

원심력을 받는 회전원판내 원공주위 응력집중 최소화를 위한 핀홀위치 최적화

한동섭*, 한근조#, 김태형**, 심재준*

Optimization of Pin-hole Location to Minimize Stress Concentration around Hole in Rotating Disc under Centrifugal Force

Dong-Seop Han*, Geun-Jo Han#, Tae-Hyung Kim** and Jae-Joon Shim*

ABSTRACT

The objective of this paper is to decide optimal location of a pin-hole to minimize stress concentration around the hole in a rotating disc. The focus of this investigation is to evaluate the effect of pin-hole on stress distribution around the hole using optimum design technique and finite element analysis. Design variables are the radial and the angular location of pin-hole from center of the hole and objective function is the maximum stress around hole in a rotating disc. Using first order method of optimization technique, we found that the maximum equivalent stress around the hole with optimized pin-hole could be reduced by 15.1% compared to that without pin-hole.

Key Words : Optimum design(최적설계), Centrifugal force(원심력), Circular hole(원공), Pin-hole(핀홀), Rotating disc(회전원판), FEA(유한요소해석)

기호설명

- K_g : 원주방향응력집중계수
 K_r : 반경방향응력집중계수
 K_e : 상당응력집중계수
 R_m : 원공에 대한 핀홀의 크기비
 X_1 : 원공중심에서 핀홀의 반경위치
 X_2 : 원공중심에서 핀홀의 각위치
 $\sigma_{r,hm}$: 원공 주위의 최대반경방향응력
 $\sigma_{\theta,hm}$: 원공 주위의 최대원주방향응력
 $\sigma_{e,hm}$: 원공 주위의 최대상당응력

1. 서론

터보기계, 원심분리기 등 고속 회전체는 기계 각 부품에 응력집중부가 존재할 때 원심력으로 인해 발생한 응력이 재료의 항복강도를 초과하게 되어 파손에 이르게 되는 경우가 발생한다. 기계 가동 중에 회전부품의 파손이 발생할 경우 막대한 재산과 인명의 손실이 초래될 수 있으며, 실제로 이 같은 파손 사례가 보고되고 있다.¹ 특히 회전원판에 유체의 유동을 위한 원공이 존재하게 되면, 원공 주위에 응력이 집중되는 현상이 발생하고 원심력이

* 접수일: 2003년 6월 30일; 게재승인일: 2004년 3월 12일
** 동아대학교 대학원 기계공학과
교신저자, 동아대학교 기계공학과
Email gjhan@daunet.donga.ac.kr Tel. (051) 200-7650
** 경남정보대학 기계자동차산업학부

증대될 경우 균열이 발생하여 파괴에 이르게 된다. 따라서 원공으로 인해 응력집중이 발생할 때 볼트 구멍을 가공해야 하는 경우 볼트구멍 같은 작은 펀홀의 위치를 조절함으로써 응력집중부를 원공에서 펀홀로 이동시켜 원공주위의 응력집중에 의한 취성파괴를 예방할 수 있다.

회전원판의 원공에 관한 연구는 Han² 등이 볼트 구멍의 모서리균열에 관하여 연구하였으며, 응력집중완화에 미치는 펀홀의 영향에 관한 연구가 현재 진행 중에 있다. 본 연구에서는 회전원판내 원공주위에 발생하는 응력집중에 대한 펀홀의 영향을 유한요소해석을 통하여 살펴보고 최적화기법을 이용하여 원공주위 응력집중 완화를 위한 최적의 펀홀 위치를 결정하고자 한다.

