

논문 2004-41SC-3-3

# 불확실한 로봇 시스템을 위한 P형 반복 학습 제어기

(A P-type Iterative Learning Controller for Uncertain Robotic Systems)

최 준 영\*, 서 원 기\*

(Joon-Young Choi and Won-Gi Seo)

## 요 약

동일한 작업을 반복하여 수행하는 불확실한 로봇 시스템을 위한 P형 반복 학습 제어기를 제안한다. 제안된 반복 학습 제어기는 조인트 위치 오차로 구성되는 선형 피드백 제어기와 현재의 조인트 속도 오차로 갱신되는 피드포워드 및 피드백 학습 제어기로 구성된다. 반복 작업 동작이 계속 진행됨에 따라 조인트 위치와 속도 오차는 균일하게 0으로 수렴한다. 반복 횟수에 따라 변화하는 학습 이득을 채택함으로써 반복 횟수 영역에서 임의적으로 수렴 비율을 조절할 수 있는 조인트 위치, 속도 오차 한계를 제시하고, 조인트 위치와 속도 오차는 그 한계 내에서 반복 횟수 영역에서 0으로 수렴한다. 기존의 P형 반복 학습 제어기와는 달리 제안된 반복 학습 제어 알고리즘은 학습 이득을 적절하게 설계함으로써 반복 횟수 영역에서 오차 수렴 비율의 분석과 조절을 가능하게 하는 장점이 있다.

## Abstract

We present a P-type iterative learning control(ILC) scheme for uncertain robotic systems that perform the same tasks repetitively. The proposed ILC scheme comprises a linear feedback controller consisting of position error, and a feedforward and feedback learning controller updated by current velocity error. As the learning iteration proceeds, the joint position and velocity errors converge uniformly to zero. By adopting the learning gain dependent on the iteration number, we present joint position and velocity error bounds which converge at the arbitrarily tuned rate, and the joint position and velocity errors converge to zero in the iteration domain within the adopted error bounds. In contrast to other existing P-type ILC schemes, the proposed ILC scheme enables analysis and tuning of the convergence rate in the iteration domain by designing properly the learning gain.

**Keywords** : ILC, Robot system, Convergence rate

## I. 서 론

ILC(Iterative Learning Control, 반복 학습 제어)의 개념은 산업 현장에서 반복 작업을 수행하는 로봇 시스템을 제어하기 위한 노력으로부터 비롯되었다. ILC의 기본 발상은 이전 작업에서 얻어진 정보를 다음 작업에서 제어 입력을 향상시키기 위하여 이용한다는 것이다. 반복되는 동일한 작업의 각 제어 입력은 이전 작업에서 획득된 궤적 오차 신호를 이용하여 조정된다. 반복 횟수가 증가함에 따라 결국 제어 시스템은 레퍼런스 작업을

을 학습하게 되고, 거의 오차가 없이 레퍼런스 작업을 달성하게 된다.

로봇 팔을 위한 ILC 알고리즘 중에 D형 ILC는 학습 규칙에서 조인트 가속도 오차를 이용하여 설계되고, P형 ILC는 조인트 속도 오차를 사용하여 설계된다<sup>[1]</sup>. D형 ILC의 주요한 특징은 조인트 가속도 오차를 사용하는 대신에 반복 횟수에 관하여 오차 신호들의 지수적 수렴을 보장한다는 것이다. 로봇 시스템에서 D형 반복 학습 제어기를 구현하기 위해서는 조인트의 가속도를 측정하는 것이 필요하다<sup>[1-5]</sup>. 가속도 측정을 위한 장치는 잡음에 민감하고 설치비용이 많이 소요되는 단점이 있다. 반면에 P형 반복 학습 제어기는 조인트의 위치와 속도만으로 구성되며 가속도를 측정 또는 추정할 필요가 없는 장점이 있으나, 반면에 반복 횟수 영역에서 지

\* 정희원, 한국전자통신연구원

(Electronics and Telecommunications Research Institute)

접수일자:2004년2월16일, 수정완료일: 2004년4월30일

수적 수렴대신에 단지 점근적 수렴만을 보장한다<sup>[16-11]</sup>. 따라서, 기존의 P형 ILC에서는 오차 신호들의 수렴 비율을 반복 횟수 영역에 관하여 분석하거나 조정하는 것이 불가능하였다.

이러한 문제를 해결하기 위하여 참고문헌<sup>[12]</sup>에서는 조인트 위치, 속도 오차에 대하여 시간 및 반복 횟수 영역에서 지수 변환을 수행하여 그 결과의 지수 변환된 오차 신호를 이용하여 학습 규칙을 구성하였다. 또한, 참고문헌<sup>[13]</sup>에서는 조인트 속도 오차에 대하여 반복 횟수 영역에서만 지수 변환을 수행하여 그 결과의 지수 변환된 속도 오차 신호를 학습 규칙 및 피드백 제어 규칙에 사용하여 반복 횟수 영역에서 조인트 위치 및 속도 오차가 지수적으로 0으로 수렴하는 것을 증명하였다.

본 논문에서는 조인트 속도 오차 신호를 지수 변환하는 것 대신에 학습 제어기의 이득 행렬을 반복 횟수 영역에서 변수가 되도록 설계하여 조인트 위치 및 속도 오차 크기에 대한 한계를 반복 횟수 영역에서 임의적으로 결정할 수 있는 방법을 제공한다. 즉, 반복 횟수에 따라 변화하는 학습 이득을 채택함으로써 반복 횟수 영역에서 임의적으로 수렴 비율을 조절할 수 있는 조인트 위치, 속도 오차 한계를 제시하고, 조인트 위치와 속도 오차는 그 한계 내에서 반복 횟수 영역에서 0으로 수렴한다.

