

논문 2004-41SC-3-4

개선된 위상 측정 알고리즘과 오차 해석

(An Advanced Phase Angle Measurement Algorithm And Error Analysis)

송영석*, 김재철**, 최인규*, 박종식***

(Young Suk Song, Jae Chul Kim, In Kyu Choi, and Jong Sik Park)

요 약

본 논문에서는 두 개의 사인파 신호의 위상 차이를 계산해 내기 위한 개선된 위상 측정 알고리즘을 제안하였다. 이 알고리즘은 두 개의 입력신호의 양자화된 샘플링 데이터를 사용하여 위상과 크기를 구해낸다. 측정 알고리즘의 중요 파라메타들은 몇 개의 해석식으로 표현되기 때문에 위상을 계산하기 위해 필요한 연산량이 상당히 줄어들고 따라서 더 빠른 속도로 위상을 계산해 낼 수 있게 되었다. 또한 본 논문에서 제시한 알고리즘을 사용하여 입력신호의 한주기 전체를 샘플링할 경우에는 입력신호에 harmonic distortion이 발생하더라도 위상 측정 오차가 전혀 발생하지 않음을 수식으로 증명하였으며 컴퓨터 시뮬레이션을 통하여 이를 확인 하였다. 그리고 입력신호에 가우시안 백색 잡음(white gaussian noise)이 발생할 경우에 위상 측정 오차가 얼마나 발생하는 지에 대하여 여러 가지 관점에서 컴퓨터 시뮬레이션을 수행하고 그 결과를 분석하였다.

Abstract

An advanced algorithm for measurement of phase angle between two sinusoidal signals is proposed in this paper. This algorithm uses discrete sample data of two input signals for calculation of phase angle and amplitude. And the key parameters of the measurement algorithm are described by analytical express, so the calculation of phase angle is simplified. In this paper it is proved that harmonic distortion of the input sinusoidal signals does not affect the measurement value of phase angle by using the proposed algorithm when a whole cycle is sampled. And measurement error by the white Gaussian noise is very small compared by other algorithms.

Keywords : measurement of phase angle, harmonic distortion, white Gaussian noise, analytical express

I. 서 론

지금까지 여러 논문^{[1]-[5]}에서 위상 측정기법에 대하여 연구되어 왔다. 동일한 주파수를 가지는 두 정현파 신호(sinusoidal signal)의 위상차이를 측정하는 일반적인 방법은 우선 입력 파형을 구형파(square wave)로 바꾸

고 난 다음 그 두 구형파의 pulse center의 시간 차이를 측정하여 그 위상 차이를 알아내는 것이다^[1]. 그러나 이 알고리즘을 사용하면 입력신호가 harmonic 성분에 의해 왜곡이 일어났을 때에는 상당한 측정오차가 나타나게 되는 단점이 있다^{[1][2]}. 또한 위상측정 시 반드시 입력신호의 한 주기 전체를 측정하여야 함으로 입력신호가 0.1Hz 이하의 저주파일 때는 상당한 측정시간이 요구되는 단점이 있다.

그리고 LSM(least square method)^[6]을 기초로 한 다른 알고리즘으로 위상측정 알고리즘 (phase angle measurement algorithm)이 있다^[3]. 이 알고리즘은 입력신호의 양자화 된 샘플링 데이터(sampling data)를 사용함으로써 신호의 크기와 위상을 빠른 속도로 계산해 낼 수 있고 입력신호에 백색 잡음 성분이 추가되었을 때

* 정회원, 삼성전자

(Samsung Electronics Electronics Co., LTD)

** 정회원, 구미1대학 정보통신네트워크전공

(Major in Information Communications & Computer Networks, Gumi College)

*** 정회원, 경북대학교 전자전기컴퓨터학부

(School of Electrical Engineering and Computer Science, Kyungpook National University)

접수일자: 2003년1월28일, 수정완료일: 2004년5월10일

생기는 측정오차도 줄어드는 장점을 가지고 있다.

본 논문에서는 LSM을 기반으로 기존의 알고리즘들에 비해 개선된 위상측정 알고리즘을 제안하였다. 제안된 알고리즘을 이용하면 입력신호의 한 주기 전체를 샘플링 한 경우 입력신호에 harmonic distortion이 발생하더라도 측정오차에는 전혀 영향을 미치지 않다는 것을 수식으로 증명하였다. 또한 입력신호의 한 주기 전체를 측정하지 않고 극히 일부분만 측정하여 위상을 구해 내는 방법에 대하여 논하고 그에 따르는 여러 가지 장점들을 논하였다.

그리고 본 논문에서는 제안된 알고리즘을 이끌어 내기 위한 수식의 전개 방법과 측정 성능에 중요한 영향을 미치는 파라메타들에 대하여 설명하였고, 구하고자 하는 입력신호의 위상과 크기를 간단한 해석식으로 표현하여서 기존의 LSM 위상측정 알고리즘에서 필요로 하는 연산량과 본 논문에서 제안한 방법에서 필요로 하는 연산량을 비교 분석하여 그 장점들을 이끌어 내었다. 또한 입력신호에 가우시안 백색잡음이 첨가 되었을 때의 여러 가지 경우에서 나타나는 위상 측정 오차에 대하여도 검토하였다.

