-40
7. Newland, D. E., Mechanical Vibration Analysis and Computation, Academic Press, New York, 1989, pp. 226-257