## II. 문제 정의

본 논문에서는 연속적으로 연결된 강체 축으로 구성된 로봇 매니퓰레이터를 고려한다.  $n$ 개의 축을 갖는 로봇 운동을 기술하는 동역학 방정식은 다음과 같이 표현될 수 있다<sup>[14]</sup>.

$$\begin{aligned} D(q(t))\ddot{q}(t) + C(q(t), \dot{q}(t))\dot{q}(t) \\ + g(q(t)) + F_v\dot{q}(t) + d(t) = u(t) \end{aligned} \quad (1)$$

여기서  $q(t) \in R^n$ 은 조인트 위치 벡터,  $D(q(t)) \in R^{n \times n}$ 은 관성 행렬,  $C(q(t), \dot{q}(t))\dot{q}(t) \in R^n$ 은 Coriolis 힘과 구심력 벡터,  $g(q(t)) \in R^n$ 은 중력 벡터,  $F_v \in R^{n \times n}$ 은 양의 정부호이고 대각 행렬로서 점성 마찰력의 계수 행렬,  $d(t) \in R^n$ 은 유계인 미지의 외란 벡터,  $u(t) \in R^n$ 은 조인트 입력 토크 벡터이다. 로봇 동역학 방정식은 다음과 같은 구조적 특성을 나타내고 이러한 특성은 본 논문에서 제시된 이론

을 증명하는데 사용된다<sup>[1,14]</sup>.

**특성 1** 관성 행렬  $D(q)$ 는 대칭, 양의 정부호 (symmetric positive definite) 행렬이고 다음과 같이 유계의 특징을 나타낸다.

$$0_n < \beta_1 I_n \leq D(q) \leq \beta_2 I_n \text{ for all } q \in R^n$$

여기에서  $\beta_2 > \beta_1 > 0$  이다.

**특성 2**  $D(\cdot)$ ,  $C(\cdot, \cdot)$ ,  $g(\cdot)$ 은 다음과 같이 변수에 관하여 전역 Lipschitz 연속함수이다.

$$\|D(q_1) - D(q_2)\| \leq l_D \|q_1 - q_2\|$$

$$\|C(q_1, \dot{q}_1) - C(q_2, \dot{q}_2)\| \leq l_C (\|q_1 - q_2\| + \|\dot{q}_1 - \dot{q}_2\|)$$

$$\|g(q_1) - g(q_2)\| \leq l_g \|q_1 - q_2\|$$

여기에서  $l_D, l_C, l_g$ 는 양의 상수이다.

**특성 3**  $C(q, \dot{q})$ 를 적절히 정의하면, 행렬  $D(q) - 2C(q, \dot{q})$ 은 교대대칭(skew-symmetric) 행렬이다.

본 논문에서 제안하는 ILC 알고리즘이 적용되는 문제를 기술하면 다음과 같다. 이상 궤적 위치  $q_d(t) \in C^2[0, t_f]$ 가 로봇 시스템 (1)의 레퍼런스 입력으로 설정되었을 때 반복 횟수  $j$ 가 증가함에 따라 시스템 출력  $q^j(t)$ 가  $q_d(t)$ 로 반복 영역에서 유한 시간 범위  $t \in [0, t_f]$ 에서 균일하게 수렴하도록 하는 제어 입력 함수열  $u^j(t)$ 를 설계하는 것이다. 즉, 다음 등식을 만족하는 제어 입력 함수열  $u^j(t)$ 를 설계하는 것이다.

$$\lim_{j \rightarrow \infty} q^j(t) = q_d(t) \quad \forall t \in [0, t_f]$$

또한, 반복 횟수 영역에 관한 수렴의 양상을 분석하고 수렴 비율을 조절할 수 있는 방법을 제시한다.

불확실한 시스템 (1)은 모든  $t \in [0, t_f]$ 에 대하여 반복적이라는 것이 가정 된다. 즉, 로봇 시스템이 레퍼런스 궤적을 학습하기 위하여 동작을 반복하는 동안 로봇 시스템의 파라미터들은 시간에 따른 반복성을 유지한다. 제안된 반복 학습 제어 알고리즘은 로봇 시스템의 구조 및 파라미터를 전혀 모른다고 가정하고, 제안된 제어기를 구성하는 요소는 레퍼런스 위치  $q_d(t)$ , 레퍼런스 속도  $\dot{q}_d(t)$ , 측정 위치  $q^j(t)$ , 측정 속도  $\dot{q}^j(t)$ 로 제한된다.

본 논문에서 사용되는 표기 방식에 관하여 조인트의 레퍼런스 위치, 속도, 가속도, 제어 입력 벡터는  $q_d(t)$ ,

$\dot{q}_d(t), \ddot{q}_d(t), u_d(t)$ 로 각각 나타내고,  $j$ 번째 반복 동작에서 실제 조인트 위치, 속도, 가속도, 제어 입력 벡터는  $q^j(t), \dot{q}^j(t), \ddot{q}^j(t), u^j(t)$ 로 각각 표기한다.

수학적 전개에서는 표기를 간단히 하기 위하여 시간 변수  $t$ 를 생략하고 다음과 같은 간략한 표기 방식을 사용한다.

$$D(q^j) \equiv D^j, \quad C(q^j, \dot{q}^j) \equiv C^j, \quad g(q^j) \equiv g^j, \\ D(q_d) \equiv D_d, \quad C(q_d, \dot{q}_d) \equiv C_d, \quad g(q_d) \equiv g_d$$

여기에서  $A \equiv B$ 는  $A$ 는  $B$ 로 정의된다는 것을 의미한다.