II. 위상 측정 알고리즘

주파수가 ω 이고 크기가 a , 위상이 θ 인 정현파신호 (sinusoidal signal) $f(t)$ 를 한 주기동안 N 번 샘플링한 신호를 $f(n)$ 이라고 할 때, $f(n)$ 은 다음과 같다.

$$f(n) = a \sin\left(\frac{2\pi}{N}n + \theta\right) \quad (1)$$

(단, $n = 0, 1, 2, \dots, N-1$)

K 를 실제로 측정되는 샘플링 데이터 수라고 할 때, 노이즈성분이 포함된 샘플링 데이터 $x(n)$ 과 이상적인 정현파 신호의 샘플링 데이터 $f(n)$ 과의 자승오차 합 δ 는 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \delta &= \sum_{n=0}^{K-1} \left\{ x(n) - a \sin\left(\frac{2\pi}{N}n + \theta\right) \right\}^2 \\ &= \sum_{n=0}^{K-1} \left\{ x(n)^2 - 2ax(n) \sin\left(\frac{2\pi}{N}n + \theta\right) \right. \\ &\quad \left. + a^2 \sin^2\left(\frac{2\pi}{N}n + \theta\right) \right\} \quad (2) \end{aligned}$$

LSM에 의해서 식 (2)의 δ 를 입력신호의 크기와 위상으로 각각 편미분한 값이 최소가 될 때 측정 샘플링 데이터로부터 크기와 위상을 구할 수 있으므로 식 (3)

$$\frac{\partial \delta}{\partial a} = \frac{\partial \delta}{\partial \theta} = 0 \quad (3)$$

여기서, $\frac{\partial \delta}{\partial \theta}$ 와 $\frac{\partial \delta}{\partial a}$ 는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned} \frac{\partial \delta}{\partial \theta} &= \sum_{n=0}^{K-1} \left\{ -2ax(n) \cos\left(\frac{2\pi}{N}n + \theta\right) + \right. \\ &\quad \left. 2a^2 \sin\left(\frac{2\pi}{N}n + \theta\right) \cos\left(\frac{2\pi}{N}n + \theta\right) \right\} \quad (4-a) \\ &= 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \delta}{\partial a} &= \sum_{n=0}^{K-1} \left\{ -2x(n) \sin\left(\theta + \frac{2\pi}{N}n\right) \right. \\ &\quad \left. + 2a \sin^2\left(\theta + \frac{2\pi}{N}n\right) \right\} = 0 \quad (4-b) \end{aligned}$$

식(4-a)과 (4-b)로부터 크기 a 를 구하면 다음과 같은 두 식이 나온다.

$$a = 2 \frac{A \cos \theta - B \sin \theta}{C \sin 2\theta + D \cos 2\theta} \quad (5-a)$$

$$a = 2 \frac{A \sin \theta + B \cos \theta}{K - C \cos 2\theta + D \sin 2\theta} \quad (5-b)$$

이때 계수 A, B, C, D 는

$$\begin{aligned} A &= \sum_{n=0}^{K-1} x(n) \cos \frac{2\pi}{N}n \\ B &= \sum_{n=0}^{K-1} x(n) \sin \frac{2\pi}{N}n \quad (6-a) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} C &= \sum_{n=0}^{K-1} \cos \frac{4\pi}{N}n \\ D &= \sum_{n=0}^{K-1} \sin \frac{4\pi}{N}n \quad (6-b) \end{aligned}$$

와 같다.

그리고 식(5-a)과 (5-b)에서 a 를 소거하고 양변에

$\frac{\cos 2\theta}{\sin 2\theta}$ 을 곱하면

$$\frac{A - B \tan \theta}{C \tan 2\theta + D} = \frac{A \tan \theta + B}{\frac{K}{\cos 2\theta} - C + D \tan 2\theta} \quad (7)$$

와 같이 유도 된다.

식(7)를 풀이하여 위상 θ 를 구하면 다음 식과 같이 나타난다.

$$\begin{aligned} \theta &= \tan^{-1} \left(\frac{AK - AC - BD}{BK + BC - AD} \right) \\ &\quad + [1 - \text{sgn}(BK + BC - AD)] \frac{\pi}{2} \quad (8) \end{aligned}$$

(단, $-\pi \leq \theta \leq \pi$)

그리고 식(6-b)의 C 와 D 를 간단히 하기 위하여

Euler의 공식과 수열의 합을 이용하면

$$\begin{aligned} \sum_{n=0}^{K-1} e^{j\pi n/N} &= \sum_{n=0}^{K-1} \cos \frac{4\pi}{N} n + j \sum_{n=0}^{K-1} \sin \frac{4\pi}{N} n \\ &= \frac{1 - e^{j4\pi K/N}}{1 - e^{j4\pi/N}} \\ &= C + jD \end{aligned} \quad (9)$$

$$\therefore C = \text{Re} \left\{ \frac{1 - e^{j4\pi K/N}}{1 - e^{j4\pi/N}} \right\}, \quad D = \text{Im} \left\{ \frac{1 - e^{j4\pi K/N}}{1 - e^{j4\pi/N}} \right\}$$

와 같이 표현할 수 있다.