2. 이론 및 해석모델

2.1 회전원판에 작용하는 응력

Timoshenko³의 탄성학 이론으로부터 평면응력 조건下에서 Fig. 1과 같이 각속도 ω 로 회전하는 원판에 작용하는 반경방향응력(radial stress, σ_r) 및 원주방향응력(circumferential stress, σ_θ)은

$$\sigma_r(r) = \frac{3+\nu}{8} \rho \omega^2 \left(r_o^2 + r_i^2 - \frac{r_o^2 r_i^2}{r^2} - r^2 \right) \quad (1)$$

$$\sigma_\theta(r) = \frac{3+\nu}{8} \rho \omega^2 \left(r_o^2 + r_i^2 + \frac{r_o^2 r_i^2}{r^2} - \frac{1+3\nu}{3+\nu} \right) \quad (2)$$

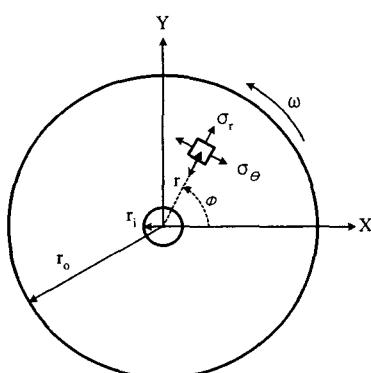


Fig. 1 Stress components of rotating disc under cent-

rifugal force

이고, ρ 와 ν 는 재료의 밀도와 프와송 비이다. 또한 최대 변형률에너지설에 의하면 재료의 파괴여부는 상당응력(von Mises stress, σ_e)로써 판단하게 된다.

원공주위의 응력집중계수 K_i 는 원공이 존재하는 지점에서 원공이 없을 때 회전원판의 응력(σ_i)에 대한 원공으로 인한 원공주변의 최대발생응력($\sigma_{i,hmx}$)의 비로써

$$K_i = \frac{\sigma_{i,hmx}}{\sigma_i} \quad i = r, \theta, e \quad (3)$$

로 정의하였으며, 유한요소해석을 통하여 구한 값을 비교하였다. 여기서 첨자 i 의 r 은 반경방향을, θ 는 원주방향을, e 는 von Mises를 각각 나타낸다.⁴

2.2 최적설계를 위한 정식화

고속 회전하는 원판에 존재하는 원공 주위의 응력집중을 완화시키기 위한 펀홀의 최적위치 설정을 위한 정식화는,

$$\mathbf{X} = [X_1, X_2]^T \quad (4)$$

Minimize :

$$F(\mathbf{X}) = \sigma_{e,hmx} \quad (5)$$

Subject to :

$$2 - \left| \frac{\sigma_y}{\sigma_r} \right| \leq 0 \quad (6)$$

$$2 - \left| \frac{\sigma_y}{\sigma_\theta} \right| \leq 0 \quad (7)$$

이 되고, 여기서 σ_y 는 재료의 항복강도이다.^{5,6}

최적설계를 위한 설계변수는 Fig. 2와 같이 원공중심에 -135°회전한 local 극 좌표계를 기준으로 펀홀의 반경위치(X_1)과 각위치(X_2)의 2가지를 설정하였으며, 펀홀의 반경위치(X_1)는

$$X_1 = r_h + Ar_p \quad (8)$$

이 된다. 여기서 r_h 는 원공의 반경, r_p 는 핀홀의 반

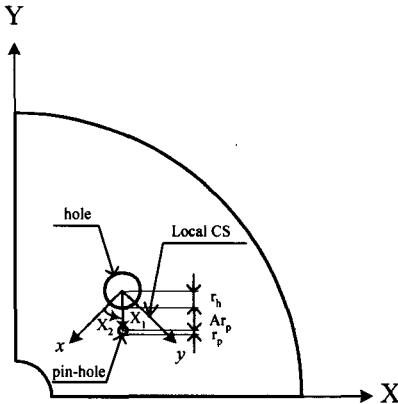


Fig. 2 Relative location between hole and pin-hole in rotating disc

경, A 는 핀홀의 반경위치계수로서 원공외곽에서 핀홀 중심까지의 거리($X_1 - r_h$)를 핀홀 반경(r_p)의 배수로 나타내기 위해 정의하였다.

목적함수는 원공주위의 최대상당응력(max. von Mises stress, $\sigma_{e,h \text{ max}}$)로써, 핀홀의 위치에 따라 발생되는 원공주위의 최대상당응력이 가장 적게 나타날 때의 핀홀의 위치를 최적위치로 정하였다.