### III. 제어기 설계

$j$ 번째 반복 동작에서 로봇 시스템 (1)에 대한 제어 입력은 다음과 같이 두가지 입력 성분으로 구성된다.

$$u^j = u_f^j + u_i^j \quad (2)$$

여기에서  $u_f^j$ 는 피드백 제어 입력이고  $u_i^j$ 는 피드백과 피드포워드 성분이 함께 포함된 학습 제어 입력이다.  $u_f^j$ 는 다음과 같이 조인트 위치 오차에 의해 생성된다.

$$u_f^j = K_p e^j \quad (3)$$

여기에서  $K_p (\equiv k_p I_n) \in R^{n \times n}$ 은 양의 정부호 대각 (positive definite diagonal) 이득 행렬이고,  $e^j \equiv q_d - q^j$ 이다. 한편으로,  $u_i^j$ 는 학습 제어 성분으로 다음의 레퍼런스 제어 입력을 추정하기 위한 입력이다.

$$u_d \equiv D(q_d)\ddot{q}_d + C(q_d, \dot{q}_d)\dot{q}_d + g(q_d) + F\dot{q}_d + d \quad (4)$$

사실 학습 제어 입력  $u_i^j$ 는 시스템이 반복 작업 동작의 횟수가 증가함에 따라 레퍼런스 궤적을 추종하도록 하며, 결국에는 레퍼런스 학습 제어 입력  $u_d$ 에 수렴한다.  $u_i^j$  입력을 위한 P형 학습 제어 규칙은 반복 도메인에서 다음과 같이 제안된다.

$$u_i^j = u_i^{j-1} + K_I^j e^j \quad (5)$$

여기에서  $K_I^j \in R^{n \times n}$ 은 시간 영역에서는 상수이고 반복 횟수  $j$ 만의 함수로서 반복 횟수 영역에 관한 수렴

특성 개선을 위하여 설계되어야 하는 학습 제어 이득 행렬이고, 기본적으로  $K_I^j = k_I^j I_n, k_I^j > 0 \forall j \geq 0$ 과 같이 선택되어야 한다. 각 반복 동작의 초기 조건은 다음과 같이 모든  $j \geq 0$ 에 대하여 설정된다고 가정한다.

$$q^j(0) = q_d(0), \quad \dot{q}^j(0) = \dot{q}_d(0)$$

제어 입력 (2)를 로봇 시스템 (1)에 대입하면 다음과 같은 등식을 얻을 수 있다.

$$D^j \ddot{q}^j + C^j \dot{q}^j + g^j + F_d \dot{q}^j + d = u_f^j + u_i^j \quad (6)$$

식(3)을 식(6)에 적용하면,

$$D^j \ddot{e}^j + C^j \dot{e}^j + K_p e^j = \tilde{u}_i^j + \psi^j \quad (7)$$

을 얻을 수 있고, 여기에서  $\tilde{u}_i^j \equiv u_d - u_i^j$ 이고

$$\psi^j \equiv D^j \ddot{q}_d + C^j \dot{q}_d + g^j + F_d \dot{q}_d - D^j \ddot{q}_d - C^j \dot{q}_d - g_d - F_d \dot{q}_d$$

### IV. 수렴 및 안정성 분석

제안된 제어기의 수렴 및 안정성에 대한 주요 이론을 증명하는데 다음의 보조정리가 사용된다.

**보조정리 1** 오차 등식 (7)에서 나머지 항  $\psi^j$ 는 다음과 같이 유계이다.

$$|\psi^j| \leq \xi_0 |e^j| + \xi_1 |\dot{e}^j|$$

여기에서  $\xi_0, \xi_1$ 은 양의 상수이다.

**증명 :** 참고문헌<sup>[13]</sup>의 Lemma 1 증명 참조. ■

**이론 1** 학습 규칙 (5)를 오차 시스템 (7)에 적용하면 다음과 같이 수렴한다.

$$(i) \lim_{j \rightarrow \infty} V^j(t) = V(t) \text{ on } [0, t_f]$$

$$(ii) \lim_{j \rightarrow \infty} e^j(t) = \mathbf{0} \text{ on } [0, t_f]$$

$$(iii) \lim_{j \rightarrow \infty} \dot{e}^j(t) = \mathbf{0} \text{ on } [0, t_f]$$

여기에서  $V^j(t)$ 는 성능 지수로서 양의 상수  $\delta > 0$ 에 대하여 다음과 같이 정의된다.

$$V^j(t) = \int_0^t e^{-\delta \tau} \tilde{u}_i^{j^T}(\tau) \tilde{u}_i^j(\tau) d\tau$$

증명 :  $\tilde{\mathbf{u}}_i^j$ 의 정의로부터

$$\begin{aligned}\Delta \tilde{\mathbf{u}}_i^j &\equiv \tilde{\mathbf{u}}_i^j - \tilde{\mathbf{u}}_i^{j-1} = (\mathbf{u}_d - \mathbf{u}_i^j) - (\mathbf{u}_d - \mathbf{u}_i^{j-1}) \\ &= \mathbf{u}_i^{j-1} - \mathbf{u}_i^j = -\mathbf{K}_i^j \dot{\mathbf{e}}^j\end{aligned}$$