식(9)에 의해서 C와 D의 해석 식을 구하면

$$\begin{aligned} C &= \sin \frac{2\pi}{N} K \left[\cot \frac{2\pi}{N} \cos \frac{2\pi}{N} K + \sin \frac{2\pi}{N} K \right] \\ D &= \sin \frac{2\pi}{N} K \left[\cot \frac{2\pi}{N} \sin \frac{2\pi}{N} K - \cos \frac{2\pi}{N} K \right] \end{aligned} \quad (10)$$

와 같다.

따라서 입력신호의 위상과 크기를 구하기 위해서는 식(6-a)에서 계수 A와 B를 구하고 식(10)에 의해서 계수 C와 D를 구하면 식 (5-a)와 (8)에 의하여 입력 신호의 크기와 위상을 구할 수 있다. 여기서 $K=N$ 일 때는 입력신호의 한주기 전체를 샘플링 하는 경우를 의미하고, $K < N$ 일 때는 입력신호의 한주기 전체를 샘플링하지 않고 주기의 일부분만 샘플링하여 위상과 크기를 계산하는 경우를 의미한다. 다시 말해 본 논문에서 제안하는 알고리즘을 사용하면 입력신호의 한주기 전체를 기다리지 않고 주기의 일부분만 샘플링하더라도 입력신호의 위상과 크기를 계산해 낼 수 있다. 그런데 기존의 pulse center 기법을 이용한 위상추정 알고리즘은 항상 입력신호의 한주기 전체를 측정해야만 위상을 계산해 낼 수 있으므로, 제안된 알고리즘을 사용하면 더 빨리 위상을 측정할 수 있다는 장점을 가진다. 특히 입력 신호가 0.1Hz이하의 정현파 신호일 경우에는 위상 측정 속도의 차이가 더욱더 명확하게 드러날 것이다.

논문^[3]에서의 LSM을 기초로 한 위상 측정 알고리즘을 본 논문과 비교하기 위하여 논문^[3]의 식 (13)에서 기술되어있는 표기법은 식(11)과 같이 본 논문의 표기법에 맞게 변형할 수 있다.

$$X^T X = \begin{pmatrix} \sum_{n=0}^{K-1} \sin^2 \frac{2\pi}{N} n & \frac{1}{2} \sum_{n=0}^{K-1} \sin 2 \frac{2\pi}{N} n \\ \frac{1}{2} \sum_{n=0}^{K-1} \sin 2 \frac{2\pi}{N} n & \sum_{n=0}^{K-1} \cos^2 \frac{2\pi}{N} n \end{pmatrix} \quad (11)$$

식 (11)은 본 논문의 계수 C, D와 같은 역할을 하는 행렬이라고 볼 수 있으며, 논문^[3]에서의 방법으로 계수 C와 D를 구하기 위한 연산 량은 덧셈 $4(K-1)$ 번, 곱셈 $6K$ 번, 삼각함수 $3K$ 번이 각각 필요하다. 그러나

표 1. C, D를 계산하기위해 필요한 연산량

Table 1. Number of operations for the C and calculation.

Number of Operation	Reference Paper ^[3]	Proposed Algorithm
Addition	$4(K-1)$	2
Multiplication	$6K$	10
Trigonometric Function	$3K$	8
Feature	number of operations is increasing as K goes up	number of operations is constant
	large number of operations	less operation

본 논문에서는 식 (10)를 이용하기 때문에 계수 C를 계산하기 위해서 덧셈 1번, 삼각함수 연산 4번과 곱셈 5번이 각각 필요하다. 계수 D의 경우도 계수 C와 동일하므로 계수 C와 D를 구하기 위하여 필요한 총 연산 량은 덧셈 2번, 삼각함수 연산 8번, 곱셈 10번이 된다. 즉 계수 C와 D를 구할 때 필요한 연산 량은 샘플링 회수 K와 관계없이 항상 일정하다고 볼 수 있다. 이 관계를 표 1에서 정리하였다.

그리고 A와 B를 구할 때에는 본 논문에서의 방법과 논문^[3]에서의 방법이 둘다 같은 량의 연산을 필요로 한다. 따라서 K가 커질수록 본 논문에서 제안한 알고리즘을 사용하면 연산 량이 논문^[3]에 비하여 급격하게 줄어든다고 볼 수 있다. 연산 량이 줄어들면 자연히 측정 시의 시스템에 필요한 하드웨어나 측정 시간을 줄일 수 있다.