제약조건은 원공 주위의 반경방향과 원주방향에 대한 최대발생응력이 원공 주위의 최대상당응력을 넘지 않도록 설정하였다. ANSYS를 이용하여 해석을 수행하였으며, 해석기법으로 global minimum을 가장 적절하게 찾을 수 있는 일계법(first order method)을 적용하였다.

2.3 유한요소해석

2.3.1 해석모델

본 연구에서는 외 반경(r_o) 300mm, 내 반경(r_i) 50 mm, 두께(t) 10mm인 원형평판에 회전 중심에서 175mm 떨어진 곳에 외반경의 1/10크기(반경:30mm)의 원공을 90°간격으로 4개 배열한 모델을 사용하였으며, 해석에 사용된 재질은 STS 304로서 기계적 성질은 Table 1과 같다.

핀홀의 위치에 따른 원공주위의 응력변화추이를 살펴보기 위해 핀홀의 크기비(R_m)를 원공반경(r_h)에 대한 핀홀 반경(r_p)의 비로써 정의하고 핀홀의 크기비(R_m) 0.1, 0.2, 0.3의 3가지를 Case I, II, III로 분류하였다.

Case I에서는 핀홀의 반경위치(X_1) 1.2, 1.3, 1.4, 1.5의 4가지, 핀홀의 각위치(X_2) 0, 30, 60, 90°의 4가지로 총 16종류의 모델, Case II에서는 핀홀의 반경위치(X_1) 1.3, 1.4, 1.5, 1.6의 4가지, 핀홀의 각위치(X_2) 0, 30, 60, 90°의 4가지로 총 16종류의 모델, Case III에서는 핀홀의 반경위치(X_1) 1.4, 1.5, 1.6, 1.7의 4가지, 핀홀의 각위치(X_2) 0, 30, 60, 90°의 4가지로 총 16종류의 모델을 선정하였다.

Table 1 Mechanical properties of STS 304 [KS D 3731]

Items	Sign	Value
Elastic modulus	E	214 GPa
Poisson's ratio	ν	0.29
Yield strength	σ_y	206 MPa
Tensile strength	σ_t	519 MPa
Density	ρ	8.03×10^{-6} kg/mm ³

2.3.2 해석방법

고속회전 시 핀홀이 회전원판 내 원공주위 응력분포에 미치는 영향을 평가하기 위한 해석과정은 다음과 같다.

먼저, 유한요소해석을 통해 원공의 유무에 따른 회전원판의 응력집중계수 및 원공주위의 응력분포를 살펴본다. 다음으로, 원공주위에 핀홀을 배치하고 핀홀의 크기 및 위치에 따른 응력집중완화 효과를 살펴본 후 설계변수의 범위를 설정하여 핀홀의 위치최적화를 수행하고 나타나는 응력변화를 분석함으로써 원공주위의 최대발생응력을 최소화할 수 있는 핀홀의 위치를 결정한다.

유한요소해석은 4절점 6자유도를 갖는 셀요소를 사용하여 전체 형상의 1/4만 모델링하였으며, Fig. 3에 모델의 메시 된 형상을 나타내었다. 경계조건은 대칭면에 대칭경계조건을 적용하였고, 원판내부의 두께방향은 고정하고 반경방향과 회전방향은 자유롭게 이동할 수 있도록 설정하였다.

하수정화처리용으로 사용되는 원심분리기의 경우 보통 2000~4000rpm정도로 고속 회전하므로 이를 각속도로 환산하면 약 200~400rad/s가 된다. 본 연구에서는 이중에서 하중조건으로 400rad/s의 각속도를 설정하였으며, 유한요소해석을 위해 모델에 밀도를 부여하고 모든 절점을 회전시킨 후 각속도

400rad/s를 작용시켰다.