을 얻을 수 있고,  $\mathbf{D}^j - 2\mathbf{C}^j$ 가 교대대칭이고,  $\mathbf{D}^j$ ,  $\mathbf{K}_p$ ,  $\mathbf{K}_i^j$ 이 양의 정부호라는 사실과 특성 1, 보조정리 1을 이용하면 다음과 같은 부등식을 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned}V^j - V^{j-1} &= \int_0^t e^{-\delta\tau} (\tilde{\mathbf{u}}_i^{j\tau} \tilde{\mathbf{u}}_i^j - \tilde{\mathbf{u}}_i^{j-1\tau} \tilde{\mathbf{u}}_i^{j-1}) d\tau \\ &= \int_0^t e^{-\delta\tau} (\tilde{\mathbf{u}}_i^{j\tau} \tilde{\mathbf{u}}_i^j - (\tilde{\mathbf{u}}_i^j + \mathbf{K}_i^j \dot{\mathbf{e}}^j)^T (\tilde{\mathbf{u}}_i^j + \mathbf{K}_i^j \dot{\mathbf{e}}^j)) d\tau \\ &= \int_0^t e^{-\delta\tau} (-\dot{\mathbf{e}}^{j\tau} \mathbf{K}_i^{j\tau} \mathbf{K}_i^j \dot{\mathbf{e}}^j - 2\dot{\mathbf{e}}^{j\tau} \mathbf{K}_i^{j\tau} \tilde{\mathbf{u}}_i^j) d\tau \\ &= \int_0^t e^{-\delta\tau} (-(k_i^j)^2 |\dot{\mathbf{e}}^j|^2 - 2k_i^j \dot{\mathbf{e}}^{j\tau} \tilde{\mathbf{u}}_i^j) d\tau \\ &= \int_0^t e^{-\delta\tau} (-(k_i^j)^2 |\dot{\mathbf{e}}^j|^2 \text{ from (7)} \\ &\quad - 2k_i^j \dot{\mathbf{e}}^{j\tau} (\mathbf{D}^j \dot{\mathbf{e}}^j + \mathbf{C}^j \dot{\mathbf{e}}^j + \mathbf{K}_p \dot{\mathbf{e}}^j - \dot{\boldsymbol{\psi}}^j) d\tau \\ &= -e^{-\delta t} k_i^j \dot{\mathbf{e}}^{j\tau} \mathbf{D}^j \dot{\mathbf{e}}^j - e^{-\delta t} k_i^j \dot{\mathbf{e}}^{j\tau} \mathbf{K}_p \dot{\mathbf{e}}^j \\ &\quad + \int_0^t e^{-\delta\tau} (\dot{\mathbf{e}}^{j\tau} (\mathbf{D}^j - 2\mathbf{C}^j) \dot{\mathbf{e}}^j) d\tau \\ &\quad + \int_0^t e^{-\delta\tau} (-(k_i^j)^2 |\dot{\mathbf{e}}^j|^2 - \delta k_i^j \dot{\mathbf{e}}^{j\tau} \mathbf{D}^j \dot{\mathbf{e}}^j - \delta \dot{\mathbf{e}}^{j\tau} \mathbf{K}_p \dot{\mathbf{e}}^j \\ &\quad \quad + 2k_i^j \dot{\mathbf{e}}^{j\tau} \dot{\boldsymbol{\psi}}^j) d\tau \\ &\leq -e^{-\delta t} k_i^j \beta_1 |\dot{\mathbf{e}}^j|^2 - e^{-\delta t} k_i^j k_p |\dot{\mathbf{e}}^j|^2 \\ &\quad - \int_0^t e^{-\delta\tau} (((k_i^j)^2 + \delta k_i^j \beta_1) |\dot{\mathbf{e}}^j|^2 + \delta k_p |\dot{\mathbf{e}}^j|^2) d\tau \\ &\quad + \int_0^t 2e^{-\delta\tau} k_i^j \dot{\mathbf{e}}^j (\xi_0 |\dot{\mathbf{e}}^j| + \xi_1 |\dot{\mathbf{e}}^j|) d\tau \\ &\leq -e^{-\delta t} k_i^j \beta_1 |\dot{\mathbf{e}}^j|^2 - e^{-\delta t} k_i^j k_p |\dot{\mathbf{e}}^j|^2 \\ &\quad - \int_0^t e^{-\delta\tau} (((k_i^j)^2 + \delta k_i^j \beta_1 - 2k_i^j \xi_1 - k_i^j \xi_0) |\dot{\mathbf{e}}^j|^2) d\tau \\ &\quad - \int_0^t e^{-\delta\tau} ((\delta k_p - k_i^j \xi_0) |\dot{\mathbf{e}}^j|^2) d\tau \\ &= -e^{-\delta t} k_i^j \beta_1 |\dot{\mathbf{e}}^j|^2 - e^{-\delta t} k_i^j k_p |\dot{\mathbf{e}}^j|^2 \quad (8) \\ &\quad - \int_0^t e^{-\delta\tau} (\zeta_v |\dot{\mathbf{e}}^j|^2 + \zeta_p |\dot{\mathbf{e}}^j|^2) d\tau\end{aligned}$$

여기에서  $\zeta_v \equiv (k_i^j)^2 + \delta k_i^j \beta_1 - 2k_i^j \xi_1 - k_i^j \xi_0$ ,

$\zeta_p \equiv \delta k_p - k_i^j \xi_0$ 이고  $\delta$ 를 충분히 크게 선택하면  $\zeta_v$ ,  $\zeta_p$ 는 양수이고 따라서 수열  $\{V^j\}$ 는 단조적으로 감소한다. 더욱이, 수열  $\{V^j\}$ 는 성능 지수 정의에 의해 아

래로부터 유계라는 것을 알 수 있으므로, 수열  $\{V^j\}$ 는 수렴하고<sup>[15,p.55]</sup>, 이는 (i)를 증명한다. (i)로부터  $\lim_{j \rightarrow \infty} (V^j - V^{j-1}) = 0$ 이라는 결론을 얻을 수 있고, 이를 이용하여 (8) 식으로부터 (ii)와 (iii)의 결과를 추론할 수 있다. ■

이론 1에서 사용된 성능 지수  $V^j(t)$ 에 관하여 언급할 사항은 참고문헌<sup>[1]</sup>에서와 같이 지수 가중치  $e^{-\delta t}$ 가 삽입되었다는 것이다. 이는 학습 이득 혹은 피드백 이득의 크기에 관계없이 오차 신호들이 0으로 반복 횟수 영역에서 수렴하는 것의 증명을 가능하게 한다.