특히 K가 계속 변하고 있는 상황 속에서 실시간으로 위상을 측정할 경우에는 C와 D를 구하기 위해 논문^[3]에서는 K가 변할 때마다 행렬 $A^T A$ 을 계산해야 하므로 $4(K-1)$ 번의 덧셈 연산, $6K$ 번의 곱셈 연산, $3K$ 번의 삼각함수 연산을 수행해야 하므로 K가 변할 때 마다 다시 수행하는 연산의 량이 상당히 많다. 그러나 본 논문에서는 K가 변할 때마다 2번의 덧셈, 8번의 삼각함수 연산, 10번의 곱셈만이 필요하므로 연산 량이 획기적으로 줄어드는 장점을 가진다.

III. Harmonic 성분에 의해서 왜곡이 일어난 신호에 대한 오차 해석

논문^[1]의 알고리즘으로 위상을 측정하면 입력신호에 harmonic 성분들이 들어갈 경우에 위상추정 오차가 발

생하게 되므로 논문^[2]에서 입력신호가 harmonic distortion이 일어났을 때의 위상 측정 오차에 대하여 컴퓨터 시뮬레이션을 통하여 실험 적으로 정리하였다.

이제 본 논문에서 제안한 위상측정 알고리즘을 사용할 경우 입력신호에 harmonic 성분들이 들어갈 때에 대하여 오차 해석을 할 것이다. Harmonic 성분이 없는 신호를 $x_1(n)$ 이라고 하고 harmonic 성분이 첨가된 신호를 $x_2(n)$ 이라고 하면 이 두 신호는 식 (12)와 같이 표현할 수 있다.

$$\begin{aligned} x_1(n) &= a_1 \sin\left(\frac{2\pi}{N}n + \theta_1\right) \\ x_2(n) &= a_1 \sin\left(\frac{2\pi}{N}n + \theta_1\right) + \sum_{i=2}^{\infty} a_i \sin\left(\frac{2\pi i}{N}n + \theta_i\right) \end{aligned} \quad (12)$$

이때 a_i 와 θ_i 는 i 번째 harmonic 성분의 크기와 위상을 나타내며, $x_2(n)$ 는 fundamental 성분과 harmonic 성분으로 분리하여 표현되어 있다. 식(12)에서 $x_2(n)$ 의 harmonic 성분들은 식 (13)과 같이 표현할 수 있다.

$$\begin{aligned} x_2(n) &= a_1 \sin\left(\frac{2\pi}{N}n + \theta_1\right) \\ &+ \sum_{i=2}^{\infty} a_i \left\{ \cos \theta_i \sin\left(\frac{2\pi i}{N}n\right) + \sin \theta_i \cos\left(\frac{2\pi i}{N}n\right) \right\} \end{aligned} \quad (13)$$

그런데 집합 $\left\{ \sin\left(\frac{2\pi i}{N}n\right), \cos\left(\frac{2\pi i}{N}n\right) / i=2, 3, \dots \right\}$ 는 각각의 원소가 $n = 0, 1, 2, \dots, N-1$ 인 구간에서 서로 직교(orthogonal)하는 특징을 가지게 된다. 따라서 $K=N$ 일 때는 식(13)와 식(6-a)에 의해서 A 와 B 를 구하면 다음 식과 같이 $x_1(n)$ 이 입력 데이터로 들어갈 때와 $x_2(n)$ 이 입력 데이터로 들어갈 때에 대하여 서로 똑같은 결과가 나타난다.

$$\begin{aligned} A &= \sum_{n=0}^{N-1} x_2(n) \cos \frac{2\pi}{N}n \\ &= \sum_{n=0}^{N-1} x_1(n) \cos \frac{2\pi}{N}n \\ B &= \sum_{n=0}^{N-1} x_2(n) \sin \frac{2\pi}{N}n \\ &= \sum_{n=0}^{N-1} x_1(n) \sin \frac{2\pi}{N}n \end{aligned} \quad (14)$$

또한 C 와 D 는 K 와 N 에만 의존하기 때문에 입력신호가 $x_1(n)$ 이거나 $x_2(n)$ 인 경우에 관계없이 그 값이 일정하다. 식(8)에 의해서 위상각 θ 를 계산할 때 필요한 파라메타 A, B, C, D 가 harmonic 성분이 없는 경우와 있는 경우에 대하여 똑같이 나오므로, $K=N$ 일

때 즉 입력신호의 한 주기를 모두 샘플링할 때는 harmonic 성분에 의한 위상 측정 오차는 전혀 발생되지 않음을 알 수 있다.