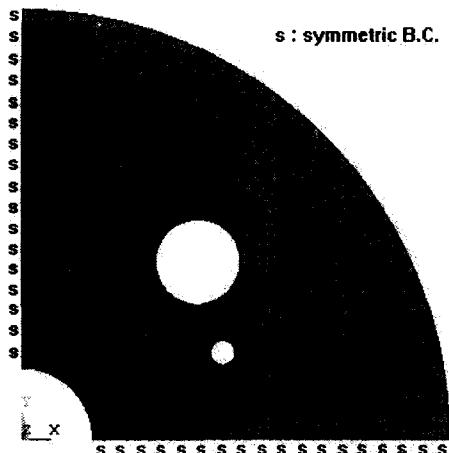


Fig. 3 Meshed shape of rotating disc with hole and pin-hole (1/4 model)

3. 해석결과 및 고찰

3.1 원공으로 인한 응력집중

400rad/s의 각속도로 회전하는 원판에서 원공의 유무에 따른 응력집중을 살펴보기 위하여 회전원판의 중심에서 반경방향으로 $r=175\text{mm}$, 회전방향으로 $\phi=45^\circ$ 인 지점(Fig. 1 참조)에서의 응력을 유한요소해석을 통하여 구하고 응력집중계수 K_i 를 계산하여 Table 2에 나타내었다.

Table 2 Comparison of maximum stress of rotating disc with and without circular hole(H)

ω [rad/s]	Subscript [H]	Stress [MPa]		K_i
		σ_i	$\sigma_{i,h \max}$	
400	r	28.77	48.58	1.69
	θ	43.53	114.03	2.62
	e	38.34	112.15	2.92

Table 2를 살펴보면, 원공으로 인해 반경방향응력집중계수 K_r 은 1.69, 원주방향응력집중계수 K_θ 는 2.62, 상당응력집중계수 K_e 는 2.92로 나타났으며, 상당응력집중계수가 2.92로 가장 영향을 많이 받는

것으로 나타났다.

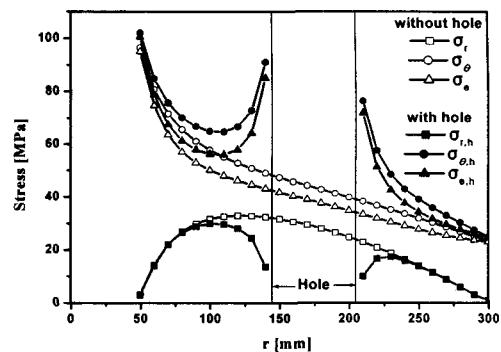


Fig. 4 Stresses according to radius of a rotating disc as $\omega = 400\text{rad/s}$ and $\phi = 45^\circ$

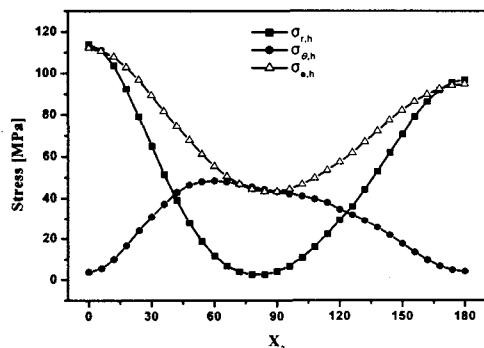


Fig. 5 Stresses distribution of around hole along angular displacement(X_2) as $\omega = 400\text{rad/s}$

다음으로 원공주변의 응력변화를 유한요소해석을 통하여 살펴보았다. Fig. 4는 $\phi = 40^\circ$ 에서 각속도 400rad/s일 때 원공을 관통하는 원판의 반지름 r 에 따른 응력값 변화추이를 나타내었고, Fig. 5는 원공 주위의 각위치(X_2) 0~180°를 따라 나타나는 응력값을 나타내었다.

Fig. 4를 보면, 원주방향응력과 상당응력은 원공으로 인해 응력이 증가하지만 반경방향응력은 오히려 감소하는 것으로 나타났는데, 이는 Fig. 5에서와 같이 각위치가 0°인 지점에서 원주방향응력과 상당응력이 최대가 되고, 반경방향응력은 각위치가 60° 근처에서 최대 값을 보이기 때문이다. 상당응력이 원주방향응력을 따라 분포하는 것으로 보아 원공주

위에서도 원주방향응력이 지배적인 역할을 담당하고 있음을 알 수 있다. 또한 원공을 중심으로 원판의 바깥쪽 보다는 원판의 안쪽의 응력값이 더 크게 나타므로 핀홀을 각위치(X_2) 0~90°범위에 위치시킬 때 응력집중완화 효과가 크게 나타남을 알 수 있다.