이론 1을 기반으로 하여 다음의 이론에서는 조인트 위치 및 속도 오차의 한계를 이미 알고 있는 파라미터들로 표현하여 오차의 한계를 분석하고 예측할 수 있는 가능성을 보인다.

이론 2 학습 규칙 (5)를 오차 시스템 (7)에 적용하면 조인트 위치 및 속도 오차는 다음과 같이 모든  $t \in [0, t_f]$  와  $j \geq 0$ 에 대하여 유계이다.

$$(i) |\mathbf{e}^j(t)|^2 \leq (k_i^j)^{-1} \frac{e^{\delta t_f}}{k_p} V^0(t_f)$$

$$(ii) |\dot{\mathbf{e}}^j(t)|^2 \leq (k_i^j)^{-1} \frac{e^{\delta t_f}}{\beta_1} V^0(t_f)$$

여기에서  $V^0(t_f)$ 는 유계의 상수이다.

증명 :  $V^j(t)$ 의 정의로부터  $\{V^j(t)\}$ 는 양의 수열임을 알 수 있고, 부등식 (8)로부터  $\{V^j(t)\}$ 는 점근적으로 감소하는 수열임을 추론할 수 있다. 따라서 부등식 (8)로부터 아래의 부등식을 유도할 수 있고, 이는 (i) 증명한다.

$$-V^0 \leq V^j - V^{j-1} \leq -e^{-\delta t} k_i^j k_p |\mathbf{e}^j(t)|^2 \Rightarrow$$

$$|\mathbf{e}^j(t)|^2 \leq \frac{e^{\delta t}}{k_i^j k_p} V^0(t) \leq (k_i^j)^{-1} \frac{e^{\delta t_f}}{k_p} V^0(t_f)$$

(ii)의 경우도 같은 방식으로 증명할 수 있다.

$V^0(t_f)$ 에 관하여 식 (4)에 의해 정의되는  $\mathbf{u}_d$ 는 유계이고,  $\mathbf{u}_i^0$  또한 설계 요인으로 유계이므로,  $V^0(t_f)$   $= \int_0^{t_f} e^{-\delta\tau} \tilde{\mathbf{u}}_i^{0\tau} \tilde{\mathbf{u}}_i^0 d\tau$ 는 유계의 상수이다. ■

## V. 수렴 비율 분석 및 조절

이론 2에서 알 수 있듯이 학습 제어 이득  $k_i^j$ 는 반복

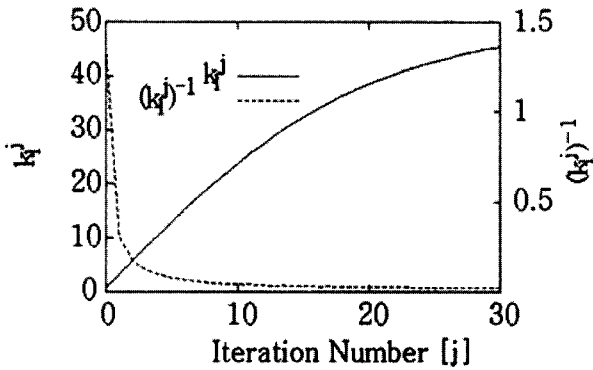


그림 1. 식(9)에서 정의된  $k_i^j$ 와  $(k_i^j)^{-1}$   
 Fig. 1.  $k_i^j$  and  $(k_i^j)^{-1}$  defined in Eq. (9)

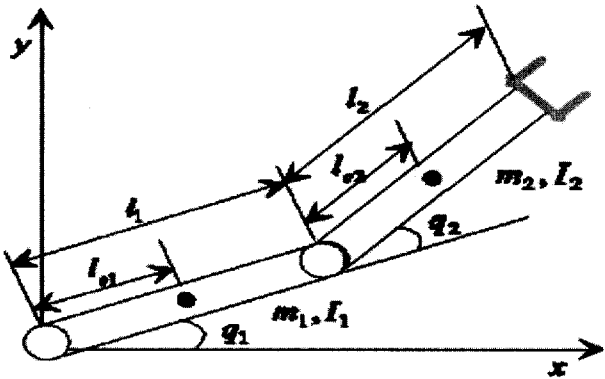


그림 2. 2축 평면 로봇 팔  
 Fig. 2. Two-link planar robot arm.

횟수  $j$  영역에서 오차가 수렴하는 비율에 관한 프로파일  
 일을 임의로 설정할 수 있는 수단을 제공한다.  $k_i^j$ 를 설  
 계하는 방식은 적용 시스템과 제어 목적에 따라 다양할  
 것이나 본 논문에서는  $k_i^j$ 를 아래와 같이 설계하는 것을  
 제안한다.

$$k_i^j = k \frac{\exp(a(j+b)) - \exp(-a(j+b))}{\exp(a(j+b)) + \exp(-a(j+b))} \quad (9)$$

여기에서  $k, a, b$ 는 양의 상수이며 설계 요인으로서  
 $k_i^j$ 가  $j \geq 0$ 에 대하여 항상 양의 값이 되도록 선택한다.  
 그림 1은  $k=50, a=0.05, b=0.3$ 일 때 (9)식의  $j$ 에  
 대한 그래프를 나타낸다. 식 (9)와 같이  $k_i^j$ 를 선택한 이  
 유는 그림 1에서 나타나듯이  $j$ 가 증가함에 따라  $k_i^j$ 는  $k$   
 로 수렴하기 때문에 학습 이득이 무한대로 증가하는 것  
 을 방지할 수 있다. 또한,  $k, a, b$ 의 값을 적절히 조절함  
 으로써  $j$ 에 관한  $(k_i^j)^{-1}$ 의 그래프를 원하는 모양으로  
 만들 수 있기 때문에 이론 2에서 증명되었듯이 조인트  
 위치, 속도의 오차 한계를 반복 횟수 영역에서 임의적  
 으로 설계할 수 있다.