그러나 $K < N$ 일 때에는 $n = 0, 1, 2, \dots, K-1$ 인 구간에서 생각해야 하므로 이 구간에서는 위 집합의 원소가 서로 직교한다고 볼 수 없다. 결국 이 경우에는 A, B 의 값이 $x_1(n)$ 의 경우와 $x_2(n)$ 의 경우에 서로 다른 값을 가지게 되므로, harmonic 성분에 의한 위상 측정 오차가 발생한다. 본 논문에서 제안한 알고리즘으로 위상을 측정했을 때 harmonic distortion에 의해 발생하는 위상 측정 오차에 대한 시뮬레이션 결과를 그림1과 그림2에 나타내었다.

IV. 컴퓨터 시뮬레이션 결과

1. Harmonic distortion에 의한 위상오차

식(16)에서 $x_1(n)$ 은 fundamental 성분만 있고 harmonic 성분은 없는 입력신호이고, $x_2(n)$ 는 fundamental 성분과 second harmonic 성분이 같이 포함되어 있는 입력신호이다.

$$\begin{aligned} x_1(n) &= A_1 \sin\left(\frac{2\pi}{N}n\right) \\ x_2(n) &= A_1 \sin\left(\frac{2\pi}{N}n + \theta_1\right) + A_2 \sin\left(\frac{4\pi}{N}n + \theta_2\right) \end{aligned} \quad (15)$$

그림 1-(a)는 $x_1(n)$ 과 $x_2(n)$ 에 대하여 논문^[1]의 pulse center를 이용한 위상측정 알고리즘을 사용했을 경우의 second harmonic 성분에 의한 위상 측정 오차를 나타내고 있다^[2].

그림 1-(a)에서 보는 바와 같이 fundamental 성분의 크기(A_1)와 second harmonic 성분의 크기(A_2)의 비, A_2/A_1 는 0.2이고 second harmonic 성분의 위상 $\theta_2 = 90^\circ$ 일 때 fundamental 성분의 위상(θ_1)의 변화에 따른 위상 측정 오차는 $0^\circ \sim 10^\circ$ 에서 분포하고 있으며 평균적으로 비교적 큰 값을 가진다.

그리고 그림 1-(b)는 제안한 방법으로 시뮬레이션 했을 때의 second harmonic 성분에 의한 위상 측정 오차를 K (샘플링 데이터 수)의 값에 따라 나타낸 그래프이다. 이 결과를 보면 $N=360$ 이므로 앞 절(III)에서 증명한 것과 같이 입력신호의 한 주기를 모두를 샘플링한 경우인 $K=360$ 일 때($N=K$ 일 때)는 위상 측정 오차가 0이 됨을 확인할 수 있다. 또한 K 의 값이 $180(1/2$ 주

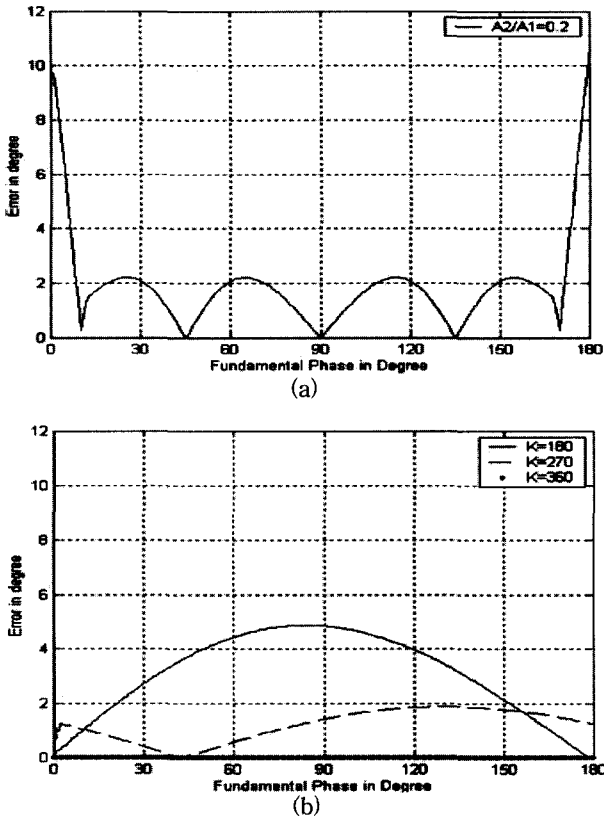


그림 1. 두 입력신호 $x_1(n)$ 과 $x_2(n)$ 의 위상측정 오차; (a) 논문^[1]의 알고리즘을 사용했을 때의 fundamental 성분의 위상에 따른 위상 측정 오차 ($\theta_2 = 90^\circ$) (b) 제안한 방법의 1st harmonic 성분의 위상에 따른 위상 측정 오차 ($\theta_2 = 90^\circ$, $N=360$)

Fig. 1. Phase measurement error versus fundamental phase between $x_1(n)$ and $x_2(n)$; (a) For the technique presented in ^[1]($\theta_2 = 90^\circ$). (b) For the technique presented in this paper($\theta_2 = 90^\circ$, $N=360$).