3.2 핀홀에 의한 영향

원공 주위에 핀홀을 위치시켰을 때 핀홀의 위치(X_1, X_2)에 따른 원공주위의 응력변화를 살펴보자. 핀홀의 3가지 크기비(R_m) 0.1, 0.2, 0.3에서 각 모델에 대한 원공주위의 최대상당응력을 구한 후 원공이 존재하는 지점에서 순수 회전원판의 응력에 대한 상당응력집중계수 K_c 를 계산하여 Table 3, 4, 5에 각각 나타내었다. 또한 각 크기별로 핀홀의 각 위치 X_2 에 따른 상당응력에 대한 응력집중계수 변화추이를 Fig. 6에 각각 나타내었다.

Table 3 Stress concentration factor(K_c) for equivalent stress around hole with pin-hole ($R_m=0.1$)

$X_1 \backslash X_2$	0°	30°	60°	90°
1.2	3.98	3.59	2.89	2.92
1.3	3.29	3.11	2.89	2.92
1.4	3.06	2.97	2.90	2.92
1.5	3.00	2.94	2.90	2.92

Table 4 Stress concentration factor(K_c) for equivalent stress around hole with pin-hole ($R_m=0.2$)

$X_1 \backslash X_2$	0°	30°	60°	90°
1.3	4.73	4.53	3.03	2.91
1.4	3.73	3.74	2.81	2.91
1.5	3.35	3.36	2.83	2.91
1.6	3.15	3.18	2.84	2.91

Table 5 Stress concentration factor(K_c) for equivalent stress around hole with pin-hole ($R_m=0.3$)

$X_1 \backslash X_2$	0°	30°	60°	90°
1.4	5.34	5.39	3.78	2.90
1.5	4.10	4.28	2.82	2.90
1.6	3.62	3.73	2.73	2.90
1.7	3.35	3.50	2.76	2.90

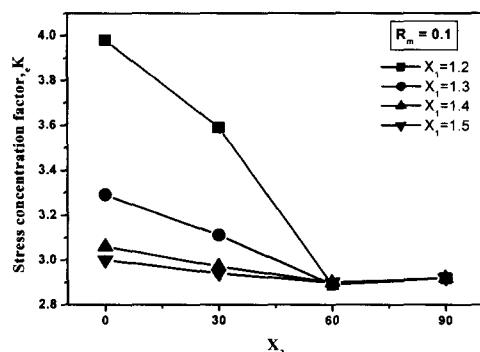


Fig. 6(a) Stress concentration factor for von Mises around hole with pin-hole ($R_m=0.1$)

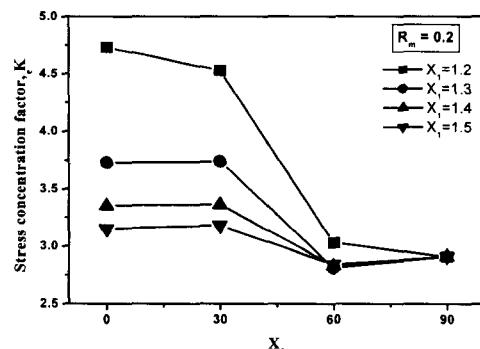


Fig. 6(b) Stress concentration factor for von Mises around hole with pin-hole ($R_m=0.2$)

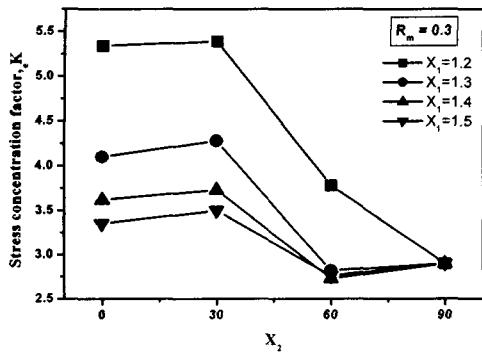


Fig. 6(c) Stress concentration factor for von Mises around hole with pin-hole ($R_m=0.3$)