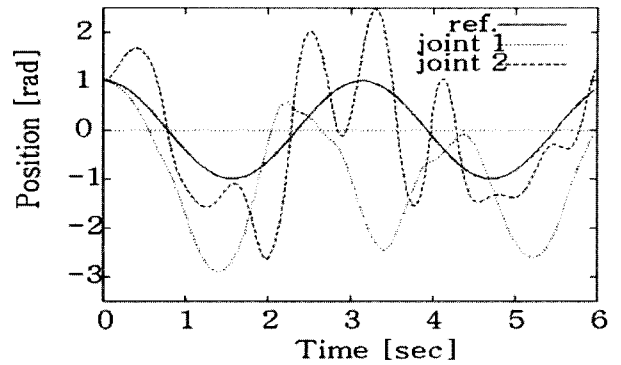


그림 3. 1번째 동작에서 조인트 위치  
 Fig. 3. Joint position at the 1st iteration.

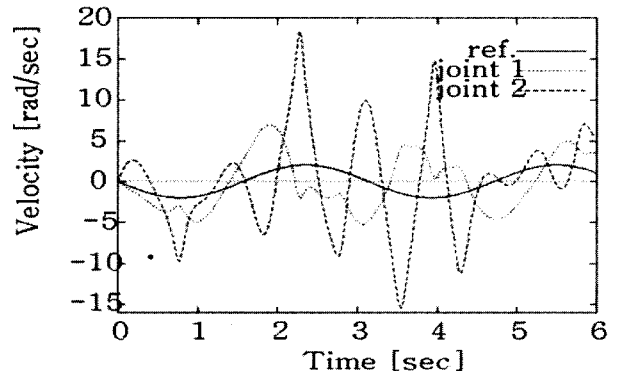


그림 4. 1번째 동작에서 조인트 속도  
 Fig. 4. Joint velocity at the 1st iteration.

### VI. 모의 실험

본 논문에서 제안된 ILC 알고리즘의 가능성을 시험  
 하기 위하여 2축 평면 로봇에 대하여 모의실험을 실시  
 하였다. 모의실험에서 사용된 2축 평면 로봇 팔은 그림  
 2에 도시되어 있으며, 그림에서  $m_i, I_i, l_i, l_{c_i} (i=1,2)$   
 는 각각 질량, 관성,  $i$  축의 길이, 이전 조인트로부터  $i$   
 축의 질량 중심까지의 길이를 나타낸다. 모의실험에서  
 사용된 로봇의 규격은  $m_1=10Kg, m_2=5Kg, l_1=1m,$   
 $l_2=0.5m, l_{c1}=0.5m, l_{c2}=0.25m, I_1=0.83Kgm^2,$   
 $I_2=0.3Kgm^2$ 이다.

레퍼런스 궤적은  $t \in [0,6]$ 에서  $q_d(t) = (\cos 2t,$   
 $\cos 2t)^T$ 로 선택하였고, 피드백 이득은  $k_p=10$ 으로,  
 학습 이득  $k_i^j$ 는 (9)식으로 선택하였으며 (9)식에서 각  
 상수는  $k=50, a=0.05, b=0.3$ 로 설계하였다. 초기  
 조건으로 첫 번째 작업 동작을 위하여  $t \in [0,6]$ 에서  
 $u_i^0(t)=0$ 으로 설정하였다.

그림 3에서 그림 8까지는 제안된 ILC 모의실험 결과

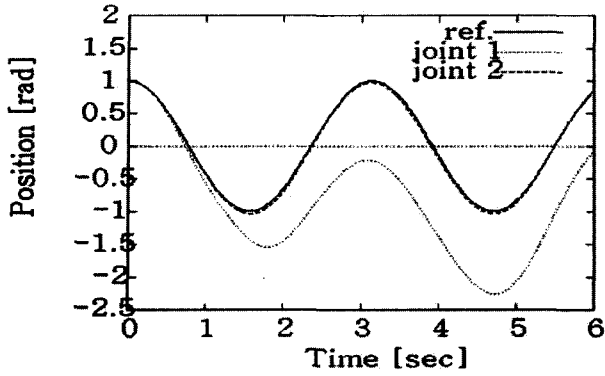


그림 5. 10번째 동작에서 조인트 위치  
Fig. 5. Joint position at the 10th iteration.

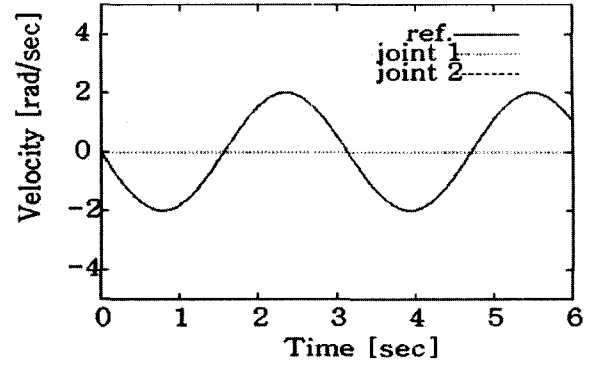


그림 8. 30번째 동작에서 조인트 속도  
Fig. 8. Joint velocity at the 30th iteration.