기 샘플링, 270(3/4주기 샘플링)일 경우의 위상측정 오차도 나타나 있다. 그림 2는 second harmonic 성분에 의한 위상 측정 오차의 fundamental 성분의 위상 값의 변화에 따른 크기를 나타내고 있다.

그림 2에서 보는 바와 같이 제안된 방법을 사용하면 최대 위상 측정 오차(maximum phase error)는 그림 2-(a)에 나타나있는 논문^[1]의 방법에 대한 시뮬레이션 결과에 비해 더 작게 나타나는 것을 확인할 수 있다. 만약 $K=N$ 일 경우에는 식(14) 등에서 증명된 것과 같이 harmonic 성분에 의한 위상측정 오차가 전혀 발생하지 않을 것이며, $K < N$ 일 때는 K 의 값에 따라 측정 오차가 다르게 나타날 것이다.

그림 2-(b), (c), (d)에서는 $N=360$ 이고 K 의 값이 각각 180(1/2주기 샘플링), 270(3/4주기 샘플링), 315(7/8

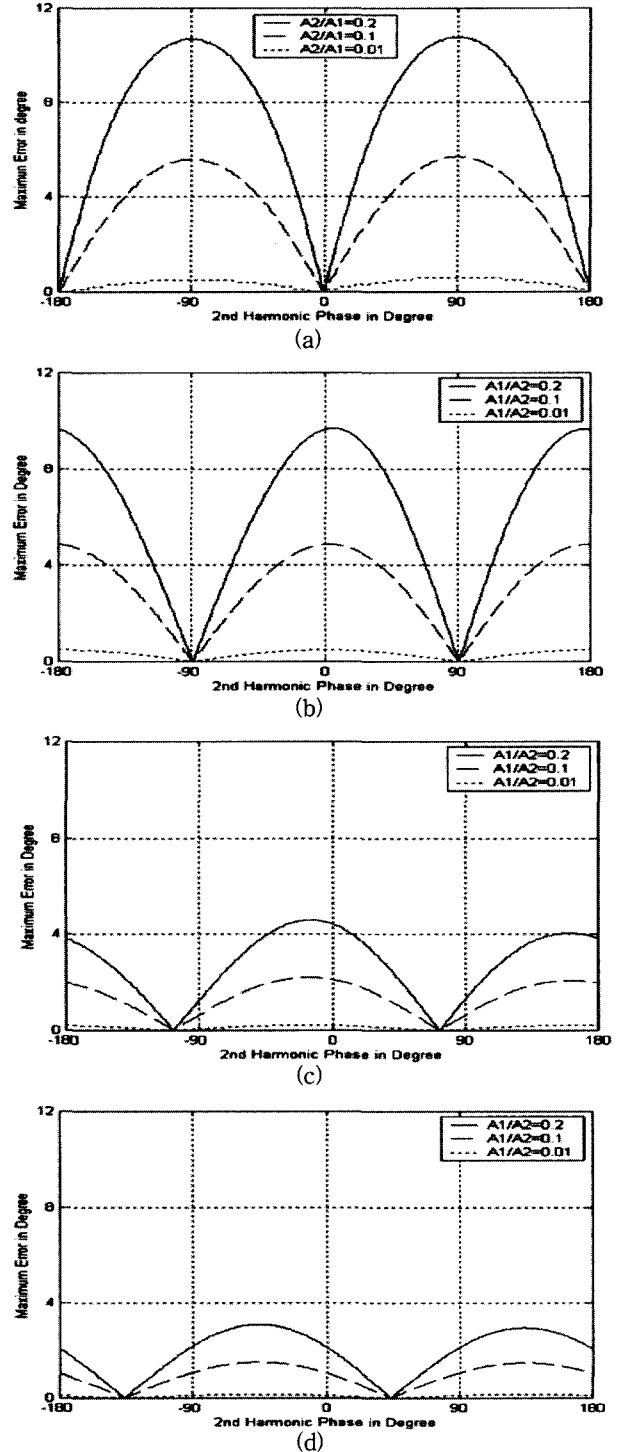


그림 2. Second harmonic 성분의 위상 값에 따른 최대 위상 측정 오차에 대한 시뮬레이션 결과 ($N=360$, $\theta_1 = 0^\circ$); (a) 논문^[1]의 방법에 대한 결과, (b) $K=180$ 일 때의 결과, (c) $K=270$ 일 때의 결과, (d) $K=315$ 일 때의 결과

Fig. 2. Maximum phase measurement error versus second harmonic phase ($N=360$, $\theta_1 = 0^\circ$); (a) For the technique presented in ^[1]. (b) In case of $K=180$ (c) In case of $K=270$ (d) In case of $K=315$.