핀홀의 크기와 관계없이 핀홀의 위치를 나타내는 두 변수 중 핀홀의 각위치(X_2)가 핀홀의 반경위치(X_1)보다 상당응력집중계수에 더 큰 영향을 미치는 것으로 나타났으며, 핀홀의 각위치(X_2)는 4가지 각도 중에서 60°일 때 응력집중완화 효과가 가장 큰 것으로 나타났다. 이는 Fig. 5에서와 같이 반경방향응력이 60°근처에서 최대값을 보이므로 핀홀이 이 지점에 위치할 때 원공주위의 응력완화효과가 크게 나타나는 것으로 사료된다.

원공에 대한 핀홀의 크기비(R_m)가 0.1인 Table 3을 살펴보면, 핀홀의 각위치(X_2) 60°에서 핀홀의 반경위치(X_1)가 1.2일 때 상당응력집중계수(K_c)가 2.89로서 가장 낮게 나타났으며, 이는 원공으로 인한 상당응력집중계수 2.92보다 1.03% 감소한 값이다.

원공에 대한 핀홀의 크기비(R_m)가 0.2인 Table 4를 살펴보면, 핀홀의 각위치(X_2) 60°에서 핀홀의 반경위치(X_1)가 1.4일 때 상당응력집중계수(K_c)가 2.81로서 가장 낮게 나타났으며, 이는 원공으로 인한 상당응력집중계수 2.92보다 3.77% 감소한 값이다.

원공에 대한 핀홀의 크기비(R_m)가 0.3인 Table 5를 살펴보면, 핀홀의 각위치(X_2) 60°에서 핀홀의 반경위치(X_1)가 1.6일 때 상당응력집중계수(K_c)가 2.73으로서 가장 낮게 나타났으며 이는 원공으로 인한 상당응력집중계수 2.92보다 6.51% 감소한 값이다.

핀홀의 크기가 증가함에 따라 응력집중완화를 위한 핀홀의 각위치 $X_2=60^\circ$ 에서 핀홀의 반경위치 X_1 은 1.2에서 1.6으로 점점 증가하는 것으로 나타났으나 이는 핀홀과 원공의 중심간 거리이며, 핀홀과 원공의 틈새간격은 핀홀 반경에 정비례 하여 변한다는 것을 알 수 있다.

Fig. 6을 살펴보면, 핀홀의 각위치가 60°일 때 응력완화효과가 가장 큰 것으로 나타났으며, 각위치가 90°가 되면 핀홀의 영향이 거의 나타나지 않게 되어 상당응력집중계수 K_c 가 2.92에 수렴한다는 것을 알 수 있다. 이를 바탕으로 핀홀의 위치최적화를 위한 설계변수 X_1 은 r_h+2r_p , X_2 는 60°를 기준으로 범위를 설정하여 최적화를 수행해야 한다.

3.3 핀홀의 최적 위치

3.2절에서는 핀홀의 위치에 따른 원공주위의 응력변화를 대략적으로 살펴보았다. 좀 더 정확한 핀홀의 최적 위치를 결정하기 위하여 핀홀의 크기비(R_m)를 0.1, 0.2, 0.3의 3가지에서 0.1, 0.15, 0.2, 0.25, 0.3의 5가지로 증가시켜 위치 최적화를 수행하였다. 최적화를 위한 설계변수의 초기 값 및 범위는 Table 6과 같다.

최적화 과정은 먼저 Table 6의 초기 값을 대입하여 유한요소해석을 수행하고 원공주위의 최대상당응력을 검출한다. 다음으로 경사도벡터(gradient vector)를 사용하여 설계변수(X_1, X_2)를 변화시켜 가면서 원공주위의 최대 상당응력을 최소화해 나가는 일계법(first order method)을 채택하여 핀홀의 위치 최적화를 수행하였다.