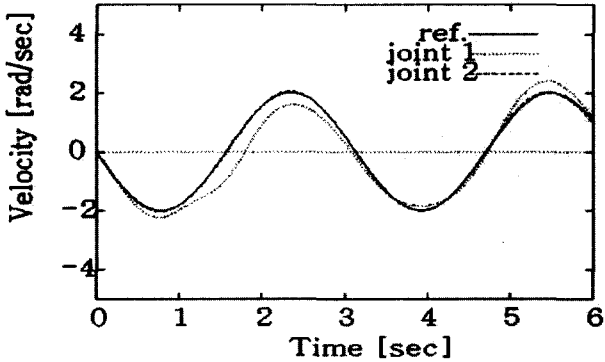


그림 6. 10번째 동작에서 조인트 속도  
Fig. 6. Joint velocity at the 10th iteration.

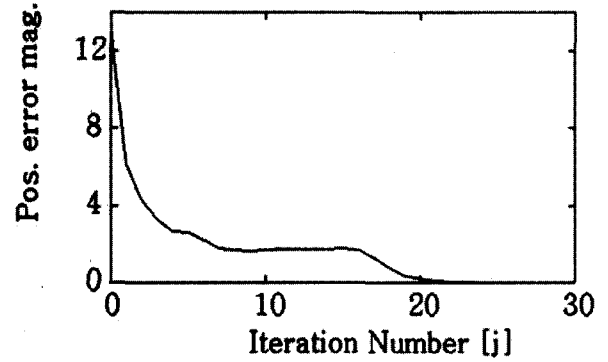


그림 9.  $\sup_{t \in [0,6]} |e^j(t)|^2, j \in \{0, \dots, 30\}$   
Fig. 9.  $\sup_{t \in [0,6]} |e^j(t)|^2, j \in \{0, \dots, 30\}$

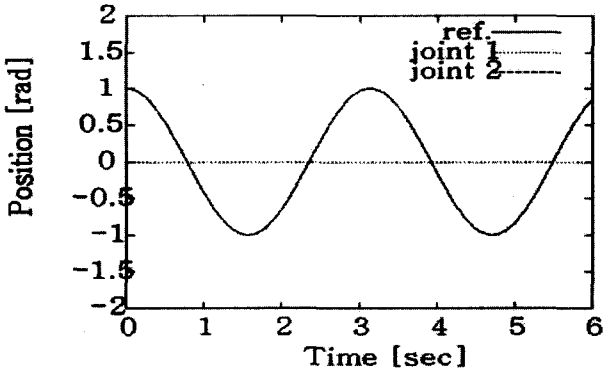


그림 7. 30번째 동작에서 조인트 위치  
Fig. 7. Joint position at the 30th iteration.

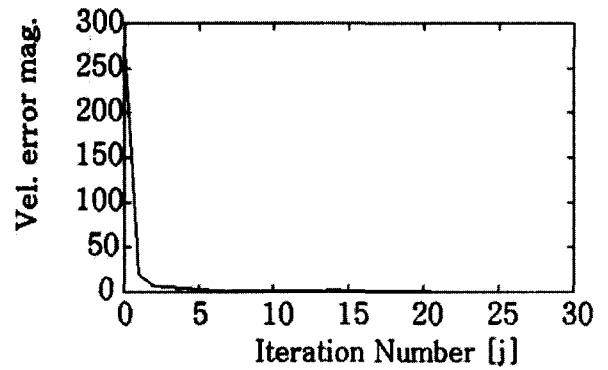


그림 10.  $\sup_{t \in [0,6]} |\dot{e}^j(t)|^2, j \in \{0, \dots, 30\}$   
Fig. 10.  $\sup_{t \in [0,6]} |\dot{e}^j(t)|^2, j \in \{0, \dots, 30\}$

를 각각 1번째, 10번째, 30번째 작업 동작에서 추출하여 그래프로 도시한 것이다. 그림 3, 4, 5, 6, 7, 8로부터 반복 횟수가 증가함에 따라 조인트 위치와 속도 오차는 0으로 수렴하는 것을 알 수 있다. 그림 9와 10은 각각 조인트 위치와 속도 오차 크기를 아래의 계산에 의해 반복 횟수  $j$ 에 따라 도시한 것이다.

$$\sup_{t \in [0,6]} \{|e^j(t)|^2\} \text{ for } j \in \{0, \dots, 30\}$$

$$\sup_{t \in [0,6]} \{|\dot{e}^j(t)|^2\} \text{ for } j \in \{0, \dots, 30\}$$

그림 9와 10은 이론 2에서 제시한 조인트 위치와 속도 오차에 대한 한계를 반복 횟수 영역에서  $k^j$  이득으로 조절이 가능하다는 것을 예증하고 있다. 즉, 그림 1의  $(k^j)^{-1}$ 의 반복 횟수 영역에서의 수렴 경향대로 그림 9와 10의 조인트 위치와 속도 오차도 비슷한 경향을 나타내고 있다. 그림 9와 10에 관하여 한 가지 주의할 점은 조인트 속도 오차와 위치 오차의 최대값이 차이가 많은 관계로 조인트 속도 오차의 수렴 상태가 상대적으로

로 위치 오차의 수렴보다 빠르게 보인다는 것이다.