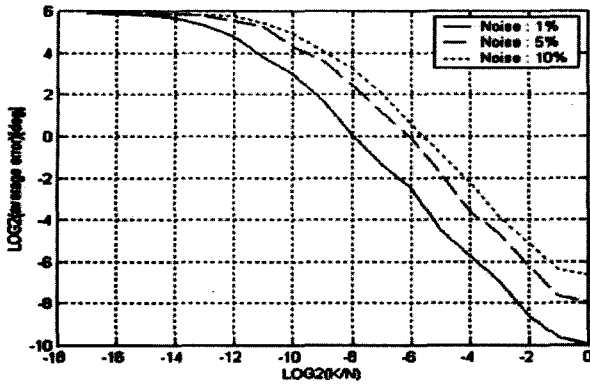


그림 3. $N=2^{20}$, $\theta_0=60^\circ$, 반복횟수=100회일 경우의 시뮬레이션 결과
 Fig. 3. The simulation result for the case of $N=2^{20}$, $\theta_0=60^\circ$, and the number of iteration = 100.

주기 샘플링일 경우에 대하여 그 시뮬레이션 결과가 다르게 나타나고 있는 것을 보여주고 있다. 위의 결과를 분석해 볼 때 $K < N$ 일 때의 위상 측정 오차는 K/N 의 값이 클수록 위상 측정 오차도 작아지는 경향이 있음을 알 수 있다.

2. 전주기 샘플 수에 대한 샘플링 데이터 수의 비 (K/N)에 따른 측정 오차의 차이

그림 3은 $N=2^{20}$ 이고 입력신호의 이상적인 위상차 $\theta_0=60^\circ$ 일 때 $\log_2(K/N)$ 에 따른 100회 반복 시에 나타나는 평균 위상 측정 오차의 로그 값 $\log_2(\text{average error})$ 을 입력신호에 백색잡음이 각각 1%, 5%, 10% 첨가될 경우에 대하여 그래프로 나타낸 것이다. 이 결과를 보면 측정 시 사용되는 샘플링 수 K 와 한 주기전체를 샘플링한 수 N 과의 비율(K/N)이 1에 가까울수록 위상 측정 오차는 줄어드는 경향이 있다는 것을 알 수 있다. 구체적인 예를 들어보면 잡음(noise)이 1%일 때 원 신호의 360° 중에서 5° 까지만 샘플링하여 측정하면 약 2.5° 의 오차가 발생하고 10° 까지를 샘플링하여 측정하면 약 1° 정도의 오차가 발생하는 것을 확인할 수 있다. 그리고 잡음이 5%일 때는 원 신호의 360° 중에서 5° 까지만 샘플링하여 측정하면 약 11° 정도의 오차가 발생하고, 10° 까지 샘플링하여 측정하면 약 5° 의 오차가 발생함을 볼 수 있다.

따라서 입력 신호의 전체 주기(360°)중에서 샘플링되는 부분이 많으면 많을수록 백색잡음에 의한 측정 오차는 줄어드는 경향이 있다고 시뮬레이션 결과를 통하여 추측할 수 있다.

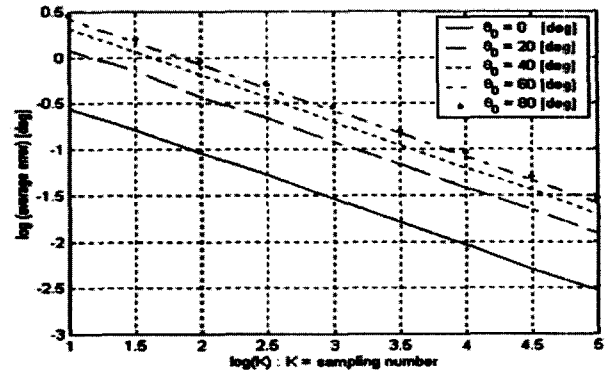


그림 4. K/N 이 1/36으로 일정할 때 샘플링 데이터의 개수 K 에 따른 측정오차의 차이
 Fig. 4. The difference of phase measurement error in case that K/N is constant.

3. 전주기 샘플 수에 대한 샘플링 데이터 수의 비 (K/N)가 일정할 때 샘플링 데이터 개수 (K)에 따른 측정 오차의 차이

그림 4는 K/N 이 1/36으로 일정하게 고정되어 있을 때 샘플링 데이터 개수인 K 가 증가함에 따른 백색잡음에 의한 측정오차의 평균을 로그 스케일로 나타낸 그래프이다. 이 때 첨가된 백색잡음은 0.01%이고 반복횟수는 1000번이다.

그림 4에서 보는 바와 같이 입력신호의 일정부분만 샘플링 하더라도 그 일정 부분을 샘플링한 데이터의 개수가 많을수록 평균 측정 오차는 줄어드는 경향이 있다는 것을 알 수 있다. 즉 신호의 일정부분만 샘플링할 때 샘플링 데이터 개수에 따른 위상측정 오차의 평균에 상용로그를 취한 값은 샘플링 개수 K 에 상용로그를 취한 값에 반비례하는 경향이 있다는 것을 시뮬레이션 결과를 통해서 추측할 수 있다.