Table 6 Initial value and range of design variables for optimum design

R_m	Design Variable	Initial	Lower	Upper
0.1	X_1	1.2	1.15	1.35
	X_2	60	50	70
0.15	X_1	1.3	1.25	1.45
	X_2	60	50	70
0.2	X_1	1.4	1.35	1.55
	X_2	60	50	70
0.25	X_1	1.5	1.45	1.65
	X_2	60	50	70
0.3	X_1	1.6	1.55	1.75
	X_2	60	50	70

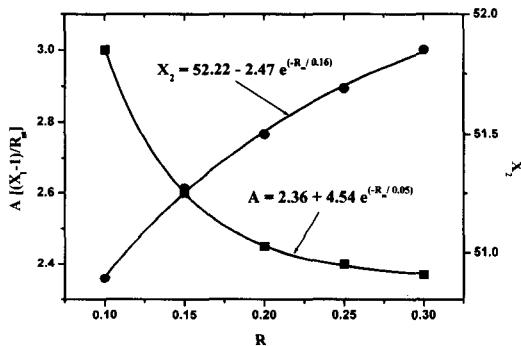
3.3.1 응력집중완화를 위한 핀홀의 최적위치

각속도 $\omega = 400\text{rad/s}$ 일 때 핀홀 위치를 설계변수로 하고 최대상당응력을 목적함수로 하여 최적화를 수행한 결과를 Table 7에 나타내었다.

Table 7 Optimization values of the models with respect to R_m

R_m	Design Variable		Stress [MPa]		
	X_1	X_2	$\sigma_{e,h}$	$\sigma_{e,b}$	$\sigma_{e,h,mx}$
0.10	1.30	50.89°	54.37	111.95	110.10
0.15	1.39	51.27°	54.75	110.07	108.30
0.20	1.49	51.50°	55.42	108.48	106.76
0.25	1.60	51.69°	56.76	107.08	105.36
0.30	1.71	51.85°	59.50	105.77	104.03

핀홀의 크기비(R_m)에 따른 핀홀의 반경위치 X_1

Fig. 7 Optimum position of pin-hole with respect to the magnitude ratio of pin-hole(R_m)

의 최적위치는 1.30, 1.39, 1.49, 1.60, 1.71로 현저히 증가하는 것으로 나타났다. 그러나 식(8)과 같이 핀홀의 반경위치 X_1 는 핀홀의 크기비 R_m 에 종속적인 값이 된다. 따라서 핀홀의 반경위치 X_1 을 원공외곽에서 핀홀 사이의 간격을 나타내는 반경위치계수 A 로 환산하여 평가하면, A 는 3, 2.67, 2.45, 2.4, 2.37로 핀홀 중심의 반경방향 최적 위치는 원공외곽에서 핀홀 반경의 2~3배 만큼 떨어진 지점이 된다. 핀홀의 크기비에 따른 핀홀의 각위치 X_2 의 최적위치는 50.89°에서 51.85°로 51°전후로 나타났다.

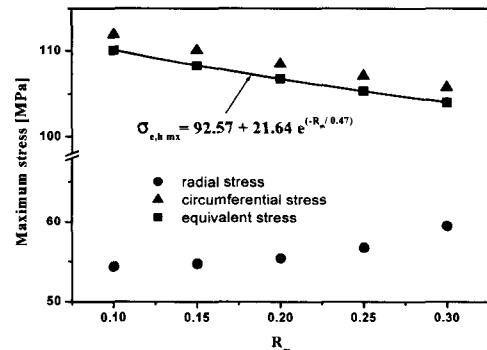
핀홀의 크기비에 따른 핀홀의 반경위치계수 A 와 핀홀의 각위치 X_2 의 변화추이를 Fig. 7에 나타내었다.

수렴 값을 구하기 위해 지수함수로 피팅한 결과 핀홀의 반경위치계수 A 는 2.36에, 핀홀의 각위치

X_2 는 52.22°에 각각 수렴하는 것으로 나타났다. 이와 같이 핀홀의 최적위치가 원공외곽에서 반경방향으로 핀홀 반경의 2.36배 만큼 떨어진 지점으로 나타난 것은 원공과 핀홀 사이의 거리가 가까우면 원공과 핀홀 사이에서 응력이 더욱 집중되어 오히려 원공주위의 응력이 증가하는 현상이 발생하며 거리가 멀어지면 핀홀의 영향이 원공에 미치지 못하게 되기 때문이다. 그리고 각위치가 52.22°로 나타난 것은 Fig. 5를 통해 알 수 있듯이 반경방향응력이 60°근처에서 최대값을 나타내기 때문에 이에 대한 영향으로 사료된다.