## VII 결 론

본 논문에서는 동일한 작업을 반복하여 수행하는 불확실한 로봇 시스템을 위한 일종의 P형 반복 학습 제어기를 제안하였다. 제안된 반복 학습 제어기는 조인트 위치 오차로 구성되는 선형 피드백 제어기와 현재의 조인트 속도 오차로 갱신되며 피드포워드 및 피드백 성분을 모두 포함하고 있는 학습 제어기로 구성된다. 반복 작업 동작이 계속 진행됨에 따라 조인트 위치와 속도 오차는 균일하게 0으로 수렴하는 것이 증명되었다. 제안된 ILC 알고리즘의 주목할 만한 특징은 기존의 P형 반복 학습 제어기와는 달리 조인트 속도 오차 피드백 및 학습 이득을 적절하게 반복 횟수 영역에서 설계함으로써 반복 횟수 영역에서 조인트 위치 및 속도 오차 수렴 비율의 분석과 조정을 가능하게 하는 장점이 있다.

마지막으로 식 (9)에서 정의된  $k$ 를 단순히 학습 및 피드백 이득의 관점에서 고찰을 하면 다음과 같다. 식 (9)에서 알 수 있듯이  $k$ 는  $j$ 가 증가함에 따라  $k$ 값으로 수렴하기 때문에 첫 번째 반복 작업부터 학습 제어 이득  $k$ 를 상수  $k$ 로 정하여 시스템에 적용하는 방법을 고려해 볼 수도 있다. 그러나 일반적으로 첫 번째 작업에서는 전혀 시스템에 대한 정보가 없어 오차 신호들이 크기 때문에 처음부터 학습 및 피드백 이득이 클 경우 많은 에너지가 필요하고, 또한 시스템 입력의 크기에 제한이 있는 시스템인 경우 적용하기 어렵다.

## 참 고 문 헌

- [1] S. Arimoto, "Learning control theory for robotic motion", Int. J. Adaptive Control Signal Processing, vol. 4, pp. 543-564, 1990.
- [2] J. J. Craig, "Adaptive control of robot manipulators through repeated trials", Proc. Am. Control Conf., pp. 1566-1573, San Diego, CA, 1984.
- [3] S. Arimoto, S. Kawamura and F. Miyasaka, "Bettering operation of robots by learning", J. Robot. Syst., vol. 1, no. 2, pp. 123-140, 1984.
- [4] P. Bondi, C. Casalone, and L. Gambardella, "On the iterative learning control theory for robotic manipulators", IEEE Trans. Robotics and Automation, vol. 4, pp. 14-22, 1988.
- [5] Z. Qu, J. Dorsey, D. M. Dawson, and R. W.

- Johnson, "Linear learning control of robot motion", J. Robot. Syst., vol. 10, no. 1, pp. 123-140, 1993.
- [6] T. Y. Kuc, J. S. Lee, and K. Nam, "An iterative learning control theory for a class of nonlinear dynamical systems", Automatica, vol. 28, no. 6, pp. 1215-1221, 1992.
- [7] C. Ham, Z. Qu, and T. J. Kaloust, "Nonlinear learning control for a class of nonlinear systems", Automatica, vol. 37 pp. 419-428, 2001.
- [8] T. Y. Kuc, K. Nam, and J. S. Lee, "An iterative learning control of robot manipulators", IEEE Trans. on Robotics and Automation, vol. 7, no. 6, pp. 835-842, 1991.
- [9] C. J. Chien and J. S. Liu, "A P-type iterative learning controller for robust output tracking of nonlinear time-varying systems", Int. J. of Control, vol. 64, no. 2, pp. 319-334, 1996.
- [10] B. H. Park, T. Y. Kuc, and J. S. Lee, "Adaptive learning control of uncertain robotic systems", Int. J. of Control, vol. 65, no. 5, pp. 725-744, 1996.
- [11] C. H. Ham, Z. Qu, and R. W. Johnson, "A nonlinear iterative learning control for robot manipulators in the presence of actuator dynamics", Int. J. of Robotics and Automation, vol. 15, no. 3, pp. 119-130, 2000.
- [12] T. Y. Kuc, J. S. Lee, and B. H. Park, "Tuning convergence rate of a robust learning controller for robot manipulators", IEEE Conf. on Dec. and Contr., pp. 1714-1719, New Orleans, LA, 1995.
- [13] D.-M. Shin, J.-Y. Choi and J. S. Lee, "A P-type iterative learning controller for uncertain robotic systems with exponentially decaying error bounds", J. of Robotic Systems, vol. 20, no. 2, pp. 79-91, 2003.
- [14] F. L. Lewis, C. T. Abdallah, and D. M. Dawson, Control of robot manipulators, Macmillan, New York, 1993.
- [15] H. L. Royden, Real analysis, Macmillan, New York, 1988, 3rd edn.

저 자 소 개



최 준 영(정회원)

- 1994년 포항공과대학교 전자전기 공학과 학사 졸업
- 1996년 포항공과대학교 전자전기 공학과 석사 졸업
- 2002년 포항공과대학교 전자전기 공학과 박사 졸업

2002~현재 한국전자통신연구원 선임연구원  
 <주관심분야: 제어계측, 컴퓨터, 인터넷 혼잡 제어, 임베디드시스템>



서 원 기(정회원)

- 1993년 포항공과대학교 전자전기 공학과 학사 졸업
- 1995년 포항공과대학교 전자전기 공학과 석사 졸업
- 1999년 포항공과대학교 전자전기 공학과 박사 졸업

1999~2000 (주)현대오토넷 과장  
 2000~2001 (주)인텔릭스 선임 연구원  
 2001~2003 (주)맥스웨이브 수석 연구원  
 2001 8월~현재 (주)한국전자통신연구원 초빙연구원  
 <주관심분야: 학습제어, 센서 신호처리, 디지털 시스템>