V. 결 론

본 논문에서는 정현과 신호의 위상과 크기를 측정하는 알고리즘을 제안하고 입력신호에 백색잡음이 있을 경우에 대한 위상 측정오차가 어떻게 발생하는지를 시뮬레이션을 통하여 분석하였다. 본 논문의 위상측정 알고리즘을 사용할 경우에 기존의 방법에 비하여 훨씬 더 간단한 연산만으로 위상을 계산해 내기 때문에 측정 시간을 상당히 줄일 수 있으며 구현 시 필요한 하드웨어를 줄일 수 있는 장점이 있다. 그리고 제안된 알고리즘을 사용할 경우 입력신호의 한주기 전체를 샘플링할 경

우에 입력신호에 harmonic distortion이 일어나더라도 harmonic 성분에 의한 위상측정 오차는 전혀 발생하지 않음을 수식으로 증명하였으며 이를 시뮬레이션을 통하여 확인하였다. 또한 제안된 알고리즘의 사용으로 입력 신호의 전 주기를 모두 샘플링하지 않고 일부만 샘플링하여서 그 위상과 크기를 구할 수 있다. 특히 입력신호의 전주기의 일부만 샘플링해도 되기 때문에 0.01Hz 이하의 저주파 정현파 신호의 위상과 크기를 측정할 경우에 측정시간을 상당히 줄일 수 있다.

본 논문에서는 입력신호의 일부만 샘플링하여 측정하였을 때에 harmonic distortion이나 백색잡음에 의해서 나타날 수 있는 위상 측정 오차의 특성을 시뮬레이션을 통하여 조사하였으며 그래프로 표현하였다.

참 고 문 헌

- [1] K. M. Ibrahim and M. A. H. Abdul-Karim, "A novel digital phase meter," IEEE Trans, Instrum. Meas., vol. IM-36, pp. 711-716, Sept. 1987.
- [2] S. M. Mahmud, "Error analysis of digital phase measurement of distorted waves," IEEE Trans. Instrum. Meas., vol. 38, pp. 6-9, Feb. 1989.
- [3] R. Micheletti, "Phase angle measurement between two sinusoidal signals," IEEE trans. Instrum. Meas., vol. 40, pp. 40-42, Feb. 1991.
- [4] G. R. Aiello, "A digital approach for phase measurement applied to delta-t tuneup procedure," Particle Accelerator Conference, 1993., Proceedings of the 1993, vol. 3, 1993 pp. 2367-2369
- [5] S. M. Mahmud, A. Rusek, and S. Ganesan, "A microprocessor-based dual slope phase meter," IEEE Trans. Instrum. Meas., vol. 37, pp. 374-378, Sept. 1988.
- [6] M. S. Sachdev and M. M. P. Giray, " A least error squares technique for determining power system frequency," IEEE Trans. Power App. Syst., vol. PAS-104, pp. 437-443, Feb. 1985.
- [7] S. M. Mahmud, "High precision phase measurement using adaptive sampling," IEEE Trans. Instrum. Meas., vol. 38, pp. 954-960, Oct. 1989.
- [8] S. M. Mahmud, N. B. Mahmud, S. R. Vishnubhotla, "Hardware implementation of a new phase measurement algorithm," IEEE Trans. Instrum., Meas., vol. 39, pp. 331-334, Apr, 1990.

저 자 소 개



송 영 석(정회원)
 1999년 경북대학교 전자전기
 공학부 학사 졸업.
 2001년 경북대학교 전자공학과
 석사 졸업.
 2003년 경북대학교 전자공학과
 박사 수료.

2003~ 삼성전자 디지털미디어 연구소
 <주관심분야: 디지털회로설계, 신호처리>



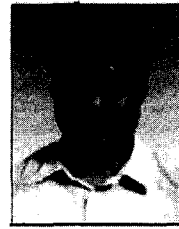
김 재 철(정회원)
 1990년 경북대학교 전자공학과
 학사 졸업.
 1992년 경북대학교 전자공학과
 석사 졸업.
 2000년 경북대학교 전자공학과
 박사 졸업.

1997~ 구미1대학 정보통신네트워크전공 조교수
 <주관심분야: 디지털회로설계, 영상통신, 신호처리>



최 인 규(정회원)
 1995년 경북대학교 전자전기
 공학부 학사 졸업.
 1997년 경북대학교 전자공학과
 석사 졸업.
 2003년 경북대학교 전자공학과
 박사 졸업.

2003~ 삼성전자 무선사업부
 <주관심분야: 디지털회로설계, 통신, 신호처리>



박 종 식(정회원)
 1976년 서울대학교 물리학과
 학사 졸업.
 1978년 한국과학기술원 물리학과
 석사 졸업.
 1987년 University of Florida
 전자공학과 박사 졸업.

1986 IBM Wastor Research Center
 1979~ 경북대학교 전자전기컴퓨터공학부 교수
 <주관심분야: 계측시스템, 디지털회로설계, 신호
 처리>