3.3.2 핀홀에 의한 응력완화효과

각속도 $\omega = 400\text{rad/s}$ 일 때 최적화된 핀홀에 의해

Fig. 8 Maximum stresses around hole with optimized pin-hole with respect to R_m

원공주위의 응력집중완화효과를 살펴보자. 핀홀의 크기비 R_m 에 따른 최적화된 핀홀에 의한 최대응력값의 변화추이를 Fig. 8에 나타내었다.

Fig. 8을 살펴보면, 핀홀의 크기가 증가할수록 원공주위의 최대상당응력 $\sigma_{e,h,mx}$ 는 감소하였으며 지수함수를 이용하여 피팅한 결과 92.57MPa에 수렴하는 것으로 나타났다. 따라서 원공주위의 상당응력집중계수 K_e 는 2.92에서 최대 2.41까지 감소하게 되므로 17.47%정도 완화시키는 효과를 얻게 된다. 그러나 핀홀의 직경은 원공의 크기를 넘어서설 수 없다. 따라서 핀홀의 크기비(R_m)가 1일 때 최대상당응력은 95.15MPa이며, 이 때 상당응력집중계수는 2.48이므로 실제 핀홀에 의한 응력집중완화효과는 최대 15.1%임을 알 수 있다.

4. 결론

Jersey, pp. 385-419, 2000.

본 연구에서는 회전원판에 원공이 존재할 때 발생하는 응력집중을 완화시키기 위해 핀홀의 위치최적화를 수행하여 다음과 같은 결론을 얻었다.

1. 회전원판에 원판의 0.1배 크기의 원공이 존재할 때 원공주위에 발생하는 반경방향응력집중계수는 1.69, 원주방향응력집중계수는 2.62, 상당응력집중계수는 2.92로 나타났으며, 최대응력은 원주방향응력과 상당응력은 0° , 반경방향응력은 60° 에서 발생하였다.
2. 핀홀의 최적위치는 핀홀의 크기가 증가함에 따라 원공외곽에서 반경방향으로 핀홀 반경의 2.36배, 각위치는 52.22° 인 지점에 각각 수렴하였다.
3. 최적화된 핀홀에 의한 원공주위의 상당응력집중계수는 2.92에서 2.48로 감소하였으며, 핀홀에 의한 응력완화효과는 최대 15.1%로 나타났다.

후기

이 논문은 2002학년도 동아대학교 학술연구조성비(공모과제)에 의하여 연구되었음.

참고문헌

1. Yukawa, S., Timo, D. P. and Rubio, A., "Fracture Design Practices for Rotating Equipment," *Fracture*, Vol. 5, Academic Press, 1969.
2. Han, S. B., Lee, J. H. and Kim, Y. J., "Finite Element Analysis of a Rotating Disc with a Corner Crack Originating at the Bolt Holes," *J. of KSME*, Vol. 17, No. 12, pp. 3055-3062, 1993.
3. Timoshenko, S. P. and Goodier, J. N., "Theory of Elasticity," McGraw-Hill, pp. 80-83, 1982.
4. Oh, S. W., Kim, J. Y. and Park, Y. C., "The Effect of Two Circular Holes Arrangement on the Stress Concentration Factor in a Semi-infinite Plate," *J. of KSOE*, Vol. 4, No. 1, pp. 110-119, 1990.
5. Kim, J., Ahn, K., Kim, S. and Kwak, Y., "Optimal Design of a Variable-Speed Cam for Power Circuit Breaker," *J. of KSPE*, Vol. 18, No. 12, pp. 47-53, 2001.
6. Belegundu, A. D., "Optimization Concepts and Applications in Engineering," Prentice Hall, New Jersey, pp. 385-419, 2000.